This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

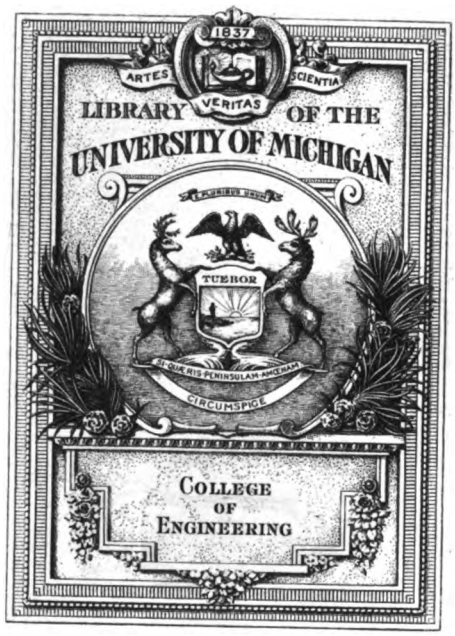
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

B 473775 DUPL

Digitized by Google



Digitized by Google

Engineering
TA
3
W82

Digitized by Google

Digitized by Google

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern

II. Band

(abgeschlossen am 1. Juli 1922)

Mit 384 Textfiguren und 1 Tafel

Zum Gedenken

der 75. Wiederkehr des Gründungstages des Hauses Siemens & Halske

1847 · 12. Oktober · 1922

Unter Mitwirkung von

Prof. Dr.-Ing. Ludwig Binder-Dresden, Prof. Dr.-Ing. e. h. Fritz Emde-Stuttgart, Dr. Werner Friedrichs-Würzburg, Geh. Hofrat Prof. Dr.-Ing. e. h. Hans Görges-Dresden, Prof. Dr.-Ing. Max Kloß-Berlin, Dr. Ellen Lax-Berlin, Professor Dr. Fritz Noether-Breslau, Geh. Hofrat Prof. Dr.-Ing. e. h. Giovanni Ossanna-München, Prof. Dr. Marcello Pirani-Berlin, Prof. Rudolf Richter-Karlsruhe, Privatdozent Dr. Walter Schottky-Würzburg, Prof. Dr.-Ing. Anton Schwaiger-Karlsruhe, Prof. Dr. Johannes Stark-Würzburg, Prof. Dr. Franz Unger-Braunschweig, Prof. Dr.-Ing. e. h. Dr. Karl Willy Wagner-Berlin.

Dr. Hans Becker, Dr. Otto Berg, Heinrich von Buol, Dr. Otto Dietsche, Dr. Philipp Ellinger, Prof. Victor Engelhardt, Dr. Robert Fellinger, Dr. Ludwig Fischer, Dr. Dr.-Ing. e. h. Adolf Franke, Prof. Rob. M. Friese, Prof. Dr. Hans Gerdien, Georg Grabe, Dr. Karl Wilhelm Haußer, Dr. Martin Hosenfeld, Dr. Robert Jaeger, Dr. Heinrich Kafka, Karl M. Kohler, Dr.-Ing. e. h. Carl Köttgen, Dr. Georg Krause, Karl Küpfmüller, Martin Lebegott, Dr. Albert Lotz, Dr. Fritz Lubberger, Fritz Lüschen, Dr. Georg Masing, Dr. Carl Michalke, Dr.-Ing. Friedrich Natalis, Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Dr.-Ing. e. h. Walter Reichel, Dr. Erich Rossenbeck, August Rotth, Prof. Dr.-Ing. e. h. Reinhold Rüdenberg, Moritz Schenkel, Dr. Manfred Schleicher, Dr. Helmut Sell, Dr. Hermann von Siemens, Dr. Wilhelm Vahle, Dr. Herbert Zander, Alfred Zastrow, Dr. Hans Zöllich

herausgegeben von

Professor Dr. Carl Dietrich Harries

Geheimer Regierungsrat

Berlin

Verlag von Julius Springer

1922

Digitized by Google

Digitized by Google

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern

II. Band

(abgeschlossen am 1. Juli 1922)

Mit 384 Textfiguren und 1 Tafel

Zum Gedenken

der 75. Wiederkehr des Gründungstages des Hauses Siemens & Halske

1847 · 12. Oktober · 1922

Unter Mitwirkung von

Prof. Dr.-Ing. Ludwig Binder-Dresden, Prof. Dr.-Ing. e. h. Fritz Emde-Stuttgart, Dr. Werner Friedrichs-Würzburg, Geh. Hofrat Prof. Dr.-Ing. e. h. Hans Görges-Dresden, Prof. Dr.-Ing. Max Kloß-Berlin, Dr. Ellen Lax-Berlin, Professor Dr. Fritz Noether-Breslau, Geh. Hofrat Prof. Dr.-Ing. e. h. Giovanni Ossanna-München, Prof. Dr. Marcello Pirani-Berlin, Prof. Rudolf Richter-Karlsruhe, Privatdozent Dr. Walter Schottky-Würzburg, Prof. Dr.-Ing. Anton Schwaiger-Karlsruhe, Prof. Dr. Johannes Stark-Würzburg, Prof. Dr. Franz Unger-Braunschweig, Prof. Dr.-Ing. e. h. Dr. Karl Willy Wagner-Berlin.

Dr. Hans Becker, Dr. Otto Berg, Heinrich von Buol, Dr. Otto Dietsche, Dr. Philipp Ellinger, Prof. Victor Engelhardt, Dr. Robert Fellinger, Dr. Ludwig Fischer, Dr. Dr.-Ing. e. h. Adolf Franke, Prof. Rob. M. Friese, Prof. Dr. Hans Gerdien, Georg Grabe, Dr. Karl Wilhelm Haußer, Dr. Martin Hosenfeld, Dr. Robert Jaeger, Dr. Heinrich Kafka, Karl M. Kohler, Dr.-Ing. e. h. Carl Köttgen, Dr. Georg Krause, Karl Küpfmüller, Martin Lebegott, Dr. Albert Lotz, Dr. Fritz Lubberger, Fritz Lüschen, Dr. Georg Masing, Dr. Carl Michalke, Dr.-Ing. Friedrich Natalis, Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Dr.-Ing. e. h. Walter Reichel, Dr. Erich Rossenbeck, August Rotth, Prof. Dr.-Ing. e. h. Reinhold Rüdenberg, Moritz Schenkel, Dr. Manfred Schleicher, Dr. Helmut Sell, Dr. Hermann von Siemens, Dr. Wilhelm Vahle, Dr. Herbert Zander, Alfred Zastrow, Dr. Hans Zöllich

herausgegeben von

Professor Dr. Carl Dietrich Harries

Geheimer Regierungsrat

Berlin

Verlag von Julius Springer

1922

Digitized by Google

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.
Copyright 1922 by Julius Springer in Berlin

№ 1167

Digitized by Google

Engin
Harvard
9-5-29
19082

Vorwort.

Zum Tage des 75jährigen Bestehens des Hauses Siemens & Halske, dem 12. Oktober 1922, erscheint der vorliegende Band. Es konnte hier nicht unsere Aufgabe sein, des näheren auf den Werdegang des Siemens-Konzerns einzugehen, weil gleichzeitig eine Lebensbeschreibung des verstorbenen Wilhelm von Siemens, verfaßt von August Rotth, herausgegeben wird, die einen zeitgemäßen Überblick über die Entwicklung der Firma bietet.

Dieses Lebensbild und der vorliegende Band, beides Zeugnisse ernster Arbeit, werden die hauptsächlichsten Beweise unseres Gedenkens des 75jährigen Jubiläums des Hauses Siemens & Halske sein.

Im Sinne einer Gedenkschrift läßt der vorliegende Band nicht nur Autoren, die heute im Dienste des Hauses stehen, zu Worte kommen, sondern auch solche, die ihm in vergangenen Jahren angehörten und sich nun in angesehenen akademischen Stellungen befinden.

Es war zu erwarten, daß nur ein Bruchteil der großen Zahl der aus den Siemenswerken hervorgegangenen Hochschullehrer unserer Einladung, sich durch Beiträge zu beteiligen, Folge leisten konnte, denn für viele Akademiker ist es ja unter den heutigen unglücklichen Zuständen in Deutschland kaum mehr möglich, selbständige wissenschaftliche Experimentalarbeiten auszuführen. Immerhin ist doch eine Anzahl schöner Abhandlungen eingelaufen, welche liebenswürdige Dokumente für den bleibenden Zusammenhang früherer Angehöriger unseres Hauses mit ihrer ehemaligen Wirkungsstätte bilden.

Ebenfalls aus dem Bestreben, Zusammenhänge mit weit zurückliegenden Errungenschaften zu zeigen, ist die erste Arbeit aufgenommen worden, welche ausnahmsweise ein historisches Thema, nämlich: Werner Siemens und der Schutz der Erfindungen, behandelt.

Dieses Gebiet besitzt für den Siemens-Konzern dadurch eine besondere Wichtigkeit, daß Werner Siemens an der Begründung und Ausgestaltung des Erfindungsschutzes wesentlich mitgearbeitet hat, ja man kann sagen, daß er der eigentliche Urheber des im Jahre 1877 geschaffenen deutschen Patentgesetzes war. Von der Art und dem Umfang seines Wirkens in dieser einst viel umstrittenen Frage gibt die Abhandlung von Dr. Ludwig Fischer zum ersten Male eine umfassende, auf dem Boden objektiver Quellenforschung stehende Darstellung. Sie deckt viele Zusammenhänge auf, die bisher wenig oder gar nicht bekannt waren und für die Beurteilung von Sinn und Wert des Erfindungsschutzes bedeutungsvoll werden dürften.

Den weiteren Inhalt des Bandes bilden, wie üblich, wissenschaftlich-technische Arbeiten aus den verschiedenartigen Tätigkeitsgebieten der Siemenswerke.

Allen denen, welche durch ihre Mitarbeit das Zustandekommen unseres Gedenk-Bandes gefördert haben, sprechen wir auch an dieser Stelle unseren herzlichen Dank aus.

Berlin, Oktober 1922.

Der Herausgeber.

Digitized by Google

Digitized by Google

Inhaltsübersicht.

Seite

I. Aus der Patentabteilung des Siemens-Konzerns zu Siemensstadt.
L. Fischer: Werner Siemens und der Schutz der Erfindungen 1

II. Arbeiten von Autoren, die ehemals dem Siemens-Konzern angehörten.
H. Görges: Die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung in Kommutatormaschinen 70
G. Ossanna: Über die Erzeugung asymmetrischer Wechselspannungen in elektrischen Maschinen 84
F. Emde: Die Phasengeschwindigkeit von Wechselströmen 104
F. Unger: Vom einphasigen Drehtransformator 128
A. Schwaiger: Über die Kugelfunkenstrecke 140
R. Richter: Die Streuinduktivität der Wicklungsköpfe elektrischer Maschinen 145
L. Binder: Über die Vorgänge an den Bürsten von Schleifringen und Stromwendern 158
M. Kloss: Vorzeichen- und Richtungsregeln für Wechselstrom-Vektor-Diagramme . . 166
K. W. Wagner: Einschaltvorgänge bei Siebketten mit beliebiger Gliederzahl 187
F. Noether: Über eine Aufgabe der Kapazitätsberechnung 198
M. Pirani und E. Lax: Einige Beobachtungen über das Nachleuchten von aktiviertem Stickstoff 203

III. J. Stark und W. Friedrichs: Untersuchungen über den Spitzenstrom 208

IV. Aus dem Dynamowerk der Siemens-Schuckertwerke G. b. m. H. zu Siemensstadt.
R. Rüdenberg: Das Ausschalten von Gleichstrom und Wechselstrom bei induktiven Starkstromkreisen 220
M. Schenkel und W. Schottky: Über die Beteiligung des metallenen Gehäuses an den Entladungsvorgängen in Großgleichrichtern 252

V. Aus dem Charlottenburger Werk der Siemens-Schuckertwerke G. m b. H. zu Charlottenburg.
F. Natalis: Vektorverhältnisse und Vektorprodukte 275
C. Michalke: Theorie des Phasen- und Periodenvergleichers 293

VI. Aus dem Transformatorenberechnungsbüro der Österreichischen Siemens-Schuckertwerke zu Wien.
K. M. Kohler: Über eine Funkenüberschlagserscheinung an Transformatoren mit reiner Luftisolation 307

VII. Aus dem Physikalischen Laboratorium des Wernerwerkes M der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.
K. W. Hausser, R. Jaeger und W. Vahle: Röhrengalvanometer 325
O. Berg und Ph. Ellinger: Über die Emission von Elektronen bei Bestrahlung verschiedener Substanzen mit Röntgenstrahlen 331
H. Sell: Über eine elektrische Tonquelle kontinuierlich-veränderlicher Frequenz und reproduzierbarer Schallenergie 342
H. Sell: Bestimmung der Resonanzkurven von Membranen 349
H. Sell: Methoden zur Ausmessung von Schallfeldern 353
O. Berg: Über eine Nullmethode zur elektrostatischen Messung sehr kleiner Ströme und sehr großer Widerstände 363

Digitized by Google

Seite

VIII. Aus der Meßinstrumentenabteilung des Wernerwerkes M der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

H. Kafka: Wechselstrombrücke für Temperaturmessungen an elektrischen Maschinen . 365

M. Schleicher: Die Berechnung des Widerstandes zylindrischer Eisenleiter bei technischen Wechselzahlen 373

IX. Aus der Patentbearbeitungsstelle des Wernerwerkes M der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

H. Zöllich: Mechanische Resonanzschwingungen in der Meßtechnik 378

X. Aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

F. Lüschen und K. Küpfmüller: Leitungsnachbildungen in der Fernsprech- und Telegraphentechnik 401

G. Krause und A. Zastrow: Über die Schutzwirkung des Kabelmantels bei Induktionsbeeinflussungen von Schwachstrom-Kabeladern durch Starkstromleitungen. 422

XI. Aus der Vielfach-Selbstanschlußabteilung des Wernerwerkes F der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

F. Lubberger: Wahrscheinlichkeitstheoretische Behandlung weit unterteilter Betriebssysteme zum Zwecke der Gewährleistung 436

XII. Aus der Abteilung für Elektrochemie des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

V. Engelhardt und M. Hosenfeld: Raffination von Rohkupfer aus kupferchlorürhaltigen Elektrolyten. 449

H. Becker und E. Rossenbeck: Beiträge zur Kenntnis der Vorgänge in Entladungsröhren nach Art der Siemens'schen Ozonröhren 456

XIII. Aus dem chemischen Laboratorium von Gebrüder Siemens & Co. zu Lichtenberg.

H. von Siemens und H. Zander: Über die Darstellung von reinem Zirkonoxyd . . 484

XIV. Aus dem Forschungslaboratorium des Siemens-Konzerns zu Siemensstadt.

H. Gerdien und A. Lotz: Über eine Lichtquelle von sehr hoher Flächenhelligkeit . . . 489

G. Masing: Änderung des Gesamtvolumens eines Körpers durch innere Spannungen . 497

Anfragen, die den Inhalt dieses Bandes betreffen, sind zu richten an Herrn Dr. Robert Fellinger, Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten des Siemens-Konzerns, Siemensstadt bei Berlin, Verwaltungsgebäude.

Digitized by Google

Werner Siemens und der Schutz der Erfindungen.

Von **Ludwig Fischer.**

I. Kulturgeschichtliche Zusammenhänge.

Es weiß heute kaum jemand genauer, welchen Anteil Werner Siemens an der Begründung und Ausgestaltung des Erfindungsschutzes hat und welche kulturgeschichtliche Bedeutung dieser seiner Arbeit zukommt. Wohl weiß man, daß er einer von vielen war, die auch mit dabei waren, als es galt, ein Patentgesetz für das Deutsche Reich zu schaffen; wohl ist auch in Schriften zerstreut mancherlei darüber zu finden; aber der Zusammenhang fehlt. Das Bild, das man von Art und Umfang seines Wirkens aus allem bisher Veröffentlichten aufbauen könnte, ist ganz unzulänglich. Überall klaffen große Lücken, und der lebendige Fluß der Ereignisse tritt nicht hervor. Die Art seines Wirkens brachte es ja mit sich, daß er viel mehr hinter seiner Arbeit zurücktrat als es sonst wohl üblich ist. Auch seine Selbstlosigkeit und seine starke anderweitige Inanspruchnahme hinderten ihn, sich selbst mehr herauszustellen, als es für ihn nötig war, um sein Ziel zu erreichen.

Es hat bisher niemand versucht, die Entwicklung, die das Erfindungswesen Werner Siemens verdankt, zusammenhängend darzustellen. Es fehlt uns überhaupt noch eine brauchbare „Geschichte" des Erfindungswesens[1]). Das liegt daran, daß die Verhältnisse recht verwickelt und die Quellen zum Teil schwer zugänglich und wenig bekannt sind. Dazu kommt, daß nicht alle sich darüber klar sind, welche Bedeutung in Wirklichkeit das Patentwesen hat. Findet man doch weit und breit Anschauungen, die fast darauf hinauslaufen, daß die Patentgesetzgebung nur eine Angelegenheit der Erfinder sei. Solche Auffassungen werden unterstützt durch schiefe wissenschaftliche Lehren, die aus Mangel an lebendiger Anschauung die Wesensunterschiede zwischen dem Recht an Erfindungen und dem Urheberrecht nicht zu werten vermögen und die Patentgesetzgebung in erster Linie als einen Schutz natürlicher („moralischer") Ansprüche des Erfinders betrachten. Das Verdienst von Siemens bestand aber zum guten Teil gerade darin, daß er zeigte, wie für eine Patentgesetzgebung der Schutz der Erfindungen und der Erfinder niemals Selbstzweck, sondern nur Mittel zu einem höheren Zweck sein dürfe, und wie lediglich dieser höhere Zweck auch den Ausbau des Patentwesens zu bestimmen habe. Dadurch allein wurde vor einem halben Jahrhundert in schweren Kämpfen der Weg zu unserem Gesetz geebnet.

---

[1]) Müller, in seinem Buch „Die Entwicklung des Erfinderschutzes und seiner Gesetzgebung in Deutschland" (München 1898), der einzigen mir bekannten Sonderschrift über diese Frage, wird seiner Aufgabe wenig gerecht. Die Zusammenhänge treten bei ihm nicht hervor, und viele besonders wichtige Tatsachen erwähnt er nicht einmal. Den Namen Siemens nennt er nur ein einziges Mal nebenbei.

Digitized by Google

Heute nun möchte man das Patentwesen umgestalten. Man hat aber die Grundlagen vergessen, auf denen es beruht, und seine eigenartige Geschichte ist fast unbekannt. Es klafft wie damals ein Zwiespalt unter den Beteiligten, der unüberbrückbar scheint, und dieser Zwiespalt beruht wie damals fast allein darauf, daß man versucht, wesensfremde, einander widerstreitende Gedanken miteinander zu verquicken. Man wertet nicht die Lehren der Vergangenheit und nützt nicht die geschichtlichen Erfahrungen.

Man sieht das Patentwesen als ein selbständiges Etwas an. Das ist es aber nicht. Es bildet ein wichtiges Glied in der volkswirtschaftlichen Entwicklung der Völker, und von der deutschen Gesetzgebung gilt dies ganz besonders. Sie stellte einst der Welt ein Vorbild auf und verwirklichte einen neuen Gedanken, der allmählich immer mehr die Anerkennung anderer Völker gefunden hat. Es hat früher einmal viele Jahrzehnte lang gedauert und hat schwere Kämpfe gekostet, bis sich die Erkenntnis der wahren Bedeutung des Patentwesens soweit durchgerungen hatte, daß man fast einmütig zu klaren Grundlagen kam. Diese Erkenntnis darf nicht wieder verschüttet werden.

Um zu würdigen, worin die Leistung von Werner Siemens bestand und was sie für die Entwicklung der heutigen Kultur bedeutet, muß man etwas weiter ausholen, als es gewöhnlich geschieht. Der Erfindungsschutz ist nur das Endglied einer für das ganze Volksleben höchst bedeutsamen Umwälzung, deren Anfänge Jahrhunderte zurückreichen; an der fast alle Völker Europas beteiligt waren und die zu vielen und schweren Kämpfen Anlaß gab.

Es handelte sich bei diesem Geschehen um die Umstellung der ganzen Volkswirtschaft; um den Übergang vom Kleinhandwerk und der Einzelarbeit zur Arbeitsteilung, zum organisierten Großbetrieb und zur Massenherstellung; von der Menschenkraft zur Naturkraft und zur Maschine; von den erstarrten Formen des Mittelalters zu der freien fortschrittlichen Entwicklung der neuen Zeit; vom Zunftwesen zur Gewerbefreiheit; von den willkürlichen, lediglich Sonderinteressen dienenden Privilegien zum Erfindungsschutz, als einem der wichtigsten Mittel zur Förderung des technischen Fortschrittes. Es war eine gewaltige Wandlung, die sich da vollzog; kaum wird man ihr in der Weltgeschichte etwas Ähnliches zur Seite stellen können.

Erfinder waren früher nicht sehr beliebt. Im Mittelalter und auch später noch sah man in ihnen Zauberer, die unerlaubterweise mit übernatürlichen Kräften im Bunde standen, und das konnte das Leben kosten[1]). Die Zünfte aber sahen in ihnen böswillige Durchbrecher ihrer uralten Vorrechte, und das war nicht viel weniger gefährlich. Aberglaube und Eigennutz sind ein furchtbares Paar von Feinden.

Die naturwissenschaftliche und philosophische Aufklärung hatte wohl, besonders seit Beginn des 17. Jahrhunderts, viel dazu beigetragen, den Aberglauben zu überwinden, und Bacon von Verulam hatte schon 1620 in seinem Novum Organon gezeigt, wie die Wissenschaft zu betreiben sei, damit sie ihren Hauptzweck erfülle, nämlich zu neuen Erfindungen zu führen, die imstande sind, das Dasein der Menschen erträglicher zu gestalten. Aber die Zünfte bestanden noch überall und waren grundsätzliche Gegner jeder, selbst der kleinsten Neuerung. Und sie hatten die Macht dazu. Im 12. und 13. Jahrhundert hatten sie ihre volle Daseinsberechtigung im

[1]) Zaubereiprozesse gab es noch bis weit in die zweite Hälfte des 18 Jahrhunderts hinein.

Digitized by Google

Kampf gegen die Herabdrückung des Bürgertums in den Städten durch die Patrizier, im Kampf um die Gleichberechtigung und um die Selbständigkeit in allen gewerblichen Angelegenheiten. Als aber im Laufe des 14. Jahrhunderts dies Ziel im wesentlichen erreicht war, begann nach kurzer Blütezeit eine Entwicklung, die sie allmählich zu einem Zerrbild ihrer einstigen Größe und zu einer Brutstätte der Torheit und der Selbstsucht werden ließ. Diese unheilvolle Wandlung wurde noch dadurch begünstigt, daß sich in den folgenden Jahrhunderten die landesherrliche Macht und das Verwaltungswesen ganz und gar umgestaltete. Dadurch wurde den Zünften auch ihre frühere Bedeutung in der Stadtverwaltung fast ganz genommen. So richteten sie ihren Eifer auf anderes und verfielen auf die tollsten Dinge.

Schon seit dem Ausgang des Mittelalters werden darüber bittere Klagen geführt[1]). Von dem lächerlichen Zeremonienwesen, das oft in Roheit ausartete, können wir hier ganz schweigen. Es gab Schlimmeres. Engherzigste Selbstsucht und Vorurteile mannigfaltiger Art paarten sich mit Kastengeist und übermütigem Machtkitzel. Dies führte zu dauerndem Hader der Zünfte untereinander und mit den Behörden[2]), aber auch zu unerträglicher Bevormundung der Angehörigen der Zunft und damit zu vollkommener Versumpfung. Die Bevormundung erstreckte sich sowohl auf das äußere Leben als auf den Betrieb des Handwerks. Bis ins einzelne hinein war das Leben aller Zunftangehörigen geregelt. Nicht nur was und wie gearbeitet werden sollte, war genau vorgeschrieben, sogar das Werkzeug, das allein dazu benutzt werden durfte, war angegeben, und wer ein anderes, vielleicht gar besseres Werkzeug benutzte, verfiel schwerer Strafe. Jeder unterlag ständiger Überwachung. Diese Art von Gleichmacherei aller Zunftgenossen stärkte freilich die Minderwertigen im Daseinskampf, aber sie unterdrückte rücksichtslos alle Überwertigen. So wurde jeder kleinste Fortschritt unmöglich gemacht. Nur ein Beispiel für viele: Als Argand seine Lampe mit dem hohlen Runddocht erfand, mußte er sich mit vier verschiedenen Zünften herumschlagen, weil er zur Herstellung Werkzeuge benutzte, die den Zünften vorbehalten waren. Das war noch kurz vor der französischen Revolution, die wenigstens für Frankreich mit dem Zunftwesen aufräumte[3]).

Es ist begreiflich, daß bei so schweren Übelständen sich immer wieder Stimmen erhoben, die auf eine Änderung drangen. Aber die zu überwindenden Hemmungen waren riesengroß. Handelte es sich doch darum, eine viele Jahrhunderte alte Einrichtung zu beseitigen, und es fehlten alle Erfahrungen, wie es gehen könnte, wenn

---

[1]) vgl. Stieda, „Zunfthändel im 16. Jahrhundert" in „Historisches Taschenbuch", 6. Folge, 4. Jahrgang, S. 309 ff., besonders S. 351 ff. — Beispiele von Erfinderstrafen und Werkzeugverboten aus jener Zeit siehe bei Stockbauer, „Nürnbergisches Handwerksrecht des 16. Jahrhunderts", 1879, S. 39, 41.

[2]) Nach einer Angabe von Renouard hat Costaz in einer 1821 erschienenen Abhandlung über das französische Zunftwesen die jährlichen Prozeßkosten allein der Pariser Zünfte auf 800 000 Fr. geschätzt. (Renouard, Traité des Brevets ... 1825, S. 100.)

[3]) Dies und andere Beispiele bei Renouard „Traité des Brevets d'Invention, de Perfectionnement et d'Importation", Paris 1825, S. 105 ff. Renouard gibt in diesem Buch S. 56—124 eine kurze Geschichte des französischen Zunftwesens. Er gibt S. 117 einen Auszug aus einem Gutachten des späteren Ministers Roland de la Platière vom 11. Juni 1778, der aus eigener Wahrnehmung über die sinnlosesten Barbareien berichtet. — Über die Zustände in Deutschland um 1800 siehe Rohrscheidt, „Vom Zunftzwang zur Gewerbefreiheit", 1898. Zur geschichtlichen Entwicklung siehe Stahl, „Das deutsche Handwerk", 1874. Vgl. auch L. Brentano, „Das Arbeitsverhältnis gemäß dem heutigen Recht", 1877, I. Buch. Was sich aus allen Quellen übereinstimmend ergibt, ist ein Bild menschlichen Wahns, das Ebenbürtiges nur wiederfindet in Erscheinungen wie Inquisition, Folter, Hexenprozessen.

Digitized by Google

man einschneidende Änderungen vornähme. Man fürchtete gewaltige Störungen und Unruhen und war auch im Zweifel, ob es auf anderem Wege wirklich besser ginge. Versuche, die hier und da gemacht wurden, schlugen fehl.

Einer der bekanntesten Vorkämpfer der vollen Gewerbefreiheit war Adam Smith. In seinem 1776 erschienenen Buch über Wesen und Ursache des Volkswohlstandes [1]) lehrt er, alle Menschen seien von Natur gleich. Jeder habe ein natürliches Recht, über die Früchte seiner Arbeit zu verfügen, und ferner habe jeder das Recht, arbeiten zu lassen, bei wem er wolle [2]). Der Eigennutz sei die Triebfeder alles menschlichen Handelns. Das größtmögliche Wohlergehen werde am vollkommensten erreicht durch Freiheit. Man solle daher die gesamte wirtschaftliche Gesetzgebung beseitigen und dadurch die natürlichen wirtschaftlichen Gesetze zur Wirkung kommen lassen. Da er sich auf Erfahrung stützte, wirkten seine Lehren überzeugender als die ähnlichen Lehren französischer Theoretiker, und Smith war jahrzehntelang Mode. Aber sein einseitiger Individualismus hatte doch zu wenig gestaltende und treibende Kraft. Eine allgemeine philosophische Idee hätte auch überhaupt nicht den Wandel herbeiführen und die ungeheure träge Masse in Bewegung bringen können, wenn nicht die ganzen wirtschaftlichen Verhältnisse sich bis in die Wurzeln geändert hätten und neue, greifbare Werte in den Gesichtskreis der Menschheit getreten wären, die es allmählich jedermann vor Augen führten, daß das Zunftwesen ausgespielt habe und unbedingt verschwinden müsse.

Der Geist der neuen Zeit war es, der an den durch die Jahrhunderte geheiligten Pforten rüttelte, hinter denen sich die Zunftmeister mit ihren Rechten verschanzten. Dampf und Elektrizität boten sich der Menschheit als willigere Diener an. Der Erfinder meldete sich. James Watt und Werner Siemens waren es, die schließlich die Pforten sprengten.

Die Welt vom Banne der Zünfte und Privilegien zu befreien und gleichzeitig zum Schutz der Erfindungen, zu Erfindungsprivilegien und Patenten überzugehen, das schien einen Widerspruch in sich zu schließen, und so ist das Verhältnis früher auch oft aufgefaßt worden. Aber dennoch waren die beiden Vorgänge geschichtlich immer aufs engste miteinander verknüpft, und die Verknüpfung rechtfertigt sich auch aus inneren Gründen. Gewerbefreiheit und Erfindungsschutz gehören zusammen; sie ergänzen sich und bilden ein volkswirtschaftliches Ganzes [3]).

Die geschichtliche Entwicklung läßt dies Zusammengehen deutlich erkennen. Sie vollzog sich in drei Hauptstufen. In England fing es vor nunmehr 300 Jahren an. Der Erfindergeist war dort besonders rege, und die Privilegienwirtschaft hatte sich als sehr störend für die Weiterentwicklung erwiesen. Männer wie Bacon waren daher schon 1601 im Parlament dafür eingetreten, daß Privilegien in erster Linie

---

[1]) Von deutschen Ausgaben sei z. B. die Stöpelsche Übersetzung erwähnt: „Adam Smith, Untersuchungen über das Wesen und die Ursachen des Volkswohlstandes", 2. Aufl. von Prager, 1905 (vier Bände).

[2]) vgl. z. B. l. c. I, S. 170.

[3]) Die Doppelnatur des Rechts, das dem Erfinder gewährt werden soll, gab vielfach zu Verwirrung Anlaß. Als Ausführungs-Recht durchbricht der Erfinderschutz den Zunftzwang; als Verbietungs-Recht durchbricht er die Gewerbefreiheit. Die Erfindungsschutzbewegung hatte deshalb nach zwei Seiten zu kämpfen und ihr Daseinsrecht zu erweisen.

Digitized by Google

für neue Erfindungen erteilt werden sollten[1]). 1620 erschien das bereits oben erwähnte Werk Bacons, das die Bedeutung der Erfindertätigkeit für die Menschheit in das richtige Licht rückte, zum Erfinden anregte und Methoden entwickelte, wie das wissenschaftliche Erkennen und das Erfinden gleichzeitig zu fördern seien. Als es dann im Jahre 1623 zu dem berühmten „Statut" kam, das endgültig die Privilegien und Monopole abschaffte, wurde ausdrücklich eine Ausnahme gemacht für Erfindungsprivilegien. Es sollte künftig dem wahren und ersten Erfinder einer neuen Herstellungsweise für eine beschränkte Zeit das alleinige Ausführungsrecht gegeben werden dürfen[2]). Der Gedanke war dabei der, daß der Erfinder der Lehrherr der Nation sei, die Nation also gewissermaßen in einem Lehrlingsverhältnis zu ihm stände. Damals spielte das Lehrlingsgesetz eine besonders große Rolle, wonach der Lehrling 7 Jahre zu lernen hatte[3]). Mit Vorliebe wurde deshalb auch die Dauer des Erfindungsprivilegs auf 7 Jahre oder ein Vielfaches davon festgesetzt.

Der Erfindungsschutz hatte in England reinen Privilegiencharakter, insofern die Gewährung grundsätzlich von dem Gutdünken der Krone abhängig blieb. Dennoch hat das Vorgehen Englands zweifellos viel zu seinem wirtschaftlichen Aufschwung beigetragen und hat jahrhundertelang als Vorbild für die ganze Welt gewirkt.

Eine zweite Stufe der Entwicklung zur Gewerbefreiheit und gleichzeitig zum Erfindungsschutz wurde eingeleitet durch das Auftreten eines Erfinders, gegenüber dessen Leistungen alles verschwand, was seit der Erfindung der Buchdruckerkunst Neues hervorgebracht worden war. Es war James Watt, der seit etwa 1765 an der Vervollkommnung der Dampfmaschine arbeitete. Bis dahin kannte man die Dampfmaschine nur als ein schwerfälliges, ganz und gar unwirtschaftliches Ungetüm, das nur in Bergwerksanlagen allenfalls Verwendung finden konnte. Watt machte daraus ein wirklich für die Industrie brauchbares Hilfsmittel, das die Menschen- und tierischen Kräfte ersetzte und berufen war, eine vollkommene Umwälzung der Industrie herbeizuführen. Überall in der Welt horchte man auf, als die Kunde von den wunderbaren Leistungen sich verbreitete. Man sah einen uralten Traum der Menschheit verwirklicht. Das wirkte überzeugender für die Beseitigung des Zunftzwanges, als alles Philosophieren über allgemeine Menschenrechte. Die Bedeutung aller Theorie kann in solchen Fragen des Lebens nur darin liegen, daß sie den scharfen Ausdruck für das findet, was zuvor auf anderem Wege durch die Erfahrung offenbar

[1]) „The Parliamentary or Constitutional History of England", Sec. Ed. Vol. IV, London 1763, S. 454; ferner „The Parliamentary History of England", London 1806, Vol. I, S. 925. — Am 20. Nov. 1601 war eine große Debatte über ein Gesetz gegen die Monopole. Bacon als Vertreter der Königin war in einer schwierigen Lage und führte als Hauptbeispiel für berechtigte Monopole den Fall der neuen Erfindungen an und gab diesem Fall soviel Nachdruck und verlieh ihm einen so sorgfältig abgegrenzten Ausdruck, daß er damit wohl wesentlich zur richtigen Fassung des Gedankens des späteren Patent-„Statuts" von 1623 beigetragen hat. — Der nämliche Gedanke spielte dann auch in dem berühmten Prozeß Darcy vers. Allin eine Rolle (1602), insofern hier Allins Verteidiger mit Erfolg geltend machte, daß der von Bacon gekennzeichnete Fall der einzige sei, in dem ein Monopolpatent berechtigt sei (vgl. Price, „The English Patents of Monopoly", 1906, S. 24). — Damme vermutet, daß Bacon nicht der Urheber des Gedankens der Vollberechtigung von Erfindungsmonopolen sei, sondern nur ausgesprochen habe, was schon allgemeine Meinung war (in Schmollers Jahrbuch 1907, S. 981, 996). Mir scheint diese Annahme nicht ausreichend begründet. Bacon war ein großer Geist, der wohl damals schon mehr als irgendeiner seiner Zeit über die Bedeutung des Erfindungswesens nachgedacht hat; aber er war bekanntlich ein schwacher Charakter. Das erklärt vielleicht besser auch das, was Damme l. c. S. 999 anführt.

[2]) Art. 6 des Statuts. Dieser Artikel bildet noch heute eine Grundlage der englischen Gesetzgebung.

[3]) Vgl. z. B. Adam Smith l. c. S. 168 ff. Dieses Gesetz erwies sich als ein wesentliches Hindernis für die volle Entwicklung der Gewerbefreiheit. Es wurde erst 1814 beseitigt.

Digitized by Google

wurde. Das aber hat in diesem Fall der Erfinder durch seine Leistungen zuwege gebracht.

So kam es, daß zunächst die obenerwähnten, wenn auch nicht in jeder Hinsicht zutreffenden Lehren Smiths überall starken Widerhall fanden. In Frankreich wurde schon 1776 von dem Minister Turgot ein Edikt erlassen, das im Sinne der Lehren Smiths und der französischen Physiokraten die volle Gewerbefreiheit herzustellen suchte und die Beseitigung der Zünfte mit der durch die allgemeinen Menschenrechte begründeten Freiheit und gleichzeitig mit der schädlichen Beeinträchtigung der Erfinder durch das Zunftwesen begründete[1]). Aber den treibenden Kräften standen ungeheure Hemmungen entgegen. Es war nicht möglich, die tief in dem gesamten Leben des Volkes verwurzelten, Jahrhunderte alten Zustände mit einem Schlage zu beseitigen. Die Technik war auch noch zu wenig entwickelt, als daß man sich überall sicher genug gefühlt hätte, um sich vorzustellen, wie es nun weitergehen sollte. Es begann ein Sturmlauf gegen das Edikt, dem Turgot schon nach 2 Monaten zum Opfer fiel. Sein Nachfolger Clugny beeilte sich, den alten Zustand durch mehrere neue Edikte wieder herzustellen[2]). Die Revolution fegte dann im August 1789 in einer einzigen Nacht mit allen sonstigen Vorrechten zusammen auch den Zunftzwang weg, nachdem schwere Stürme die Fesseln der durch schlechte Regierungskunst ganz in den Sumpf geratenen alten Gesellschaftsordnung gelockert, die Geister gleichgerichtet und die Menge zum Bewußtsein ihrer Macht gebracht hatte.

Aber nun ist das, was bald darauf geschah, besonders kennzeichnend dafür, wie tief sich inzwischen in allen Gemütern der Gedanke an die Erfinder und an ihre Bedeutung für das Leben der Völker festgesetzt hatte. Die Nationalversammlung, die so einseitig auf restlose Beseitigung aller Vorrechte und auf vollkommene Freiheit und Gleichheit für jeden eingestellt war, entschloß sich schon im Jahre 1790 zu einem Patentgesetz, das dem Erfinder eine Ausnahmestellung einräumte. Allerdings war das von dem geschickten Boufflers dadurch erkauft worden, daß er den Begriff des „geistigen Eigentums" einführte[3]), um den Riß, der damit in den neuen Lehren entstanden zu sein schien, einigermaßen zu verkleben. In Wirklichkeit freilich wurde diese Theorie wesentlich ergänzt durch volkswirtschaftliche Erwägungen, die sich durch die neuesten Erfahrungen in England jedem aufdrängten, und die offensichtlich für die Gestaltung des Gesetzes in vielen Einzelheiten maßgebend waren. Was damals vorging, ist sehr lehrreich, und wir müssen etwas näher darauf eingehen[4]).

Den Anlaß zu dem Gesetzentwurf hatte eine Eingabe von Erfindern bei dem Regierungsausschuß für Landwirtschaft und Handel gegeben, worin angeregt wurde, ein Patentgesetz ähnlich dem englischen zu schaffen. Boufflers erhielt vom Ausschuß den Auftrag, die Frage zu bearbeiten. Er übergab Mitte Dezember 1790 der

---

[1]) Wiedergegeben bei Renouard, „Traité des Brevets d'Invention de Perfectionnement et d'Importation", Paris 1825, S. 110ff.

[2]) Vgl. Häussers Geschichte der französischen Revolution 1891, S. 59f.

[3]) Die Entwicklungsgeschichte des Begriffs des geistigen Eigentums führt auf zwei Wurzeln. Die eine geht von den Erfindungen aus, ist besonders eng verknüpft mit der Erfindung der Dampfmaschine und führt über die Erfinderprivilegien zu den Patenten; die andere Wurzel geht von den Werken der Schriftsteller aus, ist ebenfalls eng verknüpft mit einer Erfindung: der Buchdruckerkunst, und führt über die Verlegerprivilegien zum heutigen Urheberrecht. In dem Sturm und Drang der französischen Revolution wurde für beide das Schlagwort vom „Eigentum" geprägt.

[4]) Das ausführliche Material über die damalige französische Patentgesetzgebung findet sich in der amtlichen franz. Veröffentlichung „Description des Machines et Procédés . . .", Bd. I (1811).

Digitized by Google

Nationalversammlung einen Entwurf und erstattete am 30. Dezember nachmittags seinen Bericht dazu. Darin hieß es: „S'il existe pour un homme une veritable propriété, c'est sa pensée[1])." „L'invention ... est la source ... de la propriété: elle est la propriété primitive, toutes les autres ne sont que des conventions[2])." Erfindungen seien „une véritable concession de la nature", während alles andere Eigentum nur „des concessions de la société" seien[3]). Im Gesetzentwurf hieß es demgemäß: „Toute découverte ou nouvelle invention ... est la propriété de son auteur[4])." Die Nationalversammlung nahm ohne lange Erörterung in derselben Sitzung das Gesetz an und begründete es mit den Worten: „ce serait attaquer les droits de l'homme dans leur essènce que de ne pas regarder une découverte industrielle comme la propriété de son auteur[5])." So war das Gesetz auch den Jakobinern schmackhaft geworden. Am 7. Januar 1791 wurde es in Kraft gesetzt.

Aber sofort erhoben sich schwere Bedenken. Die Versammlung sei überrumpelt worden; der Grundgedanke des „Eigentums" sei ganz unklar. Das Gesetz stehe im Widerspruch zur Freiheit. Man wies auf den Unterschied zwischen Idee und Durchführung hin und auf die Gefahren, die in der Leichtigkeit der Patenterwerbung liegen, da man ja ohne Prüfung und Widerspruch alles schütze. Boufflers verteidigte sich und das Gesetz[6]). Er hatte schon in seinem ersten Bericht das Verhältnis zwischen dem Erfinder und der Gesellschaft als einen Vertrag hingestellt. Jetzt tat er es noch schärfer und hob überhaupt die volkswirtschaftliche Seite stärker hervor[7]). Gewisse Schwierigkeiten müsse man in Kauf nehmen; eine amtliche Prüfung der Erfindungen sei ein Unding.

Als dann Ausführungsbestimmungen erlassen werden sollten, stieß man auf die Schwierigkeiten, die sich aus der gegenseitigen Abgrenzung der Rechte mehrerer Erfinder verwandter Erfindungen ergaben. Man sah sie als so groß an, daß das ganze Gesetz dadurch gefährdet wurde. Eine neugegründete „Gesellschaft für Erfindungen und Entdeckungen" suchte in einer Eingabe vom 2. April unter Hinweis auf englische Erfahrungen die Hemmnisse zu beseitigen[8]), und es kam denn auch noch im Mai zu einem ergänzenden Gesetz, in dem das Verfahren im einzelnen geregelt wurde[9]). Ende Juli wurden die ersten Patentanmeldungen eingereicht[10]).

Indessen, die ganze Schiefheit der zugrunde liegenden Anschauungsweise ließ sich nicht auf die Dauer verdecken. Die große Bedeutung dieses Gesetzes lag darin, daß hier zum ersten Male der Erfindungsschutz nicht als Gnadenakt, sondern als Rechtsanspruch auftrat. Aber der leitende Grundgedanke war verkehrt und darüber kam man nicht weg. Es wurde zum Beispiel öfter auch der Einwand erhoben: Wenn es sich bei diesem Gesetz wirklich darum handelt, das Eigentumsrecht an der Erfindung als höchstes Menschenrecht zu schützen, warum schützt man alsdann

[1]) l. c. S. 8. [2]) l. c. S. 8f. [3]) l. c. S. 9.
[4]) l. c. S. 29. [5]) l. c. S. 28. [6]) l. c. S. 57ff.
[7]) Die Gesellschaft gewährleiste dem Erfinder das alleinige Ausführungsrecht auf beschränkte Zeit; der Erfinder gebe dafür der Gesellschaft für später das Recht auf ewig. — Als volkswirtschaftliches Ziel des Gesetzes gab er schon früher an: „de vivifier ou pour mieux dire de ressusciter l'industrie française" (l. c. S. 7).
[8]) l. c. S. 75ff. [9]) l. c. S. 45ff.
[10]) Näheres in „Description des machines ...", l. c. S. 129ff. Es ist bezeichnend für die damalige Auffassung von „Erfindung" und für die Bedürfnisse jener Zeit, daß im ersten Jahr der Erteilung von Patenten etwa 40% aller Anmeldungen sich auf Finanzpläne bezogen. Im Sept. 1792 wurden alle solche Patente für ungültig erklärt.

Digitized by Google

nicht nur nicht alle diejenigen, sondern entrechtet sie geradezu, die später als der Anmelder, aber doch ganz aus eigener Kraft selbständig die gleiche Erfindung machen? Schon in einer Art amtlichem Kommentar, der mit Bouffleurs Bericht vom 30. Dezember 1790 zusammen veröffentlicht wurde[1]), gab man darauf notgedrungen den ganzen Grundgedanken preis: Der Zweck des ganzen Gesetzes sei ja gar nicht der, die Erfinder in ihren Rechten zu schützen und sie zu bereichern, sondern der Gesellschaft die Erfindung zuzuführen. Wenn das einmal geschehen, dann seien ihr die Ansprüche anderer Erfinder gleichgültig: „Le but de la société n'est pas d'enrichir l'inventeur mais de s'enrichir de l'invention[2]),“ oder mit anderen Worten: Wenn die Gesellschaft ihren selbstsüchtigen Zweck erreicht hat, so schützt sie die anderen an sich ganz gleichberechtigten nicht nur nicht, sondern nimmt ihnen, was sie aus eigener Kraft besitzen, um es dem Einen zu geben! — Und das auszusprechen, war man schon gleich bei der ersten amtlichen Veröffentlichung des Boufflerschen Berichtes genötigt! Das war deutlich. Das war der schon durch Boufflers' ersten Bericht vorbereitete, nun in unverhüllter Form hervortretende, der Theorie der allgemeinen Menschenrechte in ihrer schroff individualistischen Fassung geraden Wegs zuwiderlaufende volkswirtschaftliche Standpunkt.

Das Gesetz war nun wohl da, aber die Sache kam nicht zur Ruhe. Nach einigen Jahren entschloß man sich zu einer Revision des Gesetzes. Eude erstattete im Namen eines Sonderausschusses im Pluviose des Jahres VI (also Anfang Februar 1798) dem Rat der Fünfhundert Bericht, verteidigte Vieles gegen Angriffe und schlug auch einige Änderungen vor — so vor allem Vorprüfung[3]). Bailleul erwiderte ihm. Es kam zu keiner wesentlichen Änderung. Im Messidor des Jahres VIII holte das Ministerium des Innern ein Sachverständigengutachten ein. Unter anderem stand auch zur Prüfung, ob man nicht doch die Erfindungen irgendwie werten müsse. Das wurde aber unter Berufung auf Boufflers' frühere Verteidigung verneint[4]). — So blieb schließlich alles beim alten.

Die Unhaltbarkeit der Eigentumstheorie als Grundlage für die Gesetzgebung führte erst 1844 zu einer durchgreifenden Änderung des französischen Gesetzes[5]). Die einmal in so starkem suggestiven Zusammenhang in die Welt gesandten falschen Vorstellungen aber spukten jahrzehntelang in vielen Köpfen. Der Belgier Jobard machte ein Vierteljahrhundert lang großen Lärm damit und brachte durch hundert-

[1]) Die Veröffentlichung war bezeichnet als „Imprimé par ordre de l'Assemblée Nationale 1791“. [2]) l. c. S. 44.

[3]) Bericht abgedruckt in „Description...“ l. c. S. 91 ff. — Nach einer nicht belegten Behauptung Renouard's „Traité des Brevets“ (l. c. S. 160 f.) soll Eude in einem zweiten Bericht den ersten widerrufen haben. Die amtliche Veröffentlichung und andere Material-Sammlungen aus dem ersten Viertel des vorigen Jahrhunderts enthalten jedoch darüber nichts.

[4]) l. c. S. 116.

[5]) Die von Dupin 1843 gegebene theoretische Begründung ist wiedergegeben bei Couhin, „La propriété Industrielle...“, Bd. I, 1894, S. XXV ff.: Von einem natürlichen Eigentumsrecht des Erfinders könne nur in ganz beschränktem Sinne die Rede sein. Für die Ausgestaltung des Gesetzes spiele es jedenfalls nur eine untergeordnete Rolle. Insbesondere das Verbietungsrecht, das der Erfinder durch das Gesetz erhalte, sei kein natürliches, sondern ein konstruiertes privilegienartiges Recht, das durch eine Art Vertrag zwischen der Gesellschaft und dem Erfinder über die Bekanntgabe der Erfindung zustande komme. — Schon Renouard hatte sich bemüht, den Eigentumsbegriff in ähnlichem Sinn auf eine engere Grundlage zu stellen. (Renouard, „Traité des Brevets...“, 1825, l. c. S. 11—56, insbes. S. 33 ff.) — Dubouchage hatte 1843 in der französischen Kammer das Wort vom „geistigen Eigentum“ als ein treffliches Schlagwort empfohlen, das aber den Kern der Sache nicht treffe (nach einer Angabe von Pilenko, „Das Recht des Erfinders“, 1907, S. 604).

Digitized by Google

fältige Wiederholung seiner z. T. ganz verstiegenen Anschauungen bei vielen die Wirkung hervor, daß sie alles für bare Münze nahmen. Vielen anderen aber kam die Unhaltbarkeit des Eigentumsgedankens durch die Übertreibung der Behauptungen nach Form und Inhalt nur um so stärker zum Bewußtsein[1]). Die, bei denen der Eigentumsgedanke Wurzel schlug, verfielen auf Maßnahmen, wie wir sie in der unglücklichen alten preußischen Patentgesetzgebung kennen lernen werden. Diejenigen aber, denen die Unhaltbarkeit des Gedankens aufgegangen war, hatten leichtes Spiel, ihn zu bekämpfen, und da ihnen vielfach die ausreichende Erfahrung fehlte, um die Möglichkeit anderer Begründung und zweckmäßigerer Durchführung des Patentwesens zu erkennen, so waren sie meist scharfe Gegner jeglichen Patentgesetzes. Dies hemmte auch die ganze Weiterentwicklung der Frage in Deutschland.

Deutschland war in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts ein recht unfruchtbarer Boden für die Entwicklung der Gewerbefreiheit und des Erfindungswesens. Mangel an Erfahrung machte die leitenden Geister unsicher, Kriegsereignisse und Zerrissenheit lähmten die Entschlußkraft.

In Preußen ging man von etwa 1800 ab vorsichtig tastend vor. Man erteilte hier und da ein Erfindungspatent, zunächst ohne feste Regeln, als Gnadenakt[2]). Es entwickelten sich gewisse Normen für deren Gewährung. Sie lagen ganz im Fahrwasser der französischen Eigentumstheorie und waren in erster Linie auf die Interessen der Erfinder eingestellt. Vor allem gab man dem Erfinder das Recht der Geheimhaltung seiner Erfindung; — ganz nach französischem Vorbild, das diese Geheimhaltung als „natürliches Recht" dem Erfinder zugestand. Aber im Gegensatz zum französischen Recht prüfte man jede angemeldete Erfindung auf Neuheit und Wert und bestimmte danach die Patentdauer nach freiem Ermessen. Hierin sah man das Mittel, um auch die Interessen der Gesamtheit in der Praxis wenigstens bis zu gewissem Grade zu wahren, nämlich dadurch, daß man die den Erfindern zu gewährenden Rechte weitgehend beschnitt.

Die Normen für die Patentierung wurden 1815 genauer festgelegt, aber zu einer eigentlichen gesetzlichen Regelung kam es nicht, und man war vielfach in Sorge darüber, ob man überhaupt diesen Weg weitergehen sollte. Das Beispiel Frankreichs mit seinen scharfen Übertreibungen konnte nicht recht überzeugen. In Deutschland selbst lag um jene Zeit und noch lange danach die Industrie schwer darnieder. Es war die Zeit der Befreiungskriege. So kam die ganze Entwicklung ins Stocken.

Ähnliche Unsicherheit zeigte sich auch auf dem mit dem Erfindungsschutz eng zusammenhängenden Gebiet der Gewerbefreiheit. Man ging tastend vor. Unter Stein und Hardenberg schaffte man zunächst für einige bestimmte Gewerbe den Zunft

[1]) Von etwa 1830 bis 1850 veröffentlichte Jobard fast ein halbes Hundert Schriften über die Frage. Er kämpfte gegen die allgemeine Gewerbefreiheit und wollte die gesamte Arbeit gesetzlich organisieren. Das gesetzlich geregelte „geistige Eigentum" nannte er „Monautopol". Eigentlich sollte jedes Schutzrecht ewig dauern. Er kam aber den Gegnern weit entgegen und begnügte sich mit 90 Jahren. Schließlich ging er auf 30 Jahre, ein Menschenalter, zurück, vgl. z. B. Jobard, „Le Monautopole . . .", 1845, S. 29. Aus demselben Jahre stammen noch seine Schriften „Privilège industriel pour organiser l'industrie et le commerce et donner du travail aux ouvriers", ferner „Des marques d'origine obligatoires . . .". Manches Beachtenswerte bringt auch seine Schrift aus 1843: „Création de la propriété intellectuelle . . ." Ein Urteil von unberechtigter Härte fällte über ihn Pilenko, der ihn stellenweise mißverstanden hat („Das Recht des Erfinders", 1907, S. 94).

[2]) Einige Angaben über solche älteste Patente bei Müller, „Die Entwicklung des Erfindungsschutzes und seiner Gesetzgebung in Deutschland" (1898) S. 7.

Digitized by Google

zwang ab. Dann wurde in einem Gewerbesteuergesetz vom 2. November 1810 nebenbei der Grundsatz der allgemeinen Gewerbefreiheit ausgesprochen. Im folgenden Jahr, am 7. September 1811, kam dann ein Gewerbepolizeigesetz heraus, das die Verhältnisse genauer regelte[1]). Die Zünfte bestanden als freie Vereinigungen weiter. Man war in den maßgebenden Kreisen noch keineswegs ganz von der neuen Ordnung überzeugt. Sogar Stein selbst hat sich noch 1821 und 1822 gegen die freiheitliche Bewegung auf gewerblichem Gebiet ausgesprochen[2]). Die Vorschriften über Erfinderschutz aus 1815 wurden erst 1845 durch die allgemeine Gewerbeordnung gesetzlich bestätigt.

Da man sich weder auf dem Gebiet der Gewerbefreiheit noch auf dem des Erfindungsschutzes auskannte, so verkannte man auch zumeist die engen Beziehungen, die zwischen beiden bestanden. Vielfach glaubte man geradezu, daß Erfindungspatente mit Gewerbefreiheit unvereinbar seien. War man doch in dem einen Punkte allseitig einig, daß alle „Privilegien" auszurotten seien; und Patente schienen in ihrer nackten Wirklichkeit nichts wesentlich anderes zu sein als Privilegien. Die in Frankreich erfundene Begriffskonstruktion des „geistigen Eigentums" wollte in Anbetracht des für die Anwendung doch etwas ungeeigneten Gegenstandes und wegen des Widerspruches zwischen der abstrakten Lehre und den praktischen Notwendigkeiten des Lebens nicht recht Boden fassen. Unter dem Gesichtswinkel eines in erster Linie zugunsten des Erfinders geschaffenen Sonderrechts, und insbesondere losgelöst von dem damals noch wenig erforschten Boden der volkswirtschaftlichen Triebkräfte, war der Erfindungsschutz allen Angriffen ziemlich wehrlos preisgegeben. Den dürftigen Gedanken, die zur Verteidigung in den Vordergrund gerückt wurden, konnte man leicht tausend Einwände entgegenstellen, die zum Teil recht schweres Gewicht hatten. Die Versuche, die Theorie den praktischen Forderungen besser anzupassen, waren zur Unfruchtbarkeit verdammt, solange sie nicht durch ausreichende Erfahrung getragen waren. Auch die damals viel erörterte Belohnungstheorie für Erfindungen führte eher zu Vorschlägen wie dem: statt alle außer dem Erfinder von der Benutzung auszuschließen, solle der Staat lieber wertvolle Erfindungen ankaufen, um sie der Allgemeinheit preiszugeben. Zu alledem kam die Zerrissenheit Deutschlands und damit die Frage, ob überhaupt ein Erfindungsschutz Wert haben könne, solange man nicht zu einem allgemeinen einheitlichen deutschen Recht komme.

Unter diesem Zwiespalt hatte das ganze Vorgehen zu leiden und das, was geschah, blieb nur eine Halbheit. Man war in Regierungskreisen gegen den Erfinderschutz eingenommen; die preußische Patentkommission insbesondere prüfte die Anträge äußerst scharf, wies die meisten Anträge ganz ab und beschränkte die Rechte oft in ganz unnötiger Weise[3]). Stolle, ein eifriger Verteidiger des Rechtsanspruches auf Erfindungspatente, drückte sich in einer hinterlassenen Notiz darüber sehr kräftig aus: „Die Patentkommission in Preußen sitzt über die Schutz nachsuchenden Geisteskinder zu Gericht, wie in den dunkeln Zeiten des Mittelalters das mysteriöse Femgericht. — Das Urteil wird insgeheim gesprochen, kein Widerspruch geduldet und der Verurteilte beiseite geschafft, ohne daß irgendwer Kunde davon erlange.

[1]) Die Gesetze, Verordnungen usw., die sich auf den Übergang Preußens zur Gewerbefreiheit beziehen, gibt ausführlich Rohrscheidt, „Vom Zunftzwang zur Gewerbefreiheit" 1898.

[2]) Vgl. Rohrscheidt, l. c. S. 197ff.

[3]) Zwei besonders oft angeführte Beispiele zurückgewiesener Patentanmeldungen waren: Siemens' Regenerativofen und Bessemers Stahlbereitungsverfahren (vgl. z. B. „Bericht der 7. Kommission des Reichstags" 1877).

Digitized by Google

Dabei sind preußische Patente nicht um ein Haar besser als jenes ‚sichere Geleit', welches Kaiser Sigismund für den Neuerer Huß ausstellen ließ!"[1])

Wie wenig man den Kernpunkt der ganzen Frage damals erfaßt hatte, geht am besten daraus hervor, daß man bis 1877 in Preußen die patentierte Erfindung nicht veröffentlichte und die Unterlagen der Anmeldung nur auf äußerst umständlichem Wege zugänglich machte. Man hatte also die volkswirtschaftliche Bedeutung der Veröffentlichung überhaupt noch nicht geahnt, die später von Siemens zum Schwerpunkt der ganzen Frage gemacht wurde. Durch die, lediglich dem Interesse des Erfinders dienende Geheimhaltung wurde nicht nur der Hauptnutzen des Erfindungsschutzes, nämlich die Anregung und Belehrung der Allgemeinheit, unterdrückt, es wurde auch Unklarheit, Rechtsunsicherheit und allgemeine Unzufriedenheit erzeugt. Noch einen anderen wichtigen Fehler des preußischen Verfahrens haben wir schon oben berührt: die Dauer der Patente war meist sehr kurz und ganz nach Gutdünken bemessen. Durch alles dies wurden auch die Erfinder selbst eher abgeschreckt, als gefördert. In den ersten 25 Jahren nach dem Erlaß der Vorschriften über Anmeldung und Erteilung von Patenten (1815) wurden insgesamt nicht viel mehr als 400 Patente in Preußen erteilt. Von 1840 bis 1872 schwankte die jährliche Zahl der Erteilungen zwischen rund 50 und 100[2]), (1869 waren es 53, 1872 waren es 56, im Kriegsjahr 1871 nur 36).

In anderen deutschen Staaten war es ähnlich wie in Preußen. Bayern, Sachsen, Württemberg, Baden, Hannover und Hessen hatten schon frühzeitig eine gewisse Regelung des Erfindungsschutzes versucht, andere Staaten folgten nach, und um das Jahr 1860 wurden in sechsundzwanzig deutschen Staaten Patente erteilt. Nach Gründung des Deutschen Reiches waren es immer noch 21 Staaten, mit denen man verhandeln mußte, wenn man für das ganze Reich einen Schutz haben wollte[3]).

Kennzeichnend ist, daß der Schutz in den Staaten, die noch keine Gewerbefreiheit hatten, zum Teil nur darin bestand, daß der Erfinder vom Zunftzwang ausgenommen wurde, soweit es sich um die Ausführung seiner Erfindung handelte. Er bekam also nur eine Erlaubnis, überhaupt zu arbeiten, aber kein Verbietungsrecht. Einfuhr konnte er daher auch gar nicht hindern. Die meisten deutschen Staaten kamen erst in dem Jahrzehnt von 1860 bis 1870 überhaupt vom Zunftzwang los, und sogar in Preußen bestand — trotz der Gewerbeordnung von 1845 — lange Zeit die Neigung, ihn wieder einzuführen[4]).

Die Hemmungen zu überwinden, die der gesunden Fortentwicklung im Wege standen, und insbesondere den Gedanken eines „geistigen Eigentums" als Gesetzgebungsmotiv endgültig auszuschalten und so die Bahn für eine der Allgemeinheit ersprießliche, anderweitige Regelung des Erfindungsschutzes frei zu machen, das war hauptsächlich das Werk von Werner Siemens. Mit ihm begann die dritte Stufe der Entwicklung des Gewerbewesens, in der endgültig mit der alten Zeit abgebrochen und eine neue Ordnung aufgebaut wurde. Diesen seinen besonderen An-

[1]) Angeführt im Vorwort des Herausgebers zu Stolle, „Die einheimische und ausländische Patentgesetzgebung" (1855) S. 2.

[2]) Das sind etwa soviel, wie jetzt allein von den Firmen des Siemens-Konzerns in jedem einzigen Monat in Deutschland angemeldet zu werden pflegen.

[3]) Tafeln über die von 1800—1877 in deutschen Staaten erteilten Patente finden sich bei Müller, „Entwicklung des Erfindungsschutzes", l. c. S. 42—51 und ebenda im Anhang.

[4]) Vgl. die Verordnung vom 9. Nov. 1849.

Digitized by Google

teil im Zusammenhang mit dem großen kulturgeschichtlichen Geschehen darzustellen, ist der Zweck dieser Arbeit.

Vorarbeiten für dies Unternehmen fehlen fast ganz. Die Geschichte der Entwicklung des Erfindungsschutzes ist, wie schon oben erwähnt, bisher sehr stiefmütterlich behandelt worden. Es ist daher für unseren Sonderzweck fast überall notwendig, auf die letzten zum Teil schon stark versandeten Quellen zurückzugehen.

Die Angaben, auf Grund deren sich das Siemenssche Wirken klarstellen läßt, finden sich zerstreut in seinen eigenen Veröffentlichungen, ferner in seinem veröffentlichten und unveröffentlichten Briefwechsel, in seinen noch vorhandenen Akten, in den teils veröffentlichten, teils nur handschriftlichen Berichten über die Verhandlungen, an denen er teilgenommen hat, sowie schließlich in den Berichten anderer, mit denen er in Verkehr gestanden hat. Das bisher unveröffentlichte Material, das sich hauptsächlich im Siemensarchiv befindet, zeigt große Lücken und ist schwer zu übersehen, weil das Hierhergehörige in der großen Fülle anderer Dinge fast verschwindet. Dennoch glaube ich, daß es mir gelungen ist, ein in allen Hauptzügen treffendes Gesamtbild zu gewinnen[1]).

II. Siemens' Erfahrungs-Grundlagen.

Vor 75 Jahren, im Oktober 1847, wurde in der Schöneberger Straße in Berlin jene Werkstätte eröffnet, aus der die heutigen Siemensfirmen hervorgingen und von der die Elektrotechnik ihren Siegeslauf durch die Welt nahm. Wie Watt der Industrie die Dampfkraft erschloß, so führte ihr Werner Siemens die Elektrizität zu und führte sie damit in eine ganz neue Welt. Die Leistungsfähigkeit der Elektrizität war weit vielseitiger noch als die des Dampfes und griff viel tiefer ein in das Leben aller. Der Dampf gab der Industrie zunächst die vielseitig verwendbare motorische Kraft, dann die Eisenbahn und das Dampfschiff als Verkehrsmittel; die Elektrizität aber erweiterte den Machtbereich des Dampfes ganz außerordentlich und schuf neue Möglichkeiten des motorischen Antriebes und des Verkehrs; darüber hinaus aber brachte sie das elektrische Licht, den Telegraphen, das Telephon, die Elektrochemie und andere ungeahnte Dinge.

Werner Siemens war vielleicht der erfolgreichste und rührigste Erfinder aller Zeiten[2]). Was er geleistet hat als Erfinder und als großzügiger Organisator,

[1]) Alle wichtigen Quellen werde ich im folgenden, ebenso wie ich schon im vorausgegangenen tat, jeweilig in Fußnoten mitteilen, soweit ich diese Quellen selbst unmittelbar benutzt habe.

[2]) Zu dieser Annahme wird man meines Erachtens gedrängt, wenn man sich die große Zahl seiner als bahnbrechend anerkannten Erfindungen vergegenwärtigt. Es seien besonders hervorgehoben 1. auf dem Gebiet der elektrischen Leitungen: Er erfand die Guttaperchaisolation und die Maschine zu ihrer Herstellung. Er legte die ersten Erd- und Überseekabel und erfand auch die Bleikabel sowie die Verfahren zur Kabelfehlerbestimmung; alles Dinge, die heute Allgemeingut sind. — 2. Telegraphie: Sein Typendrucker, sein Zeigertelegraph, sein Gegensprechsystem waren vorbildlich. — 3. Stromerzeugung: Die selbsterregende Dynamomaschine, auf der die gesamte heutige Starkstromtechnik beruht, ist ihm allein zu danken. Seine Teilermaschine, sein Zylinderinduktor mit Doppel-T-Anker waren für bestimmte Sondergebiete wichtige Vorläufer. — 4. Die ersten elektrischen Bahnen und viele heute fast unentbehrliche Einzelheiten davon, wie Kurzschlußbremse, Gleitbügel, danken ihm ihre Entstehung. — 5. Dasselbe gilt für andere Anwendungen des elektrischen Stromes, wie Minenzünder, elektrische Aufzüge. — 6. Dazu kommen noch verschiedene wichtige Erfindungen, die ebenfalls als bahnbrechend bezeichnet werden dürfen, weil vorher ihresgleichen nicht da war, während heute auf den betreffenden Sondergebieten die in jenen Erfindungen niedergelegten Grundgedanken noch wichtige und umfangreiche Anwendung finden. Hierzu gehört der Funkenchronograph, der Beharrungsregler, der Alkoholmesser, der

Digitized by Google

ist schon oft geschildert und gewürdigt worden. Unzähliges aber ist einfach vergessen, weil es nie veröffentlicht wurde und stillschweigend in den Allgemeinbesitz überging. Ein Gesamtbild davon zu gewinnen, scheint daher heute fast unmöglich. Siemens sagt selbst darüber: „Zur Publikation in wissenschaftlichen und technischen Zeitschriften fand ich damals keine Zeit, auch Patente wurden nur in wenigen Fällen genommen. Ein deutsches Patentrecht gab es noch nicht, und in Preußen wurden Patente ziemlich willkürlich auf 3 bis 5 Jahre erteilt; waren also ohne praktischen Wert. Es fehlt daher in der Mehrzahl der Fälle den in jener Zeit von uns ausgegangenen Erfindungen und Verbesserungen der Ursprungstempel durch Publikation oder Patentierung[1]," und an anderer Stelle: „Wie schon bemerkt, wurden nur wenige dieser Neuerungen patentiert. Die Mehrzahl derselben wurde auch entweder gar nicht oder doch erst in späteren Jahren in Zeitschriften beschrieben[2]." Das Allerwichtigste wenigstens hat er selbst in seinen Veröffentlichungen niedergelegt[3]). Wir brauchen auf alles dies hier nicht näher einzugehen. Wichtig sind für uns die Wirkungen, die sein technisches Schaffen ausübte; die Veränderungen unserer ganzen Anschauungen und Lebensverhältnisse. Hätte er nichts erfunden als nur die Dynamomaschine, so würde das wohl allein schon genügt haben, um das Angesicht der Welt in ähnlichem Maße umzugestalten, wie es seinerzeit die Wattsche Erfindung tat. Durch sein technisches Schaffen allein schon trug er wesentlich dazu bei, die volkswirtschaftlichen Fragen in Fluß zu bringen und zu klären.

Aber sein Wirken erschöpfte sich nicht in seiner erfinderischen Tätigkeit. Er ging vielmehr den volkswirtschaftlichen Aufgaben auch unmittelbar zu Leibe, und erst dadurch, daß er mit den reichen Erfahrungen des Erfinders und Fabrikanten den scharfen Blick des Politikers verband; erst dadurch, daß er bei all seinem Schaffen nie das Wohl des Ganzen aus dem Auge verlor; erst dadurch wurde er befähigt, in den so lebenswichtigen Kulturfragen Führer zu sein. Diese Seite seines Wirkens wird uns hier besonders beschäftigen.

Um sein politisches Vorgehen zu würdigen, wird man sich einmal vergegenwärtigen müssen, wie er selbst die damaligen Zustände sah und ferner, welche besonderen Erfahrungen auf dem Gebiet des Erfindungswesens ihn leiteten.

Über letztere Frage habe ich mich an anderer Stelle ausführlich ausgesprochen[4]). Es sei hier nur kurz umschrieben, was Siemens unter einer Erfindung verstand.

Siemens kannte aus reicher Erfahrung an sich selbst und an anderen den freien Geistesflug des Erfinders, der ihn weit über die gegebene Wirklichkeit hinaus-

---

Ozonapparat; auch der für den Erfolg ausschlaggebende Schwefelsäurezusatz zur Salpetersäure gehört hierher, da er ihn selbständig fand und als Erster offenbarte und der Technik zuführte (vgl. hierüber meinen Aufsatz „Werner Siemens über Erfindungen und Erfinder" in „Zeitschrift für Industrierecht", 1922, Juliheft). — Diese Liste ließe sich noch ergänzen durch eine lange Reihe anderer Erfindungen und Verbesserungen, die von geringerer Bedeutung sein mögen, aber gleichwohl zum guten Teil noch heute im allgemeinen Gebrauch sind. Sehen wir von diesen ganz ab und ziehen nur das vorhin Aufgezählte zu einem Vergleich heran mit den geschichtlich feststehenden bahnbrechenden Leistungen anderer Erfinder — etwa an Hand von Darmstädter, „Handbuch zur Geschichte der Naturwissenschaft und Technik", 1908 —, so wird man finden, daß es schwer ist, ihm einen anderen Erfinder zur Seite zu stellen. Am nächsten käme ihm noch James Watt.

[1]) „Lebenserinnerungen" 11. Aufl., 1919, S. 80.

[2]) l. c. S. 172.

[3]) Hauptsächlich in „Wissenschaftliche und technische Arbeiten" (2. Aufl., Berlin 1889, 1891) und „Lebenserinnerungen" (11. Aufl., 1919).

[4]) Meine Mitteilung „Werner Siemens über Erfindungen und Erfinder" in „Zeitschrift für Industrierecht", 1922. S. 105 ff.

Digitized by Google

trägt, solange alles noch im Reich der Gedanken ist; solange die Phantasie noch freies, ungehemmtes Spiel hat, weil die Erfahrung fehlt, die sich erst beim Ausführen und Erproben einzustellen pflegt. Er kannte aber auch die Erdenschwere, die den Erfinder niederzieht und oft zu Boden wirft, wenn es gilt, eine Idee zu verwirklichen. Er hat oftmals davon gesprochen, wie trügerisch und verhängnisvoll fast immer dieses Mißverhältnis für den Erfinder ist; wie blind der Erfinder eine Zeitlang für die zu überwindenden Schwierigkeiten zu sein pflegt; wie seine Phantasie ihn zu falschem Urteil verleitet, ihn in die Irre lockt, ihn oft geradezu vom festen Boden planmäßiger Arbeit ablenkt, die doch allein zum Ziele führen kann; und wie er dazu neigt, schon die Idee als Erfindung anzusehen. Selbst wenn die allgemeine Idee richtig ist, kommt doch alles auf die wirkliche Ausführung an. Ideen können wertvolle Ausgangspunkte sein für den planmäßig arbeitenden Erfinder, aber sie sind an sich billig und pflegen in hundert Köpfen aufzutreten. Die Schwierigkeit und der eigentliche Wert des Erfindens liegt in der Gestaltung bis zur vollen Brauchbarkeit; in dem Lebendigmachen der Idee für die Technik und für die Allgemeinheit. Das aber erfordert Kenntnis der Naturkräfte und zähe, planmäßige Arbeit. Selten geht dabei der Weg zum Erfolg geradeaus, denn der Erfinder lernt meist erst im Lauf seiner Arbeit richtig sehen, die technologischen Zusammenhänge und die zu überwindenden Hemmnisse erkennen und die praktischen Notwendigkeiten überschauen. Durch alles das ist er unter Umständen befähigt, die Natur für seinen Endzweck zu meistern, und dann erst gelangt er zu der wahren Erfindung. Ideen können irre leiten, sie können auch Hilfsmittel und Richtungsweiser für den Erfinder sein. Erfinden aber ist Gestalten und Vollenden.

Diese Siemens'sche Auffassung vom Erfinden hat sein ganzes Wirken wesentlich beeinflußt.

Wir hatten oben noch eine zweite Frage berührt, nämlich wie Siemens die damals herrschenden Zustände auf dem Gebiet des Erfindungsschutzes beurteilte. Darüber hat er sich oft und ausführlich ausgesprochen.

Im vorigen Abschnitt haben wir schon den Boden kennen gelernt, auf den Werner Siemens gestellt war, als er seine technische Laufbahn begann. 1842 meldete er zum ersten Mal ein preußisches Patent an. Es betraf ein Verfahren zur galvanischen Vergoldung. Er erhielt es auch mit einer gewissen Beschränkung. Seiner ersten folgte eine lange Kette weiterer Erfindungen, und er hatte bald Gelegenheit, die großen Mißstände des deutschen Patentwesens in jeder Hinsicht kennenzulernen.

Seine üblen Erfahrungen brachten ihn dazu, nur noch in Ausnahmefällen in Deutschland Patente zu nehmen. Schon seine weiter oben[1]) angeführten Aussprüche weisen darauf hin. Noch am 14. März 1875, als das von ihm selbst geschaffene neue Patentgesetz in Aussicht stand, schreibt er an die Redaktion der „Nationalzeitung“): „Ich habe seit mehr wie 20 Jahren in Preußen nie ein Patent nachgesucht und werde für mich auch von einem etwaigen Reichs-Patentgesetz keinen Gebrauch machen[2]).“

[1]) S. 13.

[2]) Siemens-Archiv. — Ganz ähnlich schreibt er um dieselbe Zeit an Krieger (Siemensarchiv). — Von dem Vorsatz, keine Reichspatente zu nehmen, ist er allerdings bald zurückgekommen, als das

Digitized by Google

Im Ausland, besonders in England, hat Siemens zu allen Zeiten angemeldet. So schreibt er am 3. Dezember 1860 an seinen Bruder Friedrich[1]): „Ich glaube, daß Du ganz recht hast, Deine Aufmerksamkeit hauptsächlich auf England zu richten, da ist immer am meisten oder fast allein mit Erfindungen zu verdienen. Hier haben die Leute[2]) immer Zeit — bis das kurze Patent vorüber, und sind nicht an Zahlung von Patentprämien gewöhnt."

Nur durch zähes Ringen um immer neue Erfolge war es ihm unter diesen schwierigen Verhältnissen in Deutschland möglich, zu verhüten, daß ihm der Rang abgelaufen würde. „Eine wesentliche Ursache für das schnelle Aufblühen unserer Fabrikation sehe ich darin, daß die Gegenstände unserer Fabrikation zum großen Teil auf eigenen Erfindungen beruhten. Waren diese auch in den meisten Fällen nicht durch Patente geschützt, so gaben sie uns doch immer einen Vorsprung vor unseren Konkurrenten, der dann gewöhnlich solange anhielt, bis wir durch neue Verbesserungen abermals einen Vorsprung gewannen. Andauernde Wirkung konnte das allerdings nur infolge des Rufes größter Zuverlässigkeit und Güte haben, dessen sich unsere Fabrikate in der ganzen Welt erfreuten[3])." Das freilich ist ein Verfahren, das nur ein Erfindergenie auf die Dauer anwenden kann und das immer bedenklich bleibt, selbst in Zeiten rascher Entwicklung eines Gebietes. Ein scharfes Schlaglicht wirft darauf eine Äußerung von ihm aus 1861: „Unser hiesiges Telegraphenfabrikationsgeschäft scheint auch zur Neige zu gehen. Der Fehler ist, daß jeder Mechaniker ohne Kapital und Intelligenz uns gewichtige Konkurrenz machen kann. Dadurch ist uns der inländische Markt nach und nach abhanden gekommen[4])." Sogar für seine vielleicht bedeutendste Erfindung, für die Dynamomaschine (Herbst 1866), hat er in Deutschland kein Patent nachgesucht, trotzdem er sich über die ungewöhnliche Tragweite dieser Erfindung im klaren war[5]). Eine Nebenwirkung dieser ganzen Zurückhaltung war übrigens auch die, daß für viele seiner Erfindungen die Priorität sich nur noch sehr schwer feststellen ließ; was er später selbst oft bedauert hat[6]).

Wie schwer er die Übelstände empfand, wie sie besonders in Preußen bestanden, das zeigen derbe Bemerkungen, die er gelegentlich fallen ließ. „Man will in Preußen keine Patente, man schlägt sie ab, wo man irgend kann und häufig unter Anführung

---

Patentgesetz da war und die geschäftlichen Notwendigkeiten sich stärker erwiesen als er zuvor ahnen konnte. Wir werden auf diesen Umschwung noch zurückkommen.

[1]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 170.

[2]) Gemeint sind wohl diejenigen, denen man ein Patent zur Verwertung anbieten könnte.

[3]) „Lebenserinnerungen", l. c. S. 297.

[4]) Brief an seinen Bruder Wilhelm vom 3. Jan. 1861, „Auswahl von Briefen", l. c. S. 171.

[5]) In seiner ersten öffentlichen Mitteilung über diese Erfindung vom 17. Jan. 1867 in Monatsbericht der Berliner Akademie der Wissenschaften sagt er: „Der Technik sind gegenwärtig die Mittel gegeben, elektrische Ströme von unbegrenzter Stärke auf billige und bequeme Weise überall da zu erzeugen, wo Arbeitskraft disponibel ist. Diese Tatsache wird auf mehreren Gebieten derselben von wesentlicher Bedeutung werden." — An seinen Bruder Karl schreibt er am 4. März 1867: „Dieser Apparat wird den Grundstein einer großen technischen Umwälzung bilden, welche die Elektrizität auf eine höhere Rangstufe der Elementarkräfte erheben wird!" „Auswahl von Briefen", S. 265.

[6]) Vgl. z. B. „Lebenserinnerungen", l. c. S. 80 unten; ferner Brief an seinen Bruder Karl vom 22. Juni 1872 („Auswahl . . .", l. c. S. 371), worin er sagt, er müsse mehr als bisher darauf sehen, nicht in Vergessenheit zu kommen, und worin er Anmeldung britischer Patente auf seinen eigenen Namen vorschlägt; — Brief an die Redaktion der „Deutschen Post" vom 15. Dez. 1873, worin er sich bitter beklagt, daß für seine eigenen Erfindungen Ausländer genannt werden („Auswahl . . .", l. c. S. 432); — Brief an Prof. Dr. Böttcher vom 21. Juli 1874 über die Priorität der galvanischen Vernickelung („Auswahl . . ." l. c. S. 451f.) und andere.

Digitized by Google

sehr kleinlicher und nichtiger Gründe, weil man Patente für gemeinschädlich hält[1])."

Im Zusammenhang hat er sich über die Zustände unter der preußischen Privilegienwirtschaft bei fünf Gelegenheiten ausgesprochen. Einmal in den „Positiven Vorschlägen zu einem Patentgesetz" aus 1863, dann 1872 in einer „Petition" an den Bundesrat, ferner in einem autographisch vervielfältigten Werbeschreiben vom 17. April 1874 zur Gründung des Patentschutzvereins, weiterhin in einer Denkschrift vom Jahre 1876 und schließlich in den „Lebenserinnerungen".

Besonders die „Vorschläge" behandeln diese Frage in klarer und fein abgewogener Form[2]).

Er sagt: Wenn auch der Patentschutz zweifellos seine Schattenseiten habe, so gebe es doch zu denken, daß die rapide Entwicklung der Industrie in anderen Ländern mit der Entwicklung der Patentgesetzgebung in diesen Ländern zusammen falle. Die Frage des Patentschutzes sei mindestens nicht mit einigen gebräuchlichen Phrasen ohne weiteres abzutun. „Betrachtet man den Patentschutz allein vom Standpunkt der preußischen und überhaupt der Zollvereinsgesetzgebung, so fällt es freilich schwer, einen ursächlichen Zusammenhang zwischen den beiden Entwicklungen zu erkennen." Gegen diese Gesetzgebung erhebt er die bittersten Vorwürfe.

Das preußische Patent habe den Charakter eines „Privilegiums" und vertrete eine „Belohnungs"theorie. Deshalb werde auch die Erfindung geheim gehalten. „Diesen Patenten gegenüber sind alle Gewerbetreibenden in einer wahrhaft verzweifelten Lage, wenn sie ihren Betrieb vervollkommnen wollen[3])." Das unbekannte Recht eines anderen schwebe als Damoklesschwert über ihrem Haupt. „Es ist als ein Glück für die heimische Industrie zu betrachten, daß solche geheim gehaltenen Patente nur in verhältnismäßig sehr geringer Zahl gegeben werden, da die technische Behörde, von deren subjektivem Belieben die Patenterteilung ohne jede Kontrolle abhängt, nur in verhältnismäßig seltenen Fällen dazu disponiert ist."

Das preußische Verfahren verführe den Inhaber eines Patentes zu Illusionen über seinen Nutzen, der in Wirklichkeit ganz imaginär sei. — Die übliche Dauer des Schutzes sei für wertlose Patente viel zu lang, für bedeutende Erfindungen aber fast immer zu kurz. — Im Falle von Streitigkeiten um das Schutzrecht sei die Entscheidung wiederum der Willkür der technischen Deputationen anheimgegeben. — Ferner schütze ein preußisches Patent nicht gegen die Einfuhr aus anderen Staaten.

---

[1]) Amtlicher Bericht über den Internationalen Patentkongreß in Wien 1873, S. 229. Es wurde ihm auf diesem Kongreß von Rosenthal — einem der eifrigsten Mitkämpfer — das Zeugnis ausgestellt, „daß niemand hier ist, der ein so energischer Feind des preußischen Patentverfahrens wäre, wie Herr Dr. Werner Siemens" (Amtl. Bericht S. 230). — Derbe Bemerkungen finden sich auch gelegentlich in seinen Briefen, z. B. in einem unveröffentlichten Brief an Louis Siemens vom 19. Juni 1865, worin er diesem die Entnahme eines Patentes in Sachsen empfiehlt: „In Sachsen ist man in dieser Beziehung liberal und gerecht — was man von unseren Patentbehörden in keiner Hinsicht sagen kann." Allerdings war er weit davon entfernt, die Schuld hieran den Beamten zu geben. Auf dem vorhin erwähnten Wiener Kongreß trat er mit größtmöglicher Schärfe einer dort gefallenen Bemerkung entgegen, die ein schlechtes Licht auf die Beamten selbst hätte werfen können. Er erzielte, daß durch Mehrheitsbeschluß dem Redner wegen Verleumdung ehrenhafter Beamten das Wort entzogen wurde.

[2]) Siemens, „Wissenschaftliche und technische Arbeiten", 2. Aufl., 1891, Bd. II, S. 549ff.

[3]) In ähnlichem Sinne schreibt er am 15. März 1875 an den um das Patentgesetz hochverdienten André (Kopie im Siemensarchiv) von der „verzweifelten Lage der Gewerbetreibenden solchen geheimen Patenten gegenüber" und von der „Schädigung unserer Erfinder, welche nutzlos Mühe und Arbeit auf eine Erfindung verschwenden, die bereits in den geheimen Akten der Patentbehörde in Form eines rechtlich erteilten Patentes schlummert". Dieselben Worte von der „verzweifelten Lage" der Gewerbetreibenden finden sich ferner in seinem Rundschreiben vom 17. April 1874 wegen Gründung des Patentschutzvereins.

Digitized by Google

So kommt er zu dem Ergebnis: „Man kann daher hinsichtlich der Patente in Preußen und den Zollvereinsländern dem allgemeinen Urteil nur beipflichten, daß sie ein großes Hemmnis für den heimischen Gewerbebetrieb bilden, ohne ihm dafür den geringsten Nutzen zu bringen, und daß sie ebensowenig den Erfindern von Vorteil sind, diese also nicht abhalten, ihre Ideen, ihre Arbeitskraft und ihr Kapital dem Vaterlande zu entziehen und sie dem lohnenden englischen oder französischen Markte zuzuführen. Handelte es sich daher um die Frage, ob das preußische Patentgesetz in seiner jetzigen Gestalt fortbestehen solle oder nicht, so würden wir keinen Augenblick anstehen, uns für die vollständige Abschaffung desselben zu erklären."

Mehr als 8 Jahre vergingen, bis er wieder Gelegenheit fand, auf die Mißstände der preußischen Gesetzgebung genauer einzugehen. Es war in einer „Petition" an den Bundesrat, auf die wir noch ausführlich zurückkommen werden[1]). Er schildert darin zunächst die Zustände, wie sie unter der bis dahin geltenden Patentgesetzgebung der Einzelstaaten herrschten. Er führt aus, daß die von den Einzelstaaten nach den verschiedensten Grundsätzen erteilten Patente nur in seltenen Fällen den Erfindern Nutzen bringen, also die Erfindungstätigkeit nicht anspornen. Die größtenteils willkürlich bemessene Patentdauer sei zu kurz, der Geltungsbereich jedes dieser einzelstaatlichen Patente zu klein. Zur Verbreitung neuer, technischer Gedanken tragen sie nicht bei, weil sie geheim gehalten werden. Sie wirken daher nicht nur nicht befruchtend, sondern wegen der durch die Geheimhaltung bedingten Unsicherheit sogar hemmend. Es bestehe ein ganz unerträglicher Zustand der Unsicherheit, der lähmend wirke. —

In dem bereits erwähnten Werbebrief, der uns ebenfalls noch ausführlich beschäftigen wird, spricht er sich in ganz dem gleichen Sinne aus. Er bringt aber noch einige neue Schlaglichter an. So sagt er, „daß das gegenwärtig in Deutschland bestehende Patentregime als eine wahre Kalamität für die Industrie des Landes zu betrachten sei. Dasselbe besteht darin, daß jedes deutsche Land oder Ländchen eigene Patente von kürzerer oder längerer Dauer gewährt, wobei die zu zahlenden Abgaben häufig im umgekehrten Verhältnisse zu seiner Größe stehen. Diese Patente werden meist auf Grund von Prüfungen erteilt, die nur selten von wirklich kompetenten Personen ausgeführt werden, und gegen deren Ausfall weder dem Erfinder, noch dem beteiligten Fabrikanten eine Berufung freisteht." Dann geht er auf die schädliche Wirkung der Geheimhaltung der geschützten Erfindungen ein und sagt, dem Fabrikanten, der vielleicht das Unglück habe, mit dem Patent irgendwie zu kollidieren, bleibe nur übrig, „den in der Regel etwas sanguinischen Erfinder selbst zum Richter darüber zu machen, was den wirklichen Inhalt seines Patentes bildet". Dann spricht er von der Schwierigkeit der Patentprozesse und ferner davon, daß der Erfinder selbst nur in seltenen Fällen wirklichen Nutzen aus seinem Patent ziehen kann, zumal dem Fabrikanten „die kurze, unsichere und ungleiche Dauer der Patente in den verschiedenen deutschen Ländern keine begründete Aussicht auf entsprechenden Nutzen für die von ihm zu bringenden Opfer gewährt". Deshalb gehen die Erfinder ins Ausland.

Er faßt sein Urteil über die deutschen Patentverhältnisse dahin zusammen,

[1]) Es handelt sich um die in der „Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure" 1872, S. 321 ff. abgedruckte „Petition" des Vereins. Abgesehen von einem am Schluß angefügten Zusatz war Siemens der Verfasser.

Digitized by Google

daß sie „die heimische Industrie im höchsten Grade schädigen, indem sie den Gewerbebetrieb unsicher machen und stören, die Ausbildung wichtiger Erfindungen nicht fördern, sondern hemmen und dieselben — in der Regel samt den Erfindern — aus dem Lande treiben". Es ist in ähnlichem Zusammenhang von anderer Seite mehrfach als Beispiel angeführt worden, daß Wilhelm Siemens, der Bruder von Werner Siemens, sein deutsches Vaterland nur deshalb verlassen habe, weil ihm dieses keinen Rechtsschutz für seine Erfindungen gewähre[1]). —

Die weiterhin oben erwähnte Denkschrift vom Jahre 1876 befaßt sich unmittelbar nur mit der Frage der Notwendigkeit eines Patentgesetzes für das Deutsche Reich, aber sie schildert ausführlich die Zustände, wie sie in Deutschland bestehen unter der Herrschaft der „sehr mangelhaften und daher unwirksamen Patentgesetzgebung der einzelnen deutschen Staaten[2])". Dieser Zustand ist für ihn mit vollkommener Schutzlosigkeit der Erfindungen praktisch gleichbedeutend, und so bedeuten seine ganzen Ausführungen gleichzeitig eine Kritik jener veralteten Patentgesetzgebung. Wir werden auch auf diese Denkschrift noch in anderem Zusammenhang zurückkommen. —

In den „Lebenserinnerungen" setzt er ebenfalls den vor dem Erlaß eines reichsdeutschen Patentgesetzes herrschenden Zustand einfach der gänzlichen Schutzlosigkeit der Erfindung praktisch gleich: „Es war mir längst klar geworden, daß eines der größten Hindernisse der freien und selbständigen Entwicklung der deutschen Industrie in der Schutzlosigkeit der Erfindungen lag. Zwar wurden in Preußen sowohl wie auch in den übrigen größeren Staaten Deutschlands Patente auf Erfindungen erteilt, aber ihre Erteilung hing ganz von dem Ermessen der Behörde ab und erstreckte sich höchstens auf drei Jahre. Selbst für diese kurze Zeit boten sie nur einen sehr ungenügenden Schutz gegen Nachahmung, denn es lohnte sich nur selten, in allen Zollvereinsstaaten Patente zu nehmen, und dies war auch schon aus dem Grunde gar nicht angängig, weil jeder Staat seine eigene Prüfung der Erfindung vornahm und manche der kleineren Staaten überhaupt keine Patente erteilten. Die Folge hiervon war, daß es als ganz selbstverständlich galt, daß Erfinder zunächst in anderen Ländern, namentlich in England, Frankreich und Nordamerika, ihre Erfindungen zu verwerten suchten. Die junge deutsche Industrie blieb daher ganz auf die Nachahmung der fremden angewiesen und bestärkte dadurch indirekt noch die Vorliebe des deutschen Publikums für fremde Fabrikate, indem sie nur Nachahmungen und auch diese großenteils unter fremder Flagge auf den Markt brachte. Über die Wertlosigkeit der alten preußischen Patente bestand kein Zweifel; sie wurden in der Regel auch nur nachgesucht, um ein Zeugnis für die gemachte Erfindung zu erhalten[3])."

Über die Verkehrtheit des herrschenden Patentwesens gab es auch kaum eine Meinungsverschiedenheit. Die Erfinder sahen ihre Wünsche nicht erfüllt, die Industriellen waren aufs äußerste unzufrieden, die Theoretiker verwarfen das herrschende

[1]) Diese Erklärung gab Wilhelm Siemens vor einer Kommission des britischen Oberhauses Anfang der 50er Jahre ab. Diese Kommission vernahm eine große Anzahl von Sachverständigen, um zu einer Reform des englischen Patentgesetzes zu kommen. — Vgl. auch „Bericht der 7. Kommission des Reichstags 1877"; ferner bei Klostermann in „Archiv für Deutsches Handels- und Wechselrecht" 1877, S. 24. — Auszüge aus dem britischen Parlamentsbericht bringt Stolle, „Die einheimische und ausländische Patentgesetzgebung" (1855).

[2]) „Wissenschaftliche und technische Arbeiten", II. Aufl., Bd. 2, S. 561.

[3]) „Lebenserinnerungen", l. c. S. 258f.

Digitized by Google

System und meist das Patentwesen überhaupt und die Regierung sah es ebenfalls nur mit Widerwillen. Der Kernpunkt der ganzen Frage war nur der: Soll die Patentgesetzgebung überhaupt abgeschafft werden oder soll und kann etwas Besseres an die Stelle des Bisherigen gesetzt werden. Eine angesehene Richtung der Volkswirtschaftslehre, die sog. Freihandelsschule, war für die vollständige Abschaffung. Die Regierung und weite Kreise der Industrie und des Handels schlossen sich dieser Richtung an. Wurden diese Bestrebungen doch gerade durch die üblen Erfahrungen mit der herrschenden Patentgesetzgebung genährt und dadurch gestärkt, daß man nicht zu erkennen vermochte, wie ein allen berechtigten, einander scheinbar widersprechenden Anforderungen genügendes Patentgesetz überhaupt möglich sei.

Es galt also doppelte Arbeit, nämlich den Kampf gegen die patentfeindlichen Ansichten und für den Plan und den Ausbau eines wirklich brauchbaren Patentgesetzes an Stelle des alten. Beides ging immer Hand in Hand, und der Widerstand gegen die Patentgesetzgebung überhaupt war erst gebrochen, als es nach jahrzehntelangem, umfangreichem Werben und nach sorgfältiger Prüfung aller gesetzestechnischen Möglichkeiten gelungen war, an der Hand ganz bestimmter Vorschläge eine überwältigende Mehrheit von der Möglichkeit und der großen volkswirtschaftlichen Bedeutung eines guten Patentgesetzes zu überzeugen.

III. Polytechnischer Verein (1850—1853). — Berliner Handelskammer (1863).

Es ist anzunehmen, daß Werner Siemens schon frühzeitig über die Umgestaltung des deutschen Patentwesens nachgedacht hat. Verschiedene Briefe an seinen Bruder Wilhelm weisen darauf hin. So schreibt er am 1. September 1845[1]): „Unsere Patentgesetze sind nichts wie eine Chimäre, wie ich auch Herrn Wedding[2]) neulich ins Gesicht gesagt habe." Am 26. September 1848 schreibt er, daß „eine so kurze Patentierung, wie sie hier höchstens erzielt werden kann (8 Jahre), nur wenig Nutzen versprach, und weil hier auch ein neues Patentgesetz schon zur Vorlage bereit ist, welches ungleich vorteilhafter ist[3])"; dann weiter am 27. Dezember 1848 anläßlich einer schwebenden Patentanmeldung: „Durchsetzen müssen wir die Sache jetzt, wenn ich auch gerade nicht glaube, daß in den 5 oder höchstens 8 Jahren[4]), die gegeben werden, viel Seide gesponnen werden wird, selbst im günstigsten Falle[5])". Aus einem Brief vom 19./21. November 1846 (ebenfalls an seinen Bruder Wilhelm) ergibt sich auch, daß er damals schon vorhatte, öffentlich zur Patentfrage Stellung zu nehmen. Er wollte über „Deutsche Maschinenfabrikation und Patentgesetz-

[1]) Siemensarchiv. — Auch vom 22. April 1844, vom 9. Juni 1845 und vom 21. August 1845 sind kurze Äußerungen von ihm über das Patentgesetz erhalten.

[2]) Geh. Rat W. Wedding war Mitglied der Preußischen Patentkommission. Im Jahre 1851 berichtete er ausführlich vor einem Ausschuß des englischen Oberhauses über seine Erfahrungen. Die Erfinder seien zwar unzufrieden mit der scharfen Prüfung in Preußen, von Klagen anderer sei ihm aber nichts zu Ohren gekommen. Er meinte, die Prüfung brauche nicht gar so streng zu sein, und es könne wohl zweckmäßig sein, die Beschreibung der Erfindungen zu veröffentlichen. Im allgemeinen aber hielt er das Preußische Verfahren für gut. (Vollst. Wortlaut bei Stolle, „Die einheimische und ausländische Patentgesetzgebung" [1855], S. 187.)

[3]) Siemensarchiv.

[4]) Das ist kein Widerspruch zu dem auf S. 18 und 13 Gesagten. Die Durchschnittsdauer hat zu verschiedenen Zeiten geschwankt.

[5]) Siemensarchiv.

Digitized by Google

gebung" für eine Zeitschrift schreiben[1]). Anscheinend kam er nicht dazu. Man darf aber wohl annehmen, daß er in der Polytechnischen Gesellschaft in Berlin Anteil an den Erörterungen genommen hat, die dort im Jahre 1850 über die Patentgesetzgebung stattfanden. Er war Mitglied und eifriger Mitarbeiter dieser Gesellschaft[2]). Der Fanatiker Jobard[3]) hatte der Polytechnischen Gesellschaft um 1847 den Entwurf eines Patentgesetzes vorgelegt, in dem er u. a. eine Schutzdauer von 99 Jahren forderte[4]). Man ging damals der Sache nicht tiefer nach. Die Frage kam erst 1849 wieder in Fluß durch die Hoffnung auf ein einheitliches Deutsches Reich.

Die Nationalversammlung in Frankfurt a. M. hatte im März 1849 eine Verfassung beschlossen und darin auch ein künftiges Reichsgesetz über Erfindungspatente vorgesehen. Offenbar darauf bezieht sich eine Stelle in einem Brief von Siemens an seinen Bruder Wilhelm vom 9. Juni 1849: „Mit dem Reichspatent wird es wohl noch etwas langweilig werden. Wir wollen es aber jedenfalls mit einem hiesigen nochmals versuchen und gröber werden, wenn sie Nein sagen. Grobheit hilft. Schicke nur früh genug Deine Spezifikation. Jedenfalls werden die preußischen Patente doch künftig in Reichspatente umgewandelt, soweit das Deutsch-Preußische Reich reichen wird[5])." Wahrscheinlich durch ähnliche Hoffnungen veranlaßt, stellte die Polytechnische Gesellschaft den Jobardschen Vorschlag erneut zur Erörterung und ernannte einen Ausschuß. Dieser arbeitete Anfang 1850 einen eigenen Entwurf aus, der in mehreren Versammlungen beraten und am 15. August 1850 von der Gesellschaft angenommen wurde[6]). Dieser Entwurf blieb zunächst auf dem festeren Boden der Preußischen Gesetzgebung stehen[7]). Er verlangte u. a.

1. Der Erfinder soll einen Rechtsanspruch auf ein Patent haben (§ 1).
2. Die sachliche Prüfung der Erfindungen soll beseitigt werden (§ 2).
3. Für den Schutz sind steigende Jahresgebühren zu entrichten (§ 6).
4. Vollständige Veröffentlichung der Beschreibung nach einem Jahr (§ 15).

Die Forderung, die Prüfung zu beseitigen, war lediglich eine Rückwirkung auf die allgemein als schädlich empfundene, oft willkürlich erscheinende Art der preußischen Prüfung. Vielleicht hat damals auch Siemens ihrer vollständigen Beseitigung zugestimmt. Jedenfalls ist er aber später davon wieder abgekommen, als es ihm gelungen war, den Schwierigkeiten der Prüfung in anderer Weise zu begegnen.

Der Entwurf wurde dem Handelsminister, dem Finanzminister und sämtlichen Gewerberäten vorgelegt[8]). Von letzteren äußerten sich viele im wesentlichen zu-

---

[1]) „Auswahl von Briefen" l. c. S. 28.

[2]) „Lebenserinnerungen", 11. Aufl., 1919, S. 34 u. 35. — Vgl. ferner „Berichte der Polytechnischen Gesellschaft" Bd. I—VII. — Über seinen Anteil an den Patentberatungen von 1850 läßt sich etwas Sicheres nicht mehr ermitteln. Die gedruckten „Berichte" sind sehr kurz und geben keine Auskunft. Die geschriebenen „Versammlungsverhandlungen", die den Berichten zugrunde lagen, sind nicht mehr vorhanden, wie mir die Leitung der Gesellschaft mitteilt.

[3]) Vgl. oben S. 8 f.

[4]) „Berichte der Polytechnischen Gesellschaft", Bd. VI, S. 23.

[5]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 70. — Bestrebungen, die Patentgesetzgebung der deutschen Staaten zu vereinheitlichen, hatten schon am 21. Sept. 1842 zu einer Vereinbarung der Zollvereinsstaaten geführt, die jedoch nur wenig Förderndes enthielt. (Abgedruckt bei Bitzer, „Vorschläge für ein Deutsches Patentgesetz", 1864, S. 138 ff.)

[6]) „Berichte der Polytechnischen Gesellschaft" Bd. VII, S. 15 f., S. 45.

[7]) Abgedruckt bei Stolle, „Die einheimische und ausländische Patentgesetzgebung", Leipzig (1855), S. 199 ff.

[8]) Vgl. „Bericht der Polytechnischen Gesellschaft" VII, S. 45.

Digitized by Google

stimmend, wenn auch meist mit der Forderung einer Änderung des § 2. Man wünschte Vorprüfung[1]).

Die nächste Folge der Vorschläge der Polytechnischen Gesellschaft und der gewerberätlichen Gutachten war eine Umfrage des Handelsministers bei den Regierungen und bei den Handelskammern und Kaufmannschaften, worin vor allem die Frage gestellt wurde, ob die Prüfung beizubehalten sei oder nicht[2]). Die Ältesten der Kaufmannschaft zu Berlin sprachen sich damals gegen die Vorprüfung aus wegen der „Unmöglichkeit einer in allen Fällen richtigen Entscheidung[3])." Das war 1853. Es blieb dann aber alles beim alten[4]).

Im Jahre 1860 kam die Patentfrage im Bundestag zur Sprache. Verschiedene Regierungen drangen auf einheitliche Regelung des Patentwesens. Auf Antrag des mit der Prüfung beauftragten handelspolitischen Ausschusses wurde Ende 1861 ein fachmännischer Ausschuß ernannt, der allgemeine Grundsätze ausarbeiten sollte. Preußen aber verhielt sich schroff ablehnend, und die umfangreichen, bis 1863 dauernden Arbeiten des Ausschusses hatten keinen unmittelbaren Erfolg. Immerhin hatten sie die Aufmerksamkeit aller Kreise von neuem der Sache zugewandt.

Um jene Zeit nun wurde Siemens — wenn auch gegen seinen Willen — stärker zur Politik herangezogen, und das brachte ihn auch bald wieder mit der Patentfrage in Fühlung. Am 10. September 1861 schreibt er an seinen Bruder Karl: „Mich wollen sie mit Gewalt zum Abgeordneten machen, und ich habe Mühe, sie mir vom Halse zu halten. Ich habe keine Zeit zum Schwatzen[5])." Er konnte sich aber doch nicht auf die Dauer entziehen; er wurde gewählt, und im Mai 1862 klagt er bereits bitter darüber, daß die Kammerverhandlungen ihn vollständig absorbieren. Bald aber weiß er Nutzen für die ihn bewegende Sache daraus zu ziehen. Ende Mai 1862 schreibt er an seinen Bruder Wilhelm: „Es ist Aussicht vorhanden, jetzt ein ordentliches Patentgesetz in Preußen und Deutschland zustande zu bringen. Namentlich möchte ich meine jetzige Stellung als Mitglied der Landtagskommission für Handel und Gewerbe benutzen, um von der Heydt die Unrichtigkeit seines Standpunktes in dieser Sache nachzuweisen. Preußen erklärt sich nämlich jetzt für Patentlosigkeit[6])!"

Welchen Erfolg damals seine Bemühungen gehabt haben, entzieht sich unserer Kenntnis. Jedenfalls hat es ihm Anlaß gegeben, sich von neuem mit der Frage zu befassen. Von der Heydt schied bald aus dem Ministerium, als Bismarck an die Spitze trat. Sein Nachfolger, der Graf von Itzenplitz, war nicht weniger patentfeindlich als von der Heydt. Am 5. August 1863 ließ Itzenplitz eine Umfrage ergehen, die auch an die Ältesten der Kaufmannschaft zu Berlin gelangte. Darin wurde unterstellt, daß nicht nur das preußische System der Patentgesetzgebung, sondern auch das anderer Länder erhebliche Nachteile mit sich führe, und es wurde eine gutachtliche Äußerung über die Frage erbeten, ob es mit Rücksicht auf den damaligen Standpunkt der Industrie überhaupt noch einer Anregung des Erfindergeistes

---

[1]) Die Gutachten der Gewerberäte sind abgedruckt bei Stolle l. c. S. 203ff.

[2]) Die hierauf eingegangenen Gutachten sind abgedruckt bei Stolle, l. c. S. 211ff. — Vgl. auch Fauchers Vierteljahrsschrift, 2. Jahrg., 1864, Bd. I, S. 193 ff.

[3]) Abgedruckt bei Stolle, l. c. S. 218.

[4]) Von 47 Handelskammern hatten damals nur 6 für vollständige Beseitigung der Patente gestimmt; von 32 Regierungen 8. Vgl. Fauchers Vierteljahrschrift, 1864, Bd. I, S. 196.

[5]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 183.

[6]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 195.

Digitized by Google

durch Erteilung von Patenten bedürfe[1]). Nun war Werner Siemens seit Ende 1860[2]) Mitglied des Ältestenkollegiums der Berliner Kaufmannschaft. Er übernahm das Referat über die von der Regierung gestellte Frage[3]) und arbeitete eine Denkschrift aus, die er dem Kollegium vorlegte.

Auf den Inhalt dieser Denkschrift müssen wir nun genauer eingehen, weil sie einen geschichtlichen Ausgangspunkt unserer heutigen Gesetzgebung bildet und weil sie die wissenschaftliche Grundlage dafür liefert[4]).

Zunächst sucht Siemens einen Standpunkt gegenüber der Frage; eine Grundanschauung, die ihm als Kompaß durch das Gewirr der oft recht hochgehenden Wogen dienen kann. Wir haben gesehen, wie von Frankreich der Begriff des geistigen Eigentums ausgegangen war. Man hatte einen natürlichen, moralischen Anspruch des Erfinders auf Schutz dieses geistigen Eigentums konstruiert und seitdem in der Regel diesen Anspruch als Leitgedanken der Gesetzgebung angenommen. Dieser Gedanke war aber höchst angreifbar und die Ablehnung dieses Gedankens bedeutete zumeist die Ablehnung des Patentschutzes überhaupt. Siemens erkannte klar, daß in der richtigen Wahl der Ausgangsstellung der Wendepunkt der ganzen Frage liege und daß die Eigentumstheorie immer auf Abwege führen muß und mindestens ganz ungeeignet ist, ein für die Gesamtheit wirklich ersprießliches Patentgesetz zu begründen. Zwar „läßt sich sicherlich nicht bestreiten, daß dieser Anschauungsweise eine gewisse Berechtigung zusteht[5])". Er zeigt selbst, worin diese Berechtigung begründet sein könnte. Aber die weitere Untersuchung eines solchen natürlichen Rechtsanspruches kann ganz unterbleiben, und selbst wenn man die Frage im Sinne jener Theorie auffassen wollte, so würde es dennoch zweifelhaft sein, ob die „auf der Basis der moralischen Berechtigung beruhenden Argumente" für die Gesetzgebung entscheidend wären. Nicht um das Interesse des Einzelnen kann es sich bei dem Erlaß eines Patentgesetzes handeln, sondern „das Interesse der Gesamtheit bildet das höhere Gesetz[6])". Ohne Rücksicht auf moralische Ansprüche und Interessen des Einzelnen ist lediglich zu prüfen, „ob es für das Gedeihen und die fernere Entwicklung der Industrie sowohl wie des untrennbar in seinen Interessen mit ihr verbundenen Handels vorteilhaft ist oder nicht, wenn Erfindern ein ausschließliches Eigentumsrecht auf ihre Erfindungen gegeben wird[7])".

Der so zunächst grundsätzlich gewonnene volkswirtschaftliche Standpunkt ist in der besonderen Ausgestaltung, die wir noch kennen lernen werden, von größter Tragweite und von ausschlaggebender Bedeutung geworden.

---

[1]) Abgedruckt in Fauchers „Vierteljahrsschrift", 2. Jahrg., 1864, Bd. I, S. 198. In dem Rundschreiben wurden wieder die Schwierigkeiten der Vorprüfung hervorgehoben und auf das Rundschreiben von 1853 hingewiesen, das diese Frage besonders behandelte. Vgl. oben S. 21.

[2]) Nach seiner Angabe in „Lebenserinnerungen", l. c. S. 186, schon seit 1859. Nach Ausweis der im Siemensarchiv noch vorhandenen Urkunden trat er Anfang 1855 in die Kaufmannschaft ein und wurde am 29. Dez. 1860 in das Ältestenkollegium gewählt.

[3]) In dem Entwurf einer Rede aus 1869 sagt er, sein öffentliches Auftreten für die Patentfrage sei geschehen, „weil meine amtliche Stellung als Referent der hiesigen Handelskammer in der Patentfrage mich verpflichtete, meine Überzeugung geltend zu machen". Die Handelskammer der Mark Brandenburg war damals durch das Ältestenkollegium der Berliner Kaufmannschaft dargestellt.

[4]) Die Denkschrift wurde als positive Vorschläge zu einem Patentgesetz zuerst abgedruckt in Fauchers „Vierteljahresschrift", 1864, Bd. I, S. 200; dann 1869 von ihm selbst neu herausgegeben und auch in seine „Wissenschaftlichen und technischen Arbeiten" (2. Aufl., S. 549) aufgenommen (vgl. auch S. 39[1]).

[5]) „Wissenschaftliche Arbeiten", l. c. S. 549.

[6]) l. c. S. 550. [7]) l. c. S. 550.

Digitized by Google

Wenn auch die Erkenntnis an sich nicht neu war, daß dem Erfinderschutz eine volkswirtschaftliche Bedeutung zukomme, so hatte man doch noch niemals zuvor einen rein volkswirtschaftlichen Grundsatz zum Leitgedanken der Patentgesetzgebung gemacht. Man hatte regelmäßig andere Gedanken mit hineingearbeitet und oft genug diese anderen Gedanken ganz in den Vordergrund gerückt; so vor allem den Gedanken vom natürlichen Rechtsanspruch des Erfinders und vom geistigen Eigentum, der in Anbetracht der höchst unsicheren Grundlagen, auf denen er ruhte, immer wieder aus den oben schon behandelten Gründen in die Irre führen mußte und darum schärfsten Widerspruch hervorrief. Die Gründe der Gegner des Patentschutzes liefen ja zumeist darauf hinaus, daß man sagte: durch den natürlichen „moralischen" Anspruch des Erfinders werden nicht solche weitgehende Zugeständnisse gerechtfertigt, wie sie jedes Patentgesetz machen muß, wenn es überhaupt praktischen Wert haben soll. Die Anwendung des Gedankens vom geistigen Eigentum führe zu unlösbaren Widersprüchen[1]). Die im wesentlichen auf diesem Gedanken aufgebauten Gesetze — vor allem das preußische Gesetz — zeigen klar, daß auch für die Volkswirtschaft nichts Gutes dabei herauskomme. Siemens konnte alle diese Gründe ganz unerörtert lassen. Sein Gedankengang wurde davon nicht berührt. Er zeigte einen neuen Weg und zeigte, wie wir noch sehen werden, daß dieser Weg gangbar ist; ja, er führte später selbst auf diesem Wege, bis das Ziel erreicht und sein Gedanke bis in alle Einzelheiten verwirklicht war.

Der rein volkswirtschaftliche Gedanke gab zunächst den auseinanderstrebenden Geistern einheitliche Richtung und gab einen Maßstab für die Wertung dieser oder jener Vorschläge. Der Bedeutung, die seine Wendung für die Begründung und die Ausgestaltung eines Patentgesetzes hatte, war er sich auch im vollen Umfang bewußt. Er hat diesem Gedanken in allen Beratungen, die späterhin über das Patentgesetz stattfanden, immer von neuem Ausdruck gegeben. Er sagte später einmal, es sei unangemessen, auf das Erfinderrecht zu pochen. Ein solches Recht sei sehr bestritten, „während wir gerade dadurch viel Terrain gewonnen haben, daß wir die Forderung des Erfindungsschutzes durch wirtschaftliche Gründe motiviert haben"[2]).

Noch schärfer betont er diesen Standpunkt und überhaupt seine persönliche Stellungnahme zu der Patentfrage, als ihm später von gewisser Seite selbstsüchtige Beweggründe für seine Teilnahme an dem Kampf um das Patentgesetz untergeschoben wurden: „Es ist eine falsche Ansicht, daß Großindustrielle, wie Sie sie nennen, direkte

---

[1]) Man vgl. das S. 6 ff. Gesagte. — Die damals geläufigen Gründe dafür, daß die „Berechtigung des Erfinders" unmöglich einen „passenden Eckstein für das Patentrechtsgebäude" abgeben könne, hat einige Jahre später Eras, ein Patentgegner, besonders klar zusammengefaßt: Eine Idee entstehe regelmäßig nicht nur in einem Menschen, sondern in vielen, gleichzeitig oder zu verschiedenen Zeiten. Die Anregungen dazu werden außerdem regelmäßig durch die Arbeiten anderer gegeben. Wie könnte da von „Eigentum eines Einzigen" die Rede sein? Ein Patentgesetz, das doch immer alle anderen, die später ganz selbständig dasselbe gefunden haben, vom Ertrag ihrer eigenen Tätigkeit völlig ausschließe, stehe schon darum geradezu im schärfsten Widerspruch zum angeblichen Leitgedanken des natürlichen Rechtes. — Er erinnert ferner an die besonders häufigen Fälle von Erfindungen, die nicht miteinander identisch, sondern nur ähnlich oder verwandt sind. Wie können hier die Rechte gegeneinander abgegrenzt werden, wenn man als Richtschnur lediglich die natürlichen Ansprüche jedes der unabhängig voneinander schaffenden Erfinder nehme? (Eras, „Über Erfindungen und Patente" in „Jahrbuch für Volkswirtschaft" 1869, S. 48—50.) — Eras war Patentgegner, weil er nicht zu erkennen vermochte, wie überhaupt ein Patentgesetz in einer für alle Teile wirklich ersprießlichen Weise gestaltet werden könnte.

[2]) In einem Brief an Becker vom 27. April 1874 (Siemensarchiv).

Digitized by Google

Vorteile von Patenten hätten; gerade die Großindustrie leidet am meisten unter den Beschränkungen der freien Gewerbetätigkeit, die mit jedem Patentwesen notwendig verknüpft sind. Meine Agitation für ein vernünftiges Patentgesetz basiert weder auf persönlichem Vorteil, den ich davon erwarte, noch auf der unwirtschaftlichen Ansicht des Rechts auf den Schutz geistigen Eigentums. Gerade der Bekämpfung der letzten Anschauung ist meine Tätigkeit hauptsächlich gewidmet gewesen. Ich bin aber durch die reichen Erfahrungen eines langen technischen Berufes zu der unwandelbaren Überzeugung gekommen, daß der technische Fortschritt, von dem gegenwärtig in erster Linie das Wohlbefinden der Völker abhängt, des gesetzlich geregelten Erfindungsschutzes bedarf und daß die Herbeiführung desselben ein zwar sehr schweres aber wichtiges und notwendiges wirtschaftliches Problem ist[1])."

Er setzte seine Theorie immer wieder in Gegensatz zu dem veralteten „Erfinderrecht von Gottes Gnaden[2])". Am entschiedensten hat er seinen Standpunkt ausgesprochen in einem Brief vom 11. Januar 1872[3]): „Man kann den Patentschutz für Erfindungen entweder aus allgemeinen Rechtsgrundsätzen als Schutz des geistigen Eigentums herleiten und verteidigen, wie Klostermann und die belgische Gesetzgebung, oder man muß diesen Standpunkt ganz fallen lassen und sich ausschließlich auf den volkswirtschaftlichen Standpunkt stellen. Eine Vermischung beider führt zu Unklarheiten und Halbheiten. Meinerseits verwerfe ich den Standpunkt des geistigen Eigentums als Basis einer Patentgesetzgebung vollständig. Ich habe dies in dem Gutachten des Berliner Ältestenkollegiums schon vor vielen Jahren getan und halte noch heute an den damals ausgesprochenen Ansichten fest."

In anderer Form brachte er den Gedanken am 10. Juni 1883 zum Ausdruck[4]): „Deshalb muß das nationale Interesse und die nationale Industrie voranstehen, denn dazu ist das Patentgesetz geschaffen, daß die Industrie entwickelt werden soll, und nicht, daß die Erfinder besonders gute Geschäfte machen sollen. Das steht erst in zweiter Linie. Man darf die Interessen der Erfinder mit den Interessen der Industrie nicht immer verwechseln. Das Erfinderinteresse darf nur insoweit begünstigt werden, als das industrielle Interesse dadurch gefördert wird, und wo beide Interessen in Konflikt kommen, muß das letztere Interesse in der Gesetzgebung immer vorangestellt werden. Unsere Industrie soll blühen und Fortschritte machen, und dazu ist die Erfindungstätigkeit nötig, aber nicht als Ding für sich."

In seinen „Lebenserinnerungen" sagt er, daß gerade durch diese volkswirtschaftliche Grundlage der Patentgesetzgebung sogar die „Freihandelspartei strenger Observanz" sich beruhigt habe, so daß dadurch endgültig die Bahn für das Patentgesetz freigemacht wurde[5]).

Diesem hier zunächst allgemein umrissenen volkswirtschaftlichen Grundsatz

---

[1]) Schreiben an die Redaktion der Nationalzeitung vom 14. März 1875 (Siemensarchiv).

[2]) Schreiben vom 15. März 1875 an Andr é (Siemensarchiv).

[3]) Preßkopie im Siemensarchiv. — Empfänger des Briefes war vermutlich Andr é. Wir werden auf diesen Brief noch weiter zurückkommen.

[4]) In einer Beratung, die auf Veranlassung des Vereins deutscher Ingenieure in Berlin wegen der Frage einer Umgestaltung des Patentgesetzes stattfand — nach einem hektographierten Abdruck des Stenogr. Berichts (vgl. S. 68).

[5]) „Lebenserinnerungen", l. c. S. 260/261.

Digitized by Google

gab er nun gleichzeitig eine besondere eindeutige Ausprägung: Das Patent soll lediglich ein Mittel sein, um zur Beschleunigung des Fortschrittes der Gesamtheit die rasche und vollständige Veröffentlichung neuer brauchbarer, technischer Gedanken und Erfahrungen zu erzielen und gleichzeitig, soweit möglich, deren wirkliche Durchführung im Inland im Interesse der Allgemeinheit zu fördern.

Die Lage ist so: Die Allgemeinheit wünscht einen reichen Zustrom neuer Gedanken. Der Besitzer eines neuen Gedankens hat schlechtweg die Macht, ihn anderen mitzuteilen oder dies zu unterlassen. Oft bedarf es keines besonderen Mittels, ihm den Gedanken zu entlocken. Ehrgeiz und Eigennutz treiben ihn, damit bald hervorzutreten, zumal für ihn die Gefahr besteht, daß andere ihm zuvorkommen; denn solche Gedanken sind erfahrungsgemäß so sehr durch die jedermann zugänglichen Naturerkenntnisse und durch die allen gemeinsamen Einflüsse der Umwelt bedingt, daß fast jeder gute Gedanke viele Male von verschiedenen Menschen unabhängig gedacht wird. Die Erfahrung lehrt aber, daß dennoch in unzähligen Fällen die Besitzer neuer technischer Gedanken damit solange wie möglich zurückhalten, daß vieles dabei für immer verloren geht und der Fortschritt erheblich verzögert wird. Das Patent nun soll dem Besitzer eines neuen Gedankens einen Vorteil bieten, der ihn bewegt, sein Geheimnis rasch und vollständig der Allgemeinheit preiszugeben. Es soll ihn gleichzeitig anreizen, für die weitgehende praktische Durchbildung seines Gedankens Opfer zu bringen, die er sonst vielleicht nicht darangesetzt hätte.

Um diesen Zusammenhang nach allen Richtungen eindringlich zu entwickeln, geht Siemens in den „Vorschlägen" zunächst auf einige besonders handgreifliche Nachteile ein, die das Patentwesen mit sich bringt, stellt diesen aber sofort eine andere Tatsache gegenüber, nämlich den geschichtlichen Zusammenhang des Aufblühens anderer Länder mit der Patentgesetzgebung dieser Länder. Betrachte man freilich die Verhältnisse in Deutschland, so falle es schwer, einen ursächlichen Zusammenhang zwischen der Patentgesetzgebung und der Entwicklung der Industrie zu erkennen. Er schildert nun die deutschen Verhältnisse, wie wir es bereits oben kennen lernten (S. 16ff.), und er kommt zu einer vollständigen Ablehnung solcher Gesetzgebung. „Die Frage gestaltet sich aber ganz anders, wenn man die Patentgesetzgebungen aller übrigen größeren industriellen Staaten ins Auge faßt[1])." Alle jene anderen Staaten haben im Gegensatz zu Preußen und anderen deutschen Staaten die Veröffentlichung der patentierten Erfindungen, und die durch solche Veröffentlichung „bewirkte Verbreitung neuer Ideen ist das eigentlich treibende Rad, welches die Industrie aller Länder in ihrem rapiden Entwicklungsgang erhält[2])." „Gibt es andere, einfachere und weniger lästige Mittel, um die Urheber von Erfindungen zu veranlassen, dieselben sogleich und vollständig zu veröffentlichen und dadurch die in ihnen liegenden neuen Gedanken zum Gemeingut zu machen[3])?" Wenn dem Erfinder dafür ein Alleinrecht der Ausführung winkt, so wird ihn das eigene Interesse zur Veröffentlichung treiben und wird die Geheimniskrämerei beseitigen, „und das ist die wahre rationelle Grundlage eines zweckmäßigen Patentgesetzes[4])."

Diesen Grundgedanken hat er später bei jeder Gelegenheit wieder in Erinnerung

[1]) „Positive Vorschläge" in „Wissensch. Arbeiten", l. c. S. 552.
[2]) l. c. S. 552. [3]) l. c. S. 553. [4]) l. c. S. 554.

Digitized by Google

gebracht, besonders eindringlich auf dem Wiener Kongreß[1]), aber auch noch 1886, als es galt, das inzwischen seit 10 Jahren wirksame deutsche Reichspatentgesetz umzugestalten: „Ich glaube, wir müssen das immer im Auge behalten, daß die schnelle Veröffentlichung der neuen Erfindungsgedanken der wesentliche Wert der Patente vom national-ökonomischen Standpunkt aus ist[2])." Es mag vorkommen, daß ein Patent schlecht abgefaßt ist oder eine wertlose Sache betrifft, „aber die Veröffentlichung hat ihren Nutzen, ihre national-ökonomische Wirkung gehabt[3])."

In der Tat ist wohl dieser engere Siemenssche Leitgedanke der einzige, der unsere moderne Patentgesetzgebung zu rechtfertigen vermag. Wäre der moralische Anspruch und das Interesse des einzelnen die Richtschnur für das Patentgesetz gewesen, so möchte man bezweifeln, ob es den ungeheuren Aufwand von Zeit und Mühe überhaupt gelohnt hätte. Auf alle Fälle hätte das Gesetz ein ganz anderes Gesicht bekommen müssen, wenn man es ohne Rücksicht auf den volkswirtschaftlichen Gedanken lediglich auf jene andere Grundlage gestellt hätte.

Auch über diese Seite der Frage hat sicherlich das Auftreten von Werner Siemens wachsende Klärung herbeigeführt. Selbst diejenigen, die ursprünglich wesentlich andere Anschauungen verfochten, lenkten allmählich ein. André[4]) z. B., der ursprünglich sehr zu dem Standpunkt des moralischen Rechts der Erfinder neigte, hatte sich in längerem Zusammenwirken mit Siemens offensichtlich immer mehr von der überragenden Bedeutung des volkswirtschaftlichen Gesichtspunktes überzeugt. Auf der Hauptversammlung des Vereins deutscher Ingenieure im Herbst 1874 sagte er: „Durch angemessenen Patentschutz wird nicht bloß dem Erfinder das, was ihm gebührt, gewährt, sondern vor allen Dingen der Fortschritt der Industrie gefördert und die rasche Kenntnis und Verbreitung der Erfindungen im Gegensatz zur Geheimniskrämerei sichergestellt. Dieser Gesichtspunkt muß stets und immer wieder ins Auge gefaßt werden, um die Sache richtig und in weiteren Kreisen zum Verständnis zu bringen[5])."

Ähnlich erging es Klostermann[6]), der von etwa 1874 an mit Siemens in regem Verkehr stand. Ende der sechziger Jahre steht er noch ziemlich einseitig auf der Forderung eines Schutzes für das „geistige Eigentum des Erfinders". Er begründet die Forderung mit „Gerechtigkeit und Politik, öffentlicher Moral und Nutzen[7])." In einer vom Verein deutscher Ingenieure gekrönten Preisschrift, die 1874 veröffentlicht wurde[8]), gibt er als Zweck der Patentgesetzgebung zwar einen volkswirtschaftlichen Grund an: die Vorteile, die der Patentschutz bietet, sollen eine Beloh-

[1]) Er hatte u. a. den Bericht über die Frage der Veröffentlichung der Patentbeschreibungen. Er beschränkte diesen Bericht auf den monumentalen Satz: „Die Veröffentlichung liegt im volkswirtschaftlichen Interesse. Ich bitte um Einstimmigkeit." Ohne jede Diskussion wurde nun sofort abgestimmt und einstimmig angenommen (vgl. Amtl. Bericht, S. 124).

[2]) „Stenographische Berichte über die Verhandlungen der Enquete in betreff der Revision des Patentgesetzes" 1887, S. 22.

[3]) l. c.

[4]) André war Ende der sechziger Jahre Stadtsyndikus von Osnabrück, später Oberbürgermeister.

[5]) „Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure" 1874, S. 685ff.

[6]) Oberbergrat und Rechtslehrer in Bonn.

[7]) Klostermann, „Das geistige Eigentum an Schriftwerken, Kunstwerken und Erfindungen", Bd. I, 1867/71, S. 33.

[8]) Klostermann, „Zur Reform der Patentgesetzgebung" im Sammelband „Die Patentfrage. Sechs Preisschriften . . .", Köln und Leipzig 1874; (2. Aufl. 1876), S. 1ff.

Digitized by Google

nung sein, die den Erfinder anspornt, und dieser Antrieb soll mittelbar das Wohl der Gesamtheit fördern[1]).

Aber dieser Belohnungsgedanke hat für die Gesetzgebung keine neugestaltende Kraft. Wenn es sich nur um diesen Gedanken handelte, dann wäre das von allen verworfene alte preußische Patentgesetz vollkommen am Platz gewesen, wenn man es nur etwas weniger willkürlich handhabte.

Die ausschlaggebende, volkswirtschaftliche Bedeutung der Veröffentlichung hat Klostermann damals noch nicht erkannt. Er stellt den Erfinderschutz völlig in Parallele zum Urheberschutz. Auch 1876 sagt er noch, es sei „mit Recht zu fordern, daß den Urhebern wirklich neuer Erfindungen durch die Gesetzgebung derselbe Rechtsschutz gewährt werde, welcher den Verfassern von Werken der Wissenschaft und der Kunst gewährt wird[2])." Er leitet dann aber die Notwendigkeit des Schutzes aus einem doppelten Zweck her, nämlich: der Arbeit des Erfinders ihren Preis und gleichzeitig der Gesamtheit die Benutzung der Erfindung zu sichern[3]).

In dem im folgenden Jahr veröffentlichten Aufsatz über „Das Recht des Erfinders" jedoch ringt er sich durch zu der Erkenntnis eines Wesensunterschiedes zwischen dem Erfinderrecht und dem Eigentumsrecht einerseits und zwischen dem Erfinderrecht und dem Urheberrecht andererseits[4]). In demselben Maße tritt auch bei ihm der volkswirtschaftliche Gedanke immer mehr in den Vordergrund, ohne allerdings bei ihm die Alleinherrschaft zu gewinnen.

Es ist bemerkenswert, daß zu der Eigentumstheorie für die Begründung des Patentschutzes gerade die am stärksten hinneigen, denen die unmittelbare Anschauung und Erfahrung fehlt. Besonders die Juristen konnten sich schwer davon freimachen, weil ihnen die Analogie zum Urheberrecht näher lag als die neuen, volkswirtschaftlichen Interessengebiete, deren tiefstgehende Wurzeln in der Psychologie des Erfindens lagen und deren Früchte dem ungeübten Auge des Fernerstehenden schwer erkennbar waren.

Das von Frankreich in die Welt gesandte Schlagwort vom „Eigentum" des Erfinders hatte seine Bannkraft selbst Anfang der siebziger Jahre noch immer nicht verloren, trotzdem es, wie wir sahen, in Frankreich schon in den ersten Monaten sich gezeigt hatte, wohin die Überspannung und gesetzgeberische Überwertung dieses Begriffes führt[5]). Auch Siemens' Freund Rosenthal hielt an der Eigentumstheorie fest, verquickte sie aber immerhin so weitgehend mit volkswirtschaftlichen Gesichtspunkten, daß diese auch für ihn entscheidenden Einfluß auf die Ausgestaltung

[1]) l. c. S. 7, 17.

[2]) In der 2. Aufl. des II. Bd. seines schon erwähnten Werkes über „Das geistige Eigentum . . .", S. 8. — Die erste Auflage erschien 1869.

[3]) l. c. S. 26.

[4]) Archiv für Deutsches Handels- und Wechselrecht, Bd. 35 aus 1877, S. 14: „Es fehlt also ganz an der Voraussetzung, welche, wie der körperliche Besitz dem Eigentum, so dem Erfinderrecht zur natürlichen Grundlage dienen könnte"; ferner S. 13: „Niemals können zwei Schriftsteller unabhängig voneinander dasselbe Trauerspiel oder zwei Künstler dasselbe Gemälde schaffen. Deshalb genügt beim Urheberrecht die auf Anerkennung dieses Rechts lautende Rechtsregel und die Hervorbringung des Werkes als rechtserzeugende Tatsache, um das subjektive Recht des Urhebers existent zu machen. Bei der Erfindung verhält es sich anders. Nicht bloß können zwei Personen unabhängig voneinander dieselbe Erfindung machen . . .; die Individualität der Erfindung beruht überhaupt nicht auf der äußeren Gestalt des vom Erfinder hervorgebrachten Gegenstandes, sondern auf gewissen Regeln, deren Anwendung einen bestimmten Effekt hervorbringt."

[5]) Vgl. S. 7 ff.

Digitized by Google

des Gesetzes bekamen[1]). Überhaupt dauerte es ziemlich lange, bis die Siemensschen Gedanken in größerem Umfang aufgenommen wurden. Von den schon obenerwähnten sechs Preisschriften des Vereins deutscher Ingenieure[2]) war nur eine einzige, die den Siemensschen Leitgedanken — wenn auch nicht zur Grundlage genommen, so doch wesentlich mit verwertet hatte[3]). Dieser Gedanke aber war es, der ein deutsches Patentgesetz überhaupt erst ermöglichte. Aus diesem Leitgedanken ergab sich auch die ganze weitere Stellungnahme Siemens' und die Ausgestaltung des Gesetzes mit innerer Notwendigkeit.

Im einzelnen waren ja fast alle denkbaren Maßnahmen schon einmal vorgeschlagen oder sogar hier oder da eingeführt: Vorprüfung oder Prüfungslosigkeit; lange Dauer, kurze Dauer; Gebührenfreiheit oder gleiche oder steigende Jahresabgaben; Geheimhaltung oder Veröffentlichung. Ein scheinbar enger Kreis, in dem man sich so oder so entschließen mußte. Aber es mangelte an Erfahrung; man hatte keinen Leitfaden für die richtige Wahl, und die überzeugende Kraft jedes Vorschlags fehlte. Es war ein unsicheres Tappen im Dunkeln. Es galt, aus dieser Unsicherheit herausführen.

Als erste Forderung ergibt sich ihm: Die Veröffentlichung muß schnell geschehen und muß vollständig und glaubwürdig sein. Das bedarf keiner weiteren Begründung mehr.

Die Dauer des Schutzes muß so groß bemessen werden, als es die Erreichung des Zweckes erfordert. Dabei ist aber nicht nur darauf zu achten, daß die ausreichende Dauer den Erfindern den Ansporn zu recht vielen Anmeldungen geben soll; die Allgemeinheit hat vielmehr auch daran ein Interesse, daß dem Erfinder ein ausreichender Zeitraum gewährleistet wird, um seine Erfindung durchzubilden[4]). Dann erst wird die „Vaterliebe, die jeder Erfinder für seine Idee in sich trägt", ihn als den besten „natürlichen Vormund und Sachwalter seiner Erfindung" in den Stand setzen, besser als irgendein anderer die Fortarbeit an seiner Idee zu leisten, an der die Allgemeinheit selbst ein großes Interesse hat; denn „nicht in den Ideen, die oft unbeachtet verhallen, sondern in ihrer mühsamen und vollständigen Durcharbeitung liegt das wahre Verdienst und der Nutzen der Erfindung für die Welt[5])."

Über die Dauer der Patente macht Siemens keine bestimmten Vorschläge. Es ist eine reine Zweckmäßigkeitsfrage, die aus der Erfahrung entschieden werden muß. Ihm schweben aber offenbar etwa 15 Jahre als notwendig und ausreichend vor[6]). Während dieser Dauer braucht ja auch den anderen die Erfindung selbst nicht vollständig verschlossen zu sein. Der Regel nach wird der Erfinder aus freien Stücken anderen gegen Entschädigung die Ausführung gestatten[7]).

---

[1]) Vgl. Rosenthal, „Das deutsche Patentgesetz" 1877; ferner die Rosenthalsche Preisschrift „Der Erfindungsschutz vor dem Forum der gesetzgebenden Faktoren" in d. Sammlung „Die Patentfrage" 1874.

[2]) Vgl. S. 26, Fußnote [8]).

[3]) Es war die Preisschrift von L. Kayser, l. c., S. 139f.

[4]) Die hohe Wertung der Durchbildung war wesentlich bedingt durch seine Erfahrungen als Erfinder und Industrieller. Vgl. hierzu das oben S. 14 Gesagte.

[5]) „Positive Vorschläge", l. c. S. 555.

[6]) Vgl. „Positive Vorschläge", l. c. S. 555ff.

[7]) l. c. S. 555. — Später schlug Siemens vor, es dem Patentinhaber sogar zur Pflicht zu machen, daß er jedem gegen angemessene Entschädigung die Mitbenutzung gestattete. Vgl. S. 52ff., 62.

Digitized by Google

Eine weitere Forderung, die sich aus dem volkswirtschaftlichen Gedanken ergibt, ist der „Grundsatz der mit der Dauer des Patentes steigenden Abgaben des Erfinders an den Staat". Steigende Abgaben sind schon von der Polytechnischen Gesellschaft seinerzeit vorgeschlagen worden, aber aus fiskalischen Gründen[1]). Für Siemens haben sie eine ganz besondere volkswirtschaftliche Bedeutung. Dem Erfinder soll es durch anfangs niedrige Gebühren zunächst ganz leicht gemacht werden, ein Patent zu bekommen, dann aber soll er durch die steigenden Gebühren genötigt werden, seine Erfindung möglichst vorteilhaft auszugestalten und zu verwerten. Wenn sich dies aber als unmöglich erweist, oder wenn es aus anderen Gründen unterbleibt, dann sollen ihn die immer steigenden Kosten zur Aufgabe seines dann nicht mehr gerechtfertigten Patentbesitzes nötigen.

In Frankreich beispielsweise habe man unter einer Überflutung des Publikums mit nutzlosen, hemmenden Patenten zu leiden, weil man kein solches Mittel habe, „um die tote Last der nutzlosen Patente zu beseitigen". Dies beruhe auf dem „unwirtschaftlichen Prinzip des geistigen Eigentums", das als Leitgedanke der französischen Gesetzgebung anzusehen sei[2]).

Ein weiteres Mittel, um die lästige Menge wertloser oder gar ungerechtfertigter Patente zu verringern, sieht er in der Vorprüfung. Damit stellt er sich in Gegensatz zu den Vorschlägen, die früher die Polytechnische Gesellschaft ausgearbeitet hatte. Zunächst will er allerdings nicht soweit gehen, daß diese Vorprüfung zu einer Versagung des Patentes führen soll. Die Behörde soll dem Anmelder gegebenenfalls nur den Rat geben, seine Anmeldung zurückzuziehen. Geht dieser darauf nicht ein, dann wird das Patent ausgefertigt und zusammen mit dem abratenden Urteil der Behörde veröffentlicht. Zu einer entscheidenden Vorprüfung nach Art der in Preußen üblichen konnte er sich nicht entschließen, angesichts der traurigen Erfahrungen, die er selbst damit gemacht hatte. Dazu kam, daß von vielen anderen Seiten jede Vorprüfung überhaupt verworfen wurde, weil man damit zu sehr dem Urteil einer Behörde ausgesetzt sei, die sich gerade neuen Ideen nicht immer gewachsen zeigte. Erst später, als der Gedanke einer Beschwerdeinstanz gegen die amtliche Entscheidung und einer Ergänzung der Prüfung durch ein Aufgebotsverfahren mit allgemeinem Einspruchsrecht sich voll entwickelt hatte, waren die Bedenken gegen das Prüfungsverfahren fast überall beseitigt.

Noch einen besonders weittragenden Gedanken brachte er zum Ausdruck; einen Gedanken, der bis heute noch nicht verwirklicht werden konnte, aber als letztes Ziel sicherlich von allen gebilligt wird, nämlich: „Wir können nur in einem internationalen oder doch mindestens das ganze Zollgebiet umfassenden einheitlichen Patentgesetz mit gemeinschaftlichen Institutionen einen völlig befriedigenden Abschluß dieser schwierigen und für die fernere gedeihliche Entwicklung der Industrie und des Handels überaus wichtigen Frage erkennen[3])."

---

[1]) Die Anregung war vermutlich von Jobard gegeben, der schon früher die jährlich steigenden Abgaben vorschlug und auch der Polytechnischen Gesellschaft seine Vorschläge unterbreitet hatte. Vgl. oben S. 8 und 20.

[2]) l. c. S. 557.

[3]) l. c. S. 560. — Wie weit er dabei den Begriff „international" faßte, ob er insbesondere an ein „Weltpatentgesetz" dachte, mag dahingestellt bleiben. — Auf dem Wiener internationalen Patentkongreß 1873 wurde die Frage berührt, ob man ein internationales Patentgesetz erstreben solle. Siemens bemerkte damals dazu, er würde es von ganzem Herzen befürworten, daß nur ein einziges Patentgesetz

Digitized by Google

Der Erfolg war überraschend. Die patentfeindliche Stimmung war damals fast zur Alleinherrschaft gekommen. Besonders die Freihandelspartei lehnte Erfindungspatente ab und betrachtete sie als ein Überbleibsel der alten Monopolwirtschaft. Die Handelskammern waren fast alle freihändlerisch gesinnt. Auch das Ältestenkollegium der Berliner Kaufmannschaft bestand „aus lauter entschiedenen Freihändlern[1])." Werner Siemens' Darlegungen nun wirkten so überzeugend, daß das ganze Kollegium auf seine Seite trat, seine Ausarbeitung einstimmig als Gutachten der Handelskammer annahm und weitergab und den übrigen Handelskammern des preußischen Staates dieses Gutachten mitteilte mit der Wirkung, daß wenigstens diejenigen, die sich nicht bereits auf die Abschaffung der Patente festgelegt hatten, sich nun ebenfalls dem Berliner Gutachten anschlossen. Das waren aber nur noch einige wenige[2]).

Er schrieb darüber in derber Weise an seinen Bruder Karl am 19. Oktober 1863: „Ich habe einen großen Kampf begonnen gegen die ganze Freihandelsmeute, welche die Gesetzgebung in der Welt beseitigen will. Die hiesige Regierung stand schon auf dem Punkte, darauf einzugehen und wollte nur noch die Zustimmungen der Handelskammern haben. Die Kölner und Magdeburger haben sich schon für Aufhebung erklärt. Die Berliner, die ähnlich disponiert war, hat aber mein Memoire mit ganz entgegengesetzten Anträgen angenommen, und zwar einstimmig! Ich denke, ich werde nun Verbündete bekommen, die das Maul aufzutun wagen, und wir werden die Strömung noch rechtzeitig umkehren. Auf viele heftige Angriffe muß ich mich freilich gefaßt machen"[3]).

Das Geheimnis seines Erfolges liegt wesentlich in der Klarheit und Einheitlichkeit seiner Anschauungsweise begründet. Die unmittelbar überzeugende Kraft aber verlieh er ihr erst durch die Sorgfalt seiner Ausarbeitung, die es zuwege brachte, daß er mit einfachsten sprachlichen Mitteln die höchste Wirkung erzielte; durch die Wahl einfacher, treffender Worte und feinfühliges Abwägen ihrer Wirkung auf den Leser; durch lückenlose, folgerichtige, geradlinige Fortführung seiner Gedankenreihen ohne störende Um- und Abwege. Wir finden dieselbe Treffsicherheit und Klarheit in allen seinen wichtigeren Arbeiten wieder, und es geht aus seinen gelegentlichen Äußerungen hervor, daß er nach Vollkommenheit in diesem Sinne gestrebt hat[4]), im vollen Bewußtsein der Größe und Bedeutung seiner Aufgabe, angesichts der höchst verwickelten psychologischen und volkswirtschaftlichen Zusammenhänge, die er zu entwirren unternommen hatte.

---

gelten solle, wenn dies durchführbar wäre; doch müsse man sich hüten, jetzt schon zu weitgehende Ansprüche zu machen; das würde nur schaden. Man solle es als Ziel ins Auge fassen, müsse sich aber darüber klar sein, daß es auf lange Zeit hinaus noch nicht zu verwirklichen sein werde. Wohl aber könne man jetzt schon die Regierungen auffordern, gemeinsame Grundlagen für die Patentgesetzgebung durch internationale Verhandlungen festzustellen. In diesem Sinne wurde dann auch beschlossen (Amtl. Bericht S. 235).

[1]) „Lebenserinnerungen", S. 259.

[2]) Von 47 Handelskammern stimmten diesmal 31 für vollständige Beseitigung der Patente. Faucher, Vierteljahrsschrift 1864, Bd. I, S. 199. Vgl. S. 21, Fußnote [5]).

[3]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 216.

[4]) „In wenig Worten viel zu sagen ist schwer", schreibt er in ähnlichem Zusammenhang am 23. März 1876 an seinen Bruder Karl (Siemensarchiv).

Digitized by Google

IV. Gegen die „Volkswirte“ — Verein deutscher Ingenieure (1863—1872).

Das Ansehen der Berliner Handelskammer sicherte der Siemensschen Denkschrift große Beachtung. Vor allen Dingen hat sie wohl mit dazu beigetragen, daß die Regierung zunächst von der geplanten Beseitigung der Patente Abstand nahm. — Die Denkschrift wurde in Fauchers Vierteljahrsschrift abgedruckt und besprochen. Es wird dabei gesagt: „Auf der Seite derjenigen Handelsvorstände, welche sich zugunsten des Patentwesens erklärten, scheint das Gutachten der Ältesten der Berliner Kaufmannschaft mehrfach tonangebend gewesen zu sein. Wir wollen daher diese Denkschrift, welche ihre Sache mit großem Geschick vertritt...., hier vorführen[1].“ Es wird dann in Anbetracht des „großen Wertes, den das vorstehende Gutachten auf die Veröffentlichung der Erfindungen legt“, noch weiteres angeführt, das diese Auffassung zu unterstützen geeignet ist[2].

Die Denkschrift fand auch in technischen Kreisen viel Beachtung. Der „Technische Verein für Eisenhüttenwesen“, der die bedeutendsten Eisenindustriellen, namentlich der Rheinprovinz und Westfalens, umfaßte, hatte einen Ausschuß mit der Begutachtung der Patentfrage beauftragt und dieser Ausschuß hatte eine Denkschrift ausgearbeitet, die in der Generalversammlung des Vereins am 29. Mai 1864 vom Verein gebilligt wurde[3]. In dieser Denkschrift heißt es: „Bei der Beantwortung dieser Frage teilen wir so vollständig die Ansichten der Ältesten der Kaufmannschaft zu Berlin in ihrer Denkschrift vom 13. Oktober 1863, daß sie teilweise in nachstehendem ihren Ausdruck wiederfinden[4].“ Das Gutachten gipfelte in der Forderung von „Erfindungspatenten mit obligatorischer Publikation ihres Inhalts[5]“. Man nahm auch einstimmig alle anderen Siemensschen Forderungen an[6].

Die Siemenssche Denkschrift hat die ganze spätere Entwicklung erheblich beeinflußt. Gensel schreibt darüber im Jahre 1877, als der ganze Kampf beendet und ein Reichspatentgesetz errungen war: „Das Patentgesetz ist unter weniger ernsten Kämpfen zustande gekommen, als man hätte erwarten sollen. Noch vor einigen Jahren schien es, als werde die durch Art. 4, Punkt 5 der Verfassung der Zuständigkeit des Reiches zugewiesene Frage des Patentschutzes ihre Lösung nur im Sinne der Beseitigung dieser Einrichtung finden. Wenn die Lösung anders ausgefallen ist, so wird man das Verdienst zu einem nicht geringen Teil dem Ältestenkollegium der Berliner Kaufmannschaft, dem Verein deutscher Ingenieure und dem im Jahre 1874 begründeten Patentschutzverein zuschreiben dürfen, welche der Gesetzgebung in solcher Weise vorgearbeitet haben, daß die Bedenken der Gegner des Patentschutzes zumeist hinfällig wurden oder doch sehr an Gewicht verloren[7].“ Weiter spricht er von dem „von Dr. Werner Siemens abgefaßten Gutachten der Ältesten der Kaufmannschaft von Berlin, dem nachher mehrere andere Handels-

[1]) „Vierteljahrsschrift für Volkswirtschaft und Kulturgeschichte“, 2. Jahrg., Bd. I, 1864, S. 193 ff.

[2]) l. c. S. 208. — Auch ein gegenteiliges Gutachten der Breslauer Handelskammer wird angeführt (l. c. S. 209 ff).

[3]) „Zur Patentfrage. Zwei Denkschriften... Herausgegeben vom Verein deutscher Ingenieure“, Berlin 1864, S. 7.

[4]) l. c. S. 61.

[5]) l. c. S. 84 und 86.

[6]) l. c. S. 86 f.

[7]) Jahrbuch für Gesetzgebung, Verwaltung und Volkswirtschaft im Deutschen Reich, 1877, Heft 3, S. 47.

Digitized by Google

vorstände sich angeschlossen haben" und sagt: „Zum ersten Male sind hier in einer amtlichen Schrift nicht nur die Mängel des lediglich auf Belohnung des Erfinders bedachten preußischen Patentgesetzes im Zusammenhange scharf beleuchtet, sondern auch positive Grundsätze für ein Patentgesetz aufgestellt, welches das allgemeine Interesse zur Richtschnur nimmt . . .[1])."

Auch André hat nachdrücklich auf die Bedeutung der Denkschrift hingewiesen[2]). Ebenso hat Landgraf in seiner Preisschrift „Zur Patentfrage" das Gutachten von 1863 als die Grundlage des späteren Gesetzentwurfes hingestellt[3]). In der Vorrede zu der 2. Auflage einer Sammlung von Preisschriften, in der die ebengenannte veröffentlicht ist, hat auch der Verein deutscher Ingenieure die besondere Bedeutung der Siemensschen Denkschrift kurz erwähnt. (Der Name Siemens wird dabei nicht genannt.) Den eigentlichen Umschwung der Meinungen schreibt allerdings an jener Stelle der Verein deutscher Ingenieure erst seiner eigenen späteren Tätigkeit, seinen Petitionen, Gesetzentwürfen und sonstigen Maßnahmen zu. Aber auch an dieser Tätigkeit des Vereins deutscher Ingenieure war Siemens in ausschlaggebender Weise beteiligt. Darauf weist Siemens hin, wenn er in den „Lebenserinnerungen" über den Erfolg seines Schrittes von 1863 sagt: „Dieser günstige Erfolg ermutigte mich später zur Einleitung einer ernsten Agitation zur Einführung eines Patentgesetzes für das Deutsche Reich auf der von mir aufgestellten Grundlage[4])."

Um diesen unmittelbaren Zusammenhang zwischen der Tätigkeit des Vereins deutscher Ingenieure und dem Siemensschen Vorgehen zu überschauen, müssen wir noch einmal zurückblicken, was zuvor der Verein deutscher Ingenieure schon geleistet hatte, und was sonst noch sich ereignete.

Das Vorgehen mehrerer Bundesregierungen im Bundestag gab im Jahre 1861 der Hoffnung auf einheitliche Regelung des Patentwesens in Deutschland neues Leben[5]). So kam es, daß die Hauptversammlung der Deutschen Juristen in Dresden im August 1861 einen Ausschuß beauftragte, ein allgemeines deutsches Patentgesetz zu entwerfen, und daß auch der Verein deutscher Ingenieure im September desselben Jahres einen Ausschuß zur Beratung der Frage einsetzte[6]). Das Unternehmen der Juristen scheint im Sande verlaufen zu sein, der Ausschuß des Ingenieurvereins aber arbeitete Richtlinien aus, deren wichtigste folgende waren: Einheitliche Regelung für ganz Deutschland — Vorprüfung auf Neuheit und Eigenart (keine Wertprüfung) — Veröffentlichung des Gesuches — Einführung einer Berufungsinstanz — Vorbenutzungsrecht — Dauer 10, unter Umständen 15 Jahre, bei steigenden Gebühren. — Man war sich klar darüber, daß das Patentgesetz in erster Linie den Bedürfnissen der Allgemeinheit, aber auch den gerechten Ansprüchen der Erfinder Rechnung zu tragen habe. Diese Vorschläge waren an sich nicht schlecht, aber ihnen fehlte das Rückgrat: der leitende Gedanke und der innere Zusammenhang[7]). Sie vermochten daher weder von der Notwendigkeit einer Patentgesetzgebung überhaupt, noch von der Zweckmäßigkeit der vorgeschlagenen Maß-

[1]) l. c. S. 53.
[2]) Deutsche Industriezeitung 1876, S. 281.
[3]) In „Die Patentfrage. Sechs Preisschriften . . .", l. c. S. 107.
[4]) „Lebenserinnerungen", l. c. S. 260.
[5]) Vgl. S. 21.
[6]) „Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure" 1861, S. 293.
[7]) Vgl. auch das S. 28 Abs. 2 Gesagte.

Digitized by Google

nahmen zu überzeugen. Sie wirkten nicht anders, wie irgendeine andere mögliche Zusammenstellung und verschwanden schneller von der Bildfläche als irgendeine.

Die Richtlinien wurden der Hauptversammlung des Vereins im September 1862 vorgelegt. Besonders über die Frage der Vorprüfung wurde viel gestritten. Man fürchtete, daß der Bundestag die Forderung der „Vorprüfung" ablehnen würde. Man hielt die Frage noch nicht für spruchreif und verwies sie abermals an einen Ausschuß [1]).

Inzwischen hatte nun der fachmännische Ausschuß von 7 Mitgliedern, der vom deutschen Bundestag eingesetzt war [2]), Entwürfe ausgearbeitet für Vereinbarungen zwischen den deutschen Bundesstaaten und hatte sie am 16. Mai 1863 mit einer Denkschrift vorgelegt. Diese Entwürfe wurden rasch bekannt [3]). Sie enthielten neben manchem guten Gedanken auch recht bedenkliche Bestimmungen. Nach § 6 des ersten Teiles des Entwurfs sollte auf Antrag des Anmelders Geheimhaltung der Patente zulässig sein; nach § 14 sollte keine Prüfung auf Neuheit und Nützlichkeit stattfinden; nach § 33 sollte durch das Patent weder die Einfuhr noch der Handel mit Gegenständen verboten werden, die mit den patentierten übereinstimmen [4]).

Wahrscheinlich ist hierdurch auch die Arbeit des neuen Ausschusses des Vereins deutscher Ingenieure wesentlich beeinflußt worden. Dieser neue Ausschuß des Vereins gestaltete die Richtlinien seines Vorgängers sehr unvorteilhaft um. Der volkswirtschaftliche Gedanke trat deutlich zurück und die Ansprüche des Erfinders wurden mehr betont. Die Vorprüfung wurde gestrichen und statt dessen ein Aufgebotsverfahren mit Einspruchsrecht vorgeschlagen. Vom Vorbenutzungsrecht und vor allem von der Veröffentlichung der Patente war keine Rede mehr. Kennzeichnend für die damalige Zeit war es, daß man ausdrücklich ein Ausführungsrecht des Erfinders für seine Erfindung vorsah auch für den Fall, daß die Ausführung mit den Ansprüchen der Zünfte in Widerspruch treten sollte [5]).

Die neuen Vorschläge lagen am 1. September 1863 der Hauptversammlung des Vereins deutscher Ingenieure vor. Die Mehrheit stimmte ihnen zu und der Verein beschloß, dafür mit Nachdruck zu werben. Insbesondere sollten diese Grundsätze auf dem vom 14. bis 17. September in Dresden tagenden Volkswirtschaftlichen Kongreß vertreten werden; ferner sollten sie allen deutschen Handelskammern mitgeteilt werden und drittens sollte die Presse bearbeitet werden [6]).

Auf dem Dresdener Kongreß kam die Patentfrage am 14. September zur Sprache. Vorher schon war über die Frage ein „Bericht für den VI. volkswirtschaftlichen Kongreß" von Röhrich erschienen, der zwar vorsichtig vorging, aber doch eindeutig ablehnend schloß [7]). Den Grundton auf dem Kongreß selbst gab Prince-Smith in

---

[1]) „Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure" 1862, S. 568.

[2]) Vgl. S. 21.

[3]) Abgedruckt in Fauchers „Vierteljahrsschrift für Volkswirtschaft" 1863, Bd. 4, S. 132 ff. — Im folgenden Jahre gab ein Mitglied der Kommission, J. Bitzer, die vollständige Denkschrift nebst dem Entwurf und Erläuterungen dazu heraus (Bitzer, „Vorschläge für ein Deutsches Patentgesetz", 1864).

[4]) Eine ähnliche Bestimmung war schon in der Vereinbarung der Zollvereins-Staaten von 1842 enthalten. (Vgl. S. 20 [5]).)

[5]) „Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure", 1863, S. 518 ff.

[6]) „Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure", 1863 l. c.

[7]) Röhrich, „Die Patentgesetzgebung, mit besonderer Berücksichtigung der Vorschläge zur Einführung gleichheitlicher Normen hinsichtlich der Patentgesetzgebung in den deutschen Bundesstaaten. Bericht für den VI. volkswirtschaftlichen Kongreß" 1863.

Digitized by Google

einem Vortrag „Über Patente für Erfindungen", in dem er an Hand vermeintlicher Erfahrungsergebnisse zu einem schroff ablehnenden Urteil kam [1]). Als Abgesandter des Vereins deutscher Ingenieure kämpfte Philipson vergeblich gegen die Übermacht der Theoretiker. Wohl erkannte man — zum Teil weit klarer sogar, als es in den Verhandlungen und Richtlinien des Ingenieurvereins zum Ausdruck kam —, daß es lediglich darauf ankomme, ob ein Patentgesetz das Gemeinwohl fördere oder nicht, und daß hierüber nur die Erfahrung entscheiden könne. Aber gerade an dieser Erfahrung fehlte es und man konnte recht kindliche Anschauungen hören[2]). Die rückschrittlichen Richtlinien des Ingenieurvereins waren auch nicht gerade dazu angetan, die Gegner eines Besseren zu belehren. Philipson unterstützte einen Antrag auf Vertagung und erneute Prüfung durch einen Ausschuß, weil eine vorzeitige Stellungnahme die Handelskammern beeinflussen könne, die fast durchweg den Fragen ferner ständen und schon durch die suggestive Form der Rundfrage des Preußischen Ministeriums beeinflußt seien[3]). Der Kongreß beschloß aber mit großer Mehrheit eine von Prince-Smith abgefaßte Erklärung, wonach Patente das Zustandekommen von Erfindungen erschweren, deren allgemeine Anwendung hemmen und auch den Erfindern selbst mehr schaden als nützen. — Dadurch ist viel Unheil angerichtet worden und auch unter den Handelskammern viel Verwirrung entstanden.

Zur selben Zeit, als dieser Beschluß gefaßt wurde, entstand die Siemenssche Denkschrift, die wir schon oben ausführlich besprochen haben. Sie war volkswirtschaftlich richtig eingestellt und rückte das in den Vordergrund, was die Industrie und die Gesamtheit fördern und auch die Freihändler überzeugen konnte. Wir haben gesehen, welche Wirkung damit erzielt wurde.

Der Verein deutscher Ingenieure veröffentlichte 1864 seine Richtlinien zusammen mit zwei Denkschriften in einer Schrift „Zur Patentfrage". Die eine dieser Denkschriften war die vom „Technischen Verein für Eisenhüttenwesen", die sich ganz auf das Siemenssche Gutachten stützte [4]). Durch deren Veröffentlichung hielt sich offenbar der Ingenieurverein, der formal auf seinen Richtlinien bestehen blieb, einen Ausweg offen. Diese Richtlinien für sich allein hätten um so nachteiliger wirken können, weil sie prüfungsfeindlich waren und weil besonders auch die preußische Regierung befürchtete, daß jede Beeinträchtigung der Vorprüfung die Allgemeinheit schädigen müsse.

Es bestand hier ein scheinbar unüberbrückbarer Zwiespalt. Von allen Seiten ertönten wohlbegründete Klagen über die Vorprüfung; die Regierung aber und viele mit ihr waren überzeugt, daß es ohne Vorprüfung doch nicht gehen könne. Gerade darauf war die Neigung der Regierung zurückzuführen, das Patentwesen überhaupt abzuschaffen. Man hielt es für unmöglich, eine befriedigende Lösung zu finden. Das Siemenssche Gutachten gab ein Gegengewicht sowohl zu den Richtlinien des Vereins als auch zu den freihändlerischen Anschauungen, die durch den Dresdener Kongreß erheblich gestärkt und weiter verbreitet worden und bei den volkswirtschaftlichen Theoretikern fast zur Alleinherrschaft gelangt waren. Das Siemenssche Gutachten trug jedenfalls dazu bei, daß es in den nächsten Jahren ziemlich still war von der ganzen Frage. Ein weiterer Grund für dieses vorüber-

---

[1]) Abgedruckt in Fauchers „Vierteljahrschrift für Volkswirtschaft" 1863, Bd. 3, S. 150 ff.

[2]) Vollständiger Bericht über die Sitzung in Fauchers „Vierteljahrsschrift für Volkswirtschaft" 1863, Bd. 3, S. 221 ff.

[3]) l. c. S. 235.

[4]) Vgl. oben S. 31.

Digitized by Google

gehende Abflauen lag in den Kriegsereignissen und in dem die Regierung stark beschäftigenden staatlichen Aufbau Deutschlands.

Siemens kam in jener Zeit als Abgeordneter und Mitglied der Gewerbe- und Handelskommission mit mancherlei Fragen des gewerblichen Rechtsschutzes in Berührung, die zum Teil wohl mit der Erneuerung des Zollvereinsvertrages im Zusammenhang standen[1]). In der eigentlichen Patentfrage jedoch hörte man ein paar Jahre lang fast nichts. Dann aber regte sich bei der preußischen Regierung wieder die patentfeindliche Richtung.

Delbrück, der preußische Staatsminister, war Freihändler und erklärter Anhänger dieser Richtung. Er war Stellvertreter Bismarcks und hatte auf dessen Entschlüsse viel Einfluß.

Bismarck stellte nun am 10. Dezember 1868 beim Bundesrat den Antrag, durch den Ausschuß für Handel- und Verkehr die Frage prüfen zu lassen, ob künftig überhaupt noch Patentschutz gewährt werden solle. Der Antrag wurde ausdrücklich auch damit begründet, daß es unmöglich scheine, ein befriedigendes Patentgesetz zu entwerfen[2]).

Um dieselbe Zeit wurden Nachrichten verbreitet, daß auch in anderen Staaten die Patente abgeschafft werden sollten[3]).

Nun wurden wieder alle Kräfte lebendig. Siemens schreibt am 18. Januar 1869 an seinen Bruder Wilhelm in London[4]): „Wie Du wohl erfahren hast, hat Preußen beim Norddeutschen Bundesrat jetzt den Antrag gestellt, die Erfindungspatente ganz zu beseitigen. Man scheint darauf zu rechnen, daß Mr. Bright als Minister dort jetzt in demselben Sinne vorgehen wird[5]). Es ist jetzt eine Agitation gegen Aufhebung und für ein ordentliches Patentgesetz im Gange. Der Ingenieurverein hat sich im Sinne meines früheren Gutachtens ausgesprochen, die Chemische Gesellschaft (unter Hofmann) legt dasselbe ihren gegenwärtigen Beratungen zugrunde. Ich will eine Petition der norddeutschen großen Industriellen in diesem Sinne an das Parlament ins Leben rufen. Schicke doch hierfür Material aus England und kommt uns von dort zu Hilfe. Der Bundesrat hat bereits zugestimmt, und wenn das Parlament nicht nein sagt und statt dessen einen guten Gesetzentwurf annimmt, so ist ein gefährliches Präzedenz für die ganze Welt gegeben! Die Sache ist sehr wichtig und eilig . . ."

Um dieselbe Zeit setzte er sich mit dem Verein deutscher Ingenieure in Verbindung, um mit diesem gemeinsam vorzugehen. Dieser Verein hatte, wie wir bereits sahen, den Siemensschen Gedankengängen durchaus nicht feindlich gegenübergestanden, wenngleich seine eigenen Richtlinien sich nicht damit deckten. Er hatte sich auch inzwischen zu etwas klarerer Erkenntnis durchgerungen. Dies kam in einer noch vor Ablauf des Jahres 1868 herausgegebenen Denkschrift des Vereins zum Ausdruck, die einem Beschluß der Hauptversammlung des Vereins vom

[1]) Sein ungedruckter Briefwechsel aus 1865 gibt darüber einige Fingerzeige (Siemensarchiv).

[2]) Hirths „Annalen des Norddeutschen Bundes und des Deutschen Zollvereins" 1869, S. 33 ff.

[3]) Tatsächlich wurde nicht nur in Deutschland, sondern auch in England und vor allem in Frankreich seit langem heftig gegen das Patentwesen gekämpft. Besonders bei Gelegenheit der Londoner Ausstellung 1862 war die Frage viel erörtert worden. Vgl. Bitzer, „Vorschläge für ein Deutsches Patentgesetz" 1864, S. 110, 133 ff. — In den Niederlanden wurde noch 1869 das Patentgesetz ganz aufgehoben.

[4]) „Auswahl von Briefen", S. 306.

[5]) Wegen des Vorgehens in England vgl. auch die S. 41 und 42 angeführten Briefe von Werner Siemens an Karl Siemens vom 5., 15. und 19. April 1872.

Digitized by Google

September 1868 entsprang[1]). Diese Denkschrift hielt im wesentlichen noch an den Richtlinien des Vereins vom September 1863 fest. Die Vorprüfung verwarf man: „Die preußische Voruntersuchung ist weder durchführbar, noch gerechtfertigt[2])." „Die Voruntersuchung, wie sie in Preußen besteht, mit der Verpflichtung der Behörde, von Amts wegen zu prüfen, ist — man kann wohl sagen — widersinnig, von der Berechtigung und Verpflichtung vollends zu schweigen, auch den Wert der Erfindung zu beurteilen[3])." Dagegen war man nun für unbedingte Veröffentlichung: „Nicht minder verkehrt als die Voruntersuchung ist der Mangel an amtlicher Veröffentlichung[4])." Der volkswirtschaftliche Gesichtspunkt trat aber trotzdem in den Hintergrund. Zwar war man sich klar über das, was die Erfindung vom Schrift- oder Kunstwerk unterscheidet; besonders, „daß eine Erfindung, wenn sie auch Geheimnis bliebe, doch über kurz oder lang von einem anderen gemacht und bekannt werden würde[5])". Man berief sich sogar auf das Siemenssche Gutachten von 1863[6]). Dennoch aber konnte man den Gedanken des Eigentumsschutzes noch nicht los werden: „Warum dem Erfinder weigern, was dem Schriftsteller bereitwillig zugestanden wird[7])?" „Der Erfinder hat moralischen Anspruch auf Schutz[8])."

Als nun am 10. Dezember 1868 der Bundeskanzler beim Bundesrat die Abschaffung des Patentschutzes überhaupt anregte, rief dies, wie wir gesehen haben, bei Siemens und bei dem Verein deutscher Ingenieure ziemliche Erregung hervor und führte unmittelbar zu dem Zusammengehen beider. Siemens selbst gehörte damals dem Verein deutscher Ingenieure nicht an und trat ihm auch in der nächsten Zeit nicht bei. Er wandte sich zunächst an Becker, den Vorsitzenden des Vereins, und erhielt bald darauf 20 Exemplare der neu erschienenen Vereinsdenkschrift zu Werbezwecken. Der Vorsitzende des Ausschusses, Gärtner, stellte ihm seinen Besuch zur Beratung weiterer gemeinsamer Schritte in Aussicht[9]) und empfahl Siemens, einen Sonderdruck seiner Denkschrift der Berliner Kaufmannschaft von 1863 an sämtliche Mitglieder des Bundesrats und des Reichstags zu schicken. Er berief sich dabei auf das Urteil von Dr. Bernstein[10]), wonach diese Denkschrift „wohl mit das Beste enthält, was in der Sache überhaupt angebracht ist[11])".

Die Sache kam zunächst sehr langsam voran. Der Verein hatte seine eigene schon erwähnte Denkschrift allen Mitgliedern des Bundesrats und des Reichstags übersandt. Die Presse aber hatte sich meist gegen die darin gestellten Forderungen ausgesprochen.

Im September 1869 beauftragte der Verein den schon seit dem Vorjahr bestehenden Ausschuß, einen vollständigen Gesetzentwurf auszuarbeiten, weil ein solcher Entwurf am besten die Meinung der Regierung widerlegen könnte, daß ein brauchbares Patentgesetz überhaupt nicht möglich sei[12]). Der Ausschuß bestand aus den

[1]) „Zur deutschen Patentgesetzgebung", Osnabrück 1868. — Unterzeichnet ist die Denkschrift von Gärtner, Wintzer und André.
[2]) l. c. S. 4. [3]) l. c. S. 5. [4]) l. c. S. 5.
[5]) l. c. S. 8, Anm.
[6]) l. c. S. 11. [7]) l. c. S. 8. [8]) l. c. S. 9.
[9]) Was damals über das Zusammenarbeiten vereinbart wurde, ist aus dem Siemensarchiv anscheinend nicht mehr feststellbar.
[10]) Redakteur der Volkszeitung.
[11]) Schreiben von Gärtner vom 22. Januar 1869 (Siemensarchiv).
[12]) „Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure" 1869, S. 709.

Digitized by Google

Herren Wintzer und Gärtner, die den schon obenerwähnten André als juristischen Beirat wählten[1]). Aber für die Sache selbst geschah vorerst so gut wie nichts.

Inzwischen tobte ringsum ein scharfer Kampf um die Patentfrage. Zahlreiche Schriften von Gegnern und Verteidigern erschienen. Die sog. „Antipatentbewegung" schien den Sieg davontragen zu sollen. Böhmert konnte damals triumphierend ausrufen: „Die Patente sind reif zum Fallen und werden mehr und mehr als eine faule Frucht am Baume der menschlichen Kultur erkannt[2])". Auch die Volkswirtschaftliche Gesellschaft rührte sich wieder und hielt im März 1869 in Berlin eine Versammlung ab, in der auf die Beseitigung des Patentschutzes hingearbeitet wurde. Dr. Wiss hielt einen Vortrag, in dem er u. a. ausführte, die angesehensten Volkswirte des In- und Auslandes seien sich darüber einig, daß Patente für die Industrie und für die Allgemeinheit nachteilig, für den Patentbesitzer aber ohne Nutzen seien, und daß ein wirklich brauchbares Patentgesetz undurchführbar sei. Das Genie habe auch ohne solches Gesetz den unwiderstehlichsten Trieb, seine Kräfte zu betätigen und bedürfe keines elenden Monopols als Sporn zu seinen Erfindungen[3]). Als Siemens hiervon erfuhr, erschien er in der nächsten Sitzung der Gesellschaft, in der die Beratung dieser Frage fortgesetzt werden sollte. Nach einer Angabe Grothes, der auch zugegen war, widerlegte Siemens in einer meisterhaften Rede alle vorgebrachten Argumente gegen das Patent und rief am Schluß derselben den Volkswirten zu: „Die neuere Volkswirtschaft muß umkehren, sie ist auf falsche Bahnen geraten[4])!"

Genaueres über den Inhalt dieser Rede scheint bisher nicht veröffentlicht zu sein. Siemens hat die Rede sorgfältig vorbereitet. Für den ersten Teil ist ein Entwurf von seiner Hand erhalten[5]), der wohl wert ist, hier ungekürzt Platz zu finden:

„Ich danke Ihnen, meine Herren, daß Sie auch einem Freunde der Erfindungspatente Gelegenheit geben, seine Ansichten hier auszusprechen, wo bisher nur Gegner derselben sich haben vernehmen lassen. Ich muß Sie jedoch bitten zu bedenken, daß ein Mann des praktischen Schaffens jetzt zu Ihnen spricht, kein Schriftgelehrter und Redekünstler; daß Sie daher ungewohnte Nachsicht werden üben müssen! Gestatten Sie mir, noch eine persönliche Bemerkung vorauszuschicken. Es wird vielen von Ihnen bekannt sein, daß ich selbst manches technisch Neue geschaffen und auch häufig Erfindungspatente in verschiedenen Ländern genommen habe. Dies könnte Sie zu der Vermutung führen, daß ich eine oratio pro domo hielte und daß meine Überzeugung durch mein Interesse beeinflußt sei. Dem ist aber nicht so, meine Herren. Zum Beweise dessen führe ich die Tatsache an, daß ich niemals in irgendeinem Lande den Schutz des Patentgesetzes für mich angerufen habe, obschon ich unzählige Male dazu Veranlassung gehabt hätte. Ich habe Patente stets nur genommen, einmal, um meine Priorität dadurch zu konstatieren und zweitens, um andere zu verhindern, sich später Patente auf dieselbe Sache geben zu lassen. Wenn ich trotzdem, daß mir persönlich kein Vorteil aus den Erfindungspatenten erwächst, für dieselben

---

[1]) Vgl. „Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure" 1869, S. 709.

[2]) Anfang 1869 am Schluß einer längeren patentfeindlichen Untersuchung über „Die Erfindungspatente"; Fauchers „Vierteljahrsschrift für Volkswirtschaft", Bd. XXV, S. 106.

[3]) Bericht in der „Nationalzeitung" vom 17. März 1869.

[4]) Grothe, „Das Patentgesetz für das Deutsche Reich" 1877, S. 29f.

[5]) Im Siemensarchiv. — Der Entwurf enthält zwar keine nähere Bezeichnung seiner Bestimmung und keinerlei Datum. Sein Inhalt läßt aber keinen Zweifel über den Zusammenhang.

Digitized by Google

öffentlich in die Schranken getreten bin[1]), so geschah dies, weil meine amtliche Stellung als Referent der hiesigen Handelskammer in der Patentfrage mich verpflichtete, meine Überzeugung geltend zu machen. Doch will ich nicht leugnen, daß die Patentgesetzgebung für meinen Lebensgang von hoher Bedeutung gewesen ist. Ein Patent, welches ich vor ca. 25 Jahren als junger, mittelloser Mann in England nahm, gab mir die Mittel, mich wissenschaftlich-technischen Bestrebungen ferner zu widmen und die militärische Laufbahn mit der technischen zu wechseln. Es ist daher für mich eine Pflicht der Dankbarkeit, nach Kräften dafür zu sorgen, daß jungen, mittellosen Technikern auch künftig der Weg offenbleibt, der mir ein segensreicher war.

„Die Gründe, meine Herren, welche mich für Beibehaltung und weitere Entwicklung der Patentgesetzgebung entschieden haben, habe ich in dem schon erwähnten Gutachten über die Patentfrage ausführlich auseinandergesetzt. Ich darf wohl annehmen, daß diejenigen, denen die Frage keine Parteifrage ist und die selbst Gründe und Gegengründe abwägen wollten, auch dies Gutachten gelesen haben, welches neuerdings im Buchhandel erschienen ist[2]). Die Gründe der Gegner, deren großem Gewicht ich mich durchaus nicht verschließe, haben mich in keiner Hinsicht eines anderen zu belehren vermocht. Wohl aber, meine Herren, muß ich die Gegner hier offen anklagen, daß sie nicht mit voller Loyalität den Kampf gegen die Erfindungspatente geführt haben, indem sie die entscheidend für die Erfindungspatente sprechenden Gründe nicht eingehend zu widerlegen versucht haben, sondern sie entweder ganz umgingen oder mit einigen nichtssagenden Phrasen abfertigten, um dagegen die dagegen sprechenden desto einseitiger hervorzuheben. Ganz einverstanden bin ich mit meinen Gegnern darin, daß das Interesse der Gesamtheit und nicht das vermeintliche Recht der Erfinder auf Schutz für ihr geistiges Eigentum das entscheidende Wort in der Patentfrage sprechen muß. Einverstanden ferner darin, daß die Erfindungspatente eine große Belästigung für die Fabrikanten, sowie auch häufig für das handeltreibende Publikum bilden, daß alle Beschränkungen des freien Verkehrs möglichst zu beseitigen sind, wo es ohne überwiegende Nachteile, die notwendig aus der Beseitigung hervorgehen müssen, geschehen kann. Einverstanden auch darin, daß das öffentliche Interesse es gebieterisch verlangt, daß alle neuen naturwissenschaftlichen und technischen Ideen und alle aus denselben hervorgehenden technischen Verbesserungen und Erfindungen baldmöglichst allgemein bekannt und Gemeingut der Menschheit werden. Denn die neuen Gedanken, Methoden und Konstruktionen sind nicht nur an sich selbst von Wert, sondern ihre hohe Bedeutung liegt darin, daß sie unsere Kenntnis vermehren und anregend wirken, um auf ihren Schultern zu weiteren Fortschritten auf der eingeschlagenen Bahn zu gelangen. Dadurch wird der technische Fortschritt, von dessen schnellerem oder langsameren Tempo wesentlich Blüte und Siechtum unseres materiellen Wohles abhängt, befruchtet und genährt, von ihm hängt also nicht nur Wohl und Wehe vieler Tausende, sondern das der gesamten zivilisierten Welt ab. Ich sage also mit meinen Gegnern: fort mit den Erfindungspatenten, ohngeachtet der Härte, die für die Schöpfer dieser neuen Gedanken darin liegt — wenn sie dem Fortschritt wirklich hinderlich sind. Ich glaube aber den Beweis geführt zu haben, daß dem nicht so ist, daß im Gegenteil unser technischer Fortschritt wesentlich verlangsamt werden würde, wenn die großen industrietreibenden Staaten die Erfindungspatente beseitigen würden.

[1]) Nämlich 1863.
[2]) 1869. Vgl. S. 39.

Digitized by Google

„Um dies klar zu erkennen, braucht man nur einen Blick auf die Quellen zu werfen, welche die technischen Fortschritte allgemein bekannt machen, auf die technischen Journale. Für sie alle bilden die Patentspezifikationen den Urquell ihres Wissens. Er würde in dem Augenblick versiegen, in welchem die Patente abgeschafft wären, und eine trostlose Dürre würde an die Stelle des lebendigsten Lebens treten! Man sagt zwar, der Erfinder sei eitel und ruhmsüchtig und würde auch ohne Patent seine Erfindung selbst veröffentlichen, oder wenn er es nicht täte, würde doch sein Geheimnis nicht lange zu bewahren bleiben. Dies kann im allgemeinen zugegeben werden, aber auch der Erfinder versteht wirtschaftlich zu rechnen!“

Wie bereits aus diesem (anscheinend unvollendeten) Entwurf seiner Rede zu entnehmen ist, hatte Siemens 1869 seine Denkschrift neu drucken lassen. Das war auf Anregung des Vereins deutscher Ingenieure geschehen[1]). Siemens übersandte die Schrift an die Mitglieder des Bundesrats und des Reichstags. Das mag Ende 1869 oder Anfang 1870 gewesen sein[2]). Die Denkschrift wurde außerdem in Hirths „Annalen“ abgedruckt[3]) und in dem „Jahrbuch für Volkswirtschaft“ heftig angegriffen[4]). Aber als dann der Krieg mit Frankreich ausbrach, dachte lange Zeit niemand mehr an die Patentfrage.

Inzwischen erstand das neue Deutsche Reich, und im Artikel 4 der Reichsverfassung war auch die einheitliche Regelung des Patentwesens vorgesehen. Das belebte die Hoffnung auf eine günstige Regelung. Im Sommer 1871 unterzeichneten die angesehensten Maschinenfabrikanten eine Eingabe an den Reichstag, worin auf ein Patentgesetz gedrungen wurde. Man verlangte insbesondere Abschaffung der Vorprüfung, aber Aufgebot mit Einspruchsrecht[5]).

Der Verein deutscher Ingenieure aber bestätigte seinen früheren Ausschuß und wiederholte den Auftrag zur Ausarbeitung eines Gesetzentwurfs[6]). Es wurde bei dieser Gelegenheit auch auf die besonders gefährliche Gegnerschaft Delbrücks hingewiesen.

Hiernach scheint nun zunächst André es übernommen zu haben, gemäß den Richtlinien des Vereins einen vollständigen Entwurf auszuarbeiten. Er legte ihn dann Siemens vor[7]). Jetzt galt es für diesen, sich mit den Richtlinien endgültig auseinanderzusetzen und den Entwurf aus dem alten Geleise herauszubringen. Am 11. Januar 1872 schreibt Siemens ausführlich darüber an André[8]). Er tadelte zu-

[1]) Vgl. S. 22 [4]) und 36. Die Druckschrift hatte den Titel: „Positive Vorschläge zu einem Patentgesetz. Denkschrift der Ältesten der Kaufmannschaft zu Berlin an den Kgl. Staatsminister für Handel, Gewerbe und öffentliche Arbeiten, Herrn Grafen von Itzenplitz, Exzellenz. Herausgegeben von Dr. Werner Siemens, Berlin 1869“. Siemens vermied es bei dieser Veröffentlichung — wie überall bei seinem Wirken in der Patentsache —, seinen Namen mehr als unbedingt nötig zu nennen. Er suchte stets seine entscheidenden Ausarbeitungen durch das Ansehen hervorragender Körperschaften zu decken, um so seinen Worten mehr Gewicht zu verleihen. Wir werden das noch wiederholt sehen. Das ist zwar seiner Sache sehr dienlich gewesen, hat aber dazu beigetragen, daß man seiner Person darüber fast vergaß.

[2]) Er sagte am 25. April 1872; er habe „vor 2 Jahren den sämtlichen Mitgliedern des Bundestags und Reichstags von dem Verleger, der es neu hat abdrucken lassen, ein Exemplar zuschicken lassen“. Brief an André (Siemensarchiv).

[3]) „Annalen des Norddeutschen Bundes und des Deutschen Zollvereins“ 1869, S. 41.

[4]) Von Eras in „Jahrb. f. Volkswirtsch.“ 1869, S. 46ff.

[5]) „Zeitschr. des Vereins deutscher Ingenieure“ 1871, S. 660.

[6]) „Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure“ 1871, S. 660f.

[7]) Auf Grund welcher besonderen Verabredungen dieses Zusammenarbeiten mit Siemens geschah, dürfte heute schwer feststellbar sein. Vgl. S. 36.

[8]) In der im Siemensarchiv noch vorhandenen Preßkopie ist der Empfänger des Briefes nicht genannt. Der vorausgegangene an Siemens gerichtete Brief ist nicht mehr auffindbar. Es kann aber

Digitized by Google

nächst die Unklarheit des Grundgedankens. Man dürfe nicht den Standpunkt des geistigen Eigentums aus allgemeinen Rechtsgrundsätzen heraus und gleichzeitig den volkswirtschaftlichen Standpunkt vertreten wollen. „Eine Vermischung beider führt zu Unklarheiten und Halbheiten." Für ihn selbst könne als Grundlage für ein Patentgesetz ausschließlich der volkswirtschaftliche Standpunkt in Frage kommen; er verweist auf sein Gutachten von 1863, worin er diesen Standpunkt ausführlich begründet habe[1]). Dann fährt er fort: „Persönliche Leistungen irgendwelcher Art sind nur nach dem Nutzen, welchen sie anderen bringen, anzuerkennen oder zu schützen. Erst durch diesen geleisteten öffentlichen Nutzen werden sie ein Verdienst. Dieser öffentliche Nutzen, den jede Erfindung, auch eine unpraktische und unanwendbare, bringen kann, besteht in der Bekanntmachung des neuen Gedankens, der dadurch unser Wissen erweitert und wieder neue Gedanken zur Folge hat."

Dann zieht er aus diesen allgemeinen Grundgedanken wichtige Folgerungen für die Ausgestaltung des Gesetzentwurfes.

Alleiniger Endzweck aller Patentgesetzgebung ist „die getreue Publizierung der Erfindungen im Interesse des Publikums". Um diesen Zweck zu erreichen, wird dem Anmelder als Entgelt der zeitweise Schutz angeboten. Lediglich diesem Zwecke ist der Schutz anzupassen. Er muß also dem Besitzer der Erfindung genügend Anreiz geben, daß er auf den Vertrag eingeht; er darf aber andererseits der Allgemeinheit keine Lasten auferlegen, die nicht im richtigen Verhältnis zu dem Nutzen stehen. Die beste Abgleichung der beiderseitigen Interessen zu finden, ist Erfahrungssache. Er kommt zu Vorschlägen, die sich in drei Gruppen zusammenfassen lassen:

1. Dem Anmelder muß die Sache „leicht, bequem und billig" gemacht werden, „damit auch arme Erfinder leicht ein Patent nehmen und dann in Sicherheit Kapital und andere Hilfskräfte zur Durchführung ihrer vermutlichen Erfindung sich gewinnen können".

Für den Anmelder fordert er ferner eine Frist nach der Anmeldung, innerhalb deren er seine Erfindung in Ruhe durcharbeiten kann.

2. Zum Schutz der Allgemeinheit muß eine behördliche Prüfung stattfinden, um möglichst das Publikum gegen Patente zu schützen, die „bekannte Sachen oder notorischen Unsinn enthalten".

Er schlägt die nur konsultative Prüfung vor, bei der dem Erfinder gegebenenfalls der Rat erteilt wird, sein Gesuch zurückzuziehen. Wenn er dem Rat nicht folgt, soll zunächst nur eine kurze Inhaltsangabe der Anmeldung veröffentlicht werden und dabei auf den erteilten Rat aufmerksam gemacht werden.

Es werden aber trotz der Prüfung viele unnütze Patente zustande kommen. Deshalb muß weiterhin im Interesse der Allgemeinheit dafür gesorgt werden, daß solche „unnütze Patente, die nur eine tote hindernde Last für das Publikum sind", möglichst schnell wieder verschwinden. Hierfür sei das beste Mittel die „progressive Patentsteuer". Er macht bestimmte Vorschläge (von Jahr zu Jahr um 10 Taler steigende Gebühren). Die Gebühren dürfen keinesfalls vorausbezahlt werden, damit der Inhaber jedes Jahr sich über den Wert seines Patentes von neuem Rechenschaft

---

nach den ganzen Zusammenhängen kaum ein Zweifel bestehen, daß der Brief vom 11. Januar an André gerichtet ist.

[1]) Vgl. S. 22 ff., insbes. auch S. 24 Abs. 2.

Digitized by Google

geben muß. Er nimmt an, daß dann nur ein verschwindend kleiner Teil der Patente die volle Lebensdauer erreichen wird, denn es sei nachweisbar, „daß höchstens 1% der Patente zur praktischen Benutzung kommt, und daß von dieser Zahl nur ein kleinerer Teil dem Erfinder wirklich Nutzen bringt".

3. Als eine der Aufgaben der Patentbehörde sieht er die sorgfältige Veröffentlichung des Inhalts der Patente und die Führung übersichtlicher Listen über alle jeweils in Kraft stehenden Patente an.

Eine zweite Aufgabe ist die Prüfung. Er wendet sich scharf gegen den Vorschlag des ihm vorliegenden Entwurfes, wonach die Vorprüfung unterbleiben und ein Patentgericht erst nach der Veröffentlichung über die Gültigkeit der Patente entscheiden solle. Dieses Verfahren würde „eine ganz unübersehbare Arbeitslast auf Patentbehörde und Patentgericht werfen, würde das Publikum ungemein belästigen, da der Techniker sich um jeden Unsinn bekümmern müßte, um die ‚gerichtliche Patentierung' zu hindern". — Dagegen schlägt er vor, die Nichtigkeits- und Verletzungsklagen einem besonderen Patentgericht zuzuweisen.

André hat sich diesen Siemensschen Vorschlägen eng angeschlossen wie wir noch sehen werden.

Aus einem Schreiben von Gärtner vom 31. März 1872 ergibt sich, daß auf Wunsch von Siemens „am Mittwoch", also am 3. April, in Berlin eine Ausschußsitzung stattfinden sollte und daß man nach einflußreichen Reichstagsabgeordneten suchte, um diese für den Entwurf zu gewinnen.

Am 5. April berichtet dann Siemens seinem Bruder Karl[1]): „Ich habe mehrere Tage mit einer Kommission des Ingenieurvereins einen Patentgesetzentwurf beraten, welcher dem Reichstage als Petition zugehen soll. Möglichst habe ich ihn im Sinne meines alten Gutachtens gehalten. Lieb wäre es mir, wenn ich das Neueste von dort und besonders Wilhelms Auslassungen in der Comittee erhalten könnte, damit wir konform bleiben[2]). Müßte aber bald geschehen, da in acht Tagen letzte Redaktion geschehen soll. Hilft das diesmal nicht, so geht wahrscheinlich der Antrag auf Aufhebung der Patente durch, auf den sich Volkswirte und das Reichskanzleramt verbissen haben."

In den folgenden Wochen redigierte er eifrig mit André am endgültigen Entwurf. Wie schon oben gesagt, galt es vorsichtig die Klippen zu umschiffen, an denen das ganze Unternehmen am leichtesten hätte scheitern können; sie lagen in der Ausgestaltung der Vorprüfung[3]). Durch ein Gespräch, das Louis Siemens um diese Zeit mit einem Mitglied der preußischen Patentkommission hatte, wurde die große Gefahr, die in der Vorprüfungsfrage lag, nochmals besonders eindringlich vor Augen geführt. Werner Siemens schreibt darüber an André am 9. April 1872[4]): „Weber hat sich meinem Vetter Louis Siemens gegenüber sehr ergrimmt über mich ausgesprochen, weil ich gegen die Aufhebung der Patente agitierte! Er hat sich dann im vollen Eifer entschieden für diese Aufhebung, als durchaus notwendig, ausgesprochen. Die ganze Kommission, vielleicht mit Ausnahme von Reuleaux, das ganze Ministerium, mit Ausnahme des Kriegsministers und des neuerdings etwas zweifelhaft gewordenen Delbrück,

---

[1]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 357.
[2]) In England beschäftigte man sich ebenfalls mit einer Patentreform. Vgl. S. 35.
[3]) Vgl. S. 20f., 29, 33, 34, 40.
[4]) Siemensarchiv.

Digitized by Google

wäre für gänzliche Aufhebung, und es hätte eigentlich schon in dieser Reichstagssitzung der Aufhebungsgesetzentwurf eingebracht werden sollen! Wie es scheint, hat Delbrück dies einstweilen noch verhindert — hinc illae lacrimae! Als Grund der Notwendigkeit hat er allein die Unmöglichkeit hervorgehoben, eine einigermaßen befriedigende Vorprüfung zu bewirken. Er hat auf einen gewaltigen Haufen von Patentgesuchen hingewiesen, die zu neun Zehnteln Unsinn enthielten, der aber schwer nachzuweisen wäre. Selbst die gründlichsten Nachweise würden von den Erfindern doch nicht geglaubt, und sie kämen immer wiederholt mit neuen Reklamationen und würden dabei sehr grob! Eine Vorprüfung wäre überhaupt unmöglich, und ohne Vorprüfung ginge es auch nicht, weil dann die Zahl der Patente unendlich groß werden würde! Jetzt sei man entschlossen, gar keine Patente mehr zu gewähren, nachdem man schon die letzten Jahre nur Patente auf 3 Jahre gegeben und nie eine Verlängerung bewilligt habe."

Es galt hier, den richtigen Mittelweg zu suchen. Siemens sah ihn in der Verbindung der konsultativen Vorprüfung mit einem Aufgebotsverfahren. Die Durchbildung dieses Gedankens machte ihm aber viel Kopfzerbrechen. Er schreibt in dem eben erwähnten Brief vom 9. April an André, eine entscheidende Vorprüfung „ist in der Tat ein Unding, da niemand dazu kompetent ist ..." „Als wohlwollende, nicht verantwortliche Beratungsbehörde für Publikum und Erfinder wird das Patentamt wieder zu Ehren kommen, während es sonst unweigerlich stets mit ‚Haß und Verachtung' beladen sein wird ... Überlegen Sie doch die Sache in diesem Sinne noch einmal gründlich ... Natürlich bleibe ich bei unseren Entschlüssen, wenn Sie selbst nicht zu anderen Ansichten kommen."

André machte Änderungsvorschläge, auf die Siemens am 15. und am 22. April ausführlich einging[1]). Siemens forderte, das Patentamt solle nicht nur das Recht, sondern auch die Pflicht haben, offenbar unberechtigte Patentgesuche abzuraten. Das Publikum müsse vor der Überschwemmung mit haltlosen Patentanmeldungen bewahrt werden.

Nach nochmaliger Umredigierung der betreffenden Paragraphen war endlich der Entwurf zur Weitergabe fertig. Nun handelte es sich noch um die „Petition", in der die Notwendigkeit eines Patentgesetzes nachzuweisen war.

Siemens übernahm es, diese „Petition" ausuzarbeiten[2]). Am 15. April schreibt er an seinen Bruder Karl[3]): „Einige Mitteilungen über den agitatorischen Stand der Frage in England wären mir sehr erwünscht. Das preußische Ministerium will gänzliche Beseitigung der Patente beantragen. Dagegen soll unser Entwurf als Petition auftreten. Hier beruft sich die Volkswirtschaft noch immer auf England, als wenn dort die Aufhebung nur noch eine Frage der Zeit wäre, da alle Intelligenz für dieselbe wäre! Dagegen brauche ich einige Argumente, da ich die Petition zu verfassen übernommen habe ..." Am 19. April schreibt er erneut an Karl[4]): „Mir liegt besonders daran, zu wissen, wie die Sachlage in der Patentfrage in England jetzt ist. Die Volkswirte behaupten hier immer noch, daß alle Intelligenz in England gegen die Patente wäre. Da die Sache jetzt hier zur Entscheidung drängt und das Deutsche Reich jetzt sicher in die Wage fällt, so hätte ich gern Material, um diesen Anschauungen entgegentreten zu können."

---

[1]) Siemensarchiv.
[2]) Schreiben an André vom 15. April 1872 (Siemensarchiv).
[3]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 360. [4]) Siemensarchiv.

Digitized by Google

Bei der Bearbeitung der Petition stieß er dann aber auf ganz eigenartige Schwierigkeiten. Er schreibt am 22. April an André[1]): „Übrigens muß ich gestehen, daß ich bei Abfassung der Petition auf große Schwierigkeiten gestoßen bin. Es ist unmöglich, in kurzen Worten das Patentwesen volkswirtschaftlich zu begründen. Ich habe dies einmal so kurz wie möglich getan, und finde es unmöglich, dasselbe mit anderen Worten selbst noch einmal zu tun. Entweder muß es daher eine andere Feder tun, oder es muß auf das Gutachten der Handelskammer verwiesen und dieses beigelegt werden." Er wählte schließlich den Ausweg, sein „Gutachten der Handelskammer" in den wichtigsten Teilen wörtlich anzuführen.

Einige Schwierigkeit machte auch die Frage, wer nun die Petition unterschreiben solle. Als Siemens den Entwurf an André sandte, schlug er vor, der Vorstand des Ingenieurvereins solle es tun. Am 25. April kommt er auf die Angelegenheit der Unterschrift nochmals zurück. „Ich glaube, es wäre am besten, Personen in der Petition ganz fortzulassen und nur den Vorstand des Ingenieurvereins unterzeichnen zu lassen .... Wenn die Herren der Kommission Gewicht darauf legen, die Petition zu unterzeichnen, so füge ich mich gern ihrer Ansicht. Ich selbst ziehe vor, meinen Namen ganz aus dem Spiel zu lassen, es wird so besser wirken[2])."

Einige Tage darauf nun erfuhr er, daß beim Reichstag Anträge vorliegen, die Patentfrage zu verhandeln, und daß diese Anträge demnächst im Reichstag erörtert werden sollen. Jetzt galt es, rasch zu handeln. Am 29. bittet er den Schriftführer des Ausschusses, Herrn Ziebarth „alles aufzubieten, damit noch Ende dieser Woche die Versendung an den Bundesrat und womöglich auch die Verteilung an die Mitglieder des Bundesrats und Reichstags stattfinden könne[3])".

Am 3. Mai ging der Entwurf ab. Die „Petition" war vom Vorstand des Vereins deutscher Ingenieure unterzeichnet. Ihr Gedankengang ist folgender:

Zunächst schildert Siemens den bis dahin herrschenden Zustand[4]) und kommt zu dem Ergebnis, daß der weitverbreitete Wunsch, die bestehende Patentgesetzgebung baldmöglichst aufzuheben, gerechtfertigt sei. Aber es folge daraus nicht, daß Erfindungspatente überhaupt gemeinschädlich seien.

Nun führt er die Gründe auf, deren sich die Gegner der Patentgesetzgebung bedienen. Es sind kurz folgende: Patente seien Privilegien, die der Gewerbefreiheit widersprechen; — sie verteuern die Waren; — führen zu endlosen Streitigkeiten; — regen die Erfindungstätigkeit nicht an; im Gegenteil, sie hemmen die Entwicklung; — die Arbeit Aller führt schneller und leichter zur Ausbildung und Verwertung von Ideen; — auch ohne Patent hat der Erfinder einen Vorsprung; — vor allem aber sei eine gute Regelung unmöglich, weil eine brauchbare Vorprüfung unausführbar sei.

Auf diese Einwände erwidert er: Einiges daran sei wohl wahr, trotzdem aber sei die Patentgesetzgebung unabweisbare Notwendigkeit. Er beruft sich auf das (von ihm selbst verfaßte) Gutachten der Ältesten der Kaufmannschaft von 1863

[1]) Siemensarchiv.

[2]) Siemensarchiv. — Wegen seiner Zurücksetzung der eigenen Person vgl. auch oben S. 39 [1]). Es kam dazu, daß er überhaupt nicht zum Verein gehörte.

[3]) Siemensarchiv. — Er berichtet darüber auch in einem weiteren Schreiben vom 1. Mai an André (Siemensarchiv).

[4]) Vgl. oben S. 17.

Digitized by Google

und führt daraus wörtlich den ganzen Teil an, der die Notwendigkeit der Patentgesetzgebung begründet[1]). Dann fährt er fort: in der Patenterteilung liege „das einzig denkbare Mittel, wahrheitsgetreue und hinlänglich deutliche Beschreibungen der gemachten Erfindungen zu erhalten". Gäbe es keine Patente, so strebe der Erfinder nach möglichster Geheimhaltung und nach Irreleitung der anderen. Zwar werde auch die „Arbeit Aller" allmählich das Geheimnis lüften, aber jeder einzelne, der es herausfinde, werde es wieder für sich geheimhalten, und schon darum allein gehe der Fortschritt nur äußerst langsam vorwärts. Außerdem aber fehle infolge der Geheimhaltung die befruchtende Wirkung, die jeder neue Gedanke für die Gesamtheit habe. Ohne Patentschutz würde es also „wahrhaft trostlos" stehen mit dem Fortschritt. Ohne die genaue und rasche Veröffentlichung würde „dem Fortschritt der Lebensnerv durchschnitten sein, und wir würden trotz Buchdruckerkunst, Eisenbahnen und Telegraphen uns wieder chinesischen Zuständen nähern".

Glücklicherweise würden andere Staaten ihre Patentgesetzgebung beibehalten, auch wenn Deutschland die seinige aufhöbe. Deutschland würde also dann auch weiterhin vom Ausland die in den fremden Patentschriften offenbarten Ideen verwerten können; aber dieses Verfahren sei für das neue Deutsche Reich weder geziemend noch vorteilhaft; „nicht geziemend, weil es anderen Ländern die alleinige Sorge für eines der höchsten allgemeinen Kulturinteressen überlassen würde, und weil es beschämend für den Deutschen ist, den Vorwurf der Ausländer anhören zu müssen, daß fremde Erfindungen in Deutschland vogelfrei seien . . .; nicht vorteilhaft, weil die Erfinder sich mit ihren Ideen zunächst dahin wenden, wo sie Schutz für dieselben finden . . ." — „Eine große Zahl der tüchtigsten technischen Kräfte ist auf diese Weise dem Vaterland entzogen und viele wichtige neue Erfindungen . . . sind aus Deutschland ins Ausland gewandert." — „Ein patentloses Land wird nur in seltenen Fällen an die Spitze eines Industriezweiges kommen oder sich daran erhalten können[2])."

Werfen wir nun auch noch einen Blick auf den Entwurf des Patentgesetzes selbst und auf die „Motive"[3]). Die Motive sind nicht von Siemens verfaßt. Er hat aber mancherlei Anregungen dafür gegeben und hat insbesondere gebeten, den im Entwurf gezeigten Ausweg aus den Schwierigkeiten der Vorprüfungsfrage in das richtige Licht zu setzen[4]). Zu dieser Frage sagen die Motive u. a.: durch den Entwurf sei der gegen das preußische Gesetz erhobene Einwand beseitigt, „daß die dem Patentamt angemutete Tätigkeit unausführbar sei. Die konsultative Tätigkeit des Patentamtes vor der Bekanntmachung ist weder schwierig, noch zu verantwortlich. Die endliche Entscheidung aber ist erleichtert durch die Ausscheidung einer großen Menge von nutzlosen Gesuchen, die nicht soweit gelangen durch die Mitwirkung des Publikums, — und dadurch, daß die Entscheidung keine definitive ist[5])."

[1]) Näheres siehe oben S. 22 bis 25.

[2]) Die ganze Petition ist abgedruckt in der „Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure" 1872, S. 321 bis 328. — Den oben kurz wiedergegebenen Ausführungen schließen sich in der Petition noch 3 Absätze an, die meines Erachtens nach Stil und Inhalt zu schließen sicherlich nicht Siemens' Werk sind. Es wird darin u. a. der Versuch gemacht, auch den „moralischen" Ansprüchen der Erfinder hinsichtlich der Patentgesetzgebung Anerkennung zu verschaffen.

[3]) Abgedruckt in der „Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure" 1872, S. 329ff.

[4]) Schreiben an André vom 25. April 1872 (Siemensarchiv).

[5]) l. c. S. 330. — Auf S. 347 und 348 wird der Vorschlag noch eingehender begründet.

Digitized by Google

Der Gesetzentwurf selbst umfaßt 39 Paragraphen.

§§ 1 bis 3 befassen sich mit dem, was patentiert werden darf.

§§ 4 bis 7 behandeln die Personen, die Anspruch auf Patentschutz erheben können. Der Entdecker oder Erfinder oder sein Rechtsnachfolger soll es sein, aber gegenüber der Behörde kommt zunächst lediglich der erste Anmelder in Betracht. Es wird kein Nachweis verlangt. Bemerkenswert ist § 7: „Mitglieder oder Beamte der Patentbehörden können Patente anders als von Todes wegen nicht erwerben." Das entsprach vor allen Dingen auch den Siemensschen Anschauungen. Dieser Gedanke ging zwar nicht in das endgültige Gesetz über, spielte aber trotzdem in seinem Leben noch einmal eine gewisse Rolle[1]).

§§ 8 bis 11 sprechen von der Erteilung und dem Erlöschen der Patente. Die Dauer soll 15 Jahre sein (Zusatzpatente für die Dauer des Hauptpatentes); die Jahresgebühren sollen mit 10 Talern beginnen und jährlich um 10 Taler steigen (Zusatzpatente gebührenfrei).

§§ 12 bis 20 sprechen von den Behörden, die sich mit den Patentangelegenheiten zu befassen haben, nämlich Patentamt und Oberhandelsgericht. Das letztere soll zuständig sein für alle Streitigkeiten über Erteilung, Nichtigkeit, Schutzumfang, Abhängigkeit usw.

Am wichtigsten sind die §§ 21 bis 27, die von der Anmeldung und Prüfung handeln. § 24 sagt: „Das Patentamt ist verpflichtet, wenn das Gesuch nach der Ansicht des Patentamtes zum weiteren Verfolg sich nicht eignet, vor der Bekanntmachung (§ 23) dem Antragsteller den Rat zu erteilen, daß er das Gesuch fallen lasse, und eine Frist vorzuschlagen, innerhalb derer der Antragsteller sich zu erklären hat, ob er den Antrag verfolgen will." Bejaht er dies, so wird das Gesuch im Patentblatt bekanntgemacht und Abdrücke der Unterlagen jedermann käuflich zur Verfügung gestellt. Aber es wird zugleich in der Veröffentlichung gesagt, daß dem Anmelder abgeraten wurde. Auf Antrag kann die Veröffentlichung ausgesetzt werden. Nach der Veröffentlichung muß der Anmelder zunächst einen Ausführungsnachweis[2]) bringen und kann dann erst Erteilung beantragen. Die Frist hierfür kann bis zu $1^1/_2$ Jahren ausgedehnt werden. Das Amt prüft dann die ganze Angelegenheit nochmals und entscheidet nach seinem Ermessen. Bis zur Entscheidung kann jeder beliebige andere dem Patentamt Material für die Beurteilung der Anmeldung vorlegen. Aber auch nach der Entscheidung kann das Amt vom Patentinhaber noch Nachweisungen „für die fortdauernde Gültigkeit" fordern (§ 27).

Wir haben also hier eine stufenweise Prüfung, nämlich eine sachliche Vorprüfung, der eine formelle Prüfung schon vorausging; dann eine erneute Prüfung, der die Veröffentlichung und gegebenenfalls Einsprüche vorausgingen, und schließlich noch eine Nachprüfung, falls sich späterhin noch Bedenken ergeben.

Wird das Patent versagt oder nachträglich vom Patentamt aufgehoben, so kann der Anmelder oder Inhaber beim Oberhandelsgericht gegen das Patentamt klagen. Bei demselben Gericht kann auch das Amt im öffentlichen Interesse oder jeder beliebige andere nach seinem Ermessen die Aufhebung des Patentes beantragen.

[1]) Vgl. S. 65 f.

[2]) Dieser Ausführungsnachweis vor Erteilung beruhte auf der Siemensschen Auffassung, daß eine wirkliche Erfindung erst vorliegt, wenn der Gedanke durchgeführt ist. Diese Auffassung war ihm aus reicher Erfahrung erwachsen und er hat sie oftmals ausgesprochen. Vgl. S. 14.

Digitized by Google

Die §§ 29 bis 31 behandeln Art und Umfang der Rechte des Patentinhabers. Die §§ 32 bis 38 regeln das Verfahren bei Eingriffen in ein Patentrecht.

Wie bereits gesagt, ging der Entwurf am 3. Mai an den Bundesrat ab; aber noch ehe er hätte geprüft werden können, kam die Frage im Reichstag zur Erörterung. Den Anlaß gab ein Antrag Wappenhaus, den Reichskanzler aufzufordern, baldmöglichst durch Reichsgesetz das Patentwesen zu regeln. Am 10. Mai wurde zwar dieser Antrag nach längeren Erörterungen angenommen. Die Sache kam jedoch nicht weiter. Die Regierung hielt die Frage noch für zu wenig geklärt und brachte ihre patentfeindliche Stimmung unzweideutig zum Ausdruck[1]). Wenngleich gelegentlich Gerüchte umgingen, daß Delbrück an seinem schroffen, patentfeindlichen Standpunkt zweifelhaft geworden sei[2]), so war doch vorerst gar keine Aussicht vorhanden, ihn für ein neues Gesetz zu gewinnen.

Der Patentgesetzentwurf ist darum von ganz besonderer Wichtigkeit, weil er die Grundlage aller späteren Arbeiten bildete. Die Grundlinien des Entwurfes waren von Werner Siemens gegeben und dann von ihm selbst und André in enger Arbeitsgemeinschaft verwirklicht worden. Werner Siemens trat jedoch ganz hinter seinem Werk zurück. Wie wir gesehen haben (S. 43), geschah das aus taktischen Gründen. Daran liegt es aber zum guten Teil, daß es kaum bekannt geworden ist, wie groß sein Anteil daran war, wenngleich im folgenden Jahr Pieper auf dem Internationalen Patentkongreß in Wien darauf hinwies. Pieper legte dem Kongreß den deutschen Entwurf vor und sagte dazu, „daß die Verfasser desselben, darunter Herr Dr. Werner Siemens, und vorzüglich Herr Syndikus Dr. André, sich ein nicht hoch genug zu veranschlagendes Verdienst erworben haben, indem sie den Gesamtbestrebungen den besten Anhalt für die Beurteilung gaben und in konkreter Form eine Patentgesetzgebung erfanden, die der Kritik unserer gesetzgebenden Körper mit Zuversicht unterstellt werden konnte[3])".

Der Verein deutscher Ingenieure ernannte im folgenden Jahr Werner Siemens, der bis dahin noch nicht dem Verein angehörte, zum Ehrenmitglied[4]).

V. Wiener Kongreß 1873 — Patentschutzverein (1874—1877).

Im folgenden Jahre nun sollte in Wien die Weltausstellung sein. Solche Ausstellungen hatten von jeher Anlaß gegeben, den Schutz von auszustellenden Erfindungen zu erörtern[5]). Auch jetzt kam die Frage auf und veranlaßte den Generaldirektor der Wiener Ausstellung, Baron v. Schwarz-Senborn, einen internationalen

[1]) Vgl. darüber auch Grothe, „Das Patentgesetz für das Deutsche Reich" 1877, S. 33.

[2]) Werner Siemens an André vom 9. und 25. April 1872 (Siemensarchiv). Vgl. auch S. 41.

[3]) Amtlicher Bericht über den Wiener Kongreß, S. 42. — In der Hauptversammlung des Vereins deutscher Ingenieure 1872 teilte der Vorsitzende über das Zustandekommen des Entwurfes mit, daß die Kommission (nämlich Gärtner und Wintzer), „verstärkt durch den juristischen Beirat des Herrn Dr. André in Osnabrück und unterstützt durch Herrn Dr. W. Siemens in Berlin", den Entwurf ausgearbeitet habe. — Wie weit in Wirklichkeit Siemens die Führung hatte, dürfte aus dem oben Geschilderten hervorgehen.

[4]) Schreiben des Vorsitzenden des Vereins vom 6. Sept. 1873. — Siemens' Antwort vom 17. Sept. 1873 (Kopie der letzteren im Siemensarchiv).

[5]) Geschichtliches hierüber gab Pieper, vgl. „Amtlicher Bericht über den Internationalen Patentkongreß 1873", S. 24.

Digitized by Google

Patentkongreß zu berufen. Im März 1873 schon wurde der Arbeitsplan veröffentlicht. Es bildete sich ein vorbereitender Ausschuß, dem ein Beratungsausschuß zur Seite stand. Dem letzteren gehörten u. a. an: Werner Siemens, Wilhelm Siemens, André, ferner Klostermann, Rosenthal und Reuleaux. Klostermann kam im Auftrage der deutschen Regierung, Rosenthal für den Verein deutscher Ingenieure. Der Kongreß tagte vom 4. bis 9. August, Präsident war Wilhelm Siemens; Werner Siemens Vizepräsident. Pieper[1]) war Generalsekretär; er hat sich nach einer Angabe von Siemens große Verdienste um das Zustandekommen des Kongresses erworben.

Es kam zu drei Gruppen von Beschlüssen. Sie betrafen die Gründe, die eine Patentgesetzgebung notwendig machen, die allgemeinen Grundlagen für ein solches Patentgesetz und das Bedürfnis einer internationalen Regelung.

Werner Siemens empfahl, nur die rein volkswirtschaftlichen Gründe in den Beschluß aufzunehmen, und legte diese in besonders scharfer Weise fest. Er suchte die Freihändler zu widerlegen, die den Patentschutz abschaffen wollten, und begründete den volkswirtschaftlichen Nutzen, der insbesondere aus der Veröffentlichung der neuen Erfindungen entspringt. Den Nachdruck legte er diesmal auf die Vollständigkeit der Veröffentlichung, damit nicht jeder andere wieder von neuem anfangen und Geld und Zeit verschwenden müsse, wenn die Erfindung frei werde. Dann wies er noch darauf hin, daß in Ländern mit ungenügendem Patentschutz die tüchtigen Kräfte außer Landes gehen[2]).

Von verschiedenen Seiten wurde gewünscht, daß neben den volkswirtschaftlichen Gründen auch der moralische Anspruch des Erfinders, der sich aus seinem natürlichen Eigentumsrecht ergibt, als selbständiger Gesetzgebungsgrund geltend gemacht würde. Werner Siemens streifte mehrmals diesen Punkt und warnte vor einseitiger Interessenpolitik. Nur insoweit es dem höheren volkswirtschaftlichen Zweck dient, kann das Sonderinteresse des Erfinders im Gesetz gepflegt werden.

In dem endgültigen Beschluß des Kongresses wurde dann zur Begründung der Forderung des Erfindungsschutzes sowohl der „moralische" Grund („das Rechtsbewußtsein der zivilisierten Nationen verlangt den gesetzlichen Schutz der geistigen Arbeit"), als auch sechs volkswirtschaftliche Gründe, letztere im wesentlichen nach dem Siemensschen Antrag, aufgenommen.

In die Richtlinien für die Ausgestaltung des Gesetzes kam hinein: Nur der Erfinder (Rechtsnachfolger) hat Anspruch; — auch Ausländer; — Vorprüfung; — Dauer bis zu 15 Jahren; — vollständige Veröffentlichung der Erfindung; — steigende Jahresabgaben, um nutzlose Patente auszumerzen; — gut organisiertes Patentamt; — bei Nichtausübung des Patents kein bedingungsloser Verfall des Patentes. — Empfohlen wurde Lizenzzwang, wenn das öffentliche Interesse es erfordert.

Am letzten Kongreßtag, am 9. August, faßte der Kongreß noch einen wichtigen Beschluß. Es wurde ein „ständiges Exekutivkomitee" ernannt, das den Beschlüssen des Kongresses überall Geltung verschaffen und einen nächsten internationalen Kongreß vorbereiten sollte. Es setzte sich vorerst zusammen aus den Mitgliedern des vorbereitenden und des Beratungsausschusses und wurde ermächtigt, weitere Mitglieder zu wählen. Noch am 9. August hielt dieses internationale Komitee seine erste Sitzung ab. Es sollte möglichst ein internationaler Verein zur Förderung des

[1]) Zivilingenieur und Patentanwalt in Dresden.
[2]) Amtlicher Bericht über den Internationalen Patentkongreß 1873, S. 46ff.

Digitized by Google

Erfindungsschutzes gegründet werden. Schwarz-Senborn wurde zum ständigen Präsidenten, Pieper zum Generalsekretär erwählt[1]).

Die Werbetätigkeit des Komitees hatte wenig Erfolg. Siemens schreibt darüber am 14. Februar 1874 an Pieper, das liege wohl nur daran, daß „das Horn nicht in der richtigen Tonart angeblasen ist, andernfalls würden die Gegner Recht haben, wenn sie ein Patentgesetz nicht für ein in weiteren Kreisen wirklich gefühltes Bedürfnis erklären[2])". Siemens hatte sich damals vergeblich bemüht, einen einflußreichen Parlamentarier für die Sache zu gewinnen, um eine Besprechung im Reichstag herbeizuführen. Er meinte darum, die Frage wäre offenbar „für parlamentarische Behandlung noch nicht reif[3])".

Am 8. und 9. Januar 1874 waren einige Mitglieder des internationalen Exekutivkomitees in Wien zusammengekommen. Von außerösterreichischen Mitgliedern war nur Pieper zugegen gewesen. Als nächste Ziele hatte man ins Auge gefaßt: die Gründung einer Zeitschrift zu Werbezwecken; die Gründung von Vereinen zur Förderung des Erfindungsschutzes; die Einberufung eines zweiten internationalen Kongresses nach Brüssel im September 1874[4]). Pieper legte nun im Februar die Frage der Gründung einer Zeitschrift und die Frage eines zweiten internationalen Kongresses Siemens vor und regte außerdem eine Zusammenkunft des internationalen Komitees in Deutschland an. Siemens widersprach allen drei Punkten. Eine internationale Zeitschrift sei schon wegen der Sprachverhältnisse ein schlechtes Werbemittel. Die internationale Tätigkeit müsse außerdem für die nächste Zeit ganz hinter der nationalen zurücktreten. Dagegen schlug er den Zusammentritt der deutschen Mitglieder des Komitees vor, um einen „auf großer Basis anzulegenden" Verein „zur Herbeiführung eines rationellen deutschen Patentgesetzes" zu gründen, der ganz Deutschland umfaßt und „Zweigvereine in allen technischen Zentralpunkten" hat. „Alle technischen Gesellschaften müssen direkt zum Beitritt oder zur Konstituierung als Zweigverein aufgefordert werden. Der Beitrag muß gering sein. Hauptsache ist, die Patentfrage zum Verhandlungsgegenstand der betreffenden Vereine zu machen. Außerdem müßte an die größeren technischen Firmen die direkte Aufforderung ergehen, dem Verein ihre wohlwollende Unterstützung zu verleihen und Mittel beizusteuern. Gute Namen zu gewinnen wäre besonders wichtig[5])."

Damit war der Gedanke des „Patentschutzvereins" gegeben, der späterhin eine so große Rolle spielen sollte.

Am 16. Februar 1874 schreibt er über dieselbe Angelegenheit ausführlicher an Eugen Langen, den Vorsitzenden des Vereins deutscher Ingenieure[6]): „Ich glaube, daß wir in diesem Augenblick weder petitionieren noch interpellieren, sondern organisieren sollten. Wir müssen den Beweis führen, daß nicht nur einige Erfinder um Schutz schreien und andere mit sich fortreißen, sondern, daß wirklich achtunggebietende Klassen und Interessen ihn fordern." Er wendet sich scharf gegen unzeitige internationale Tätigkeit und entwickelt dann seinen Plan eines „deutschen Patentschutzvereins", ähnlich wie in dem Brief an Pieper.

---

[1]) Näheres im amtlichen Bericht des Kongresses, l. c.
[2]) Siemensarchiv.
[3]) Schreiben an Langen vom 16. Febr. 1874 (Siemensarchiv).
[4]) Ein kurzer autographierter Bericht findet sich im Siemensarchiv.
[5]) Schreiben an Pieper vom 14. Febr. 1874 (Siemensarchiv).
[6]) Siemensarchiv.

Digitized by Google

Am 31. März und 1. April 1874 kamen eine Anzahl Herren zur Gründung des Vereins in Berlin zusammen. Die Satzungen wurden beraten und Siemens wurde mit der Leitung und mit der Ausführung aller Maßregeln „nach seinem Ermessen" beauftragt[1]). Die Satzungen umfaßten 16 Paragraphen[2]). Als Zweck des Vereins gab der § 1 an: „geregeltes Zusammenwirken aller berufenen Kräfte", um einheitliche Patentgesetzgebung herbeizuführen.

Siemens selbst umriß die Aufgabe in einer sogleich von ihm ausgearbeiteten Werbeschrift mit folgenden Worten: Der Patentschutzverein solle „die gerade in Deutschland infolge des daselbst bestehenden irrationellen und schädlich wirkenden Patentwesens in weiten Kreisen bestehende Abneigung gegen Patentschutz überhaupt überwinden und andererseits richtige Anschauungen über ein zweckmäßiges Patentgesetz, sowohl in den beteiligten Kreisen wie in den gesetzgebenden Faktoren herbeiführen[3])". In der nämlichen Denkschrift schilderte er die Lage der Industrie, legte die Notwendigkeit eines Patentgesetzes dar und kennzeichnete als unerläßliche Vorbedingung für ein erfolgreiches Vorgehen den Zusammenschluß einer möglichst großen Zahl gewichtiger Namen.

Den Entwurf dieser Schrift schickte er am 8. April an Klostermann und am 11. April an Pieper zur Durchsicht. Klostermann schlug noch einige Änderungen vor, die Siemens berücksichtigte. Am 17. April ging dann die Denkschrift zunächst an alle bedeutenderen Fabrikanten Deutschlands. Siemens hatte in diesem Falle seine Schrift persönlich unterschrieben, um, wie er sagte, durch sein Ansehen als Industrieller gerade in den Augen der Industriellen der Sache besonderen Nachdruck zu verleihen[4]).

Wir haben schon oben (S. 17) gesehen, wie Siemens in dieser Schrift die traurige Lage der Industrie schildert, die unter der mangelhaften, zerfahrenen Patentgesetzgebung der deutschen Staaten schwer zu leiden hatte. Dann fährt er fort: „Wenn es hiernach aber auch für ein dringendes und unabweisliches Bedürfnis der Industrie des Landes erklärt werden muß, daß die Verheißung der Reichsverfassung erfüllt und anstatt des bestehenden irrationellen und regellosen Patentunwesens ein einheitliches deutsches Patentgesetz erlassen wird, so ist es andererseits eine dringende Pflicht der Träger der deutschen Industrie, dahin zu wirken, daß dies Patentgesetz nicht einseitig die Interessen der Erfinder schützt, sondern daß in erster Linie das Interesse der Industrie selbst darin Berücksichtigung findet. Die großen Nachteile einer Gesetzgebung, welche nur den Erfinderschutz, nicht die wirtschaftlichen Erfolge ins Auge faßt, sind durch die Erfahrungen klar dargelegt und haben in vielen Ländern das Streben nach einer Reform der Patentgesetzgebung hervorgerufen. Im Wiener Internationalen Patentkongreß ist nach harten Kämpfen der Grundsatz durchgedrungen und in einer Reihe von Beschlüssen festgestellt, daß die Patentgesetzgebung in allen Industrie treibenden Ländern möglichst gleichmäßig und in dem Sinne zu reformieren sei, daß der technische Fortschritt durch sie möglichst gesichert und beschleunigt werde, und zu dem Ende den Patenten der Charakter hemmender Monopole möglichst zu nehmen sei."

Hierauf bespricht er die Schwierigkeiten, die zu überwinden sind und kommt zu

[1]) Ein von André geschriebener kurzer Sitzungsbericht befindet sich im Siemensarchiv.

[2]) Abgedruckt in Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1874, S. 300.

[3]) Siemenssche Denkschrift zur Gründung des Vereins vom 17. April 1874. — Handschriftlicher Entwurf und autographischer Abzug im Siemensarchiv.

[4]) Schreiben an Klostermann, 8. April 1874 (Siemensarchiv).

Digitized by Google

dem Ergebnis, daß es einer „anhaltenden, wohlgeleiteten und mit ausreichenden Mitteln ausgerüsteten Agitation" bedarf, um zum Ziele zu kommen. Aber: „soll der Zweck erreicht werden, so ist es notwendig, daß eine große Zahl gewichtiger Namen dem Vereine gleich beim ersten Auftreten eine feste Grundlage und eine mächtige Stütze gibt. Das Komitee ist daher entschlossen, nur dann mit der Vereinsbildung vorzugehen, wenn dies der Fall ist". Er legte den größten Wert darauf, gerade die Industrie stark heranzuziehen, weil er die Wahrnehmung gemacht hatte, daß in den „hiesigen legislatorischen Kreisen die Ansicht vorherrscht, daß nur etliche gewinnsüchtige Erfinder Interesse an einer Reichspatentgesetzgebung nähmen[1])". Ähnlich schreibt er auch am 7. Mai an Borsig[2]), daß der Patentschutzverein „nicht den Zweck hat, die Erfinderinteressen, sondern die der Industrie im allgemeinen durch Herbeiführung eines vernünftigen, die Interessen der Industrie an erster Stelle berücksichtigenden, deutschen Patentgesetzes zu wahren". Der Verein kann deshalb nur Erfolg haben, „wenn achtunggebietende Namen und womöglich die aller Träger der Großindustrie an der Spitze stehen". In diesen Namen liege „eine lebendige Kraft, die nicht unberücksichtigt gelassen werden kann[3])". Diese Auffassung führte aber dazu, daß er auch weiterhin hinter seinem Werk zumeist zurücktrat und es nach außen nur im Namen der Körperschaft vertrat[4]).

Der Erfolg der Denkschrift war nun zunächst sehr gering. Das lag wohl zum Teil an dem Vorgehen Piepers. Dieser, — der Generalsekretär des Internationalen Komitees, der auch in ähnlicher Eigenschaft dem Patentschutzverein angehören sollte —, begann gerade zu jener Zeit auf eigene Faust eine Agitation. Er wandte sich an dieselben Leute, an die die Siemenssche Denkschrift versandt werden sollte, und forderte sie auf, eine von Pieper verfaßte Eingabe an den Reichstag zu unterzeichnen. Dadurch rief er Verwirrung hervor. Dazu kam, daß die Piepersche Eingabe ganz zur Unzeit kam, weil der Reichstag auseinandergegangen war und in den nächsten Monaten keine Tagungen zu erwarten waren, und weil außerdem offensichtlich die ganze Angelegenheit noch nicht parlamentsreif war. Die Eingabe war auch unvorteilhaft abgefaßt[5]). Das ganze Unternehmen schien scheitern zu sollen. Am 25. April 1874 schreibt Siemens darüber an Pieper[6]): „Die Sache scheint nicht gut zu gehen... Es kann nicht nützen, einen toten Körper zu galvanisieren." — Am 27. April 1874 an Becker[7]): er werde sich infolge der sehr schädlichen, wilden Agitation Piepers wahrscheinlich veranlaßt sehen, sich „einstweilen ganz von der Sache zurückzuziehen". — Am 29. April 1874 spricht er Klostermann gegenüber von den geringen Erfolgen des Werbeschreibens und stellt dem Komitee seinen Austritt in Aussicht, wenn man auf den Pieperschen Wegen gehen wolle[8]). — Am 1. Mai 1874 schreibt er im selben Sinn an Pieper[9]). Siemens suchte die Lage dadurch zu retten, daß er durch Briefwechsel mit hervorragenden Industriellen diesen seine Ziele näherrückte.

---

[1]) Schreiben vom 18. April 1874 an Prof. Karmarsch (Siemensarchiv).
[2]) Siemensarchiv.
[3]) Brief vom 4. Januar 1875 an Rosenthal (Siemensarchiv).
[4]) Vgl. S. 39[1]); 43.
[5]) Auch in anderer Weise begann Pieper später gegen den Patentschutzverein zu arbeiten. Reiche Belege hierfür finden sich in dem Siemensschen Briefwechsel aus 1874 und 1875. Auf einiges werden wir noch zurückkommen.
[6]) Siemensarchiv. [7]) Siemensarchiv.
[8]) Siemensarchiv. [9]) Siemensarchiv.

Digitized by Google

So schreibt er z. B. am 7. Mai 1874 eindringlich an Borsig und ähnlich am selben Tage an Gruson[1]). Durch das Gewicht seines Namens nnd durch sein kräftiges persönliches Eingreifen gelang es endlich, fast die ganze Großindustrie und die meisten technischen Vereine zusammenzubringen, und noch im Mai trat unter seinem Vorsitz der „Patentschutzverein" endgültig ins Leben. Er schreibt darüber am 4. Juni 1874 an seinen Bruder Wilhelm[2]): „Ich bin durch den „Patentschutzverein für das deutsche Reich", der glücklich gegründet ist und dessen Geschick ich nun als Präsident zu dirigieren habe, sehr in Anspruch genommen. Dafür ist die Sache aber auch ein großer succès! Die ganze Großindustrie und wissenschaftliche Technik Deutschlands ist im Verein vertreten, und schon haben eine Menge technischer Vereine ihren Beitritt mit ansehnlichen Beiträgen zugesagt! Ich werde Dir die Drucksachen zuschicken, damit wir Fühlung in der Sache behalten. Ich denke, wir werden auf diesem Wege unseren Zweck durchsetzen, da nicht die Erfinder, sondern die Gewerbetreibenden Deutschlands jetzt für das Patent eintreten! . . ."

Am 10. Juni 1874 schreibt er[3]): „Mit dem Patentschutzverein geht es gut vorwärts! Sie werden in diesen Tagen die Schriftstücke erhalten, und bitte ich dann um etwas Propaganda zur Beschaffung von Mitgliedern."

Am 9. September 1874 trat auch der Verein deutscher Ingenieure vollzählig dem Patentschutzverein bei[4]).

War bereits der Internationale Kongreß in Wien sehr eindrucksvoll, so daß viele bisherige Gegner für den Patentschutz gewonnen wurden, so war nunmehr schon die bloße Gründung eines Vereins von solcher umfassender Größe eine neue gewaltige Kundgebung.

Die Namen, die im Verein vertreten waren, zeigten, daß es nicht um die Sonderinteressen einzelner, nämlich der Erfinder, ging, sondern um ein großes, allgemeines Interesse der Industrie. Gerade dies zu zeigen aber war, wie wir schon sahen, die bewußte Absicht von Siemens bei der Gründung des Vereins. Darin und in der Schaffung eines brauchbaren Gesetzentwurfes sah er den Schlüssel des Erfolges. Er sagte später: Der glückliche Erfolg sei wesentlich dem Umstand zu verdanken, daß es möglich wurde, „einen vollständigen Gesetzentwurf auszuarbeiten und damit den früher fast allgemein angenommenen Satz, daß es nicht möglich sei, ein Patentgesetz zu schaffen, welches nicht nur den Erfindern, sondern auch der Industrie selbst nutzbringend wäre, zu widerlegen[5])".

Damit ist auch das nächste Arbeitsziel des Patentschutzvereins ausgesprochen: es galt — wie schon früher bei der Arbeit des Vereins deutscher Ingenieure — einen brauchbaren Entwurf für ein Patentgesetz vorzulegen.

Hierfür ernannte der Patentschutzverein zunächst einen Ausschuß von 8 Mitgliedern. Dieser nahm den Entwurf des Vereins deutscher Ingenieure zur Grundlage. Dem Ausschuß gehörte Siemens selbst und die Juristen André, Klostermann und

[1]) Siemensarchiv. — Aus einem Brief vom 13. Mai 1874 an Pieper (ebenfalls Siemensarchiv) ergibt sich, daß er im Begriff stand, noch eine Reihe weiterer Briefe zur Belebung des Interesses zu schreiben.

[2]) „Auswahl von Briefen", S. 445.

[3]) An Gregor (Siemensarchiv).

[4]) Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1874, S. 685ff.

[5]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 526.

Digitized by Google

Rosenthal an. Diese Gruppe von 4 Leuten hat auch im wesentlichen die ganze weitere Arbeit getan. Wie hoch Siemens die Mitwirkung gerade der drei Juristen schätzte, hat er später einmal ausgesprochen: „Diese Herren haben ohne irgendein eigenes Interesse zur Sache sich mit großem Eifer und Fleiß der übernommenen Aufgabe gewidmet und sich dadurch ein unzweifelhaftes Verdienst um die deutsche Industrie erworben. Es ist dies um so höher anzuerkennen, als früher kaum ein Jurist in Deutschland zu finden war, welcher nicht die damals herrschende, von der Staatsregierung vertretene und begünstigte Ansicht teilte, daß das Patentwesen schädlich wirkte und sich überlebt hätte und daß ein rationelles Patentgesetz überhaupt nicht zu machen wäre![1])" Wie fruchtbar andererseits für die Anschauungen der Juristen der enge Verkehr mit dem erfahrenen Erfinder und Kenner der Industrie war, darüber wurde schon oben (S. 26f) einiges gesagt.

Für die Umarbeitung des früheren Entwurfes übernahm André ein „Promemoria", Klostermann das „Korreferat". Beides ging dann an Siemens zur Begutachtung[2]).

Siemens scheint sich große Hoffnungen auf rasche Erledigung gemacht zu haben. Am 28. Oktober 1874 schreibt er: „Wir hoffen, daß ein Gesetzvorschlag, den wir ausarbeiten, noch in diesem Jahre mit geringen Abänderungen zum Gesetz erhoben werden wird[3])." Dann am 18. November: „Es ist jetzt die höchste Zeit, die Sache an den Bundesrat gelangen zu lassen, da ich von verschiedenen Seiten erfahren habe, daß die Patentfrage im Reich in Fluß gekommen sei. Der Bundesrat hat bisher auf unsere Eingabe gewartet, will jetzt aber doch auch ohne sie vorgehen, wie es scheint, um noch in dieser Session eine Vorlage an den Reichstag zu machen[4])." Dann am 30. November: „Ich habe eine abscheuliche Woche hinter mir. Ich war mit Kopf- und Zahnweh geplagt und hatte dabei die Gesetzkommission des Patentschutzvereins hier versammelt und mußte derselben von früh bis spät präsidieren! Doch auch das Vergnügen wäre glücklich überstanden! Es ist viel Wahrscheinlichkeit, daß Bundesrat und Parlament unser Elaborat mit wenig Änderungen annehmen werden. Am meisten Schwierigkeiten machte der Lizenzparagraph. Es war schwer, dem Patentgericht eine Basis dafür zu geben. Ich habe durchgesetzt, daß als solche angenommen ist, daß die verlangte Lizenzgebühr ein Drittel des durch die Erfindung gebrachten Nutzens nicht übersteigen soll. Ich denke, Du wirst damit einverstanden sein . . .[5])." Bei der darin erwähnten „Lizenz"frage handelte es sich darum, den Lizenzzwang in das Gesetz aufzunehmen. Nach § 32 des Entwurfes sollte der Patentinhaber verpflichtet sein, jedermann gegen eine angemessene Entschädigung die Ausführung der Erfindung zu gestatten. Im Streitfall sollte der Patenthof entscheiden. Als Anhalt dafür, wie die Entschädigung zu bemessen sei, hieß es, sie solle in der Regel ein Drittel des Gewinns nicht übersteigen. Siemens war für diese Bestimmung eingetreten, um den Einwänden der Freihandelsschule zu begegnen, wonach die Patente zu sehr die Bewegungsfreiheit der Industrie hemmten, zu sehr Monopolcharakter hätten. Er hoffte, dadurch den noch immer vorhandenen starken Widerstand

[1]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 526.
[2]) Schreiben Andrés an Siemens vom 2. November 1874 (Siemensarchiv).
[3]) An Webster (Siemensarchiv).
[4]) An André (Siemensarchiv).
[5]) An Wilhelm Siemens (Siemensarchiv). — Wie schon oben gesagt (S. 35; 42), war Wilhelm in England ebenfalls für ein neues Patentgesetz tätig und die Brüder wollten übereinstimmend vorgehen.

Digitized by Google

zu beseitigen und den Gegnern eine Brücke zu bauen[1]). In der Einleitung zum Entwurf, hieß es, „daß das öffentliche Interesse in allen Fällen verlangt, daß die Erfindung nicht monopolisiert, sondern sofort der allgemeinen Benutzung zugänglich gemacht werde".

Am 14. Dezember 1874 schreibt Siemens: „Am Donnerstag nachmittag habe ich einen akademischen Vortrag zu halten und abends 7 Uhr eine Patentgesetzkonferenz, wo dann der Gesetzentwurf für den Bundesrat definitiv festgesetzt werden soll[2])." Die Sitzung war am 20. Dezember und dauerte bis nachts 12 Uhr[3]). Man arbeitete mit Hast und Hochdruck. Siemens ließ dann den Entwurf nebst Motiven drucken und im Buchhandel veröffentlichen[4]). Er entwarf ein Schreiben an den Bundesrat, das er Rosenthal, André und Klostermann zur weiteren Bearbeitung sandte[5]). Das Ganze ging dann an die anderen Vorstandsmitglieder zur Genehmigung und hiernach am 23. Januar 1875 an den Bundesrat, ohne noch der Generalversammlung vorgelegen zu haben.

Diese Hast war hervorgerufen durch die Anschauung, daß Delbrück günstiger gesonnen sei als früher, und daß die Regierung mit dem Erlaß eines Patentgesetzes Ernst machen wolle (vgl. S. 41, 46, 52). Aber man hatte sich wohl doch über die Stimmung der Regierung getäuscht. Siemens hatte einige Zeit danach eine Besprechung mit Delbrück wegen anderer Fragen und berichtet, daß Delbrück auf seine „Frage, ob er unsere Petition bereits in Händen gehabt hätte, nur die schöne Kalligraphie derselben zu loben wußte und über alles übrige diplomatisch sich ausschwieg![6])"

Der Inhalt des Entwurfes sowohl als das eigenmächtige Vorgehen gaben nun Anlaß zu schweren Angriffen gegen Siemens und verschiedene andere Vorstandsmitglieder. Pieper war der Führer dieser Angriffe, die eine Zeitlang viel Unruhe machten und den Fortgang hemmten. Von dem Inhalt des Entwurfes rief hauptsächlich der Lizenzparagraph Einwände hervor. Man sah vielfach den Lizenzzwang geradezu als gleichwertig mit Patentlosigkeit an. Auch in der Literatur wurde die Frage viel erörtert[7]). Zweifellos schließt der Vorschlag in seiner starren, ursprünglichen Form erhebliche Gefahren in sich. Man wird nicht fehlgehen in der Annahme, daß auch Siemens diese Gefahren wohl erkannte. Für ihn galt es aber, wie schon

[1]) Nach Andrés Bericht auf der Generalversammlung vom 23. März 1875 lt. „stenogr. Bericht", Dresden 1875, S. 18. — Es ist gelegentlich gesagt worden, daß der Gedanke des Lizenzzwanges von Ratkowsky herrühre. Ratkowsky hatte eine Schrift „Zur Reform des Erfinderrechts" (Wien 1870) erscheinen lassen. Darin schlug er ein höchst merkwürdiges System vor. Der Erfinder sollte kein Patent bekommen, sondern eine bestimmte Anzahl Marken. Es sollte auch niemand gehindert sein, die Erfindung auszuführen, aber jeder war verpflichtet, auf jeden von ihm hergestellten die Erfindung verkörpernden Gegenstand eine solche Marke zu kleben, die er vom Erfinder kaufen sollte. Das sollte solange gelten, bis der dem Erfinder von der Behörde übergebene Markenvorrat erschöpft wäre. Das war ein auf Unerfahrenheit beruhender Vorschlag, der jedenfalls mit dem im Rahmen eines Patentgesetzes vorgesehenen Lizenzzwang wenig zu tun hat.

[2]) An Friedrich Siemens (Siemensarchiv).

[3]) Vgl. Pieper in „Stenographischer Bericht", l. c. S. 27, Fußnote).

[4]) „Entwurf eines Patentgesetzes . . .", vorgelegt in einer Petition an den Bundesrat des Deutschen Reiches durch den deutschen Patentschutzverein, Berlin 1875 (Verlag Kortkampf).

[5]) Schreiben an Rosenthal vom 4. Januar 1875 (Siemensarchiv).

[6]) Am 15. März 1875 an André (Siemensarchiv).

[7]) So z. B. von Heinrich Simon, „Briefe über die deutsche Patentfrage", Manchester 1876, S. 31: „Der Lizenzzwang kommt im Prinzip auf eine Aufhebung des Patentschutzes hinaus." — Ähnlich in einer namenlosen Schrift von R. L.: „Etwas über die gegenwärtige Geschäftsstille . . .", Berlin 1876, S. 42.

Digitized by Google

oben (S. 52) gesagt, zunächst den Widerstand der Freihändler zu beseitigen. Er scheint auch damit gerechnet zu haben, daß, wenn erst einmal die ganze Frage in Fluß gekommen sei, die bedenklichen Seiten dieser Bestimmung leicht durch passende Einschränkungen beseitigt werden könnten[1]).

Am 23. März 1875 wurde die Sache in einer Generalversammlung besprochen. „Es ging gestern heiß her", schreibt Siemens am folgenden Tag an seinen Bruder Karl. Pieper „griff den Gesetzentwurf, den er selbst mitberaten und unterschrieben hat, erst in einer anonymen Broschüre und gestern persönlich auf das Wütendste an . . .[2])".

Es war in der Tat heiß hergegangen. Siemens begründete die Eiligkeit des Vorgehens und bat um Indemnität. Wegen der sachlichen Einwände meinte er, daß über Einzelheiten noch immer verhandelt werden könne. Die Hauptsache sei, daß die „Prinzipien" „treu und ehrlich" im Entwurf niedergelegt seien[3]). Die große Mehrheit stellte sich schließlich auf seine Seite, aber man beschloß, den Entwurf unter Berücksichtigung aller Einwendungen nochmals durchzuarbeiten. Hierfür ergänzte sich die Kommission durch zwei weitere Mitglieder. Pieper schied aus.

Am 22. April 1875 versandte Siemens im Namen des Vereins eine Umfrage, um begründete Vorschläge für die Neubearbeitung zu bekommen. André schreibt am 5. Mai an Siemens[4]): „Wir müssen also jetzt die weitere Entwicklung abwarten und zunächst Anträge entgegennehmen. Diese müssen in der Kommission beraten und dann von der Kommission ein Bericht abgefaßt und dieser gedruckt werden. Danach erst kann wieder eine Generalversammlung sein." André und Klostermann waren inzwischen bemüht, die öffentliche Meinung zugunsten des Entwurfes zu gewinnen[5]).

Siemens aber blieb in der nächsten Zeit immer in enger Fühlung mit Wilhelm, der in England in ähnlichem Sinne für ein neues Patentgesetz arbeitete (vgl. S. 52[5]). Besonders aus Ende Mai und Anfang Juni ist Briefwechsel über mancherlei Einzelheiten des Gesetzentwurfes vorhanden. Ende August oder Anfang September war dann eine Sitzung, in der die Änderungsvorschläge beraten wurden[6]). Diese muß sehr anstrengend gewesen sein. „Die letzten Tage habe ich hart am Patentgesetz gelitten! Jetzt ist die Geschichte endlich vorbei," sagt er am 7. September 1875[7]).

Am 23. September 1875 wurde ein gedruckter Bericht über das Ergebnis der Beratungen versandt. Vor allem hatte man den Lizenzzwangparagraphen etwas vorteilhafter gestaltet.

Am 15. November war eine außerordentliche Generalversammlung. Man beriet den Entwurf von neuem und beschloß noch einige Änderungen. Danach bearbeitete

[1]) Das findet sich angedeutet sowohl in seinem Briefwechsel aus der Zeit als auch in seinen Ausführungen auf der Generalversammlung vom 23. März 1875 und der außerordentlichen Generalversammlung vom 15. November 1875.

[2]) Siemensarchiv.

[3]) Stenographischer Bericht, l. c. S. 5. — Vgl. auch den offiziellen „Bericht über die Generalversammlung".

[4]) Original im Siemensarchiv.

[5]) Aufsätze von ihnen finden sich z. B. in „Deutsche Industriezeitung" 1875, Heft 20/21 und ebenda Heft 23.

[6]) Die gesamten Akten des Patentschutzvereins scheinen abhanden gekommen zu sein, so daß sich ein vollständiges Bild nicht mehr gewinnen läßt. Von den gedruckten oder autographierten Berichten findet sich noch einiges im Siemensarchiv und in der Bibliothek des Reichspatentamts.

[7]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 478.

Digitized by Google

der Vorstand den endgültigen Entwurf. Dieser wurde im Februar 1876 veröffentlicht[1]) und baldigst dem Bundesrat vorgelegt. Hauptpunkte waren: Eine Patentbehörde für's ganze Reich — Prüfung in Verbindung mit Aufgebotsverfahren[2]) — Lizenzzwang, jedoch erst nach Ablauf von 5 Jahren; vorher nur, wenn der Inhaber selbst nicht genügend ausführt. Dafür aber Wegfall eines besonderen Ausübungszwanges[3]). — Vollständige Druckveröffentlichung[4]) jedoch nicht vor Erteilung[5]). — Den Anspruch hat der Erfinder (Rechtsnachfolger) — Dauer bis zu 15 Jahren vom Tage der Bekanntmachung der Beschreibung — Zusatzpatente, die mit dem Hauptpatent ablaufen — Steigende Jahresabgaben — Patentgerichtshof[6]). — Rechtsweg bei ungerechtfertigter Versagung des Patentes.

Über den viel umstrittenen Lizenzzwang wird in der „Einleitung" gesagt: Auf dem Wiener Kongreß sei vorgeschlagen worden, nur dann zur Lizenz zu verpflichten, wenn das öffentliche Interesse es verlangt. „Es muß jedoch behauptet werden, daß das öffentliche Interesse in allen Fällen verlangt, daß die Erfindung nicht monopolisiert, sondern sofort der allgemeinen Benutzung zugänglich gemacht werde." Dann aber vor allen Dingen solle der Lizenzzwang auch „Schutz gegen die Ausbeutung des einheimischen Marktes durch ausländische und im Ausland fabrizierende Patentinhaber gewähren und an die Stelle des ... direkten Zwanges zur Ausführung der Erfindung treten, welcher sich als ganz unwirksam erweist". Es empfehle sich aber, den Lizenzzwang für die ersten fünf Jahre auszusetzen, sofern der Patentinhaber selbst oder durch andere seine Erfindung im Inland ausreichend zur Anwendung bringt. „Wird dieses Lizenzprinzip (§ 32) angenommen, so hört der Patentschutz auf zu sein, was er gegenwärtig in Deutschland ist: ein mit Geheimhaltung der Erfindung verknüpftes Monopol, welches die Gewerbefreiheit einschränkt und den Fortschritt der Industrie hemmt, ohne dem Erfinder die entsprechenden Vorteile zu gewähren. Der Erfinder wird darauf hingewiesen, das ihm erteilte Recht durch möglichst ausgedehnte Lizenzerteilung auszunutzen, statt wie bisher dasselbe zum öffentlichen Nachteile und nicht selten zum eigenen Schaden zu monopolisieren."

VI. Gegen Delbrück — Regierungsentwürfe (1876—1877).

Um nun Delbrücks verhängnisvollen Widerstand zu brechen, der auf den Lehren der Freihandelsschule fußte, galt es, nochmals einen mächtigen Vorstoß gegen diese Ansichten zu unternehmen. Drum verfaßte Siemens eine Denkschrift über die Notwendigkeit des Patentschutzes und überreichte sie Bismarck mit einem

[1]) „Revidierter Entwurf eines Patentgesetzes ... Redigiert nach den Beschlüssen der Generalversammlung vom 15. November 1875." — Berlin 1876.

[2]) Die Prüfung sollte keinesfalls schon zur Versagung führen können. „Die Vorprüfung durch die Staatsbehörde setzt eine Unfehlbarkeit der letzteren voraus, welche diese nicht besitzt. Sie entbehrt der Garantien gegen Irrtum und Mißbrauch," l. c. S. 7.

[3]) Der Patenthof soll entgegen dem früheren Entwurf die Lizenzgebühr im Streitfall nicht festsetzen, sondern nur entscheiden, ob eine vorgeschlagene Gebühr angemessen sei. Eine Grenze für die Bemessung der Gebühr war nicht mehr angegeben.

[4]) „Diese Veröffentlichung ist häufig und mit Recht als die Gegenleistung bezeichnet worden, welche der Erfinder der Gesamtheit für das ihm vorübergehend eingeräumte Vorrecht gewährt," l. c. S. 9. — Als allgemeine Forderung für die Erfinder wurde noch geltend gemacht: „Eine Erfindung hat erst dann Anspruch auf Berücksichtigung, wenn sie durchgearbeitet und soweit zum Abschluß gebracht ist, daß sie fertig dasteht," l. c. S. 25 (vgl. oben S. 14; ferner S. 45[3]).

[5]) Vor der Erteilung sollte die Patentbeschreibung nur öffentlich ausgelegt werden.

[6]) Dieser soll über Gültigkeit, Auslegung und Lizenzierung entscheiden; Verletzungsklagen dagegen stehen den ordentlichen Gerichten zu.

Digitized by Google

besonderen Hinweis auf die widerstrebenden Kräfte seiner Umgebung[1]). Dies hatte eine vortreffliche Wirkung.

Um die Bedeutung dieses vielleicht wichtigsten Schrittes, den Siemens unternahm, zu überschauen, müssen wir nochmals kurz auf den Geist der sog. Antipatentbewegung eingehen.

Wir haben bereits wiederholt gesehen, wieviel berechtigten Anlaß zu dieser Bewegung die Mängel gaben, die in der Anwendung des Eigentumsbegriffes auf die Erfindungen und in der sog. „moralischen" Begründung des Patentschutzes liegen[2]).

Ähnliche Schwierigkeiten entstanden dadurch, daß man die innere Berechtigung des Patentschutzes durch Anwendung des Urheberrechts auf Erfindungen zu erweisen suchte. Die Patentgegner konnten hierauf erwidern, ein Werk der Literatur und der Kunst sei etwas ganz Individuelles, das nur einmal geschaffen werden könne und nur Einem zugänglich sei; Erfindungen dagegen werden regelmäßig von Vielen unabhängig voneinander gefunden. Der Vergleich mit dem Urheberrecht sei darum unhaltbar.

Eine dritte Reihe von Bedenken gegen den Patentschutz entstand aus mangelnder Erfahrung, insbesondere durch mißverständliche Auffassung der Patente als Privilegien oder Monopole, die im Widerspruch zu der schwer errungenen Gewerbefreiheit zu stehen schienen[3]). Insbesondere die Freihandelsschule sah die Patente als ein Kulturhemmnis, als einen „morschen Ast am Baume der Kultur" und als ein „anachronistisches Überbleibsel aus der Zunftzeit" an. Sie seien nicht besser als andere Monopole oder Privilegien und daher grundsätzlich zu bekämpfen. Jedes Patent sei ein Widerspruch zur Freiheit der Betätigung, ein Raub an der Gesamtheit. Auch für den Preis einer Veröffentlichung der Erfindung sei ein solches Monopol nicht gerechtfertigt.

Selbst die Sonderrechte für tatsächlich neue Erfindungen seien eine viel zu nachteilige Beschränkung der Allgemeinheit. Sie bringen nicht nur keinen Vorteil, sondern wirken auch geradezu hemmend. Der angebliche Vorteil der rascheren Verbreitung der Kenntnis von Erfindungen trete nicht ein, denn durch die „Arbeit Aller" würde zwangläufig dasselbe erzielt. Durch das Patent aber würde gerade die Gesamtheit von der Mitwirkung auf lange Zeit hinaus ausgeschlossen. Das sei um so bedenklicher, da doch allgemein bekannt sei, daß Erfindungen nicht nur von einem, sondern von vielen unabhängig voneinander gemacht zu werden pflegen. Außerdem würde ein voreiliges Wettrennen um das Patent hervorgerufen und dadurch die Durchbildung der Erfindungen beeinträchtigt. Jedenfalls sei der Patentschutz der Allgemeinheit nur nachteilig.

---

[1]) Diese Denkschrift nebst Begleitschreiben wurde durch Druck vervielfältigt. Die Denkschrift selbst ist auch abgedruckt in „Wissenschaftliche und technische Arbeiten", Bd. II, 2. Aufl., S. 561 ff. unter dem Titel: „Denkschrift betreffend die Notwendigkeit eines Patentgesetzes für das Deutsche Reich." — Es kann sein, daß der allgemeine Gedanke, an Bismarck in irgendeiner Art persönlich heranzutreten, von André angeregt wurde. André schrieb am 17. November 1875 an Siemens: „Unterwegs ist mir durch den Kopf gegangen, ob es nicht zweckmäßig sei, jetzt, wo die Angelegenheit in Fluß zu kommen scheint, doch etwas Druck noch nachzusetzen und ob es nicht möglich sei, Bismarck auf den politischen Machtzuwachs aufmerksam zu machen, den das Reich erfährt, wenn das Patentwesen in unserem Sinne geregelt wird. Überlegen Sie sich das doch einmal. Gelegenheit, eine desfallsige Notiz an Bismarck gelangen zu lassen, müßte gesucht werden" (Original im Siemensarchiv).

[2]) Vgl. S. 7 f.; 9 f.; 22 ff.; 26 f.; 36; 47.

[3]) Vgl. S. 4; 10; 18 f.; 37.

Digitized by Google

Wenn daher wirklich ein Erfinder etwas Hervorragendes leiste und dadurch die Welt weiter vorwärts bringe, so müsse er sich damit begnügen, daß er seinen Lohn in sich selbst trage, ebenso wie derjenige, der auf irgendeinem anderen Gebiet etwas Großes geleistet habe. Jeder, auch der Erfinder, stehe ja doch nur auf den Schultern der Mit- und Vorwelt. — Daß es tatsächlich auch ohne Patente gehe, zeige sich in Ländern wie der Schweiz, die keinen Patentschutz und dennoch eine blühende Industrie haben[1]).

Diese Anschauungen waren um so schwerer zu bekämpfen, weil sie mancherlei Wahres enthielten, so vor allem, wenn sie nachwiesen, daß der Eigentumsbegriff auf die Erfindungen nicht anwendbar sei und daß das Patentwesen nicht in der zumeist üblichen Weise durch die „natürlichen" Rechte der Erfinder begründet werden könne und mit dem Urheberrecht gar nichts zu tun habe[2]). Auch in der volkswirtschaftlichen Begründung des freihändlerischen Standpunktes lag manches Körnchen Wahrheit; aber der Gesichtskreis war beschränkt. Es fehlte den einseitigen, abstrakten Theoretikern die unmittelbare Anschauung. Sie verachteten die Erfahrungen der Praktiker. Das hat ihnen mit einem sehr treffenden Wort Friedmann auf dem Wiener Kongreß 1873 entgegengehalten: „Wir Ingenieure haben auch eine Wissenschaft, und schließlich ist die Volkswirtschaft das Deduzierte von dem, was wir geschaffen haben. Sie arbeitet mit Prinzipien, die doch nur das Differential unserer Prinzipien sind, die das Integral darstellen[3])"; und Siemens schrieb einmal, daß die „hochverdiente Freihandelspartei, der ich auf anderen Gebieten stets zugewandt war, wegen mangelnder Erfahrung auf industriellen Gebieten ein Vorurteil gegen jede Patentgesetzgebung kundgibt[4])".

Besonders schwer zu überwinden war die allgemein übliche Verquickung der volkswirtschaftlichen Gesichtspunkte mit den moralischen, die immer wieder zu neuen Bedenken und Einwendungen Anlaß gab. Erst ein Mann wie Siemens, der die umfangreichsten praktischen Erfahrungen mit tiefer wissenschaftlicher Einsicht verband, mußte sich mit dem ganzen Gewicht seiner Persönlichkeit dafür einsetzen, um aus der Verwirrung herauszuführen, die selbst bei sehr vielen von denen herrschte, die sich über die volkswirtschaftliche Bedeutung des Patentschutzes an sich klar waren[5]); und um alles auszumerzen, was in dem Kampf nur schädlich wirken konnte, und ferner das Wesentliche so in den Vordergrund zu rücken, daß es unbedingt überzeugend wirkte. Dies war das Ziel der Denkschrift.

---

[1]) Diese Darstellung gibt den ganz kurzen Auszug dessen, was in zahlreichen Schriften der Freihändler und in Kongreßberichten u. dgl. sich zerstreut findet.

[2]) Es sei hier an das S. 23[1]) Gesagte erinnert.

[3]) Amtlicher Bericht über den Internationalen Patentkongreß 1873, S. 56.

[4]) Brief vom 14. März 1875 an die Nationalzeitung (Siemensarchiv). — Ähnlich auch in einem Brief an Krieger, der aus derselben Zeit stammt (Siemensarchiv). — Am stärksten trat jener Mangel an Erfahrung naturgemäß bei solchen Gegnern hervor, die an sich klare Köpfe und scharfe Denker waren. Zu diesen gehörte vor allem der Führer der ganzen Antipatentbewegung, Prince-Smith, der sich über die allein möglichen Grundlagen eines Patentschutzes durchaus im klaren war und hauptsächlich darum Gegner war, weil er glaubte, daß die Patente für das Gemeinwohl schädlich seien, da sie das Zustandekommen von Erfindungen erschweren, ihre allgemeine Anwendung hemmen und sogar den Erfindern selbst mehr Nachteil als Vorteil bringen. Vgl. z. B. seine Darlegungen in Fauchers „Vierteljahrsschrift für Volkswirtschaft" 1863, Bd. III, S. 158 ff. u. 221. — Vgl. auch oben S. 34.

[5]) Vgl. beispielsweise S. 8 u. 9, sowie S. 27 f.

Digitized by Google

Siemens hat auf die Ausarbeitung der Denkschrift größte Sorgfalt verwendet. Am 22. März 1876 schreibt er[1]): „Mein Exposé für Bismarck beschäftigt mich jetzt sehr. In wenig Worten viel zu sagen ist schwer. Ich denke es soll durchschlagend wirken sowohl für das Patentwesen wie für unsere Geschäftsinteressen." Es ist ihm denn auch gelungen, die Verhältnisse mit überraschender Klarheit aufzudecken.

In den Mittelpunkt rückte er zunächst die schwere Krise der deutschen Industrie, die seit einigen Jahren jedermann große Sorge machte, und die ihm geeignet schien, die wirtschaftlichen Zusammenhänge besonders scharf hervortreten zu lassen[2]). Der Inhalt der Denkschrift ist kurz folgender:

Die deutsche Industrie hat in den letzten Jahrzehnten einen mächtigen Aufschwung genommen. Dieser beruht auf zweierlei: 1. auf der Nachahmung fremder Erfindungen, 2. auf den billigen Löhnen. — Die Nachahmung wird durch das Fehlen eines ausreichenden Schutzes in Deutschland erleichtert; sie geschieht auf Grund von fremdländischen Patentschriften und durch Auskundschaften fremdländischer Fabriken.

„Die notwendige Folge dieses Entwicklungsganges der deutschen Industrie war die, daß die deutschen Fabrikate sowohl im Inlande wie im Auslande den Ruf billiger aber schlechter Ware erhielten[3])."

Dieses deutsche industrielle System erlitt nun in den letzten Jahren zwei geradezu vernichtende Stöße: 1. die Möglichkeit der Nachahmung wurde außerordentlich beschränkt durch die Vervollkommnung der Arbeitsmaschinen und die darauf beruhende Massenfabrikation. Die Nachahmung wäre nur mit verwickelten, kostspieligen Einrichtungen möglich; dafür ist aber zumeist das Risiko zu groß und der von dem Ersten gewonnene Vorsprung auf dem Markte ist auch nicht leicht einzuholen. 2. Die billigen Löhne schwanden durch die Entwicklung nach dem Kriege.

Um hier abzuhelfen und die Industrie vor gänzlichem Verfall zu bewahren, gibt es nur einen Weg: die Vermehrung und Stärkung der geistigen Kräfte, die in der Industrie tätig sind, verbunden mit einer Hebung der Solidität und Redlichkeit.

Der Durchführung dessen stehen aber unsere Staatseinrichtungen und Verwaltungsmaximen im Wege: einesteils hat der Techniker bei uns kein Ansehen und

---

[1]) An Karl Siemens (Siemensarchiv).

[2]) Die Krise der deutschen Industrie begann 1873.

[3]) „Wiss. Arb." l. c. II, S. 561. — Dies Wort „billig und schlecht" hat später Reuleaux in seinem Bericht von der Weltausstellung in Philadelphia ebenfalls angewendet. Es hat viel Staub aufgewirbelt und ist zum „geflügelten Wort" geworden, wird als solches auch von Büchmann angeführt und fälschlich auf Reuleaux zurückgeführt. (Vgl. auch „Lebenserinnerungen", l. c. S. 261.) — Das Wort im Munde Reuleaux' erregte bei der Regierung heftigen Anstoß. Siemens schreibt darüber in einem Briefe an Reuleaux vom 13. September 1876: „Mein herzliches Bravo! für Ihre mutigen und richtigen Worte von jenseits. Vielleicht interessiert es Sie, daß ich, bald nachdem sie erschollen waren, mit Delbrücks Nachfolger (Hofmann) ein ziemlich scharfes Renkontre über dieselben gehabt habe. Der hier versammelte Vorstand des Patentschutzvereins erbat und erhielt eine Audienz bei Hofmann. Nachdem er sich günstig über unsere Bestrebungen ausgesprochen und die Enquete in nächste Aussicht gestellt hatte, sprach er plötzlich und ohne direkte Veranlassung sehr scharf gegen Ihre, die deutsche Industrie beleidigenden und niederdrückenden Angriffe auf dieselbe. Ich weiß nicht, ob dies nur gegen Sie oder auch gegen mich gerichtet war, da er meine Eingabe an Bismarck zu kennen schien, wenigstens so tat; ich nahm aber den Kampf sofort auf und setzte ihm die Richtigkeit Ihrer Anschauungen mit scharfen Worten auseinander, mit dem Schlußsatz, daß Regierung, Industrie und Land Ihnen zu großem Dank verpflichtet wären, weil sie Feuer gerufen hätten — zu rechter Zeit an rechter Stelle, bevor es zu spät wäre, und jeder mann die Flammen aus dem Dache schlagen sähe. Es machte das offenbar Eindruck auf Se. Exzellenz. Er erwiderte nichts, sondern ging auf ein anderes Thema über." („Auswahl von Briefen", l. c. S. 500.)

Digitized by Google

keinen Einfluß, anderenteils hindert die Schutzlosigkeit der Erfindungen die Industrie, die zur Ausbildung der Erfindungen nötigen Aufwendungen zu machen und treibt gleichzeitig die Erfinder ins Ausland. „Talentvolle deutsche Techniker findet man nicht viel in Deutschland, desto mehr aber in England, Amerika und anderen industriellen Ländern, wo sie wesentlich dazu beitragen, dem eigenen Vaterlande die Konkurrenz mit dem Auslande unmöglich zu machen[1])."

Zu alledem kommen noch Lehren der theoretischen Volkswirtschaft. Diese behaupten, die Patente begünstigen nicht die Erfindung und bringen dem Erfinder keinen Nutzen. Die Ausbildung und Einführung der Erfindungen käme schneller und besser durch die „Arbeit Aller".

Diese Lehren sind falsch. Sie werden durch die praktische Erfahrung der Industrie widerlegt: Erfindungsreiche Köpfe bleiben nur, wo sie Schutz finden. Der technische Fortschritt ist am regsten, wo der Schutz der beste ist. Die volkswirtschaftlichen Theoretiker verwechseln „Idee" mit „Erfindung". „Die Idee ist an sich ohne reellen Wert; sie bekommt denselben erst nach Durchlaufung eines mühsamen, kostspieligen und häufig für den Erfinder gefährlichen Weges, auf dem sie erst zur patentfähigen Erfindung ausgearbeitet werden muß[2])." Ist aber auf diese Art eine Erfindung glücklich entstanden, so kommt noch die Feuerprobe der Praxis, bei der die meisten wieder untergehen, und dann kommt der Kampf gegen „Gewohnheit, Vorurteil und die träge Macht des Bestehenden". Wenn man alles der „Arbeit Aller" überlassen wollte, so müßte jeder für sich denselben mühevollen Weg gehen. Nur die „Vaterliebe des Erfinders, verbunden mit der Aussicht auf künftige große Ehre und großen Gewinn" vermag das zu leisten. Wird aber dem Erfinder der Schutz, den er dafür benötigt, versagt, so geht er lieber ins Ausland, als daß er seine Erfindung der „Arbeit Aller" preisgäbe[3]).

Wie ist dem nun abzuhelfen? — Die Abhilfe ergibt sich schon aus der Schilderung der Verhältnisse selbst. Es „liegt darin der beruhigende Trost, daß eine Wendung zum Besseren leicht herbeizuführen ist und daß die deutsche Industrie sogar die Grundbedingung zu einer Blüte ohnegleichen in sich trägt[4])". Diese Grundbedingung ist gegeben durch den hohen Stand und die weite Verbreitung der naturwissenschaftlichen Erkenntnis in Deutschland. Es braucht nur den geistigschaffenden Kräften der Industrie der nötige Spielraum für ihre volle Entwicklung und Tätigkeit gegeben und durch ein gutes Patentgesetz ihre Arbeit geschützt und lohnend gemacht zu werden, um diese Wendung einzuleiten.

Aber das allein genügt nicht. Die tief eingerissene Unsolidität muß beseitigt werden. In England, Frankreich und Amerika gilt es als unehrenhaft, fremde Erfindungen ohne Zustimmung des Erfinders zu benutzen. In Deutschland dagegen gilt es oft sogar für verdienstvoll und die Regierung begünstigt das. Dazu kommt das Streben, ausländische Fabriken auszukundschaften. Im Auslande wird dergleichen als Vertrauensbruch und Unredlichkeit angesehen. „Die deutsche Redlichkeit, von der wir viel singen und reden, hat im Auslande nur schlechten Klang — zu Deutschlands unermeßlichem Schaden[4])."

Die wirksame Abhilfe auch hierfür gibt dasselbe Mittel, nämlich ein zweckmäßiger Patentschutz.

---

[1]) „Wiss. Arb." l. c. II, 563.
[2]) l. c. 564. [3]) l. c. 564f. [4]) l. c. 566.

Digitized by Google

Der Patentschutz ist ein Opfer, das die Gesamtheit bringt, aber die Gemeinschaft der Industrie treibenden Nationen verlangt ein solches Opfer. „Man betrachtet mit Recht die Erfindungspatente mit Publizierungsverpflichtung als ein Opfer an wirtschaftlicher Freiheit, welches die Gemeinschaft der industrietreibenden Nationen dem technischen Fortschritt bringt, von dessen Intensität heute wesentlich das Wohlbefinden der Völker abhängt und von dem allein eine allmählich fortschreitende Verbesserung des sozialen Zustandes der Menschheit zu erwarten ist[1])."

Das sind freilich Lasten, aber: „erst wenn das Deutsche Reich seinen vollen Anteil an diesen Lasten übernommen hat, ... und wenn die Deutschen selbst sich durch Redlichkeit im Verkehr und Tüchtigkeit ihres Schaffens die volle Achtung der anderen Völker wiedererrungen haben, wird die Welt mit der großen Umwälzung, die Deutschlands politische Auferstehung bewirkt hat, ausgesöhnt und unser Vaterland gegen alle zukünftigen Stürme gesichert sein[2])!"

Er führt dann zum Schluß noch u. a. aus: Ein gutes Patentgesetz für das Reich würde „gewichtige Bevölkerungskreise fester an das Reich und seine Institutionen knüpfen". Er weist schließlich nochmals auf die schwere Krisis hin: Viele wichtige Industriezweige liegen hoffnungslos darnieder. Schon die begründete Aussicht auf baldige Regelung des Erfindungsschutzes würde diese ermutigen, neu beleben und zu äußersten Anstrengungen anspornen.

Dieser starke Anruf mit seinem klaren, zwingenden Gedankenbau, der gestützt ist durch handgreifliche Tatsachen und Zusammenhänge, hat sicherlich auf Bismarck tiefen Eindruck gemacht. Er hat ihm die Augen geöffnet über die wirkliche Lage. Der Erfolg blieb nicht aus.

Am 8. April überreichte Siemens die Denkschrift mit einem „Sendschreiben", das er im Namen des Patentschutzvereins unterschrieb[3]). Er bat, Bismarck „wolle dem baldigen Erlaß eines Patentgesetzes sein Interesse zuwenden"; es sei sonst ein weiteres Hinausschieben dieser zur Bekämpfung der schweren gewerblichen Krisis unumgänglich notwendigen Maßregel zu befürchten, „da von gewichtigen, auch in der Staatsverwaltung vertretenen Kreisen die gänzliche Beseitigung des Erfindungsschutzes aus theoretischen Gründen erstrebt wird. Der Verein appelliert daher an Ew. Durchlaucht in der festen Hoffnung, daß dieselben seinen auf voller Sachkenntnis und praktischer Erfahrung beruhenden Gründen Ihre Anerkennung nicht versagen werden". Dieser Hinweis auf die hemmenden Kräfte in der Staatsverwaltung galt Delbrück[4]). Bismarck scheint die Sache

[1]) l. c. 566. [2]) l. c. 567.

[3]) vgl. oben S. 56[1]).

[4]) Delbrück, der Präsident des Reichskanzleramtes, galt schon seit langen Jahren als das Haupthindernis für ein wirksames Vorgehen der Regierung, vgl. S. 35, 39, 41, 46, 53. Er hat auch aus seiner Meinung kein Hehl gemacht. Nun sagt allerdings Grothe, Delbrück habe im Verein zur Beförderung des Gewerbefleißes 1877 das Patentgesetz als eine Notwendigkeit bezeichnet (Grothe, „Das Patentgesetz" 1877, S. 32, Fußnote). Gemeint ist offenbar eine Äußerung vom 4. Juni 1877. Da sagt Delbrück nach Ausweis der Sitzungsberichte, das Patentgesetz sei sehr bedeutungsvoll und der Verein zähle zu seinen Mitgliedern „einen Mann, der beständig die Notwendigkeit eines solchen Gesetzes betont und allen Einfluß auf das endliche Zustandekommen geltend gemacht hat" („Sitzungsbericht" 1877, S. 98). Damit meinte aber Delbrück nicht sich selbst, sondern offenbar Siemens. — Es ist aber auch an sich nicht undenkbar, daß Delbrück sich nachträglich von der Unhaltbarkeit seiner früheren Anschauungen überzeugt hat.

Digitized by Google

diesmal unverzüglich und wider die Anschauung Delbrücks in die Hand genommen zu haben. Er beantragte beim Bundesrat eine Sachverständigenvernehmung über die Frage. Am 11. April bereits schloß sich der IV. Ausschuß des Bundesrats dem Antrag an und am 27. April beschloß der Bundesrat in diesem Sinne.

Delbrück aber reichte seinen Abschied ein. Am 25. April bereits schreibt Siemens an seinen Bruder Wilhelm[1]): „Wie ich gestern bestimmt hörte, hat Delbrück seinen Abschied eingereicht! wegen Differenzen mit Bismarck in Eisenbahnpolitik, Handelspolitik und Patentfragen, wie man sagt. Es sollte mir leid tun, wenn er ginge, denn es fehlt ein geeigneter Ersatzmann."

Am 1. Juni 1876 schied Delbrück wegen „angegriffener Gesundheit" aus seinem Amt. Bismarck sagt darüber: „Delbrück hatte in pflichttreuer Weise, auch wenn seine Ansicht in bestimmten Fragen von der meinigen abwich, doch die meinige vertreten und zog sich zurück, als diese Vertretung mit seiner Überzeugung in einen so scharfen Widerspruch trat, daß er nicht glaubte, über denselben hinwegsehen zu dürfen. Auf seine eigene Empfehlung folgte ihm der frühere hessische Minister von Hofmann, welcher für fügsam galt und keine politische Vergangenheit zu schonen hatte[2])."

Die Bahn war frei.

Am 5. Juli 1876 schreibt Siemens an seinen Bruder Wilhelm[3]): „Wir hatten Audienz bei Hofmann, dem Nachfolger Delbrücks. Derselbe versicherte, die Sache sei im besten Gange. Eine Einladung zur Enquete, die Ende August oder Anfang September stattfindet, habe ich schon erhalten. Meine Denkschrift an Bismarck hat sehr gut gewirkt[4])."

Diese Zusammenhänge sind in der Öffentlichkeit so gut wie unbekannt geblieben.

Bis zum Zusammentritt der Sachverständigen war der Patentschutzverein eifrig bei der Arbeit, um alles vorzubereiten. Am 3. Juli 1876 spricht Siemens von einer „Masse Abhaltungen, namentlich eine mehrtägige Vorstandssitzung des Patentschutzvereins[5])". Im August war er zu seiner Erholung in Westerland, mußte aber bald umkehren, da die Enquete bevorstand. „Ich darf dabei nicht fehlen[6])." Dann sagt er am 28. August: „Da in dieser Woche Patentenquete, die morgen beginnt, Ingenieurverein und Generalversammlung des Patentschutzvereins zusammentreffen, so weiß ich wirklich kaum, was tun[7])!" In der Zeit vom 29. August bis 2. September war dann die Sachverständigenvernehmung[8]). 22 Sachverständige waren erschienen.

---

[1]) Siemensarchiv.

[2]) Bismarck, „Gedanken und Erinnerungen", Bd. III, 1919, S. 39. — Die Hervorhebung von Satzteilen durch gesperrten Druck ist hier, wie auch an einigen anderen in dieser Arbeit angeführten Stellen, im Urtext nicht angewendet.

[3]) Abgedruckt mit dem falschen Datum 5. Juli 1875 in „Auswahl von Briefen", S. 476.

[4]) Auch in den „Lebenserinnerungen" schreibt er gerade dieser Eingabe einen großen Einfluß zu: „Ich vermute, daß eine Eingabe, die ich als Vorsitzender des Patentschutzvereins an den Reichskanzler richtete, bei der Entscheidung für den Erlaß eines Reichspatentgesetzes wesentlich mitgewirkt hat." „Lebenserinnerungen", l. c. S. 261.

[5]) An seinen Bruder Karl (Siemensarchiv).

[6]) Schreiben an Wilhelm, 7. August 1876 (Siemensarchiv).

[7]) Schreiben an Becker (Siemensarchiv).

[8]) „Verlauf und Ergebnis der Beratungen der behufs einer gesetzlichen Regelung des Patentwesens seitens des Reichskanzleramtes zusammengetretenen Sachverständigenkommission", abgedruckt in „Archiv für deutsches Handels- und Wechselrecht", Bd. 35, 1877.

Digitized by Google

21 Fragen sollten beantwortet werden. Die Hauptfrage: die Notwendigkeit des Erfindungsschutzes, wurde mit Ausnahme einer einzigen Stimme von allen bejaht.

Siemens hat bei diesen Verhandlungen wiederholt Gelegenheit genommen, die von ihm in der Denkschrift und in den „Positiven Vorschlägen" niedergelegten allgemeinen Gesichtspunkte für die Notwendigkeit eines Patentgesetzes noch weiter auszuführen. Außerdem sprach er besonders eindringlich für den vom Patentschutzverein vorgeschlagenen Lizenzzwang, der nach 5 Jahren einzutreten hätte. Der Lizenzzwang sei ein „Eingriff in das Recht des Erfinders, aber ein so notwendiger, daß er nicht umgangen werden könne[1])". Einer vollständigen Monopolisierung müsse auf alle Fälle vorgebeugt werden, zumal im Hinblick auf die zu erwartende Teilnahme der Ausländer am deutschen Patentwesen. Unrichtig sei die Behauptung, daß der Lizenzzwang den armen Erfinder schädige; umgekehrt werde durch denselben vielmehr der Übermacht des Kapitals entgegengewirkt[2]). Nehme man vom Lizenzzwang Abstand, so müsse auf alle Fälle die Einfuhr patentierter Artikel verboten werden. Das sei aber eine sehr einschneidende und lästige Maßnahme[3]). Auch über die Lizenzbemessung sprach er wiederholt[4]).

Er verteidigte ferner das Aufgebotsverfahren[5]). Über die Patentdauer meinte er, daß 15 Jahre keinesfalls überschritten werden dürfen. Für die meisten kleineren Erfindungen sei schon ein viel kürzerer Zeitraum zu lang. Für große Erfindungen seien 15 Jahre ausreichend, aber auch erforderlich. Nur in ganz seltenen Fällen bedürfe eine Erfindung mit Rücksicht auf ihre Entwicklung längerer Zeit. Aber solche Ausnahmen könne die Gesetzgebung nicht berücksichtigen[6]). Er verlangte auch, die Patentdauer solle nicht von dem Ablauf ausländischer Patente abhängig sein[7]).

Für Vorveröffentlichungen, die der Erteilung des Patentes entgegenstehen sollen, schlägt er eine Verjährungsfrist vor, z. B. 20 oder 50 Jahre. Sicherlich habe die Allgemeinheit auch dann einen Vorteil, wenn eine alte Erfindung, die niemals zur Ausführung gelangt ist, wirklich in das praktische Leben gerufen werde[8]). — Weiterhin sprach er vom Patentgerichtshof. Streitfragen über Erfindungen und Patente seien so schwierig, daß jemand, der nicht Techniker sei, nur durch längere Beschäftigung ein Verständnis für sie gewinne. Der Gerichtshof müsse aus Richtern und Sachverständigen zusammengesetzt sein. Die Patentverletzungsprozesse allerdings könnten den Ordentlichen Gerichten überlassen bleiben[9]).

Es war eine gründliche und anstrengende Arbeit, die von den Sachverständigen geleistet wurde. Am letzten Tage waren alle Mitglieder der Kommission nebst verschiedenen Herren des Bundesrats und des Reichskanzleramts bei Siemens zu Gast[10]). Es waren schwere Tage für ihn, der gewohnt war, überall zu führen und außerdem in seinem Weltgeschäft der erste Arbeiter zu sein. Am 4. September schreibt er an seinen Bruder Wilhelm[11]): „In der letzten schweren Woche, in der ich gleichzeitig die Patentenquete, welche täglich 6 Stunden saß, ferner den Deutschen Ingenieur-

[1]) „Archiv für deutsches Handels- und Wechselrecht", l. c. S. 111.
[2]) Ebenda, S. 125. [3]) Ebenda, S. 151.
[4]) Ebenda, S. 112 und 124. [5]) Ebenda, S. 135f. und 142f.
[6]) Ebenda, S. 153. [7]) Ebenda, S. 153f.
[8]) Ebenda, S. 165 bis 167. [9]) Ebenda, S. 171.
[10]) Schreiben an Geh. Rat Bücker vom 2. September 1876 (Siemensarchiv).
[11]) Siemensarchiv.

Digitized by Google

verein und den Patentschutzverein auf dem Halse hatte neben dem laufenden Geschäfte, fand ich keine Zeit, Dir zu schreiben."

Es folgte nun eine Zeit der Erwartung und des Harrens. Am 31. Oktober schreibt er an Rosenthal, er möge sich bereithalten, falls jetzt Beratungen nötig werden. Über den Inhalt des Entwurfs, den nun die Regierung ausarbeite, sei „absolut nichts transpiriert . . .". „Die Parlamentarier haben mir eine freie Kommission zugesichert, in der wir zu Wort kommen können. Dann ist es Zeit, wieder zu handeln — bis dahin können wir auf der Bärenhaut liegen! Doch nein, wir müssen vorbereiten . . .[1])."

Schon am 21. November veröffentlichte die Regierung ihren Entwurf, der sich ziemlich eng an den des Patentschutzvereins anlehnte und die Ergebnisse der Enquete berücksichtigte[2]). Der Entwurf wurde überall in Deutschland eifrig besprochen. Der Vorstand des Patentschutzvereins nahm im Dezember Stellung dazu. Am 16. und 17. waren eingehende Beratungen[3]) und am 20. Dezember bereits ging eine von Siemens im Namen des Vorstandes unterschriebene Eingabe „an das Hohe Reichskanzleramt", die auch gedruckt verbreitet wurde. Sie behandelte: 1. „Notwendige Änderungen" und 2. „Wünschenswerte Änderungen[4])". Aus der Fülle des in diesem Gutachten Niedergelegten sei ein Punkt erwähnt. Das Gutachten verlangte, daß nur der Erfinder den Anspruch auf das Patent haben solle. Das war eine „moralische" Forderung. Damit war jedoch keineswegs gesagt, daß ein solcher moralischer Anspruch nunmehr die Richtschnur für die ganze Gestaltung des Gesetzes bilden solle. Es handelte sich vielmehr lediglich darum, im Rahmen des rein volkswirtschaftlichen Grundgedankens festzustellen, daß demjenigen kein Recht zustehen soll, der die Erfindung eines anderen sich wider dessen Willen angeeignet hat[5]). Es war ausdrücklich vorgesehen, daß das Recht auf Erwerbung eines Patentes abgetreten werden kann. Wenn zum Beispiel ein Angestellter im Auftrag eine Erfindung mache, so müsse dem Dienstherrn das Recht zustehen.

Das Gutachten trat auch erneut dafür ein, daß Mitglieder des Patentamtes keine Patente nehmen dürften, weil sonst das Vertrauen untergraben werde.

Bereits Anfang 1877 legte die Regierung einen neuen, revidierten Entwurf vor, der vom Bundesrat genehmigt und am 24. Februar dem Reichstag überwiesen wurde. Am 2. März 1877 wurde der Entwurf im Reichstag beraten und einer Kommission von 21 Mitgliedern überwiesen. Diese Kommission berichtete am 22. April 1877 über das Ergebnis ihrer Beratungen[6]). Der Kommissionsbericht empfahl noch eine Reihe von Änderungen. Unter anderem wurde der Lizenzzwang auf die Fälle beschränkt, in denen das öffentliche Interesse die Ausübung des Patents durch andere verlangt. — Die Kommission schlug vor, die Überschüsse des Patentamtes für die

[1]) Siemensarchiv.

[2]) Abgedruckt im Reichsanzeiger; ferner in einer mit Unterstützung von Siemens zustandegekommenen Schrift „Beiträge zur Patentfrage" 1877 (Verlag Kortkampf). — In einem Rundschreiben an die Bundesregierung hatte das Reichskanzleramt den Entwurf näher begründet. Hinsichtlich des Lizenzzwanges war darin gesagt, man habe zu weit gehende Regelung vermieden, weil sonst die Klarheit und Durchführbarkeit des Gesetzes darunter leiden könnte („Beitr. z Patfr." l. c. S. 21).

[3]) Brief an Karl Siemens vom 16. Dezember 1876 (Siemensarchiv): „Jetzt kommt der Patentschutzverein, der heute und morgen wohl den ganzen Tag Vorstandssitzung bei mir hat."

[4]) S. 2 ff. bzw. 11 ff. der Druckschrift. — Die Eingabe ist auch wiedergegeben in „Beiträge zur Patentfrage" l. c. S. 24 ff.

[5]) S. 4 der Druckschrift.

[6]) Bericht der 7. Kommission des Reichstages, Nr. 8 der Drucksachen.

Digitized by Google

Gründung eines Deutschen Museums nutzbar zu machen, das der Darstellung neuer Erfindungen dienen sollte. Das geschah infolge einer besonderen Anregung von Siemens, der am 6. April 1877 den Reichstagsabgeordneten von Unruh gebeten hatte, in der Kommission die „Begründung einer Erfindungs- oder Fortschrittshalle" anzuregen[1]).

Das Gesetz wurde mit großer Mehrheit beschlossen, am 9. Mai vom Bundesrat genehmigt, und am 25. Mai im Reichsgesetzblatt veröffentlicht. Es trat am 1. Juli 1877 in Kraft.

Am 28. April schreibt Siemens an einen seiner Brüder in London[2]): „Die Sache hat mir in der letzten Zeit viel Mühe und Arbeit gemacht, aber ich denke, die Arbeit hat gelohnt. Es ist im allgemeinen nach meinen alten Anträgen und wird vielfach Charta Siemens genannt."

Rosenthal widmete sein Buch „Das Deutsche Patentgesetz": , Dem Vorkämpfer für ein Deutsches Patentgesetz, Herrn Dr. Werner Siemens . . . in Freundschaft und Verehrung[3])".

Klostermann schrieb ihm am 10. Juli 1877: „Mir werden die Jahre unserer gemeinsamen Tätigkeit stets eine wertvolle Erinnerung bleiben, zumal da dieselbe unter Ihrer siegreichen Führung von einem Erfolge gekrönt worden ist, den in Deutschland Privatvereine noch nicht erreicht haben[4])."

Am 2. Juli 1877 sprach Siemens über das Ergebnis im „Verein zur Beförderung des Gewerbefleißes". Er wies auf die großen Schwierigkeiten einer befriedigenden Prüfung der Erfindungen hin. „Ich kann nicht unterlassen, mein Bedauern auszusprechen, daß der Ausweg nicht eingeschlagen worden ist, welcher beim ersten Entwurf der Regierung gefunden war, nämlich eine konsultative Vorprüfung . . .[5])." Diese hätte der Industrie größere Sicherheit gegeben und der Kommission größere Freiheit. Jetzt müsse im Zweifelsfall das Amt liberal sein, um nicht abzuschrecken. Die Patentkommission müsse sich als Beschützer des Fortschrittes fühlen. Die Aufgabe der Kommissionsmitglieder sei „außerordentlich schwierig". Er hoffe, daß es durch das Patentgesetz dahin kommen werde, daß jeder sage: „Das ist deutsches Produkt, und also das Beste[6])."

Als ihm Gensel eine von ihm verfaßte Schrift[7]) über das Patentwesen übersandte, schrieb Siemens an Gensel: „Ihre klare Schrift wird beitragen, das deutsche Publikum zu veranlassen, auch künftig bei wichtigen Fragen des sozialen Lebens das Heil nicht geduldig von oben zu erwarten, sondern selbsttätig Hand anzulegen, um der Gesetzgebung von unten den Weg zu ebnen und vorzuzeichnen, den sie zu wandeln hat[8])."

[1]) Siemensarchiv. — Der Gedanke des Deutschen Museums kam erst später zur Ausführung.

[2]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 521.

[3]) Rosenthal, „Das Deutsche Patentgesetz", Erlangen 1881.

[4]) Siemensarchiv. — Auf Anregung von Siemens überreichte der Patentschutzverein etwa ein Jahr später den beiden juristischen Haupthelfern, Klostermann und André, je ein Ehrengeschenk von 6000 Mk. Rosenthal, der begütert war, hatte gebeten, für seine Person von dem Geschenk Abstand zu nehmen. Der Patentschutzverein schlief vorläufig ein.

[5]) „Sitzungsbericht des Vereins zur Bef. des Gew.-Fl.", 1877, S. 126. Im Bericht steht „fakultative Vorprüfung", was wohl nicht gemeint war.

[6]) l. c. S. 127.

[7]) Wahrscheinlich ein Sonderabdruck des Genselschen Aufsatzes im „Jahrbuch für Gesetzgebung, Verwaltung und Volkswirtschaft im Deutschen Reich" 1877, Heft 3.

[8]) Siemensarchiv.

Digitized by Google

VII. Regierungsbeamter — Internationale Fragen — Patentreform.

Am 2. Juli 1877 hielt der Ministerialdirektor Dr. Jacobi, der erste Patentamtspräsident, einen Vortrag im Verein zur Beförderung des Gewerbefleißes, worin er über das deutsche Patentgesetz und sein Zustandekommen berichtete. Darin sagte er: „Hier ließ der Patentschutzverein keine Ruhe mehr. Dr. Siemens an der Spitze, umgeben von tatkräftigen Mithelfern; der Haß gegen das unnatürliche bestehende Recht kam ebenso scharf zum Ausdruck wie das Verlangen nach gesunder Reform. „Wer viel hassen kann, kann auch viel lieben", und so wünsche ich denn dem Dr. Siemens als süße Rache die Rolle eines ersten Liebhabers bei dem deutschen Patentamt[1])."

Das Wort sollte sich ganz anders erfüllen, als Siemens selbst es sich gedacht hatte. — Als man ihm einst selbstsüchtige Beweggründe für seine Arbeit am Patentgesetz unterschob, schrieb er: „Ich habe seit mehr wie 20 Jahren in Preußen nie ein Patent nachgesucht und werde für mich auch von einem etwaigen Reichspatentgesetz keinen Gebrauch machen[2])." Darin nun hatte er sich gründlich geirrt, wie wir sogleich sehen werden.

Am 5. Juli 1877 berief das Reichskanzleramt Werner Siemens als nichtständiges Mitglied in das Patentamt. Er hielt es mit der Stellung eines Mitglieds des Patentamts für unvereinbar, Patente zu nehmen (vgl. S. 45 und 63). Das war ihm zwar aus dem Gesetzentwurf herausgestrichen worden, entsprach aber gleichwohl seiner Überzeugung. Da er aber ebenso fest überzeugt war, auch künftig ohne deutsche Patente durchzukommen, nahm er die Berufung an, um seine reiche Erfahrung auf technischem und patentrechtlichem Gebiet der Allgemeinheit nutzbar zu machen[3]).

Bald darauf aber kam aus Amerika die Kunde von den wunderbaren Leistungen des damals von Bell erfundenen Telephons. Diese Erfindung konnte die Welt erobern und es galt, sich einen Platz an der Sonne zu sichern. In den Siemensschen Werkstätten wurde fiebernd gearbeitet und Neues gefunden. Am 30. Oktober 1877 schreibt Siemens an seinen Bruder Karl[4]): „Wir sind hier jetzt in großem Telephontrubel! ... Stephan[5]) ist ganz wild und seine Beamten auch. Wir arbeiten gleich tüchtig darauf los, da alle Welt welche haben will! Ich habe auch schon Verbesserungen in Arbeit, von denen ich mir viel verspreche. Es beginnt damit eine neue Ära für unterirdische Leitungen ... Stephan hat vor, jedem Berliner Bürger womöglich ein Telephon zu jedem anderen zur Disposition zu stellen!"

Es zeigte sich aber, daß der beginnende Riesenwettkampf nicht mehr ohne Patente ausgetragen werden konnte. Am 6. November 1877 schon schreibt er: „... Werde wohl nächstens ein Telephonpatent beantragen. Wir sind mitten in den Versuchen und ich glaube, wir werden Bell bald sehr übertreffen." Dann am 10. November[6]): „Arger Trubel im Geschäft, der durch den Telephontrubel noch sehr gesteigert ist ..." — Am 15. November[7]): „Ich bin eifrig beschäftigt, das Tele-

[1]) Sitzungsbericht des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleißes 1877, S. 122; auch abgedruckt in „Das Patentgesetz vom 25. Mai 1877, dargestellt von einem höheren Regierungsbeamten", Berlin 1877.

[2]) 14. März 1875 an die Redaktion der „Nationalzeitung" (Siemensarchiv), vgl. oben S. 14.

[3]) Er wurde dadurch Reichsbeamter und erhielt als solcher den Titel „Geheimer Regierungsrat" („Lebenserinnerungen", l. c. S. 279).

[4]) „Auswahl von Briefen", l. c. S. 535. [5]) Der Generalpostmeister.

[6]) An Karl Siemens, l. c. S. 536. [7]) An Exzellenz von Lüders l. c. S. 539.

Digitized by Google

phon zu verbessern ... Hier herrscht jetzt vollständiges Telephonfieber." Am 17. November schreibt er über Verhandlungen mit Bell[1]). Am 19. November[2]): „Der Telephonschwindel ist jetzt in Deutschland in voller Blüte, und ich kann sagen, ich werde die Geister, die wir berufen haben, nicht mehr los! ... Es ist eine wahre Kalamität! ... Einen solchen Sturm hatte ich nicht vorausgesehen." Am 26. November[3]): „... Unser hiesiges Geschäft droht uns ganz über den Kopf zu wachsen! Die Telephone machen jetzt alles verdreht."

Das war die fast verzweifelte Stimmung, aus der heraus sein Entschluß geboren wurde, seine Stellung als Mitglied des Patentamtes aufzugeben. Am 27. November reichte er sein Gesuch ein[4]). Er gab zwei Gründe an: einesteils die Überlastung mit anderen Arbeiten und zweitens — und vor allen Dingen — es sei nicht mehr länger durchführbar, daß er selbst oder seine Firma sich der Anmeldung von Patenten enthalte. Wenn er aber anmelde, müsse er befürchten, in eine falsche Position zu kommen.

Seinem Gesuch wurde jedoch nicht stattgegeben[5]) und so reichte er denn am 12. Dezember 1877 seine erste und für dieses Jahr einzige deutsche Patentanmeldung ein. Es handelte sich um „Telephone und Rufapparate mit magnetischer Gleichgewichtslage der schwingenden Teile".

Der ersten Anmeldung folgten bald weitere, aber in den ersten Jahren war er doch ziemlich zurückhaltend[6]). Heute hat das Patentwesen in den von Siemens begründeten Betrieben einen Umfang und eine Bedeutung, die er sicherlich nicht geahnt hat. — Bis zu seinem Todestag (6. Dezember 1892), also in etwa 15 Jahren, waren von den Firmen Siemens & Halske und Gebr. Siemens & Co. zusammen noch nicht 300 Patentanmeldungen in Deutschland eingereicht worden. Bis Anfang 1922 waren es für die Siemensfirmen bereits über 11 000; dazu kommen noch mehr als 9000 deutsche Gebrauchsmuster. Seit Jahrzehnten sind die Siemensfirmen stärker am Patentwesen beteiligt als irgendein Unternehmen der ganzen Welt. Die Erfahrung hat gezeigt, daß auch für die Großindustrie der Patentschutz unmittelbar bedeutenden Wert hat, und es ist als sicher anzunehmen, daß die Entwicklung der Siemensfirmen ganz anders verlaufen wäre, wenn nicht der Patentschutz und eine gesunde Patentpolitik einen sicheren Rückhalt gegeben hätte.

Als das fünfte Jahr seiner Mitgliedschaft zu Ende ging, lehnte Siemens eine Wiederberufung ins Patentamt ab mit Rücksicht auf die Ausdehnung seines Ge-

[1]) l. c. S. 539. [2]) An Wilhelm Siemens, l. c. S. 543. [3]) An Karl Siemens, l. c. S. 544f.

[4]) Siemensarchiv.

[5]) Im Siemensarchiv ist eine Antwort auf das Gesuch nicht auffindbar. Es ist anzunehmen, daß der Präsident des Patentamtes ihm schriftlich oder mündlich darüber volle Gewißheit gegeben hat, daß man keinerlei Bedenken habe, wenn seine Firma deutsche Patente nimmt. Das Gesetz legte ihm kein Hindernis in den Weg; die Regierung war sich bei seiner Anstellung darüber klar, daß er als Industrieller und Erfinder keinesfalls vom Patentwesen ausgeschlossen werden dürfe, und die Art seiner Stellung war von vornherein dieser Notwendigkeit angepaßt worden: er hatte mit der Behandlung von Patentanmeldungen gar nichts zu tun, sondern war nur als nichtständiges Mitglied der Nichtigkeitsabteilung von Zeit zu Zeit tätig. — Deshalb gab man ihn nicht frei. Daß er trotzdem seelisch darunter gelitten hat, findet sich gelegentlich in seinem Briefwechsel angedeutet.

[6]) Von anderen Seiten wurde von Anfang an lebhaft angemeldet. Schon im ersten halben Jahr hatte Deutschland an Zahl der Patentanmeldungen sowohl England als Frankreich überflügelt. Es waren in 6 Monaten 3212 Anmeldungen im Patentamt eingegangen; ungefähr ebensoviel, als in den vorausgegangenen 75 Jahren in Preußen Patente erteilt worden sind. Die Mitglieder des neuen Amtes, das sich erst den Verhältnissen anpassen mußte, waren überbürdet. Vgl. Jacobi „Berichtüber die Tätigkeit des Kais. Patentamts für das erste Halbjahr vom 1. Juli bis 31. Dezember 1877" 1878, S. 26.

Digitized by Google

schäftsbetriebes und auf sein Alter. Dazu sagte er: , Das große Interesse, welches ich stets dem Patentwesen zugewandt habe, wird aber fortdauern, wenn ich auch nicht mehr Mitglied des Patentamtes bin, und stelle ich mich demselben gern für besondere Arbeiten auch später zur Verfügung, soweit dies zulässig erscheint[1])." Am 30. Juni 1882 schied er endgültig aus und erhielt ein Dankschreiben vom Vorsitzenden des Patentamtes, worin dieser u. a. die Hoffnung ausspricht, „daß Ew. Hochwohlgeboren auch nach Lösung dieses äußeren Bandes dem von Ihnen mitgeschaffenen und gepflegten Werke Ihr Interesse bewahren werde[2])".

Zu weiterer Mitarbeit ergab sich ihm mehrfach Gelegenheit.

Eine Gruppe von Fragen, mit denen er sich noch eingehend befaßte, war die der internationalen Patentgesetzgebung. Schon in seiner Denkschrift aus 1863 hatte er auf die Bedeutung einer internationalen Regelung des Patentwesens hingewiesen und hatte auch auf dem Wiener Kongreß 1873 dafür Stellung genommen[3]). In den Jahren 1874 bis 1876 hatte man ihn wiederholt gefragt, wie er sich zu einem neuen Internationalen Patentkongreß stelle. Er hatte damals immer erwidert, daß er es für das Wichtigste halte, zuerst einmal die Patentgesetzgebung in Deutschland selbst ins Reine zu bringen[4]). 1878 kam ein Kongreß in Paris zustande. Die internationale Vereinheitlichung der Gesetzgebung sollte besprochen werden. Die deutsche Regierung hatte die Teilnahme abgelehnt. Auch Siemens war zunächst mißtrauisch gegen solche internationale Abmachungen. Er befürchtete, daß dadurch die in so schweren Kämpfen errungenen Grundlagen der deutschen Gesetzgebung erschüttert werden könnten, zumal Deutschland nun allen anderen Staaten weit voraus war und man nicht annehmen durfte, daß man anderswo das deutsche System jetzt schon annehmen werde[5]). Auf dem Kongreß sah man auch bald ein, daß eine weitgehende Vereinheitlichung noch nicht möglich sei. Hauptpunkt blieb schließlich die Frage der Schaffung eines internationalen Prioritätsrechts. Auch hierzu hat Siemens Mitte 1879 einmal Stellung genommen. Er hatte Bedenken wegen der Unsicherheit, die durch eine irgendwo in der Welt hinterlegte Anmeldung später für den Deutschen entstehen müsse[6]). Im November 1880 war von der französischen Regierung eine neue internationale Konferenz einberufen. Kurz zuvor hatte Siemens ein Gespräch darüber mit dem Vorsitzenden des internationalen Patentkongresses[7]). Dieser hatte die Bedenken zu zerstreuen gesucht, aber anscheinend ohne Erfolg. Deutschland nahm auch diesmal nicht teil.

Am 15. Februar 1881 schreibt Siemens an André[8]), man könne an eine internationale Gesetzgebung erst denken, wenn der Grundgedanke in allen Ländern derselbe sei. „Dieser Grundgedanke ist bei uns die möglichst schnelle und vollständige Publikation der Erfindungen als Äquivalent für den erteilten Schutz." Solche Publikationen finden bisher nur in England, Amerika und Deutschland statt; das müsse sich zunächst ändern[9]). Auch am 15. Oktober 1881 äußerte er sich einmal, daß zur

[1]) Siemensarchiv. [2]) Siemensarchiv. [3]) S. 29, insbesondere Fußnote [3]). [4]) Vgl. S. 48.
[5]) Inzwischen haben mehrere Staaten die deutsche Gesetzgebung zum Vorbild genommen.
[6]) Schreiben vom 25. Juli 1879 an André (Siemensarchiv).
[7]) Er berichtet darüber am 29. Oktober 1880 an den Präsidenten des Patentamts (Siemensarchiv).
[8]) Siemensarchiv.
[9]) Heute geben u. a. auch Österreich, Ungarn, Schweiz, Frankreich, Dänemark, Schweden, Norwegen gedruckte Patentschriften aus.

Digitized by Google

Zeit und in der bis dahin vorliegenden Form ein Beitritt Deutschlands zu der beabsichtigten Pariser Konvention untunlich sei[1]).

Anfang 1883 waren nun die internationalen Verhandlungen so weit gediehen, daß wenigstens über einige besonders wichtige Punkte ziemlich weitgehende Übereinstimmung erzielt war und ein internationaler Vertrag darüber gesichert schien. Die deutsche Regierung wurde zum Beitritt eingeladen.

Am 12. Februar 1883 sandte der Präsident des Patentamts den Vertragsentwurf der internationalen Union an Siemens mit der Einladung zu einer Besprechung am 20. Februar[2]). Auf Veranlassung des Reichskanzlers sollte die Meinung angesehener Interessenten darüber gehört werden, ob der Anschluß an die Union vorteilhaft oder nachteilig sei; ob etwa bedenkliche Punkte in dem Vertrag enthalten seien; welche Abänderungen etwa vorgeschlagen werden könnten, und welche Zusätze etwa noch erwünscht wären. Aus Siemensschen Randbemerkungen ist ersichtlich, daß er den Beitritt zur Union auf alle Fälle für notwendig erachtete, daß er aber gegen zu lange Prioritätsfristen Bedenken hatte. Insbesondere wünschte er als Äquivalent für die Prioritätsgewährung die sofortige Publikation der die Priorität begründenden Anmeldung. Er schlug ferner vor, allen Unionstaaten die Druckveröffentlichung der Patentschriften zur Pflicht zu machen. Weiterhin wünschte er, wenn möglich dem Internationalen Burau der Union eine gewisse Rechtsprechungsbefugnis zu erteilen.

Der Internationale Vertrag trat 1883 in Kraft. Er wurde in Frankreich selbst sehr scharf angegriffen. Deutschland ist erst zwanzig Jahre später beigetreten, nachdem gewisse Änderungen vorgenommen waren. Von den zum Teil sehr berechtigten Siemensschen Wünschen ist mancher bis heute noch nicht erfüllt.

Noch ein anderer Anlaß rief Siemens von neuem auf den Plan. Bald nach dem Inkrafttreten des Patentgesetzes waren Wünsche laut geworden, das Gesetz in einigen Punkten zu ändern. Schon am 25. März 1881 erwähnt Siemens in einem Schreiben an Klostermann die geplante Revision[3]). Am 10. Juni 1883 kam es auf Veranlassung des Vereins deutscher Ingenieure zu einer Aussprache hierüber in einem vom Verein berufenen Ausschuß. Auch Siemens war dabei.

Besonders bemerkenswert waren hierbei seine Ausführungen über die Bedeutung der Patentansprüche als Grundlage für alle Rechte aus dem Patent. Diese Bedeutung sei jetzt im Patentamt allgemein anerkannt. „Solange ich darin war, habe ich immer mit allem Eifer dahin gestrebt, daß dies geschehen möchte, trotzdem es nicht im Gesetz enthalten ist." Für ihn ergab es sich ohne weiteres aus der im volkswirtschaftlichen Interesse zu fordernden Klarheit und Sicherheit des Rechts.

Seinen volkswirtschaftlichen Standpunkt brachte er ebenfalls nochmals scharf zum Ausdruck[4]).

Ferner wandte er sich scharf gegen alle Eingriffe des Patentgesetzes ins Privatleben: „Es muß vermieden werden, daß einem auf der Straße nicht der Hut vom Kopf genommen werden kann, weil es ein patentierter Hut ist." Auch dies ergab

---

[1]) Schreiben an Ruppert (Siemensarchiv).

[2]) Siemensarchiv. — Vgl. auch Brief an Wilhelm vom 19. Februar 1883 („Auswahl von Briefen" l. c. S. 768).

[3]) Siemensarchiv. [4]) Vgl. S. 24.

Digitized by Google

sich ohne weiteres aus seinem volkswirtschaftlichen Grundgedanken. — Ferner trat er für rasche Rechtsprechung in Patentsachen ein[1]).

Die Reformbewegung führte dann im Jahre 1886 zu einer neuen Sachverständigenberatung der Regierung[2]). An dieser war wiederum Siemens in hervorragendem Maße beteiligt. Schon am 31. August 1886 wurde er vom Staatssekretär des Innern in den aus sieben Mitgliedern bestehenden Ausschuß zur Vorbereitung der neuen Sachverständigenvernehmung berufen. Am 11. September war die erste Sitzung dieses vorbereitenden Ausschusses, unter dessen Leitung dann vom 22. bis 27. November 1886 die Sachverständigenvernehmung über 22 Fragen statt fand. Als die stenographischen Berichte gedruckt waren, trat der führende Ausschuß am 18. Januar 1887 von neuem zusammen und erstattete am 9. März 1887 seinen Bericht[3]).

Die Fragen bezogen sich auf die Definition der Erfindung; die zeitliche Beschränkung der patenthindernden Veröffentlichungen; die patenthindernde Wirkung von ausländischen Patentschriften; Einzelheiten des Prüfungsverfahrens; Ausdehnung des Verfahrenschutzes auf die danach hergestellten Produkte; Voraussetzungen des Vorbenutzungsrechtes; Aussetzung der Bekanntmachung der Anmeldung; Höhe der Patentgebühren und besondere, mit der Zahlung der Gebühren zusammenhängende Fragen; Strafbarkeit der fahrlässigen Patentverletzung u. a. Die 22. Frage war allgemein gestellt: „Haben andere Bestimmungen des Gesetzes erhebliche Übelstände zur Folge gehabt?“

Siemens hat bei den Beratungen über diese Fragen wiederum mehrfach Anlaß gehabt, daran zu erinnern, daß der allgemeine Fortschritt der Industrie in allen Fragen maßgebend sein müsse, auch wenn der einzelne Industrielle darunter leide. Er leitete daraus insbesondere Forderungen hinsichtlich der Klarheit und Rechtssicherheit her und verlangte jede Erleichterung für die Anmeldung von Patenten, dafür aber andererseits Maßnahmen für ein baldiges Verschwinden unverwertbarer Patente (vor allem steigende Jahresgebühren).

Es dauerte noch eine Reihe von Jahren, bis es dann zu einem neuen, dem heute noch bestehenden Patentgesetz kam. Dieses neue Gesetz wies zwar gegenüber dem alten eine Reihe von Änderungen auf, der Grundgedanke der ganzen deutschen Patentgesetzgebung aber war ungeändert geblieben.

---

[1]) Über diese Verhandlungen liegt ein autographisch vervielfältigter „Stenographischer Bericht“ vor, in dem übrigens versehentlich das Datum der Sitzung falsch angegeben ist (1882 statt 1883). Das richtige Datum ergibt sich u. a. aus einem Siemensschen Schreiben an den Vorsitzenden des Ausschusses vom 31. Mai 1883 (Siemensarchiv). Ein Exemplar des Berichtes besitzt die Bücherei des Reichspatentamts.

[2]) Auf Antrag des Reichskanzlers beim Bundesrat vom 25. Juni 1886.

[3]) „Bericht der Enquetekommission zur Revision des Patentgesetzes“, Berlin 1887. Die vollständigen „Stenographischen Berichte“ waren zunächst nur für den Gebrauch der Regierung bestimmt, erschienen dann aber ebenfalls im Buchhandel (1887).

Digitized by Google

Die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung in Kommutatormaschinen.

Von Dr. Ing. **Hans Görges**,
o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden.

Mit 13 Textfiguren.

Eingegangen am 27. Mai 1922.

Das Verhalten der Wechselstrommaschinen läßt sich besonders bequem verfolgen, wenn man einerseits den gesamten Induktionsfluß Φ in zwei Komponenten Φ_x und Φ_y zerlegt, die bei einer zweipoligen Anordnung senkrecht aufeinanderstehen, andererseits die induzierte elektromotorische Kraft e in zwei Teile, einen der Ruhe e' und einen der Bewegung e'', zerlegt. Die Zerlegung des Induktionsflusses hat zur Voraussetzung, daß er längs des Ankerumfanges sinusförmig verteilt ist. Dies genügt auch für mehrpolige Maschinen, weil die Summe einer Sinus- und einer Kosinusfunktion gleicher Periode wieder eine Sinusfunktion mit derselben Periode und Phasenverschiebungen gegen die Komponenten ergibt, wie sie sich graphisch ergeben, wenn man die Resultierende durch die Diagonale eines Rechtecks darstellt, dessen Seiten die Komponenten darstellen. Die X- und die Y-Richtung schließen räumlich denselben Winkel miteinander ein, wie die Achsen zweier benachbarter Pole[1]).

Einleitend sei bemerkt, daß die im Ständer auftretenden Größen durch den Index 1, die im Läufer auftretenden durch den Index 2 gekennzeichnet werden sollen. Eine Wickelung, die ein symmetrisch zur X-Achse liegendes Feld erzeugt, nennen wir eine X-Wickelung, die in ihr auftretenden Größen kennzeichnen wir mit dem Index x. Entsprechend verfahren wir mit der Y-Wickelung.

Wenn eine umlaufende Windung den Induktionsfluß Φ umschlingt, so ist die in ihr induzierte elektromotorische Kraft in *CGS*-Einheiten

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}\cdot\frac{d\vartheta}{dt}. \qquad (1)$$

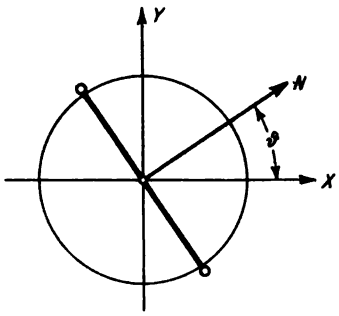


Fig. 1.

Hierin soll, um auch mehrpolige Maschinen einzubegreifen, ϑ den Winkel in elektrischem Maß bedeuten, den die positive Normale der Windung mit der X-Achse einschließt (Fig. 1). Derselbe Winkel hat dann in geometrischem Maß gemessen den Wert ϑ/φ, wenn φ die Zahl der Polpaare ist. Bei mehrpoligen Maschinen rechnen wir ϑ von der Mitte eines Nordpoles an. ϑ durchläuft alle Werte von 0 bis 2π, wenn wir auf dem Umfang um die doppelte Polteilung 2τ fortschreiten.

[1]) Eine kurze Darlegung dieser Methode findet sich außer in einigen Arbeiten von mir (E. T. Z. 1895, S. 750; 1903, S. 271; 1907, S. 730) im Hilfsbuch für die Elektrotechnik von K. Strecker, 9. Aufl., Nr. 532 u. 533.

Digitized by Google

Wir bezeichnen

$$\varepsilon' = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \tag{2}$$

als die elektromotorische Kraft der Ruhe,

$$\varepsilon'' = -\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta}\frac{d\vartheta}{dt} \tag{3}$$

als die elektromotorische Kraft der Bewegung.

Um die elektromotorischen Kräfte e' und e'' einer aus einer Anzahl Windungen zusammengesetzten Wicklungsabteilung zu berechnen, wollen wir ein Näherungsverfahren einschlagen und die Summation der in den einzelnen Windungen auftretenden Werte durch eine Integration ersetzen. Wenn δN Windungen auf den Winkel $\delta\vartheta$ entfallen, so entfallen auf die Einheit des Winkels $\delta N/\delta\vartheta$ Windungen. Mithin ist die auf den Winkel $d\vartheta$ entfallende elektromotorische Kraft der Ruhe

$$de_2' = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}\cdot\frac{\delta N}{\delta \vartheta}d\vartheta$$

und die auf einen Wickelungsteil von der Winkelausdehnung $\vartheta_2 - \vartheta_1$ entfallende gesamte elektromotorische Kraft der Ruhe, vgl. Fig. 2, die eine Windung in Abwickelung in den beiden Endlagen ϑ_1 und ϑ_2, sowie die von ihr umschlungenen Induktionsflüsse zeigt,

$$e_2' = -\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2}\frac{\partial \Phi}{\partial t}\cdot\frac{\delta N}{\delta \vartheta}d\vartheta. \tag{4}$$

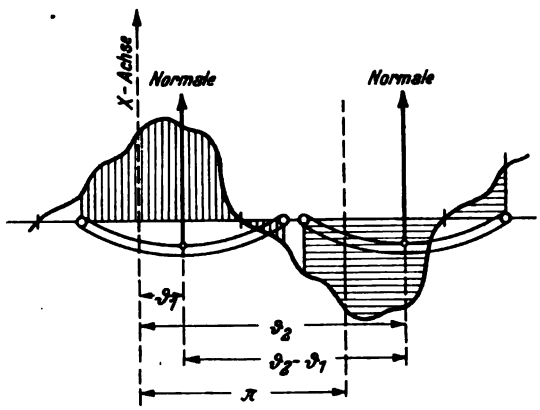


Fig. 2.

In gleicher Weise ergibt sich für die elektromotorische Kraft der Bewegung

$$e_2'' = -\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2}\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta}\frac{d\vartheta}{dt}\cdot\frac{\delta N}{\delta \vartheta}d\vartheta. \tag{5}$$

Diese Ausdrücke wollen wir umformen. Zunächst können wir

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \wp\cdot\frac{2\pi n}{60}, \tag{6}$$

worin $\wp$ die Zahl der Polpaare, n die Drehzahl in Uml/Min bedeutet, als unabhängig von ϑ vor das Integralzeichen setzen. Weiter ist

$$\frac{\delta N}{\delta \vartheta} = \frac{N_\tau}{\tau}, \tag{7}$$

wenn N_τ die Zahl der Windungen bedeutet, die wir durchlaufen müssen, um von einem Umkehrpunkt der elektromotorischen Kraft zum nächsten zu gelangen. Dies sind die in einer Kommutatorwickelung in Reihe geschalteten Windungen. Wir durchlaufen dabei den Winkel τ auf dem Umfange, wenn τ die Polteilung bedeutet. τ ist aber gleich π zu setzen, weil wir ϑ in elektrischem Maß messen. Ferner ist bei 2a parallel geschalteten Zweigen der Wickelung

$$N_\tau = \frac{N_{ges}}{2a}, \tag{8}$$

Digitized by Google

wenn N_{ges} die Zahl aller Windungen des Ankers ist. Daher ergibt sich

$$\frac{\delta N}{\delta \vartheta} = \frac{N_{ges}}{2\pi a} \tag{9}$$

und

$$e_2' = -\frac{N_{ges}}{2\pi a} \cdot \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} d\vartheta . \tag{10}$$

In dem Spezialfalle, daß ϑ_1 und ϑ_2 von t unabhängig sind — wie bei einer Kommutatorwickelung mit festen Bürsten — wird

$$e_2' = -\frac{N_{ges}}{2\pi a} \cdot \frac{d}{dt} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \Phi d\vartheta . \tag{11}$$

Ferner wird

$$e_2'' = -p \frac{2\pi n}{60} \cdot \frac{N_{ges}}{2\pi a} \cdot \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} d\vartheta = -\frac{n}{60} \frac{p}{a} N_{ges} (\Phi'' - \Phi') , \tag{12}$$

wenn Φ'' und Φ' die Werte von Φ in den Endwindungen des betrachteten Wickelungsteiles, also für ϑ_2 und ϑ_1 sind. Ist n_0 die synchrone Drehzahl, so ist die Frequenz

$$\nu = p \frac{n_0}{60} . \tag{13}$$

Setzt man

$$\frac{n}{n_0} = v , \tag{14}$$

so ist

$$p \frac{2\pi n}{60} = v \cdot 2\pi\nu = v\omega . \tag{15}$$

Wir können daher auch schreiben

$$e_2'' = -v\omega \cdot \frac{N_{ges}}{2\pi a} (\Phi'' - \Phi') \tag{16}$$

oder

$$e_2'' = -v\nu \frac{N_{ges}}{a} (\Phi'' - \Phi') . \tag{17}$$

Kann man annehmen, daß Φ in den beiden Endlagen gleich große aber entgegengesetzte Werte besitzt, wie es der Fall ist, wenn der Wickelungsteil den Winkel τ umfaßt, so ist

$$\Phi'' = -\Phi' = -\Phi_2 \tag{18}$$

und man erhält

$$e_2'' = \frac{n}{60} \frac{p}{a} 2 N_{ges} \Phi_2 = \frac{n}{60} \frac{p}{a} Z_{ges} \Phi_2 . \tag{19}$$

Dies ist die bekannte Formel für die in einer Gleichstrommaschine induzierte elektromotorische Kraft mit Z_{ges} Stäben auf dem Anker.

Um die elektromotorischen Kräfte in Volt zu erhalten, muß man die gewonnenen Ausdrücke noch mit 10^{-8} multiplizieren.

Aus den Gleichungen (10) und (12) erkennen wir, daß die Verteilung des Induktionsflusses bekannt sein muß, wenn man zur Berechnung von e_2' das Integral $\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \cdot d\vartheta$ auswerten will; daß dagegen e_2'' nur von den Induktionsflüssen abhängt,

Digitized by Google

die von den beiden Endwindungen umschlungen werden. Wir können dies in dem Gesetz aussprechen:

Die elektromotorische Kraft der Ruhe ist von der Verteilung des Induktionsflusses über den Ankerumfang abhängig; die elektromotorische Kraft der Bewegung ist von dieser Verteilung unabhängig.

Aus Gleichung (12) geht unmittelbar hervor, daß e_2'' dieselbe Frequenz hat, wie Φ'' und Φ'. In Gleichung (11) wird die Frequenz weder durch die Differentiation nach t noch durch die Integration nach ϑ geändert. Daraus ergibt sich das zweite Gesetz:

Der Kommutator macht die Frequenz der in einem zwischen festen Bürsten eingeschlossenen Wickelungsteile induzierten elektromotorischen Kräfte von der Drehgeschwindigkeit unabhängig.

Die Ergebnisse bedürfen noch einer Berichtigung. Sie gelten nur für den Fall einer sehr großen Windungszahl. Bei den endlichen Windungszahlen der Praxis sind innerhalb der Zeit, in der sich der Anker um einen Winkel gleich der Nutenteilung dreht, Schwankungen in der Höhe der elektromotorischen Kraft möglich, die von den Formeln nicht berücksichtigt werden. Sie rühren im wesentlichen von periodischen Schwankungen des magnetischen Widerstandes bei der Drehung des Ankers her. Zur Verhütung dienen die bekannten Hilfsmittel: Abrundung der Polschuhe in der Art, daß sich der Luftspalt nach den Polhörnern hin vergrößert, Vergrößerung des magnetischen Widerstandes der Polhörner, richtiges Verhältnis der Nutenteilung zum Polschuhbogen, Schrägstellung der Polkanten oder der Nuten.

Besonders einfache Verhältnisse ergibt die sinusförmige Verteilung des Induktionsflusses über den Ankerumfang. Wir können dann den Induktionsfluß Φ_2, der eine Spule durchsetzt, in eine X- und eine Y-Komponente zerlegen, die sich ebenfalls zeitlich und räumlich nach einem Sinusgesetz ändern und durch die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{x_2} &= \Phi_{x_{20}} \sin\omega t \cdot \cos\vartheta \\ \Phi_{y_2} &= \Phi_{y_{20}} \sin(\omega t - \psi) \sin\vartheta \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

dargestellt werden. Es treten nun vier elektromotorische Kräfte auf, die wir aus den Gleichungen (11) und (17) gewinnen, indem wir für Φ erst Φ_{x_2}, sodann Φ_{y_2} einsetzen. Dies ergibt, wenn man $\vartheta_2 = \vartheta_1 + \pi$ setzt,

$$\left.\begin{aligned} e'_{x_2} &= +\frac{2}{a} \nu N_{\text{ges}} \Phi_{x_{20}} \cos\omega t \sin\vartheta_1 \\ e'_{y_2} &= -\frac{2}{a} \nu N_{\text{ges}} \Phi_{y_{20}} \cos(\omega t - \psi) \cos\vartheta_1 \\ e''_{x_2} &= +v \cdot \frac{2}{a} \nu N_{\text{ges}} \Phi_{y_{20}} \sin(\omega t - \psi) \sin\vartheta_1 \\ e''_{y_2} &= +v \cdot \frac{2}{a} \nu N_{\text{ges}} \Phi_{x_{20}} \sin\omega t \cos\vartheta_1 . \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Zu der Wahl der Indizes von e' und e'' führt die Überlegung, daß bei der X_2-Wickelung $\vartheta_1 = -\frac{\pi}{2}$ zu setzen ist, wobei e'_{y_2} und e''_{y_2} verschwinden, und für die Y_2-Wickelung $\vartheta_1 = 0$ zu setzen ist, wobei e'_{x_2} und e''_{x_2} verschwinden. Demgemäß treten in einer X_2-Wickelung nur die mit e'_{x_2} und e''_{x_2} bezeichneten, in der Y_2-Wickelung nur die mit e'_{y_2} und e''_{y_2} bezeichneten elektromotorischen Kräfte auf. Bei einer zu den Achsen

Digitized by Google

schrägliegenden Wickelung, wie sie z. B. beim Repulsionsmotor vorhanden ist, treten alle vier elektromotorischen Kräfte auf.

Setzt man $\vartheta_1 = -\frac{\pi}{2}$, so erhält man für die X_2-Wickelung

$$\left.\begin{aligned} e'_{x_2} &= -\frac{2}{a} \nu N_{ges} \Phi_{x_{20}} \cos \omega t \\ e''_{x_2} &= -v \cdot \frac{2}{a} \nu N_{ges} \Phi_{y_{20}} \sin(\omega t - \psi). \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Setzt man $\vartheta_1 = 0$, so erhält man für die Y_2-Wickelung

$$\left.\begin{aligned} e'_{y_2} &= -\frac{2}{a} \nu N_{ges} \Phi_{y_{20}} \cos(\omega t - \psi) \\ e''_{y_2} &= +v \cdot \frac{2}{a} \nu N_{ges} \Phi_{x_{20}} \sin \omega t \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

und daraus die effektiven Mittelwerte

$$\left.\begin{aligned} E'_{x_2} &= \sqrt{2} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{a} \nu N_{ges} \Phi_{x_{20}} \text{ Volt} \\ E''_{x_2} &= v \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{a} \nu N_{ges} \Phi_{y_{20}} \text{ Volt} \\ E'_{y_2} &= \sqrt{2} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{a} \nu N_{ges} \Phi_{y_{20}} \text{ Volt} \\ E''_{y_2} &= v \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{a} \nu N_{ges} \Phi_{x_{20}} \text{ Volt}. \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Wenn $\Phi_{x_{20}} = \Phi_{y_{20}}$ ist, werden die elektromotorischen Kräfte für $v = 1$, d. h. bei Synchronismus, sämtlich gleich groß. Aus den Gleichungen (22) und (23) ergeben sich die Diagramme Fig. 3a und 3b.

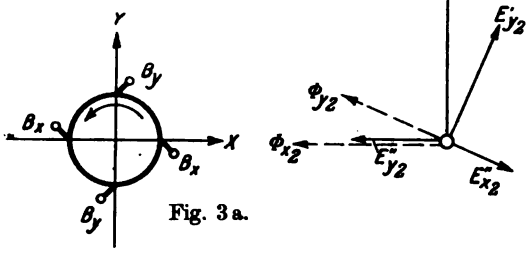


Fig. 3a.

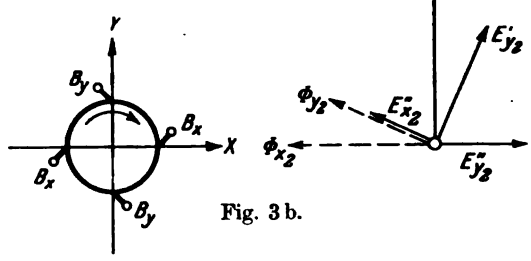


Fig. 3b.

Wir wollen diese Ergebnisse auf einige einfache Fälle anwenden.

In einem Mehrphasen-Induktionsmotor denken wir uns die Wickelung des Läufers durch eine X_2- und eine Y_2-Wickelung ersetzt. Die Ströme im Läufer wirken nämlich so, als wenn sie mit einer Frequenz gleich der der Primärströme in Spulen flössen, die im Raume feststehen. Man kann die Läuferwickelung in der Tat durch eine Kommutatorwickelung mit X- und Y-Bürsten ersetzen, die kurz miteinander verbunden sind. Nur wird ein solcher Motor teurer und weniger leistungsfähig, als einer mit normaler Drehstromwickelung oder mit Käfiganker. Die beiden Flüsse Φ_{x_2} und Φ_{y_2} sind gleich groß und besitzen 90° Phasenverschiebung

Digitized by Google

gegeneinander. Bei Stillstand ist in der X_2-Wickelung nur E'_{x_2} vorhanden, hervorgerufen von Φ_{x_2} und mit 90° Phasenverschiebung gegen Φ_{x_1} (Fig. 4a). E'_{x_2} erzeugt den Strom $J_{x_2} = E'_{x_2}/R_{x_2}$. Da bei Kurzschluß R_{x_2} sehr klein ist, ist dieser Strom sehr stark, er kann aber durch Einschalten von Widerstand in den Läuferkreis auf jede beliebige Größe abgeschwächt werden. Wenn der Motor, seinem Drehmoment folgend, an zu laufen fängt, so ruft Φ_{y_2} eine elektromotorische Kraft E''_{x_2} hervor mit 180° Phasenverschiebung gegen Φ_{y_2}. Die resultierende elektromotorische Kraft E_{x_2} und damit der Strom J_{x_2} nimmt daher ab, verschwindet bei Synchronismus und wird bei Übersynchronismus negativ (Fig. 4b), so daß sich der Motor in einen Generator verwandelt. Bei Kurzschluß der Läuferwickelung ist $E_{x_2} = R_{x_2} J_{x_2}$. Legt man an den Läuferkreis eine äußere Spannung P_{x_2}, so ist dadurch im wesentlichen die Größe von E''_{x_2} festgelegt. Diese ist aber proportional der Geschwindigkeit. Man kann daher je nach Wahl der Größe und Richtung von P_{x_2} dem Motor jede beliebige Geschwindigkeit erteilen, die noch dazu unabhängig von der Belastung ist. Man kann ihn unter- oder übersynchron laufen lassen. Nun scheitert die allgemeine Anwendung dieses Verfahrens bei dem Induktionsmotor mit Schleifringen an der Veränderlichkeit der Frequenz der im Läufer induzierten elektromotorischen Kräfte und ist daher nur bei einer der Arten der Kaskadenschaltung anwendbar. Stattet man aber den Läufer mit einer Kommutatorwickelung aus, so kann man die Spannung P_{x_2} mittels eines regulierbaren Transformators dem Primärnetz entnehmen, denn es war ja als die Eigenschaft des Kommutators festgestellt worden, die Frequenz der zwischen den Bürsten induzierten elektromotorischen Kraft von der Geschwindigkeit des Läufers unabhängig zu machen. Die bei der Benutzung äußerer Widerstände verlorengehende Leistung wird nun in das Netz zurückgeliefert oder aber es wird weiter Leistung aus dem Netz entnommen, um die Erhöhung der Leistung bei Übersynchronismus zu bestreiten. Wir sind durch diese Betrachtung in einfacher Weise zu dem Mehrphasenkommutatormotor mit Nebenschlußcharakter und Geschwindigkeitsregulierung nach Winter und Eichberg (Zeitschr. f. Elektr. u. Masch., Wien 1903, S. 213) gelangt. Man kann auch nach Scherbius einen solchen Motor als Hintermotor an die Läuferwickelung des Vordermotors, dessen Geschwindigkeit herabgesetzt werden soll, anschließen und ihm durch den Reguliertransformator eine solche Geschwindigkeit erteilen, daß er imstande ist, einen an das Primärnetz angeschlossenen Synchron- oder Asynchrongenerator anzutreiben (vgl. Scherbius, E. T. Z. 1912, S. 1079; 1915, S. 299).

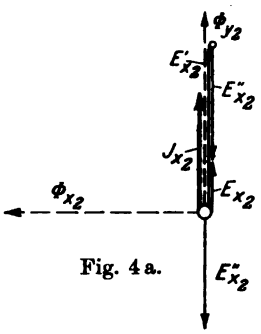


Fig. 4a.

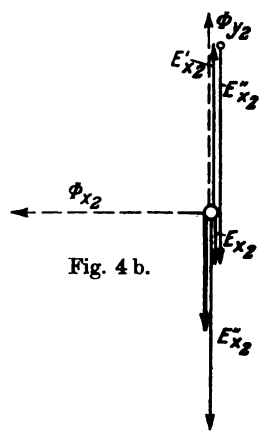


Fig. 4b.

Aus den Diagrammen (Fig. 4a und 4b) erkennt man auch, daß beim normalen Mehrphaseninduktionsmotor E'_{x_1}, E''_{x_1} und E_{x_2} 0° Phasenverschiebung gegen J_{x_2} besitzen, sowie daß $E'_{x_2} - E''_{x_2} = R_{x_2} J_{x_2}$ ist. Daraus folgt, daß die gesamte vom Ständer auf den Läufer übertragene elektrische Leistung gleich $E'_{x_1} J_{x_2} + E'_{y_1} J_{y_2}$ ist. Davon wird der Teil $E''_{x_1} J_{x_1} + E''_{y_1} J_{x_2}$ in mechanische Leistung, der Teil $R_{x_2} J^2_{x_2}$ $+ R_{y_2} J^2_{y_2}$ in Stromwärmeleistung umgesetzt.

Digitized by Google

Soll der Motor im Primärkreis mit dem Leistungsfaktor Eins arbeiten, so muß man dem Sekundärstrom eine Voreilung erteilen, indem man in den Sekundärkreis eine elektromotorische Kraft einschaltet, die dem Strom um 90° voreilt. Dies geschieht durch einen Phasenschieber, der im einfachsten Falle in einem Läufer mit Kommutatorwickelung besteht, während der Ständer keine Wickelung besitzt. Es entstehen in ihm wieder zwei Induktionsflüsse Φ_{x_2} und Φ_{y_2} (Fig. 5), die durch die ein wenig ihnen voreilenden Ströme J_{x_2} und J_{y_2} erregt werden. Φ_{x_2} erzeugt in der X_2-Wickelung E'_{x_2} mit 90° Nacheilung gegen Φ_{x_2}, Φ_{y_2} in derselben Wickelung E''_{x_2}, das der Geschwindigkeit proportional und bei positivem Drehungssinn um 180° gegen Φ_{y_2} verschoben ist. Bei Synchronismus sind die beiden elektromotorischen Kräfte gleich groß, die resultierende elektromotorische Kraft E_{x_2} verschwindet daher. Beim Durchgang durch den Synchronismus kehrt daher E_{x_2} sein Vorzeichen um. Bei Stillstand und Untersynchronismus zeigt der Phasenschieber das Verhalten einer Drosselspule, beim Übersynchronismus das eines Kondensators. Man muß ihn daher bei Übersynchronismus an die Schleifringe des Induktionsmotors anschließen, um die Phasenkompensation zu erzielen.

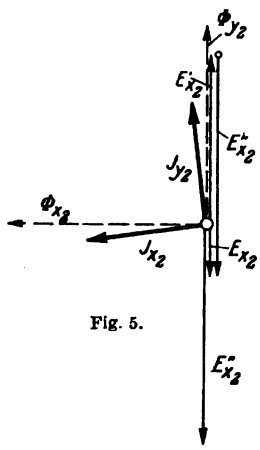


Fig. 5.

Ein anderes Beispiel ist die Kompensation der elektromotorischen Kraft der Ruhe, die in den kurzgeschlossenen Windungen der Wechselstromkommutatorwickelungen induziert wird. Der Hauptfluß sei Φ_{x_2} (Fig. 6). Die Normale der kurzgeschlossenen Windungen fällt ganz oder nahezu mit der X-Achse zusammen. Es entsteht daher in ihnen eine elektromotorische Kraft der Ruhe E'_{xk}. Sie kann, wenn der Motor läuft, durch eine elektromotorische Kraft der Bewegung E''_{xk} kompensiert werden, zu deren Erzeugung ein Querfluß Φ_{y_2} gehört, der genau 90° Phasenverschiebung gegen den Hauptfluß Φ_{x_2} besitzen muß. Das Diagramm entspricht der positiven Drehungsrichtung des Ankers. Φ_{y_2} muß dann um 90° gegen Φ_{x_2} nacheilen. Da E''_{xk} der Geschwindigkeit proportional ist, muß Φ_{y_2} veränderlich sein, wenn die Kompensation bei verschiedenen Geschwindigkeiten vorhanden sein soll. Von dem Y-Fluß wird nur ein schmaler Teil gebraucht, entsprechend der geringen Ausdehnung der Kommutierungszone.

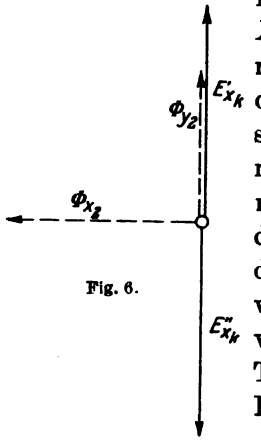


Fig. 6.

Es entsteht nun die Frage, wie groß die Abweichungen von den einfachen Gesetzen sind, wenn der Induktionsfluß nicht mehr sinusförmig über den Ankerumfang verteilt ist. Bei den vom Ständer aus erregten Feldern kommen besonders Rechteck- und Trapezfelder vor, wenn man die magnetische Luftinduktion über einer Abwickelung des Ankerumfanges aufträgt; die von einer Kommutatorwicklung durch Einphasenstrom erregten Felder haben Dreieckform. Wir wollen daher die räumliche Verteilung der Luftinduktion $\mathfrak{B}$ durch eine Fouriersche Reihe darstellen, indem wir den veränderlichen Punkt des Umfanges durch den in elektrischem Maß gemessenen Winkel α kennzeichnen, den der nach diesem Punkt gezogene Radius mit der positiven X-Achse einschließt. Dann ist (vgl. Fig. 2)

$$\mathfrak{B} = \sum_{m=1}^{m=\infty} (a_m \cos m\alpha + b_m \sin m\alpha), \tag{25}$$

Digitized by Google

worin a_m und b_m Funktionen der Zeit sind. Daraus folgt für den Fluß einer Windung, deren Normale den Winkel ϑ in elektrischem Maß mit der X-Achse einschließt, wenn man berücksichtigt, daß der Winkel α in geometrischem Maße den Betrag $\frac{\alpha}{p}$ hat,

$$\Phi = \int_{\vartheta-\frac{\pi}{2}}^{\vartheta+\frac{\pi}{2}} \mathfrak{B}\, l r \frac{d\alpha}{p} = \frac{lr}{p} \cdot \int_{\vartheta-\frac{\pi}{2}}^{\vartheta+\frac{\pi}{2}} \sum_{m=1}^{m=\infty} (a_m \cos m\alpha + b_m \sin m\alpha)\, d\alpha . \tag{26}$$

Hierin ist l die Ankerlänge, $2r$ der Ankerdurchmesser. Mit Hilfe der Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \int a_m \cos m\alpha\, d\alpha &= \frac{a_m}{m} \sin m\alpha + \text{const.} \\ \int b_m \sin m\alpha\, d\alpha &= -\frac{b_m}{m} \cos m\alpha + \text{const.} \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

und

$$\left.\begin{aligned} \sin\left(m\vartheta + m\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(m\vartheta - m\frac{\pi}{2}\right) &= 2\cos m\vartheta \cdot \sin m\frac{\pi}{2} \\ \cos\left(m\vartheta + m\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(m\vartheta - m\frac{\pi}{2}\right) &= -2\sin m\vartheta \cdot \sin m\frac{\pi}{2} \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

erhält man, da $\sin m\frac{\pi}{2} = 0$, wenn m eine gerade Zahl ist, ferner gleich $+1$, wenn $m = 1, 5, 9, 13, \ldots$ und gleich -1, wenn $m = 3, 7, 11, 15, \ldots$

$$\begin{aligned} \Phi = \frac{2lr}{p} \Big[& a_1 \cos\vartheta - \frac{a_3}{3}\cos 3\vartheta + \frac{a_5}{5}\cos 5\vartheta - + \ldots \\ & + b_1 \sin\vartheta - \frac{b_3}{3}\sin 3\vartheta + \frac{b_5}{5}\sin 5\vartheta - + \ldots \Big] \end{aligned} \tag{29}$$

Φ enthält nur Glieder ungerader Ordnungszahl, was auch daraus folgt, daß beim Herumschwenken der Windung um 180° derselbe Windungsfluß in negativer Richtung umschlungen wird.

Wir können diesen Fluß nun wieder in einen X- und einen Y-Fluß zerlegen, indem wir zuerst $\vartheta = 0$, dann $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ setzen. Wir erhalten dadurch

$$\left.\begin{aligned} \Phi_x &= \frac{2lr}{p}\left[a_1 - \frac{a_3}{3} + \frac{a_5}{5} - + \ldots\right], \\ \Phi_y &= \frac{2lr}{p}\left[b_1 + \frac{b_3}{3} + \frac{b_5}{5} + \ldots\right]. \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Allein wir können nun nicht mehr $\Phi = \sqrt{\Phi_x^2 + \Phi_y^2}$ bilden. Dies ist nur zulässig, wenn man mit den Grundschwingungen allein rechnet.

Zur Berechnung von e_2' und e_2'' setzen wir den Ausdruck für Φ aus (29) in (11) und (16) ein. Wir erhalten dadurch mit denselben Hilfsgleichungen (27) und den weiteren

$$\left.\begin{aligned} \sin m\vartheta_2 - \sin m\vartheta_1 &= 2\cos\frac{m(\vartheta_2+\vartheta_2)}{2} \cdot \sin\frac{m(\vartheta_2-\vartheta_1)}{2} \\ &= 2\cos m\vartheta_n \cdot \sin m\frac{\pi}{2} \\ \cos m\vartheta_2 - \cos m\vartheta_1 &= -2\sin\frac{m(\vartheta_2+\vartheta_1)}{2} \cdot \sin\frac{m(\vartheta_2-\vartheta_1)}{2} \\ &= -2\sin m\vartheta_n \cdot \sin m\frac{\pi}{2}, \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

wobei

$$\frac{\vartheta_1+\vartheta_2}{2} = \vartheta_n$$

Digitized by Google

die Richtung der Achse der Wicklung kennzeichnet und $(\vartheta_2 - \vartheta_1) = \pi$ gesetzt ist.

$$e_2' = -\frac{2lr}{\pi\varphi a} \cdot N_{ges} \cdot \frac{d}{dt}\Big[a_1 \cos\vartheta_n + \frac{a_3}{9}\cos 3\vartheta_n + \frac{a_5}{25}\cos 5\vartheta_n + \ldots + b_1 \sin\vartheta_n + \frac{b_3}{9}\sin 3\vartheta_n + \frac{b_5}{25}\sin 5\vartheta_n + \ldots\Big] \quad (32)$$

und

$$e_2'' = +v\omega \cdot \frac{2lr}{\pi\varphi a} \cdot N_{ges} \cdot \Big[a_1 \sin\vartheta_n + \frac{a_3}{3}\sin 3\vartheta_n + \frac{a_5}{5}\sin 5\vartheta_n + \ldots - b_1 \cos\vartheta_n - \frac{b_3}{3}\cos 3\vartheta_n - \frac{b_5}{5}\cos 5\vartheta_n - \ldots\Big] \quad (33)$$

Die Amplituden der höheren Glieder nehmen in dem Ausdruck für e_2' schneller ab als in dem für e_2''. Die höheren Glieder haben daher auf die Größe von e_2' weniger Einfluß als auf die Größe von e_2''.

Für die X-Wickelung ist $\vartheta_n = 0$, für die Y-Wickelung $\vartheta_n = \frac{\pi}{2}$ zu setzen. Wir erhalten daher für die X-Wickelung

$$\left.\begin{aligned} e_{x_2}' &= -\frac{2lr}{\pi\varphi a} N_{ges} \cdot \frac{d}{dt}\Big[a_1 + \frac{a_3}{9} + \frac{a_5}{25} + \ldots\Big], \\ e_{x_2}'' &= -v\omega\frac{2lr}{\pi\varphi a} N_{ges} \cdot \Big[b_1 + \frac{b_3}{3} + \frac{b_5}{5} + \ldots\Big], \end{aligned}\right\} \quad (34)$$

für die Y-Wickelung

$$\left.\begin{aligned} e_{y_2}' &= -\frac{2lr}{\pi\varphi a} N_{ges} \cdot \frac{d}{dt}\Big[b_1 - \frac{b_3}{9} + \frac{b_5}{25} - + \ldots\Big], \\ e_{y_2}'' &= +v\omega\frac{2lr}{\pi\varphi a} N_{ges} \cdot \Big[a_1 - \frac{a_3}{3} + \frac{a_5}{5} - + \ldots\Big]. \end{aligned}\right\} \quad (35)$$

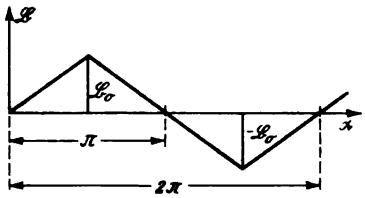


Fig. 7.

Wie groß der Einfluß der höheren Glieder ist, erkennen wir am besten, indem wir einzelne Fälle betrachten. Wir wollen dazu das Dreieckfeld der Kommutatorwickelung (Fig. 7) zugrunde legen. Wenn wir den Koordinatenanfangspunkt in den Punkt legen, in dem der aufsteigende Ast beginnt, erhalten wir eine Sinusreihe.

Diese lautet:

$$\mathfrak{B} = \frac{8\mathfrak{B}_0}{\pi^2}\Big[\sin\alpha - \frac{1}{9}\sin 3\alpha + \frac{1}{25}\sin 5\alpha - + \ldots\Big] \cdot \sin\omega t. \quad (36)$$

Wir haben also in Gleichung (25) die Koeffizienten a sämtlich gleich Null zu setzen. Die Koeffizienten b werden

$$\left.\begin{aligned} b_1 &= \frac{8\mathfrak{B}_0}{\pi^2}\sin\omega t \\ b_3 &= -\tfrac{1}{9} b_1 \\ b_5 &= +\tfrac{1}{25} b_1 \\ &\text{usw.} \end{aligned}\right\} \quad (37)$$

Setzen wir diese Werte in die Gleichungen (34) und (35) ein, so erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} e_{x_2}' &= 0, \\ e_{x_2}'' &= -v\omega \cdot \frac{16lr\mathfrak{B}_0}{\pi^3\varphi a} \cdot N_{ges}\Big[1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + - \ldots\Big]\sin\omega t, \\ e_{y_2}' &= -\omega \cdot \frac{16lr\mathfrak{B}_0}{\pi^3\varphi a} \cdot N_{ges}\Big[1 + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^3} + \ldots\Big]\cos\omega t. \\ e_{y_2}'' &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (38)$$

Digitized by Google

Man erhält hieraus, wenn man die erste Reihe bei dem 7. Gliede, die zweite bei dem 4. Gliede abbricht, für die Effektivwerte

$$\left.\begin{aligned} E'_{y_2} &= \frac{32 l r \mathfrak{B}_0 \nu}{\sqrt{2} \cdot \pi^2 \varphi a} \cdot N_{\text{ges}} \cdot 1{,}01538 , \\ E''_{x_2} &= v \cdot \frac{32 l r \mathfrak{B}_0 \nu}{\sqrt{2} \cdot \pi^2 \varphi a} \cdot N_{\text{ges}} \cdot 0{,}96869 . \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

Das Verhältnis beider ist bei $v = 1$

$$\frac{E'_{y_2}}{E''_{x_2}} = 1{,}0482 . \tag{40}$$

Allgemein kann man das Verhältnis der Effektivwerte zu einander

$$\frac{E'_{y_2}}{E''_{x_2}} = \frac{\xi}{v} \tag{41}$$

aus den Gleichungen (11) und (16) berechnen. Die Abweichung des Wertes ξ von Eins gibt uns ein Urteil über den Einfluß der höheren Glieder. Wir legen einen Y-Fluß zugrunde, dessen Glieder sämtlich proportional mit $\sin \omega t$ sind. Er ist symmetrisch zur Y-Achse, sonst aber beliebig über den Ankerumfang verteilt. Für eine Y-Wickelung ergibt dann Gleichung (11), indem wir $\vartheta_1 = 0$, $\vartheta_2 = \pi$ setzen:

$$e'_{y_2} = -\omega \cdot \frac{N_{\text{ges}}}{2 \pi a} \int_0^{\pi} \Phi \, d\vartheta \cdot \cos \omega t , \tag{42}$$

worin Φ nur noch von ϑ abhängt.
Für eine X-Wickelung ergibt Gleichung (16), indem wir $\vartheta_1 = -\frac{\pi}{2}$, $\vartheta_2 = +\frac{\pi}{2}$ setzen,

$$e''_{x_2} = -v \omega \cdot \frac{N_{\text{ges}}}{2 \pi a} \cdot 2 \, \Phi_{y_{20}} \sin \omega t . \tag{43}$$

$\Phi_{y_{20}}$ ist der zeitliche Höchstwert des Induktionsflusses, der von der parallel zur X-Achse liegenden Windung umschlungen wird. Mithin sind die effektiven Mittelwerte

$$\left.\begin{aligned} E'_{y_2} &= \frac{\omega}{\sqrt{2}} \cdot \frac{N_{\text{ges}}}{2 \pi a} \int_0^{\pi} \Phi \, d\vartheta \\ \text{und} \quad E''_{x_2} &= v \frac{\omega}{\sqrt{2}} \cdot \frac{N_{\text{ges}}}{2 \pi a} \cdot 2 \, \Phi_{y_{20}} , \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

und für ξ erhalten wir:

$$\xi = v \frac{E'_{y_2}}{E''_{x_2}} = \frac{\int_0^{\pi} \Phi \, d\vartheta}{2 \, \Phi_{y_{20}}} . \tag{45}$$

Ist nun die Feldverteilung durch ein einfaches mathematisches Gesetz gegeben, so kann man das Integral leicht auswerten und danach ξ genau angeben. Wir wollen dies für eine trapezförmige Verteilung des Induktionsflusses durchführen (Fig. 8). $\Phi_{y_{20}}$ ist proportional der oberhalb CG liegenden Fläche, also

$$\Phi_{y_{20}} = 2 l r \frac{\alpha_0}{\varphi} \mathfrak{B}_0 + 2 l r \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_0\right) \mathfrak{B}_0}{2 \varphi} = \frac{l r}{\varphi} \cdot \mathfrak{B}_0 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right) . \tag{46}$$

Digitized by Google

Wir setzen zur Vereinfachung

$$\frac{l r}{\varphi} = 1 \tag{47}$$

und schreiben

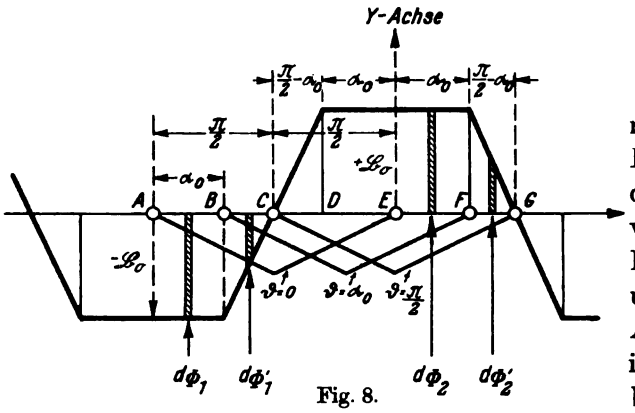


Fig. 8.

$$\Phi_{y\infty} = \mathfrak{B}_0 \left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right). \tag{48}$$

Um den Zähler in (45) zu berechnen, müssen wir zunächst Φ als Funktion von ϑ bestimmen und dann das Integral bilden. Da die Feldverteilung durch eine gebrochene Linie dargestellt wird, müssen wir Φ und $\int \Phi d\vartheta$ zuerst innerhalb der Lagen AE und BF einer Windung, d. h. innerhalb des Bereiches $0 \leqq \vartheta \leqq \alpha_0$ bestimmen, dann innerhalb der Lagen BF und CG, d. h. innerhalb des Bereiches $\alpha_0 \leqq \vartheta \leqq \frac{\pi}{2}$. Wir bezeichnen Φ innerhalb des ersten Bereiches mit Φ_a, innerhalb des zweiten mit Φ_b. $d\Phi$ setzt sich immer aus zwei Teilen $d\Phi_1$ und $d\Phi_2$ zusammen. Es ist

$$d\Phi = d\Phi_2 - d\Phi_1 = 2\mathfrak{B}\, d\vartheta. \tag{49}$$

1. Es sei $0 \leqq \vartheta \leqq \alpha_0$. Dann folgt aus (49), da $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_0 = \text{const}$ ist,

$$\Phi_a = 2\mathfrak{B}_0 \vartheta, \tag{50}$$

$$\int_0^{\alpha_0} \Phi_a d\vartheta = \mathfrak{B}_0 \alpha_0^2. \tag{51}$$

2. Es sei $\alpha_0 \leqq \vartheta \leqq \frac{\pi}{2}$. Dann ist $\mathfrak{B}$ eine lineare Funktion von ϑ, die für $\vartheta = \alpha_0$ den Wert $\mathfrak{B}_0$, für $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ den Wert 0 haben muß. Man erhält daher:

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{B}_0}{\frac{\pi}{2} - \alpha_0} \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right). \tag{52}$$

Daraus folgt für Φ_b aus (49)

$$\Phi_b = \frac{\mathfrak{B}_0}{\frac{\pi}{2} - \alpha_0} (\pi\vartheta - \vartheta^2) + C.$$

Die Konstante C ist so zu bestimmen, daß $\Phi_b = 2\mathfrak{B}_0 \alpha_0$ für $\vartheta = \alpha_0$ wird. Dies ergibt

$$C = -\frac{\mathfrak{B}_0 \alpha_0^2}{\frac{\pi}{2} - \alpha_0}.$$

Daher wird:

$$\Phi_b = \frac{\mathfrak{B}_0}{\frac{\pi}{2} - \alpha_0} (\pi\vartheta - \vartheta^2 - \alpha_0^2). \tag{53}$$

Digitized by Google

Für $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ geht dieser Ausdruck nach Gleichung (48) in $\Phi_{y_{\infty}}$ über, was eine Kontrolle für die Richtigkeit der Rechnung ergibt. Mit (53) erhalten wir:

$$\int_{\alpha_0}^{\frac{\pi}{2}} \Phi_b \, d\vartheta = \frac{\mathfrak{B}_0}{6(\pi - 2\alpha_0)} [\pi^3 - 12\pi\alpha_0^2 + 16\alpha_0^3]. \tag{54}$$

Nun ist:

$$\int_0^{\pi} \Phi \, d\vartheta = 2\left[\int_0^{\alpha_0} \Phi_a \, d\vartheta + \int_{\alpha_0}^{\frac{\pi}{2}} \Phi_b \, d\vartheta\right]. \tag{55}$$

Setzen wir hierin die Werte aus (51) und (54) ein, so erhalten wir:

$$\int_0^{\pi} \Phi \, d\vartheta = \frac{\mathfrak{B}_0}{3} [\pi^2 + 2\pi\alpha_0 - 2\alpha_0^2]. \tag{56}$$

Aus (45) ergibt sich nun mit (56) und (48):

$$\xi = \frac{\pi^2 + 2\pi\alpha_0 - 2\alpha_0^2}{3(\pi + 2\alpha_0)} = \frac{\pi}{3} - \frac{2\alpha_0^2}{3(\pi + 2\alpha_0)}. \tag{57}$$

Für das vorher betrachtete Dreieckfeld ist $\alpha_0 = 0$ zu setzen. Dann wird

$$\xi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472, \tag{58}$$

während wir früher 1,0482 gefunden hatten[1]).

Setzt man $\alpha_0 = \frac{\pi}{6}$, so erhält man die flache Form des Drehstromfeldes (Fig. 9). Die Gleichung (57) ergibt in diesem Falle:

$$\xi = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{72} = 1{,}0036. \tag{59}$$

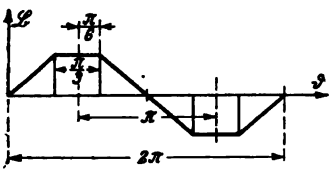


Fig. 9.

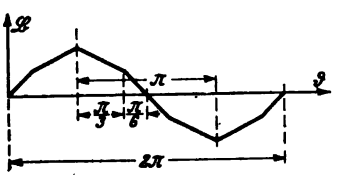


Fig. 10.

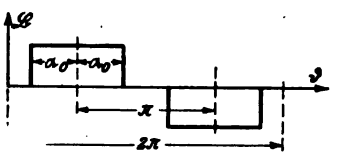


Fig. 11.

Berechnet man in ähnlicher Weise auch die spitze Form des Drehstromfeldes (Fig. 10), so erhält man:

$$\xi = \frac{20\pi}{63} = 0{,}9973. \tag{60}$$

In beiden Fällen unterscheiden sich E'_{x_2} und E''_{x_2} nur um einige Tausendstel ihres Wertes voneinander.

[1]) Mathematisch ergibt sich aus dem Vergleich von (58) mit (38), daß

$$\pi = 3\,\frac{1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \ldots}{1 + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^4} + \ldots}$$

ist.

Digitized by Google

Endlich möge noch das Ergebnis der Berechnung von ξ bei rechteckiger Verteilung angegeben werden (Fig. 11). Dafür ist:

$$\xi = \tfrac{1}{2}(\pi - \alpha_0). \tag{61}$$

Führt man das Verhältnis des Polschuhbogens β zur Polteilung τ ein, so folgt aus

$$\frac{\beta}{\tau} = \frac{2\alpha_0}{\pi} \tag{62}$$

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2}\frac{\beta}{\tau} \tag{63}$$

und

$$\xi = \frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{\beta}{2\tau}\right). \tag{64}$$

Hiermit ergibt sich die folgende Tabelle:

$\frac{\beta}{\tau}$	α_0	ξ
1	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4} = 0{,}7854$
$(\pi-2)\frac{2}{\pi}$	$\pi - 2$	$1 = 1{,}0000$
$\frac{2}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3} = 1{,}0472$
$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8} = 1{,}1781$
$\frac{1}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{12} = 1{,}3090$
$\frac{1}{\infty}$	0	$\frac{\pi}{2} = 1{,}5708$

Demnach stimmen für $\frac{\beta}{\tau} = (\pi - 2)\frac{2}{\pi} = 0{,}727$ E'_{x_1} und E''_{x_1} genau überein. Auch für $\frac{\beta}{\tau} = \frac{2}{3}$ ist der Unterschied nicht bedeutend.

Diese Untersuchung zeigt, daß die höheren Glieder in der Reihenentwickelung für die Feldverteilung nur geringen Einfluß auf die Größe der elektromotorischen Kräfte und ihr Verhältnis zueinander haben. Man kann daher erwarten, daß die Theorie, die streng genommen nur für eine sinusartige Verteilung des Induktionsflusses gilt, auch bei den am häufigsten vorkommenden anderen Verteilungen angenähert richtige Ergebnisse liefert.

Zusammenfassung.

Die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung verteilter Ankerwicklungen werden durch Integrale dargestellt. Aus ihnen ergibt sich, daß die EMK der Ruhe von der Verteilung des Induktionsflusses über den Ankerumfang abhängig, die der Bewegung von ihr unabhängig ist, ferner, daß die Frequenz der in einem zwischen festen Bürsten eingeschlossenen Wicklungsteile induzierten EMKe von der Drehgeschwindigkeit unabhängig ist.

An einigen Beispielen wird gezeigt, wie nützlich die Zerlegung der EMKe in eine X- und eine Y-Komponente ist, die strenggenommen nur bei sinusförmiger Verteilung des Induktionsflusses über den Ankerumfang zulässig ist. Es liegt daher nahe zu untersuchen, welchen Einfluß die höheren Glieder der Fourierschen Reihe, durch die man die Verteilung des Induktionsflusses längs des Ankerumfanges darstellen kann, auf die Größe der EMKe haben. Es zeigt sich, daß die EMK der Bewegung davon stärker beeinflußt wird, als die EMK der Ruhe. Beim dreieckigen Felde, wie es durch die Ströme einer Kommutatorwicklung erzeugt wird, erscheint die EMK der Ruhe um 1,5 Hundertstel vergrößert, die EMK der Bewegung um 3,1 Hundertstel verkleinert. Ihr Verhältnis bei synchronem Lauf, ξ_1

Digitized by Google

ist gleich $\frac{\pi}{3} = 1{,}0472$. Für die Zahl ξ wird ein allgemeiner Ausdruck gegeben und auf mehrere Spezialfälle, insbesondere auf die flache und die spitze Form des normalen Drehstromfeldes angewendet. Hier beträgt die Abweichung des Wertes für ξ von 1 nur wenige Tausendstel. Allgemein zeigt sich, daß die höheren Glieder in den praktisch wichtigsten Fällen nur einen geringen Einfluß auf das Verhältnis der EMKe zueinander haben. Man kann daher erwarten, daß die Zerlegung des Induktionsflusses in eine X- und eine Y-Komponente auch bei nicht sinusförmiger Verteilung des Induktionsflusses angenähert richtige Resultate liefert.

Digitized by Google

Über die Erzeugung asymmetrischer Wechselspannungen in elektrischen Maschinen.

Von Dr.-Ing. G. Ossanna,
o. Professor der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule in München.

Mit 17 Textfiguren.

Eingegangen am 26. Juni 1922.

A. Einleitung.

Periodisch veränderliche Wechselspannungen mit verschieden hohen positiven und negativen Höchstwerten, die im folgenden kurz als asymmetrische Wechselspannungen bezeichnet werden sollen, können vielfach mit Vorteil in Betrieben Verwendung finden, bei welchen die Halbwelle mit dem kleineren Spannungswerte nicht zur Wirkung kommen soll. Es dürfte demnach die vorliegende Untersuchung, die sich mit den Bedingungen befaßt, unter welchen asymmetrische Wechselspannungen in elektrischen Maschinen entstehen, einiges Interesse beanspruchen.

Von der Untersuchung sollen alle jene Maschinen ausgeschlossen bleiben, die infolge wesentlicher Mängel keine praktisch brauchbare Lösung der Aufgabe darstellen. Es sind dies:

1. Maschinen, die nur bei Wechselstromerregung asymmetrische Wechselspannungen erzeugen. Bei Wechselstromerregung wird nämlich die Erregerscheinleistung und mit dieser die Erregermaschine unwirtschaftlich groß.

2. Maschinen, bei welchen die asymmetrische Wechselspannung ausschließlich oder wenigstens vorwiegend durch Schwingungen des Erregerflusses hervorgerufen wird. Ein periodisch veränderlicher Erregerfluß induziert nämlich in der Erregerwicklung Ströme, die die Schwingungen des Erregerfeldes und damit die Entstehung der asymmetrischen Wechselspannung zu verhindern suchen.

3. Maschinen, deren Ankerdurchflutung nicht vollkommen oder wenigstens nicht nahezu vollkommen verschwindet. Der Ankerstrom erzeugt bei Maschinen mit resultierender Ankerdurchflutung vollkommen im Ankereisen verlaufende magnetische Flüsse (pollose Magnetisierung des Ankereisens), welche die Induktivität der Ankerwicklung stark steigern, die Spannungsform außerordentlich verzerren, kurz eine nennenswerte Stromentnahme unmöglich machen.

Wie weiter unten nachgewiesen werden wird, ist zur Erzeugung asymmetrischer Wechselspannungen die kombinierte Anordnung einer asymmetrischen Ankerwicklung und eines asymmetrischen Magnetsystems, d. h. eines solchen, das zu asymmetrischen Poldiagrammen führt, erforderlich. Wir sind also zunächst genötigt, die Begriffe der Asymmetrie einer Wicklung und eines Poldiagrammes näher zu definieren.

Digitized by Google

B. Das Poldiagramm.

Zur Erzeugung eines zeitlich unveränderten magnetischen Erregerflusses, der hier aus den eben erwähnten Gründen allein in Betracht kommt, ist zunächst Gleichstromerregung und dann ein Widerstand des magnetischen Kreislaufes erforderlich, der unabhängig von der Stellung des Magneten zum Anker ist.

Der zeitlich unveränderte Erregerfluß weist im Luftraume eine gleichfalls zeitlich unveränderte Verteilung auf, die durch das sog. Poldiagramm dargestellt zu werden pflegt. Das Poldiagramm kann symmetrisch und asymmetrisch sein.

Das Poldiagramm soll als symmetrisch angesehen werden, wenn es an Punkten, die um eine Polteilung oder besser um eine halbe Wellenlänge $\left(\frac{X}{2}\right)$ voneinander abstehen, gleich große und entgegengesetzt gerichtete Ordinaten besitzt. In allen anderen Fällen soll das Poldiagramm als asymmetrisch gelten.

Ein symmetrisches Poldiagramm läßt sich durch die ungeraden Sinus- und Kosinusglieder einer Fourierschen Reihe, also durch eine Gleichung der Form

$$\begin{aligned}\mathfrak{B} &= \mathfrak{B}_1' \sin\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_3' \sin 3\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_5' \sin 5\frac{2\pi}{X}x + \ldots . \\ &+ \mathfrak{B}_1'' \cos\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_3'' \cos 3\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_5'' \cos 5\frac{2\pi}{X}x + \ldots . \end{aligned} \quad (1)$$

darstellen, wenn man mit $\mathfrak{B}$ die Luftinduktion in der Entfernung x vom Koordinatenanfangspunkt, mit X die Wellenlänge (doppelte Polteilung) und mit $\mathfrak{B}_1'$, $\mathfrak{B}_3'$ . . ., $\mathfrak{B}_1''$, $\mathfrak{B}_3''$ . . . die Höchstwerte der harmonischen Feldkomponente bezeichnet.

Die Kurve dieser Gleichung ist symmetrisch, weil jedes Glied derselben für Punkte, die um eine halbe Wellenlänge voneinander abstehen, gleich große und entgegengesetzt gerichtete Ordinaten liefert. Es ist ja, wenn m eine ganze ungerade Zahl darstellt,

$$\mathfrak{B}_m' \sin m\frac{2\pi}{X}x = -\mathfrak{B}_m' \sin m\frac{2\pi}{X}\left(x \pm \frac{X}{2}\right),$$

$$\mathfrak{B}_m'' \cos m\frac{2\pi}{X}x = -\mathfrak{B}_m'' \cos m\frac{2\pi}{X}\left(x \pm \frac{X}{2}\right).$$

Symmetrische Poldiagramme in stilisierter Darstellung stellen die Fig. 1a und 1b dar.

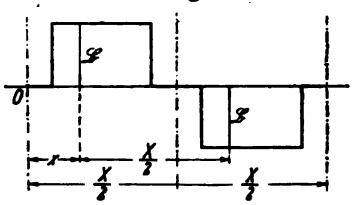


Fig. 1a.
Symmetrisch periodische Kurve.

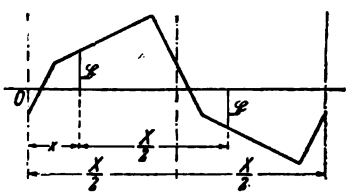


Fig. 1b.
Symmetrisch periodische Kurve.

Das Poldiagramm ist asymmetrisch, wenn zu seiner Darstellung auch die geraden Glieder der Fourierschen Reihe benötigt werden. Die allgemeine Gleichung eines asymmetrischen Poldiagrammes lautet demnach:

$$\begin{aligned}\mathfrak{B} &= \mathfrak{B}_1' \sin\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_2' \sin 2\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_3' \sin 3\frac{2\pi}{X}x + \ldots \\ &+ \mathfrak{B}_1'' \cos\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_2'' \cos 2\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_3'' \cos 3\frac{2\pi}{X}x + \ldots \end{aligned} \quad (2)$$

Digitized by Google

Nicht jedes asymmetrische Poldiagramm führt zu asymmetrischen Wechselspannungen; es läßt sich vielmehr nachweisen (vgl. weiter unten), daß Maschinen mit symmetrischen Ankerwicklungen niemals asymmetrische Wechselspannungen erzeugen können.

Aber auch nicht jedes asymmetrische Poldiagramm ist für die Erzeugung asymmetrischer Wechselspannungen gleich günstig; es gibt vielmehr zwei asymmetrische Poldiagramme, die sich hierzu als besonders geeignet erweisen. Es sind dies die asymmetrischen Poldiagramme erster und zweiter Art.

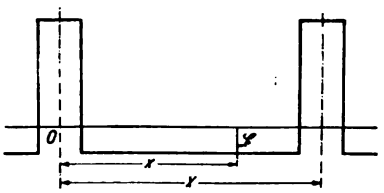


Fig. 2a.
Asymmetrische Kurve erster Art.

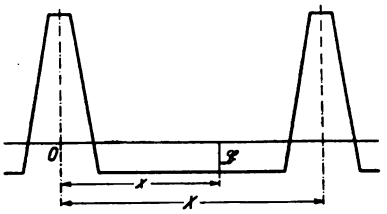


Fig. 2b.
Asymmetrische Kurve erster Art.

Das Poldiagramm erster Art soll ein solches sein, welches sich durch die ungeraden und geraden Kosinusglieder einer Fourierschen Reihe, also durch eine Gleichung der Form

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_1'' \cos\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_2'' \cos 2\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_3'' \cos 3\frac{2\pi}{X}x + \ldots \tag{3}$$

darstellen läßt. Dieses Poldiagramm weist an Punkten, die gleich weit vom Koordinatenanfangspunkt abstehen, gleich große und gleich gerichtete Ordinaten auf. Die Gleichung (3) besitzt diese Eigenschaft, weil für jeden Wert von m

$$\mathfrak{B}_m'' \cos m\frac{2\pi}{X}x = \mathfrak{B}_m'' \cos\left(-m\frac{2\pi}{X}x\right)$$

ist. Die Fig. 2a und 2b stellen solche Diagramme dar.

Das Poldiagramm zweiter Art soll dagegen durch die ungeraden und geraden Sinusglieder einer Fourierschen Reihe, also durch die Gleichung

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_1' \sin\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_2' \sin 2\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_3' \sin 3\frac{2\pi}{X}x + \ldots \tag{4}$$

darstellbar sein. Dieses Poldiagramm besitzt an Punkten, die gleich weit vom Koordinatenanfangspunkt abstehen, gleich große und entgegengesetzt gerichtete Ordinaten. Die Gleichung hat diese Eigenschaft, weil für jeden Wert von m

$$\mathfrak{B}_m' \sin m\frac{2\pi}{X}x = -\mathfrak{B}_m' \sin\left(-m\frac{2\pi}{X}x\right)$$

ist. Die Fig. 3a und 3b zeigen solche Diagramme.

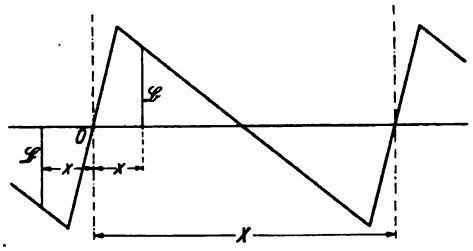


Fig. 3a. Asymmetrische Kurve zweiter Art.

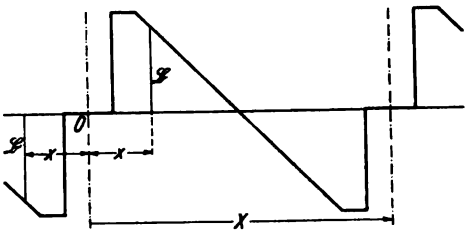


Fig. 3b. Asymmetrische Kurve zweiter Art.

Digitized by Google

Das allgemeine, durch Gleichung (2) dargestellte, asymmetrische Poldiagramm kann also durch die Superposition eines Poldiagrammes erster Art und eines solchen zweiter Art entstammend gedacht werden.

C. Die asymmetrische Spannung. Der Asymmetriegrad.

Bei zeitlich unveränderten Feldern kann die induzierte EMK auf Grund der Vorstellung des Schneidens von Induktionslinien durch den Leiter gefunden werden, so daß es nicht nötig ist, auf die allgemeingültige Induktionsgesetzgleichung zurückzugreifen. Diese Feststellung ist für uns besonders wichtig, weil sie unsere Überlegungen wesentlich erleichtert.

Es folgt daraus zunächst, daß die in einem Leiter induzierte Spannung den gleichen Verlauf wie das Poldiagramm besitzt. Sie ist also symmetrisch oder asymmetrisch, je nachdem das Poldiagramm symmetrisch oder asymmetrisch ist.

Symmetrisch ist die Spannung, wenn diese an Punkten, die um eine halbe Wellenlänge abstehen, gleich große und entgegengesetzt gerichtete Ordinaten besitzt. Symmetrische Spannungen lassen sich also durch die ungeraden Sinus- und Kosinusglieder einer Fourierschen Reihe (vgl. Gl. 1 und Fig. 1) darstellen. In allen anderen Fällen soll die Spannungskurve als asymmetrisch gelten. Auch hier, so wie bei den Poldiagrammen, können wir asymmetrische Spannungen erster und zweiter Art und mehrfach asymmetrische Spannungen unterscheiden.

Es liegt eine asymmetrische Spannung erster Art vor, wenn sich diese durch die ungeraden und geraden Kosinusglieder (vgl. Gleichung 3 und Fig. 2) darstellen läßt. Eine solche Spannung besitzt insofern eine gewisse Symmetrie, als sie an Punkten, die vom Koordinatenanfangspunkt gleich viel abstehen, gleich große und gleichgerichtete Ordinaten besitzt.

Es liegt eine asymmetrische Spannung zweiter Art vor, wenn sich diese durch die ungeraden und geraden Sinusglieder (vgl. Gleichung 4 und Fig. 3) darstellen läßt. Auch diese Spannung weist insofern eine gewisse Symmetrie auf, als sie an Punkten, die gleich viel vom Koordinatenanfangspunkt abstehen, gleich große und entgegengesetzt gerichtete Ordinaten besitzt.

Daraus ergibt sich, daß die asymmetrische Spannung zweiter Art gleich hohe positive und negative Höchstwerte besitzt. Die asymmetrische Spannung erster Art besitzt dagegen verschieden hohe positive und negative Ordinatenhöchstwerte; sie stellt also jene asymmetrische Spannung dar, um deren Erzeugung es sich hier handelt.

Die Eignung einer periodisch veränderlichen asymmetrischen Wechselspannung für einen bestimmten Zweck hängt im allgemeinen, wenn man von ihrem Absolutwerte und von ihrem Verlauf absieht, vom Verhältnisse zwischen ihren positiven und negativen Höchstwerten oder, wie wir uns kurz ausdrücken wollen, von ihrem Asymmetriegrad ab. Unter Asymmetriegrad soll also das Verhältnis zwischen dem positiven und dem negativen Höchstwerte verstanden werden.

D. Die asymmetrische Ankerwicklung.

Zur Erzeugung asymmetrischer Wechselspannungen genügt, wie bereits weiter oben erwähnt wurde, die Anordnung eines asymmetrischen Polsystems noch nicht; es muß vielmehr auch die Ankerwicklung eine ganz bestimmte Asymmetrie auf-

Digitized by Google

weisen. Wir sind also an dieser Stelle genötigt, einiges über die Symmetrie und Asymmetrie von Wicklungen zu sagen.

Die elektrischen Maschinen lassen sich in p segmentartige, gleiche Teile mit gleicher Verteilung der Anker- und Erregerströme zerlegen, die im folgenden als „Wellen" bezeichnet werden sollen. Die Wellen besitzen gleiche Stromverteilung, weil an Punkten, die den Winkel $\frac{360°}{p}$ miteinander einschließen, gleich große und gleich gerichtete Ströme vorhanden sind.

Die algebraische Summe der längs einer Welle verteilten Ankeramperenleiter muß jederzeit verschwinden, soll sich keine resultierende oder pollose Magnetisierung des Ankereisens mit allen ihren Nachteilen ausbilden. Eine pollose Magnetisierung des Ankereisens hat nämlich eine so große Induktivität der Ankerwicklung zur Folge, daß jede Stromentnahme praktisch unmöglich wird, während die Spannungskurve außerordentlich stark verzerrt wird. Eine Welle muß also gleich viele positive und negative Ankeramperenleiter aufweisen.

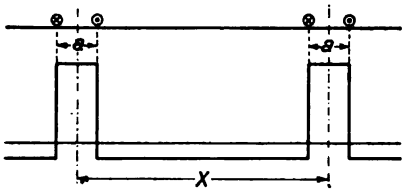


Fig. 4a. Asymmetrische Wicklung erster Art und asymmetrisches Poldiagramm erster Art.

Um dies zu erreichen, sind wir genötigt, längs einer Welle zwei Gruppen von Ankerleitern anzuordnen, die gleich große und entgegengesetzt gerichtete Durchflutungen besitzen. Dementsprechend wollen wir in der Folge eine erste und eine zweite Leitergruppe unterscheiden. Zu einer Leitergruppe gehören jene Leiter einer Welle, die in gleichem Sinne magnetisierend wirken.

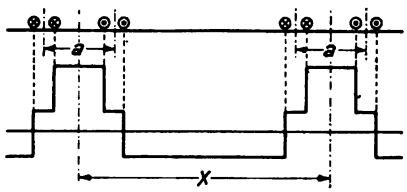


Fig. 4b. Asymmetrische Wicklung erster Art und asymmetrisches Poldiagramm erster Art.

Dies vorausgesetzt können wir zur Definition der Asymmetrie einer Wicklung übergehen. Eine Wicklung soll als asymmetrisch gelten, wenn

1. die mittlere Entfernung zwischen den zwei Leitergruppen einer Welle größer oder kleiner als die halbe Wellenlänge ist oder
2. die beiden Gruppen eine ungleichwertige Leiterverteilung besitzen oder
3. die zwei Leitergruppen ungleiche Leiterzahlen aufweisen oder
4. die Verteilung der Leiter innerhalb der Gruppen ungleichmäßig ist.

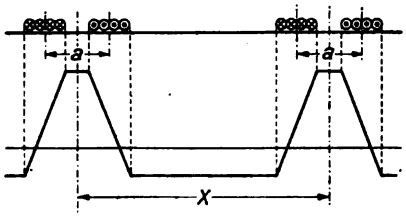


Fig. 4c. Asymmetrische Wicklung erster Art und asymmetrisches Poldiagramm erster Art.

Zur näheren Erläuterung des Vorstehenden sei noch folgendes angeführt. Die Leiterverteilung in den zwei Gruppen ist nach Merkmal 2 ungleichwertig, wenn durch eine gedachte Verschiebung (Drehung um den Maschinenmittelpunkt) einer Leitergruppe nicht möglich ist, diese so zur Deckung mit den Leitern der anderen Gruppe zu bringen, daß die magnetisierende Wirkung nach außen verschwindet. Die Verteilung der Leiter innerhalb einer Gruppe ist nach Merkmal 4 ungleichmäßig, wenn die Leiter bzw. deren Nuten nicht in gleichen Abständen angeordnet sind.

Die Fig. 4, 5 und 6 zeigen asymmetrische Wicklungen in schematischer Darstellung. Darin sind die Leiter einer Gruppe durch mit Kreuzen versehene Kreise,

Digitized by Google

die der anderen Gruppe durch Kreise mit einem Punkt in der Mitte dargestellt. Dagegen ist es in den Figuren nicht kenntlich gemacht, ob es sich um eine Trommel- oder um eine Ringwicklung handelt, denn für die induzierte EMK und auch für die magnetische Wirkung nach außen ist dies gleichgültig.

Trommel- und Ringwicklungen können sich nur hinsichtlich der Leiterzahl unterscheiden. Während nämlich bei Trommelwicklungen die Zahl der Leiter in

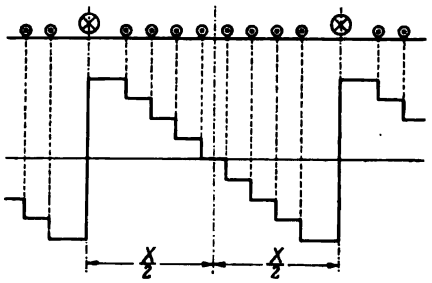


Fig. 5a. Asymmetrische Wicklung zweiter Art und asymmetrisches Poldiagramm zweiter Art.

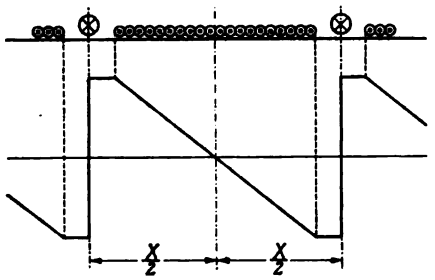


Fig. 5b. Asymmetrische Wicklung zweiter Art und asymmetrisches Poldiagramm zweiter Art.

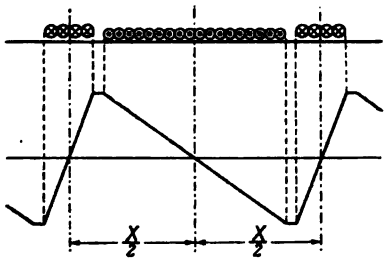


Fig. 5c. Asymmetrische Wicklung zweiter Art und asymmetrisches Poldiagramm zweiter Art.

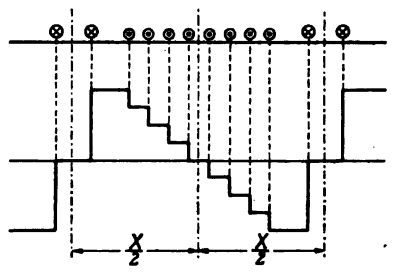


Fig. 5d. Asymmetrische Wicklung zweiter Art und asymmetrisches Poldiagramm zweiter Art.

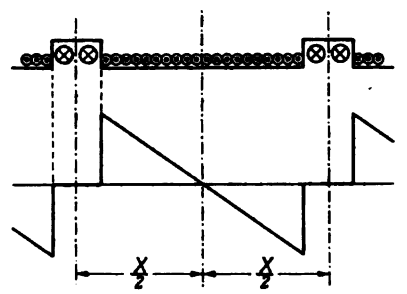


Fig. 5e. Asymmetrische Wicklung zweiter Art und asymmetrisches Poldiagramm zweiter Art.

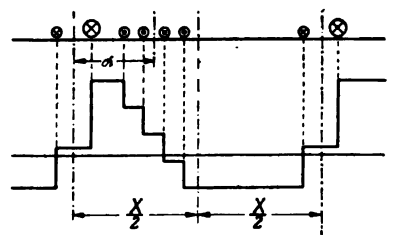


Fig. 6.
Mehrfach asymmetrische Wicklung und mehrfach asymmetrisches Poldiagramm.

beiden Gruppen gleich sein muß, indem ja die Leiter der einen mit jenen der anderen Gruppe in Reihe geschaltet sind, braucht dies bei Ringwicklungen nicht der Fall zu sein. Bei Reihenschaltung der Leiter der zwei Gruppen muß allerdings auch bei Ringwicklungen die Leiterzahl in beiden Gruppen gleich sein, soll die resultierende Durchflutung verschwinden. Dagegen können bei Parallelschaltung der zwei Gruppen deren Leiterzahlen verschieden groß sein. Eine Parallelschaltung der Leiter der zwei Gruppen ist aber nur dann möglich, wenn die EMKe in den zwei Gruppen den gleichen Verlauf besitzen.

Digitized by Google

Die Fig. 4a bis 4c zeigen Ankerwicklungen, bei welchen die Asymmetrie durch Wahl einer mittleren Entfernung a zwischen den Leitergruppen erreicht ist, die kleiner als die halbe Wellenlänge ist. In Fig. 4a sind die Leiter einer Gruppe in einer, in Fig. 4b in zwei und in 4c in sehr vielen Nuten untergebracht.

Derartige Wicklungen, bei welchen die mittlere Gruppenentfernung a größer oder kleiner als $\frac{X}{2}$ ist, sollen als Wicklungen erster Art bezeichnet werden.

Die asymmetrischen Wicklungen erster Art führen zu asymmetrischen Poldiagrammen erster Art (vgl. Fig. 4), wenn der magnetische Widerstand gleichmäßig verteilt ist.

Die Fig. 5a bis 5e zeigen asymmetrische Wicklungen, bei welchen die Asymmetrie durch ungleichwertige Verteilung der Leiter in den zwei Gruppen erreicht ist. Die Gruppenentfernung ist dagegen so wie bei den symmetrischen Wicklungen gleich der halben Wellenlänge.

In Fig. 5a sind die Leiter einer Gruppe in einer Nut, die der anderen Gruppe in 8 Nuten untergebracht. Die Fig. 5b unterscheidet sich von 5a bloß durch die Zahl der Nuten für die Leiter der zweiten Gruppe, die hier sehr groß (unendlich) gewählt ist. In Fig. 5c ist der Fall gezeichnet, in welchem die Leiter beider Gruppen in sehr vielen Nuten untergebracht sind. Der Fall der Fig. 5d unterscheidet sich von jenem der Fig. 5a bloß dadurch, daß die Leiter der einen Gruppe in zwei Nuten an Stelle von einer Nut angeordnet sind. In Fig. 5e ist angenommen, daß die Leiter der einen Gruppe in einer größeren Nut (Polzwischenraum) untergebracht sind, während die der anderen Gruppe längsdes freibleibenden Teiles des Ankerumfanges möglichst fein verteilt sind.

Die Wicklungen der Fig. 5a bis 5e, bei welchen die Asymmetrie durch ungleichwertige Verteilung der Leiter der zwei Gruppen erreicht ist, sollen als Wicklungen zweiter Art bezeichnet werden.

Die Wicklungen zweiter Art führen zu asymmetrischen Poldiagrammen zweiter Art (vgl. Fig. 5a bis 5e), wenn der magnetische Widerstand gleichmäßig verteilt ist.

Doppelt bzw. mehrfach asymmetrische Wicklungen besitzen zwei oder mehr der oben erwähnten Asymmetriemerkmale. Eine solche Wicklung ist in Fig. 6 dargestellt. Bei dieser ist die mittlere Entfernung a der zwei Leitergruppen kleiner als die halbe Wellenlänge, während die zwei Leitergruppen ungleichwertige und ungleichmäßige Leiterverteilung besitzen. Ihr Poldiagramm ist mehrfach asymmetrisch.

E. Die Wechselspannungen in elektrischen Maschinen.

Wie weiter oben erwähnt worden ist, kann die induzierte EMK bei Maschinen mit zeitlich konstantem Erregerfeld auf Grund der Vorstellung des Schneidens von Induktionslinien durch Leiter bestimmt werden. Der Augenblickswert der EMK e' in einem Leiter, der sich im Felde $\mathfrak{B}$ befindet, kann also durch die Gleichung

$$e' = \mathfrak{B} \cdot v \cdot L \cdot 10^{-8} \tag{5}$$

ausgedrückt werden. Darin sind v die Ankerumfangsgeschwindigkeit in cm/sec und L die induzierte Länge des Leiters in cm.

Digitized by Google

Setzt man in (5) für die Induktion $\mathfrak{B}$ den Wert der allgemeinen Feldgleichung (2) ein, so folgt:

$$e' = c\left[\mathfrak{B}_1' \sin\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_2' \sin 2\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_3' \sin 3\frac{2\pi}{X}x + \ldots\right]$$
$$\left[\mathfrak{B}_1'' \cos\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_2'' \cos 2\frac{2\pi}{X}x + \mathfrak{B}_3'' \cos 3\frac{2\pi}{X}x + \ldots\right] \tag{6}$$

wenn man dabei der Kürze halber

$$c = v \cdot L \cdot 10^{-8} \tag{7}$$

setzt.

Nimmt man an, der mittlere Leiter einer Gruppe habe zur Zeit $t = 0$ die Entfernung $-\frac{a}{2}$ vom Koordinatenanfangspunkt, so ist

$$x = v \cdot t - \frac{a}{2} = \frac{X}{T}t - \frac{a}{2} \tag{8}$$

zu setzen, wenn man mit T die Zeit bezeichnet, die ein Punkt des Ankerumfanges braucht, um die Wellenlänge X zurückzulegen.

In (6) kann man also

$$\frac{2\pi}{X}x = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{X}\frac{a}{2} = \omega t - \frac{\alpha}{2} \tag{9}$$

einführen, wenn man der Einfachheit halber

$$\frac{2\pi}{T} = \omega \qquad \text{und} \qquad \frac{2\pi}{X}a = \alpha \tag{10}$$

setzt. Mit dem Werte aus (9) geht (6) über in:

$$e' = c\left[\mathfrak{B}_1' \sin\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{B}_2' \sin 2\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{B}_3' \sin 3\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \ldots\right.$$
$$\left. + \mathfrak{B}_1'' \cos\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{B}_2'' \cos 2\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{B}_3'' \cos 3\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \ldots\right] \tag{11}$$

Aus den Gleichungen (6) bzw. (11) für die EMK im mittleren Leiter einer Gruppe läßt sich die EMK der Gruppe in folgender Weise ableiten.

Bezeichnet man mit $\mathfrak{z}_1 \mathfrak{w}_1$ die Zahl der Leiter der ersten Leitergruppe, so wäre deren resultierende EMK $\mathfrak{z}_1 \mathfrak{w}_1$ mal größer als jene in einem Leiter, wenn die Leiter in einer einzigen Nut vereinigt wären. Sind aber die Leiter auf $\mathfrak{z}_1$ Nuten gleichmäßig verteilt und schließen diese Nuten miteinander den Winkel β_1 ein, liegt also eine Wicklung erster oder zweiter Art[1]) vor, so muß man die verschiedenen harmonischen Komponenten der EMK mit den entsprechenden Wicklungsfaktoren $\mathfrak{f}_1'$, $\mathfrak{f}_2'$, $\mathfrak{f}_3'$, $\mathfrak{f}_4'$ multiplizieren, um die resultierende EMK zu erhalten. Für die EMK e_1 in der ersten Leitergruppe erhalten wir demnach die Gleichung:

$$e_1 = c\,\mathfrak{z}_1 \mathfrak{w}_1\left[\mathfrak{f}_1'\mathfrak{B}_1' \sin\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{f}_2'\mathfrak{B}_2' \sin 2\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{f}_3'\mathfrak{B}_3' \sin 3\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \ldots\right.$$
$$\left. + \mathfrak{f}_1'\mathfrak{B}_1'' \cos\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{f}_2'\mathfrak{B}_2'' \cos 2\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{f}_3'\mathfrak{B}_3'' \cos 3\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) + \ldots\right] \tag{12}$$

[1]) Die doppelt oder mehrfach asymmetrischen Wicklungen sollen hier wegen ihrer geringen Bedeutung nicht weiter behandelt werden.

Digitized by Google

Dabei sihd:

$$f'_1 = \frac{\sin 3_1 \frac{\beta_1}{2}}{3_1 \sin \frac{\beta_1}{2}}; \qquad f'_2 = \frac{\sin 2\,3_1 \frac{\beta_1}{2}}{3_1 \sin 2 \frac{\beta_1}{2}}; \qquad f'_3 = \frac{\sin 3\,3_1 \frac{\beta_1}{2}}{3_1 \sin 3 \frac{\beta_1}{2}} \text{ usw.} \tag{13}$$

Hinsichtlich der Bestimmung der Wicklungsfaktoren sei der Vollständigkeit halber kurz folgendes gesagt.

Bezeichnet man mit β den auf die erste Harmonische bezogenen Winkel, welchen die 3 Nuten einer Leitergruppe miteinander einschließen und mit E_m die EMK in den Leitern einer Nut, die von der $m$ten Feldharmonischen herrührt, so schließen die EMKe der Leiter der 3 Nuten den Winkel $m \cdot \beta$ miteinander ein (vgl. Fig. 7a). Um die resultierende EMK E_{mr} zu bekommen, brauchen wir bloß, wie in Fig. 7b geschehen ist, die 3 EMKe aneinanderzureihen. Sie bilden dann die Sehnen eines Kreises mit dem Zentriwinkel $m \cdot \beta$, während ihre Resultierende einen 3 mal größeren Zentriwinkel besitzt. Bezeichnet man mit R den Halbmesser des Kreises, so ist:

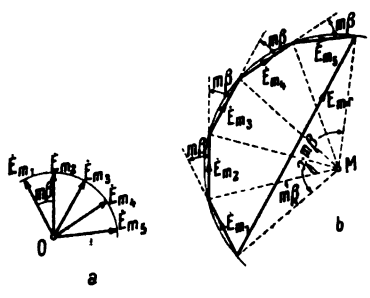


Fig. 7.

$$\left.\begin{aligned} E_m &= 2R \sin \frac{m\beta}{2}, \\ E_{mr} &= 2R \cdot \sin 3 \cdot \frac{m\beta}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Daraus folgt:

$$E_{mr} = 3 \cdot E_m \cdot \frac{\sin 3 \cdot \frac{m\beta}{2}}{3 \cdot \sin \frac{m\beta}{2}}, \tag{15}$$

oder:

$$E_{mr} = 3 E_m \cdot f_m, \tag{16}$$

wenn man:

$$f_m = \frac{\sin 3 \cdot \frac{m\beta}{2}}{3 \cdot \sin \frac{m\beta}{2}} \tag{17}$$

setzt. Nach (16) ist also der Wicklungsfaktor f_m der $m$ten Harmonischen nichts anderes als jener Faktor, welcher die Verteilung der Leiter berücksichtigt.

Die EMK e_2 in den Leitern der zweiten Gruppe läßt sich auch mit Hilfe der Gleichung (6) wie e_1 berechnen. Wir müssen dabei berücksichtigen, daß die zweite Gruppe gegenüber der ersten um die Strecke a vorgeschoben ist und daß sie sich infolgedessen zur Zeit $t = 0$ in der Entfernung $+\frac{a}{2}$ vom Koordinatenanfangspunkt befindet. Um die EMK im mittleren Leiter der zweiten Leitergruppe zu finden, brauchen wir demnach in (6)

$$x = vt + \frac{a}{2} = \frac{X}{T} t + \frac{a}{2}, \tag{18}$$

Digitized by Google

oder

$$\frac{2\pi}{X}x = \frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{X}\cdot\frac{a}{2} = \omega t + \frac{\alpha}{2} \tag{19}$$

zu setzen. Mit diesem Werte geht (6) über in:

$$e'' = c\left[\mathfrak{B}_1' \sin\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{B}_2' \sin 2\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{B}_3' \sin 3\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \ldots\right.$$
$$\left. + \mathfrak{B}_1'' \cos\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{B}_2'' \cos 2\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{B}_3'' \cos 3\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \ldots\right] \tag{20}$$

Aus der EMK im mittleren Leiter läßt sich die EMK der ganzen Gruppe entwickeln, wenn wir erstere mit der Leiterzahl $\mathfrak{z}_2 \mathfrak{w}_2$ der zweiten Gruppe und die einzelnen Feldharmonischen mit den entsprechenden Wicklungsfaktoren $\mathfrak{f}_1''$, $\mathfrak{f}_2''$, $\mathfrak{f}_3''$ ... multiplizieren. Wir erhalten also:

$$e_2 = c\mathfrak{z}_2\mathfrak{w}_2\left[\mathfrak{f}_1''\mathfrak{B}_1' \sin\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{f}_2''\mathfrak{B}_2' \sin 2\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{f}_3''\mathfrak{B}_3' \sin 3\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \ldots\right.$$
$$\left. + \mathfrak{f}_1''\mathfrak{B}_1'' \cos\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{f}_2''\mathfrak{B}_2'' \cos 2\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \mathfrak{f}_3''\mathfrak{B}_3'' \cos 3\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) + \ldots\right] \tag{21}$$

Wir setzen also auch hier voraus, daß eine Wicklung erster oder zweiter Art vorliege, bei welcher die Leiter in $\mathfrak{z}_2$ Nuten gleichmäßig untergebracht sind. Für die Wicklungsfaktoren selbst gelten nach (17) die Gleichungen:

$$\mathfrak{f}_1'' = \frac{\sin \mathfrak{z}_2 \frac{\beta_2}{2}}{\mathfrak{z}_2 \sin \frac{\beta_2}{2}}; \qquad \mathfrak{f}_2'' = \frac{\sin 2\mathfrak{z}_2 \frac{\beta_2}{2}}{\mathfrak{z}_2 \sin 2\frac{\beta_2}{2}}; \qquad \mathfrak{f}_3'' = \frac{\sin 3\mathfrak{z}_2 \frac{\beta_2}{2}}{\mathfrak{z}_2 \sin 3\frac{\beta_2}{2}} \text{ usw.} \tag{22}$$

Wie bereits weiter oben erwähnt wurde, kann die Parallelschaltung der zwei Leitergruppen nur bei Ringwicklung und auch da nur dann in Betracht kommen, wenn die EMK e_1 und e_2 jederzeit entgegengesetzt gleich sind. Dies ist nur der Fall bei der Ringwicklung nach Pacinotti-Gramme, wie weiter unten nachgewiesen wird. In allen übrigen Fällen kommt nur die Reihenschaltung der zwei Leitergruppen in Betracht, so daß die resultierende EMK e durch

$$e = e_1 - e_2 \tag{23}$$

gegeben ist.

Berücksichtigt man ferner, daß bei Reihenschaltung die resultierende Durchflutung nur dann verschwindet, wenn die Leiterzahlen in beiden Gruppen gleich sind, so folgt aus (23) mit den Werten aus (12) und (21):

$$e = c_0\left[\mathfrak{B}_1'\left\{\mathfrak{f}_1 \sin\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) - \mathfrak{f}_1'' \sin\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right)\right\} + \mathfrak{B}_2'\left\{\mathfrak{f}_2' \sin 2\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) - \mathfrak{f}_2'' \sin 2\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right)\right\}\right.$$
$$+ \mathfrak{B}_3'\left\{\mathfrak{f}_3' \sin 3\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) - \mathfrak{f}_3'' \sin 3\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right)\right\} + \ldots + \mathfrak{B}_1''\left\{\mathfrak{f}_1' \cos\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) - \mathfrak{f}_1'' \cos\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right)\right\}$$
$$\left. + \mathfrak{B}_2''\left\{\mathfrak{f}_2' \cos 2\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) - \mathfrak{f}_2'' \cos 2\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right)\right\} + \mathfrak{B}_3''\left\{\mathfrak{f}_3' \cos 3\left(\omega t - \frac{\alpha}{2}\right) - \mathfrak{f}_3'' \cos 3\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right)\right\} + \ldots\right] \tag{24}$$

Dabei ist der Kürze halber

$$c_0 = c\mathfrak{z}_1\mathfrak{w}_1 = c\mathfrak{z}_2\mathfrak{w}_2 \tag{25}$$

gesetzt.

Digitized by Google

Diese allgemeine Gleichung für die EMK in einer symmetrischen oder asymmetrischen Wicklung erster oder zweiter Art macht uns möglich, die Bedingungen zu untersuchen, unter welchen asymmetrische Wechselspannungen in elektrischen Maschinen entstehen. Zu diesem Zwecke wollen wir der Reihe nach die folgenden Fälle durchnehmen:

1. Symmetrische Ankerwicklung und asymmetrisches Poldiagramm.
2. Asymmetrische Ankerwicklung und symmetrisches Poldiagramm.
3. Asymmetrische Ankerwicklung erster Art und asymmetrisches Poldiagramm erster Art.
4. Asymmetrische Ankerwicklung zweiter Art und asymmetrisches Poldiagramm zweiter Art.
5. Asymmetrische Ankerwicklung erster Art und asymmetrisches Poldiagramm zweiter Art.
6. Asymmetrische Ankerwicklung zweiter Art und asymmetrisches Poldiagramm erster Art.
7. Asymmetrische Ankerwicklung erster oder zweiter Art und doppelt asymmetrisches Poldiagramm.

E. 1. Symmetrische Ankerwicklung und asymmetrisches Poldiagramm.

Bei symmetrischer Ankerwicklung sind die Wicklungsfaktoren der zwei Leitergruppen einander gleich, während die Leitergruppen um eine halbe Wellenlänge voneinander abstehen. Um die sich ergebende EMK zu finden, brauchen wir also bloß in (24)

$$\alpha = \pi\,; \qquad \mathfrak{f}_1 = \mathfrak{f}'_1 = \mathfrak{f}''_1\,; \qquad \mathfrak{f}_2 = \mathfrak{f}'_2 = \mathfrak{f}''_2\,; \qquad \mathfrak{f}_3 = \mathfrak{f}'_3 = \mathfrak{f}''_3 \tag{26}$$

zu setzen. Wir erhalten

$$\begin{aligned} e = c_0 \Big[& \mathfrak{B}'_1 \mathfrak{f}_1 \Big\{ \sin\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \sin\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big) \Big\} + \mathfrak{B}'_2 \mathfrak{f}_2 \Big\{ \sin 2\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \sin 2\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big) \Big\} \\ & + \mathfrak{B}'_3 \mathfrak{f}_3 \Big\{ \sin 3\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \sin 3\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big) \Big\} + \ldots + \mathfrak{B}''_1 \mathfrak{f}_1 \Big\{ \cos\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \cos\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big) \Big\} \\ & + \mathfrak{B}''_2 \mathfrak{f}_2 \Big\{ \cos 2\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \cos 2\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big) \Big\} + \mathfrak{B}''_3 \mathfrak{f}_3 \Big\{ \cos 3\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \cos 3\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big) \Big\} + \ldots \Big] \end{aligned} \tag{27}$$

und daraus:

$$\begin{aligned} e = 2 c_0 [& - \mathfrak{B}'_1 \mathfrak{f}_1 \cos\omega t - \mathfrak{B}'_3 \mathfrak{f}_3 \cos 3\omega t - \mathfrak{B}'_5 \mathfrak{f}_5 \cos\omega t - \ldots \\ & + \mathfrak{B}''_1 \mathfrak{f}_1 \sin\omega t + \mathfrak{B}''_3 \mathfrak{f}_3 \sin 3\omega t + \mathfrak{B}''_5 \mathfrak{f}_5 \sin\omega t + \ldots] \end{aligned} \tag{28}$$

Diese Gleichung, welche nur die ungeraden Sinus- und Kosinusglieder enthält, stellt eine symmetrische Spannungskurve dar. Spannungswerte, die um eine halbe Periode voneinander abstehen, sind gleich groß und entgegengesetzt. Eine symmetrische Ankerwicklung kann demnach niemals zu asymmetrischen Spannungen führen.

2. Asymmetrische Ankerwicklung und symmetrisches Poldiagramm.

Symmetrische Poldiagramme lassen sich durch die ungeraden Sinus- und Kosinusglieder darstellen. Die geraden Glieder sind also sämtlich gleich Null. Die Spannungskurve enthält demnach nur die ungeraden Glieder der Gleichung (24) und ist damit symmetrisch.

Digitized by Google

Ein symmetrisches Felddiagramm kann also niemals zu einer asymmetrischen Spannung führen.

Asymmetrische Spannungskurven verlangen also sowohl asymmetrische Felddiagramme als auch asymmetrische Ankerwicklungen.

3. Asymmetrische Ankerwicklung erster Art und asymmetrisches Poldiagramm erster Art.

Durch eine asymmetrische Ankerwicklung erster Art und ein asymmetrisches Poldiagramm gleichfalls erster Art läßt sich eine asymmetrische Wechselspannung zweiter Art erzeugen, die gleich hohe positive und negative Ordinaten besitzt. Durch diese asymmetrische Wechselspannung wird also unser Ziel der Gewinnung von Spannungskurven mit verschieden hohen positiven und negativen Höchstwerten nicht erreicht; trotzdem soll der Vollständigkeit halber auch dieser Fall behandelt werden.

Bei der asymmetrischen Ankerwicklung erster Art ist der Winkel α kleiner oder größer als π, während die Wicklungsfaktoren der zwei Leitergruppen einander gleich sind. Setzen wir also in (24)

$$\mathfrak{f}_1 = \mathfrak{f}_1' = \mathfrak{f}_1''; \qquad \mathfrak{f}_2 = \mathfrak{f}_2' = \mathfrak{f}_2''; \qquad \mathfrak{f}_3 = \mathfrak{f}_3' = \mathfrak{f}_3'' \ldots . \tag{29}$$

ein und berücksichtigen, daß bei einem Poldiagramm erster Art die Sinusglieder nicht vorhanden sind, so folgt

$$e = c_0\Big[\mathfrak{B}_1''\mathfrak{f}_1\Big\{\cos\Big(\omega t - \frac{\alpha}{2}\Big) - \cos\Big(\omega t + \frac{\alpha}{2}\Big)\Big\} + \mathfrak{B}_2''\mathfrak{f}_2\Big\{\cos 2\Big(\omega t - \frac{\alpha}{2}\Big) - \cos 2\Big(\omega t + \frac{\alpha}{2}\Big)\Big\} + \mathfrak{B}_3''\mathfrak{f}_3\Big\{\cos 3\Big(\omega t - \frac{\alpha}{2}\Big) - \cos 3\Big(\omega t + \frac{\alpha}{2}\Big)\Big\} + \ldots\Big] \tag{30}$$

und daraus:

$$e = 2c^0\Big[\mathfrak{B}_1''\mathfrak{f}_1 \sin\frac{\alpha}{2}\sin\omega t + \mathfrak{B}_2''\mathfrak{f}_2 \sin 2\frac{\alpha}{2}\sin 2\omega t + \mathfrak{B}_3''\mathfrak{f}_3 \sin 3\frac{\alpha}{2}\sin 3\omega t + \ldots\Big] \tag{31}$$

Die Spannungskurve enthält also tatsächlich die sämtlichen ungeraden und geraden Sinusglieder und ist demnach eine asymmetrische Kurve zweiter Art mit gleich hohen positiven und negativen Ordinaten.

4. Asymmetrische Ankerwicklung zweiter Art und asymmetrisches Poldiagramm zweiter Art.

Auch durch eine asymmetrische Ankerwicklung zweiter Art und ein asymmetrisches Poldiagramm gleichfalls zweiter Art läßt sich nur eine asymmetrische Spannungskurve zweiter Art erreichen.

Bei einer asymmetrischen Ankerwicklung zweiter Art ist der Winkel zwischen den zwei Leitergruppen gleich π, während die Wicklungsfaktoren verschieden sind. Die Gleichung (24) geht also in

$$e = c_0\Big[\mathfrak{B}_1'\Big\{\mathfrak{f}_1'\sin\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \mathfrak{f}_1''\sin\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big)\Big\} + \mathfrak{B}_2'\Big\{\mathfrak{f}_2'\sin 2\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \mathfrak{f}_2''\sin 2\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big)\Big\} + \mathfrak{B}_3'\Big\{\mathfrak{f}_3'\sin 3\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \mathfrak{f}_3''\sin 3\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big)\Big\} + \ldots\Big] \tag{32}$$

über, wenn man berücksichtigt, daß bei einem Poldiagramm zweiter Art nur die Sinusglieder vorhanden sind. Aus (32) folgt:

$$e = c_0[-\mathfrak{B}_1'(\mathfrak{f}_1' + \mathfrak{f}_1'')\cos\omega t + \mathfrak{B}_2'(\mathfrak{f}_2' - \mathfrak{f}_2'')\sin 2\omega t - \mathfrak{B}_3'(\mathfrak{f}_3' + \mathfrak{f}_3'')\cos 3\omega t + \ldots] \tag{33}$$

Digitized by Google

Um zu erkennen, daß diese Gleichung eine asymmetrische Spannungskurve zweiter Art darstellt, brauchen wir bloß für ωt den Wert

$$\omega t = \omega t' + \frac{\pi}{2} \tag{34}$$

einzuführen. Wir erhalten dann

$$e = c_0 [+ \mathfrak{B}_1' (\mathfrak{f}_1' + \mathfrak{f}_1'') \sin \omega t' + \mathfrak{B}_2' (\mathfrak{f}_2' - \mathfrak{f}_2'') \sin 2\,\omega t' + \mathfrak{B}_3' (\mathfrak{f}_3' + \mathfrak{f}_3'') \sin 3\,\omega t' + \ldots] \tag{35}$$

also tatsächlich eine Fouriersche Reihe, die nur die ungeraden und geraden Sinusglieder enthält.

5. Asymmetrische Ankerwicklung erster Art und asymmetrisches Poldiagramm zweiter Art.

Durch eine asymmetrische Ankerwicklung erster Art und ein asymmetrisches Poldiagramm zweiter Art ist es möglich, eine Spannungskurve mit verschieden großen positiven und negativen Höchstwerten zu erhalten.

Es folgt dies wieder aus Gleichung (24), wenn wir berücksichtigen, daß bei einem Felddiagramm zweiter Art die Kosinusglieder nicht vorhanden sind, daß die Wicklungsfaktoren einander gleich sind und daß der Winkel α von π verschieden ist. Setzen wir also in (24)

$$\mathfrak{f}_1 = \mathfrak{f}_1' = \mathfrak{f}_1''; \qquad \mathfrak{f}_2 = \mathfrak{f}_2' = \mathfrak{f}_2''; \qquad \mathfrak{f}_3 = \mathfrak{f}_3' = \mathfrak{f}_3'' \tag{36}$$

ein, so erhalten wir

$$\begin{aligned} e = c_0 \Big[& \mathfrak{B}_1' \mathfrak{f}_1 \Big\{ \sin\Big(\omega t - \frac{\alpha}{2}\Big) - \sin\Big(\omega t + \frac{\alpha}{2}\Big) \Big\} + \mathfrak{B}_2' \mathfrak{f}_2 \Big\{ \sin 2\Big(\omega t - \frac{\alpha}{2}\Big) - \sin 2\Big(\omega t + \frac{\alpha}{2}\Big) \Big\} \\ & + \mathfrak{B}_3' \mathfrak{f}_3 \Big\{ \sin 3\Big(\omega t - \frac{\alpha}{2}\Big) - \sin 3\Big(\omega t + \frac{\alpha}{2}\Big) \Big\} + \ldots \Big] \end{aligned} \tag{37}$$

und dann

$$e = -\,2 c_0 \Big[\mathfrak{B}_1' \mathfrak{f}_1 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \omega t + \mathfrak{B}_2' \mathfrak{f}_2 \sin 2\,\frac{\alpha}{2} \cos 2\,\omega t + \mathfrak{B}_3' \mathfrak{f}_3 \sin 3\,\frac{\alpha}{2} \cos 3\,\omega t + \ldots \Big] \tag{38}$$

Die resultierende EMK läßt sich also durch die geraden und ungeraden Kosinusglieder einer Fourierschen Reihe darstellen; sie ist also eine asymmetrische Kurve erster Art, die beliebig hohe Asymmetriegrade aufweisen kann.

6. Asymmetrische Ankerwicklung zweiter Art und asymmetrisches Poldiagramm erster Art.

Auch durch Anwendung einer asymmetrischen Wicklung zweiter Art und eines asymmetrischen Poldiagrammes erster Art können Wechselspannungen mit beliebig hohen Asymmetriegraden erzeugt werden.

Der Beweis ist in folgender Weise zu erbringen. In der Gleichung für ein Poldiagramm erster Art kommen die Sinusglieder nicht vor. Bei einer Wicklung zweiter Art ist dagegen $\alpha = \pi$, während die Wicklungsfaktoren verschieden groß ausfallen. Es folgt also aus (24)

$$\begin{aligned} e = c_0 \Big[& \mathfrak{B}_1'' \Big\{ \mathfrak{f}_1' \cos\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \mathfrak{f}_1'' \cos\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big) \Big\} + \mathfrak{B}_2'' \Big\{ \mathfrak{f}_2' \cos 2\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \mathfrak{f}_2'' \cos 2\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big) \Big\} \\ & + \mathfrak{B}_3'' \Big\{ \mathfrak{f}_3' \cos 3\Big(\omega t - \frac{\pi}{2}\Big) - \mathfrak{f}_3'' \cos 3\Big(\omega t + \frac{\pi}{2}\Big) \Big\} + \ldots \Big] \end{aligned} \tag{39}$$

Digitized by Google

und daraus:

$$e = c_0[\mathfrak{B}_1''(\mathfrak{f}_1'+\mathfrak{f}_1'')\sin\omega t - \mathfrak{B}_2''(\mathfrak{f}_2'-\mathfrak{f}_2'')\cos 2\omega t - \mathfrak{B}_3''(\mathfrak{f}_3'+\mathfrak{f}_3'')\sin 3\omega t - \ldots] \quad (40)$$

Um zu erkennen, daß diese Gleichung eine asymmetrische Spannungskurve erster Art darstellt, brauchen wir bloß

$$\omega t = \omega t' + \frac{\pi}{2} \quad (41)$$

zu setzen. Wir bekommen dann:

$$e = c_0[\mathfrak{B}_1''(\mathfrak{f}_1'+\mathfrak{f}_1'')\cos\omega t' + \mathfrak{B}_2''(\mathfrak{f}_2'-\mathfrak{f}_2'')\cos 2\omega t' + \mathfrak{B}_3''(\mathfrak{f}_3'+\mathfrak{f}_3'')\cos 3\omega t' + \ldots] \quad (42)$$

also eine Gleichung, welche nur die ungeraden und geraden Kosinusglieder enthält.

7. Asymmetrische Ankerwicklung erster oder zweiter Art und doppelt asymmetrisches Poldiagramm.

Nach dem Vorstehenden ist es selbstverständlich, daß auch durch ein doppelt asymmetrisches Poldiagramm und eine einfach asymmetrische Ankerwicklung erster oder zweiter Art eine asymmetrische Wechselspannung erzeugt werden kann. Wir brauchen bloß zu überlegen, daß ein doppelt asymmetrisches Poldiagramm aus der Superposition eines asymmetrischen Poldiagrammes erster und eines solchen zweiter Art entstanden gedacht werden kann. Die Gleichung des doppelt asymmetrischen Poldiagrammes kann nämlich in der Form

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}' + \mathfrak{B}'' \quad (43)$$

gebracht werden, wenn dabei

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{B}'' &= \mathfrak{B}_1''\cos\frac{2\pi}{x}x + \mathfrak{B}_2''\cos 2\frac{2\pi}{x}x + \mathfrak{B}_3''\cos 3\frac{2\pi}{x}x + \ldots\\ \mathfrak{B}' &= \mathfrak{B}_1'\sin\frac{2\pi}{x}x + \mathfrak{B}_2'\sin 2\frac{2\pi}{x}x + \mathfrak{B}_3'\sin 3\frac{2\pi}{x}x + \ldots\end{aligned}\right\} \quad (44)$$

gesetzt wird. Bedenkt man, daß beide Komponenten des doppelt asymmetrischen Poldiagrammes asymmetrische Wechselspannungen erzeugen, so ist es klar, daß im allgemeinen auch die resultierende Wechselspannung asymmetrisch sein muß.

F. Ringwicklung und asymmetrisches Poldiagramm.

Besondere Erwähnung verdient die Ringwirkung, bei welcher die Leiter ähnlich wie beim Pacinotti-Grammeschen Ring am Ankerumfang gleichmäßig verteilt sind. Wird von einer solchen Ringwicklung an zwei beliebigen Stellen Strom abgenommen, so erscheint sie in zwei ungleiche, parallel geschaltete Teile geteilt. Die Parallelschaltung ist möglich bzw. zulässig, weil die zwei Leitergruppen jederzeit die gleiche EMK erzeugen, so daß Ausgleichströme innerhalb der Wicklung nicht entstehen können, wenigstens wenn man voraussetzt, daß das Poldiagramm höhere Feldharmonische der Ordnung $\mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z}_2$ oder einem Vielfachen davon nicht enthalte. Dabei ist mit $\mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z}_2$ die Nutenzahl einer Welle bezeichnet.

Um die EMK zu berechnen, die von einer solchen Ringwicklung herrührt, kann man nicht wie bisher von der Gleichung (24) ausgehen, weil diese die Reihenschaltung der zwei Leitergruppen voraussetzt. Hier müssen wir auf die Gleichung (12) bzw. (21) für die EMKe in den zwei Leitergruppen zurückgreifen. Dabei wird sich auch der Beweis ergeben, daß beide Leitergruppen jederzeit die gleiche EMK liefern.

Digitized by Google

Für die $m$te Harmonische der EMK in beiden Leitergruppen erhalten wir aus (12) bzw. (21):

$$\left.\begin{aligned} e_{1m} &= c\,\mathfrak{z}_1\,\mathfrak{w}_1\left[\mathfrak{f}'_m\mathfrak{B}'_m\sin m\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)+\mathfrak{f}'_m\mathfrak{B}''_m\cos m\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)\right] \\ e_{2m} &= c\,\mathfrak{z}_2\,\mathfrak{w}_2\left[\mathfrak{f}''_m\mathfrak{B}'_m\sin m\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)+\mathfrak{f}''_m\mathfrak{B}''_m\cos m\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)\right] \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

wenn wir dabei berücksichtigen, daß bei der hier in Betracht kommenden Wicklung $\alpha = \pi$ ist. Aus (45) folgt:

$$\left.\begin{aligned} e_{1m} &= c\,\mathfrak{z}_1\,\mathfrak{w}\,\mathfrak{f}'_m\left[\sin m\frac{\pi}{2}\left\{-\mathfrak{B}'_m\cos m\omega t+\mathfrak{B}''_m\sin m\omega t\right\}+\cos m\frac{\pi}{2}\left\{\mathfrak{B}'_m\sin m\omega t+\mathfrak{B}''_m\cos m\omega t\right\}\right] \\ e_{2m} &= c\,\mathfrak{z}_2\,\mathfrak{w}\,\mathfrak{f}''_m\left[\sin m\frac{\pi}{2}\left\{\mathfrak{B}'_m\cos m\omega t-\mathfrak{B}''_m\sin m\omega t\right\}+\cos m\frac{\pi}{2}\left\{\mathfrak{B}'_m\sin m\omega t+\mathfrak{B}''_m\cos m\omega t\right\}\right] \end{aligned}\right\} \tag{46}$$

wenn man berücksichtigt, daß in jeder Nut die gleiche Leiterzahl ($\mathfrak{w}_1 = \mathfrak{w}_2 = \mathfrak{w}$) vorhanden ist. Für die in dieser Gleichung vorkommenden Produkte $\mathfrak{z}_1\mathfrak{f}'_m$ und $\mathfrak{z}_2\mathfrak{f}''_m$ erhalten wir aus (17):

$$\mathfrak{z}_1\mathfrak{f}'_m = \frac{\sin m\,\mathfrak{z}_1\dfrac{\beta_1}{2}}{\sin m\dfrac{\beta_1}{2}} \qquad \mathfrak{z}_2\mathfrak{f}''_m = \frac{\sin m\,\mathfrak{z}_2\dfrac{\beta_2}{2}}{\sin m\dfrac{\beta_2}{2}}. \tag{47}$$

Die hier vorkommenden Winkel β_1 und β_2, die zwei Nuten miteinander einschließen, werden erhalten, wenn man 2π mit der Nutenzahl einer Welle, also mit $\mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z}_2$ dividiert. Mit

$$\beta_1 = \beta_2 = \frac{2\pi}{\mathfrak{z}_1+\mathfrak{z}_2}, \tag{48}$$

folgt also

$$\mathfrak{z}_1\mathfrak{f}'_m = \frac{\sin m\pi\dfrac{\mathfrak{z}_1}{\mathfrak{z}_1+\mathfrak{z}_2}}{\sin m\pi\dfrac{1}{\mathfrak{z}_1+\mathfrak{z}_2}} \qquad \mathfrak{z}_2\mathfrak{f}''_m = \frac{\sin m\pi\dfrac{\mathfrak{z}_2}{\mathfrak{z}_1+\mathfrak{z}_2}}{\sin m\pi\dfrac{1}{\mathfrak{z}_1+\mathfrak{z}_2}}. \tag{49}$$

Für den Zählerausdruck der letzten Gleichung kann man auch

$$\sin m\pi\frac{\mathfrak{z}_2}{\mathfrak{z}_1+\mathfrak{z}_2} = \sin m\pi\left(1-\frac{\mathfrak{z}_1}{\mathfrak{z}_1+\mathfrak{z}_2}\right) = -\cos m\pi\cdot\sin m\pi\frac{\mathfrak{z}_1}{\mathfrak{z}_1+\mathfrak{z}_2} \tag{50}$$

schreiben, so daß sich aus (49)

$$\mathfrak{z}_2\mathfrak{f}''_m = -\mathfrak{z}_1\mathfrak{f}'_m\cdot\cos m\pi \tag{51}$$

ergibt. Um nachzuweisen, daß e_{1m} jederzeit gleich $-e_{2m}$ ist, müssen wir hier zwei Fälle unterscheiden. Wenn m ungerade ist, dann ist $\cos m\pi = -1$ und $\cos m\frac{\pi}{2} = 0$. Gl. (46) geht dann über in:

$$\left.\begin{aligned} e_{1m} &= c\,\mathfrak{z}_1\,\mathfrak{w}\,\mathfrak{f}'_m\sin m\frac{\pi}{2}\left[-\mathfrak{B}'_m\cos m\omega t+\mathfrak{B}''_m\sin m\omega t\right] \\ e_{2m} &= c\,\mathfrak{z}_1\,\mathfrak{w}\,\mathfrak{f}'_m\sin m\frac{\pi}{2}\left[\mathfrak{B}'_m\cos m\omega t-\mathfrak{B}''_m\sin m\omega t\right] \end{aligned}\right\} \tag{52}$$

Wenn m dagegen gerade ist, dann ist $\cos m\pi = 1$ und $\sin m\frac{\pi}{2} = 0$.

Digitized by Google

In diesem Falle folgt:

$$\begin{aligned} e_{1m} &= c\,\mathfrak{z}_1\,\mathfrak{w}\,\mathfrak{f}'_m \cos m\frac{\pi}{2}\left[\mathfrak{B}'_m \sin m\,\omega t + \mathfrak{B}''_m \cos m\,\omega t\right] \\ e_{2m} &= -\,c\,\mathfrak{z}_1\,\mathfrak{w}\,\mathfrak{f}'_m \cos m\frac{\pi}{2}\left[\mathfrak{B}'_m \sin m\,\omega t + \mathfrak{B}''_m \cos m\,\omega t\right] \end{aligned} \tag{53}$$

Vergleicht man die Gleichungspaare (52) und (53), so findet man tatsächlich, daß

$$e_{1m} = -\,e_{2m} \tag{54}$$

und demnach

$$e_1 = -\,e_2 \tag{55}$$

sind.

Um für die resultierende EMK einen möglichst einfachen Ausdruck zu erhalten, empfiehlt es sich, die Zeitzählung dann zu beginnen, wenn der Mittelpunkt der Leitergruppe 1 den Koordinatenanfangspunkt passiert. In diesem Falle gilt an Stelle der Beziehung (8):

$$x = v \cdot t \qquad \text{oder} \qquad \frac{2\pi}{x}x = \omega t, \tag{56}$$

so daß (6) übergeht in:

$$\begin{aligned} e_1 = c\,\mathfrak{z}_1\,\mathfrak{w}\,[&\mathfrak{f}'_1\mathfrak{B}'_1 \sin\omega t + \mathfrak{f}'_2\mathfrak{B}'_2 \sin 2\,\omega t + \mathfrak{f}'_3\mathfrak{B}'_3 \sin 3\,\omega t + \ldots \\ &+ \mathfrak{f}'_1\mathfrak{B}''_1 \cos\omega t + \mathfrak{f}'_2\mathfrak{B}''_2 \cos 2\,\omega t + \mathfrak{f}'_3\mathfrak{B}''_3 \cos 3\,\omega t + \ldots] \end{aligned} \tag{57}$$

Die Sinusglieder erzeugen, wie wir weiter oben gesehen haben, eine asymmetrische Spannungskurve zweiter Art, die gleich hohe positive und negative Höchstwerte besitzt. Man wird demnach hier ein Poldiagramm anwenden, welches die Sinusglieder nicht enthält. Ein solches Poldiagramm erster Art führt zu einer Spannungskurve gleichfalls erster Art, die beliebig hohe Asymmetriegrade aufweisen kann.

Die Spannungsgleichung für die Ringwicklung ist demnach:

$$e_1 = c\,\mathfrak{z}_1\,\mathfrak{w}\,[\mathfrak{f}'_1\mathfrak{B}''_1 \cos\omega t + \mathfrak{f}'_2\mathfrak{B}''_2 \cos 2\,\omega t + \mathfrak{f}'_3\mathfrak{B}''_3 \cos 3\,\omega t + \ldots] \tag{58}$$

Die Ringwicklung verhält sich demnach wie eine Wicklung zweiter Art, indem sie nur in Verbindung mit einem Poldiagramm erster Art asymmetrische Spannungskurven liefert. Die Ringwicklung hat auch insofern die Eigenschaften einer Wicklung zweiter Art, als ihre Leitergruppen voneinander um eine Polteilung abstehen und die Leiter in den zwei Gruppen verschieden verteilt sind.

Von Interesse dürfte hier die Feststellung sein, daß die Spannungskurve symmetrisch wird, sobald die Ringwicklung an zwei diametral gegenüberliegenden Punkten angezapft wird. In diesem Falle ist $\mathfrak{z}_1 = \mathfrak{z}_2$, während der Wicklungsfaktor für die $m$te Harmonische den Wert

$$\mathfrak{f}'_m = \frac{\sin m\frac{\pi}{2}}{\mathfrak{z}_1 \cdot \sin m\,\pi\frac{1}{\mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z}_2}} \tag{59}$$

annimmt, wie sich aus (49) ergibt. Daraus folgt, daß die Wicklungsfaktoren für die geraden Feldharmonischen verschwinden, so daß die EMK nur die ungeraden Kosinusglieder enthält und damit symmetrisch wird.

Schließlich wäre zu erwähnen, daß die zwei Leitergruppen, welche verschieden große Leiterzahlen besitzen, im Betriebe verschieden starke Ströme führen. Die Ströme stellen sich so ein, daß sich keine resultierende Durchflutung oder pollose Magnetisierung des Ankereisens ergibt.

Digitized by Google

Die Ringwicklung ist auch insofern beachtenswert, als es möglich ist, aus ihr ohne weiteres je nach der Wahl der Stromabnahmestellen EMKe mit verschieden großen Asymmetriegraden zu entnehmen.

G. Das asymmetrische Magnetsystem.

Asymmetrische Magnetsysteme, die zu asymmetrischen Poldiagrammen führen, können erstens durch Anordnung einer asymmetrischen Erregerwicklung bei sonst symmetrischer Verteilung des magnetischen Widerstandes, zweitens durch asymmetrische Verteilung des magnetischen Widerstandes bei sonst symmetrischer Erregerwicklung und drittens durch asymmetrische Erregerwicklung und asymmetrische Verteilung des magnetischen Widerstandes gewonnen werden.

Daß es durch Anordnung einer asymmetrischen Erregerwicklung bei sonst symmetrischer Verteilung des magnetischen Widerstandes möglich ist, ein asym-

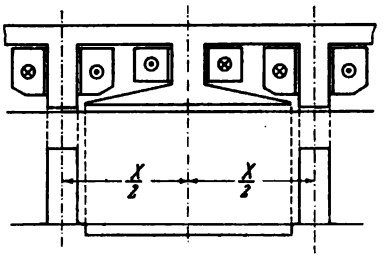


Fig. 8. Magnetsystem mit Poldiagramm erster Art.

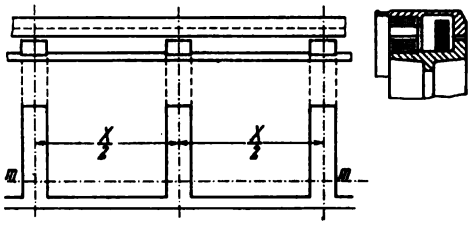


Fig. 9. Gleichpolmaschine mit Poldiagramm erster Art.

metrisches Poldiagramm zu erzeugen, wurde bereits weiter oben nachgewiesen. An dieser Stelle ist demnach nur einiges über die asymmetrische Verteilung des magnetischen Widerstandes zu sagen.

Die naheliegendste Methode, um zu einem Poldiagramm erster Art zu gelangen, ist die Anordnung verschieden breiter Polschuhe. Diese Methode ist in Fig. 8 durch eine schematische Zeichnung näher erläutert. Der Luftraum unterhalb der breiten Pole wird dabei zweckmäßigerweise größer als unterhalb der schmalen gewählt, um den magnetischen Widerstand für das Feld des Ankerstromes möglichst groß zu gestalten. Diese Maßnahme kann nämlich hier ohne weitere Nachteile getroffen werden, weil ja der größere Luftspalt unterhalb der breiten Polschuhe ohne nennenswerten Einfluß auf die erregenden Amperewindungen ist.

Aus dem gleichen Grunde erscheint die Gleichpolmaschine besonders günstig. Eine solche Maschine mit einem Kranze ist in Fig. 9 dargestellt. Durch Wahl der Breite der Polhörner läßt sich ein Poldiagramm gewinnen, das hinsichtlich der induzierenden Wirkung mit einem Poldiagramm erster Art gleichwertig ist. Das Poldiagramm wird, wie Fig. 9 zeigt, an keiner Stelle Null oder negativ; seine Gleichkomponente, d. h. die Ordinate der *mm* ist aber wirkungslos, so daß für die EMK ein Poldiagramm verbleibt, das die *mm* als Abszissenachse besitzt.

In Fig. 10 ist eine Gleichpolmaschine mit zwei Kränzen, einem asymmetrischen Polsystem erster Art und einer asymmetrischen Ankerwicklung zweiter Art dargestellt.

Durch asymmetrische Verteilung des magnetischen Widerstandes kann man auch zu Poldiagrammen zweiter Art gelangen, wie die Fig. 11 bis 13 zeigen. Die

Digitized by Google

letztere Figur stellt eine Gleichpolmaschine dar, bei welcher durch entsprechende Formgebung der Polhörner ein asymmetrisches Polsystem zweiter Art gewonnen wird. Die Maschine besitzt zwei Kränze mit derart angeordneten Polhörnern P_1 und P_2, daß die Poldiagramme der Fig. 13b entstehen. Für einen Leiter, der durch beide Kränze hindurchgeht, ist dann die Wirkung so, als ob das Poldiagramm der Fig. 13c vorhanden wäre. Dabei ist es nicht nötig, daß beide Kränze eine einzige Wicklung erhalten, man kann vielmehr zwei Wicklungen erster Art anordnen, die dann passend in Reihe zu schalten wären.

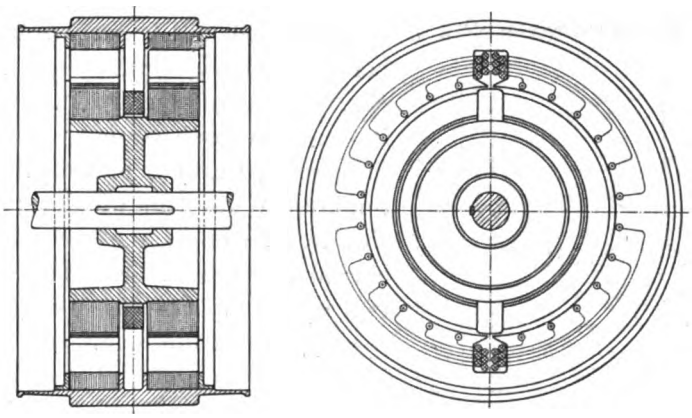


Fig. 10. Gleichpolmaschine mit asymmetrischer Ankerwicklung zweiter Art und asymmetrischem Polsystem erster Art.

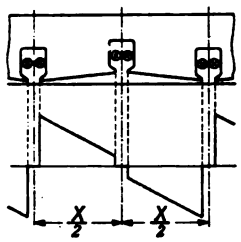


Fig. 11. Maschine mit asymmetrischer Verteilung des magnetischen Widerstandes und Poldiagramm zweiter Art.

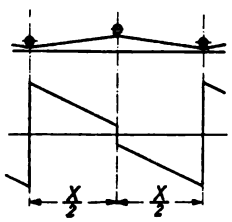


Fig. 12. Maschine mit asymmetrischer Verteilung des magnetischen Widerstandes und Poldiagramm zweiter Art.

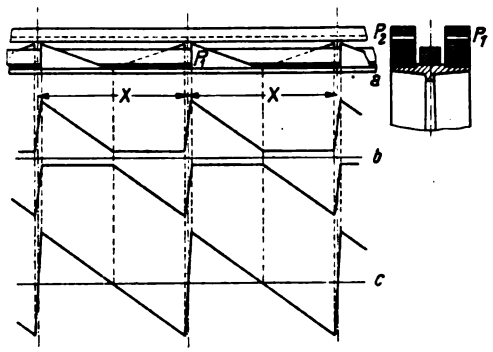


Fig. 13. Gleichpolmaschine mit asymmetrischer Wicklung erster Art und asymmetrischem Polsystem zweiter Art.

H. Konstruktion der Spannungskurven.

Um den Verlauf der Spannungskurven zu erhalten, ist es nicht nötig, die Gleichung des Poldiagrammes aufzustellen und daraus, wie oben gezeigt wurde, die Gleichung der EMK abzuleiten. Man kann das Ziel auch in wesentlich einfacherer Weise durch graphische Konstruktionen erreichen.

In Fig. 14 ist die Konstruktion der Spannungskurve für die Ankerwicklung zweiter Art der Fig. 14a und das Poldiagramm erster Art der Fig. 14b durchgeführt. Die EMK der in einer Nut konzentrierten Leitergruppe hat den gleichen Verlauf wie die Feldkurve; sie ist durch die Kurve der Fig. 14d dargestellt. Die EMK in der zweiten Leitergruppe ist dagegen durch die Kurve der Fig. 14c gegeben. Wegen der Gegenschaltung der zwei Leitergruppen und ihrer räumlichen Verschiebung um die Strecke $\frac{X}{2}$, ist die Kurve der Fig. 14c um die Abszissenachse umzuklappen und dann um $\frac{X}{2}$ zu verschieben, wie in

Digitized by Google

Fig. 14e geschehen ist. Addiert man dann die Ordinaten der Fig. 14d und 14e, so erhält man den gesuchten Verlauf der Spannung (Fig. 14f).

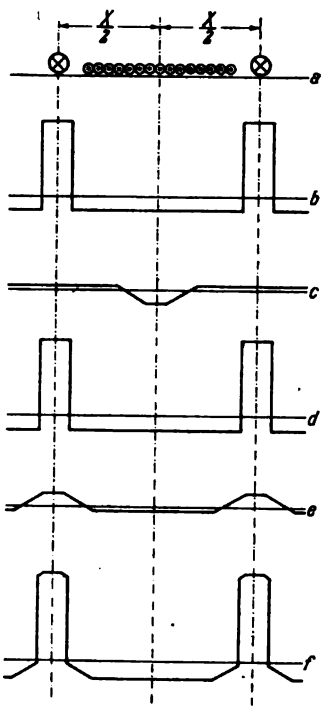


Fig. 14. Konstruktion der Spannungskurve.

Für die Ringwicklung nach Pacinotti-Gramme ist in Fig. 15 die Konstruktion der EMK durchgeführt, wobei das Poldiagramm erster Art der Fig. 15a zugrunde gelegt ist. In Fig. 15b ist die Wechselspannung gezeichnet, die man erhält, wenn man die Anschlußpunkte an die Ringwicklung um ein Zwölftel der doppelten Polteilung voneinander entfernt anordnet ($\gamma_1 = {}^1/_{12}\,2\pi$ und $\gamma_2 = {}^{11}/_{12}\,2\pi$). Für $\gamma_1 = {}^1/_6\,2\pi$ und $\gamma_2 = {}^5/_6\,2\pi$ gilt die Kurve der Fig. 15c; für $\gamma_1 = {}^1/_4\,2\pi$ und $\gamma_2 = {}^3/_4\,2\pi$ die der Fig. 15d und für $\gamma_1 = \gamma_2 = {}^1/_2\,2\pi$ die der Fig. 15e. Die erhaltenen Asymmetriegrade haben der Reihe nach die Werte 5, 5, 3 und 1. Es ist also möglich, durch Wahl von γ_1 bzw. γ_2 Wechselspannungen mit verschiedenen Asymmetriegraden zu erreichen.

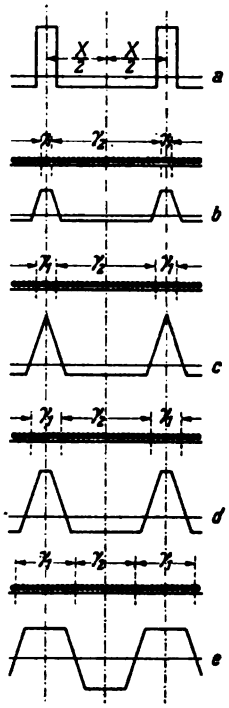


Fig. 15. Konstruktion der Spannungskurven für eine Ringwicklung.

Eine solche Ringwicklung gestattet auch ohne weiteres die Abnahme von Mehrphasenstrom oder auch die gleichzeitige Erzeugung von asymmetrischen Wechselspannungen verschiedenen Asymmetriegrades. Die Maschine kann auch als Umformer Verwendung finden. Es ist

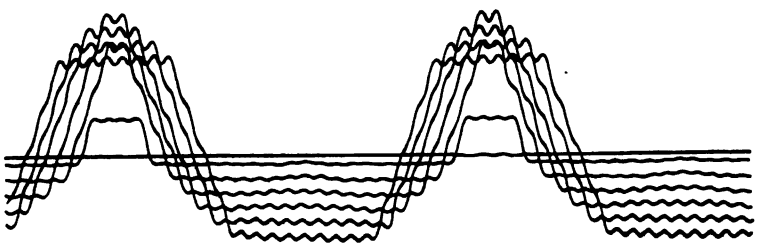


Fig. 16. Oszillogramme einer Ringwicklung.

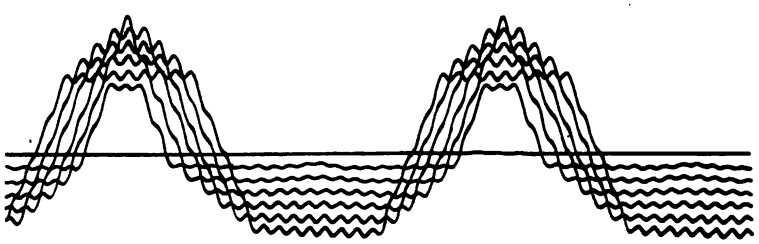


Fig. 17. Oszillogramme einer Ringwicklung.

beispielsweise möglich, symmetrische Wechselströme in asymmetrische umzuformen.

Digitized by Google

Die Fig. 16 und 17 zeigen schließlich 12 verschiedene Oszillogramme, die von einer Ringwicklung mit 24 Nuten ($3_1 + 3_2 = 24$) je Welle herrühren. Bei den Oszillogrammen der Fig. 16 ist der Reihe nach $3_1 = 1, 3, 5, 7, 9$ und 11; bei den Oszillogrammen der Fig. 17 dagegen gleich 2, 4, 6, 8, 10 und 12. Die erhaltenen Asymmetriegrade haben der Reihe nach die Werte 5, 5, 5, 5, 3,8, 3,0, 2,4, 2,0, 1,66, 1,4, 1,2 und 1,0.

Zusammenfassung.

Es wird die Frage der Erzeugung von periodisch veränderlichen, asymmetrischen Wechselspannungen in elektrischen Maschinen behandelt. Nach Ausschließung jener Maschinen, die infolge prinzipieller Mängel als unbrauchbar anzusehen sind, werden die Bedingungen untersucht, unter welchen Spannungen mit verschieden hohen positiven und negativen Höchstwerten oder kurz asymmetrische Wechselspannungen entstehen.

Nach Einführung neuer Begriffe für die Asymmetrie einer Wicklung und eines Poldiagrammes (Feldverteilungsdiagrammes) wird gezeigt, daß asymmetrische Wechselspannungen nur durch gleichzeitige Anwendung einer asymmetrischen Ankerwicklung und eines asymmetrischen Poldiagrammes entstehen können. Dabei erweisen sich als besonders wichtig und günstig bestimmte asymmetrische Ankerwicklungen und asymmetrische Poldiagramme, die als solche erster und zweiter Art bezeichnet werden. Es wird nämlich gezeigt, daß nur durch Vereinigung einer Ankerwicklung erster Art und eines Poldiagrammes zweiter Art oder einer Ankerwicklung zweiter Art und eines Poldiagrammes erster Art möglich ist, asymmetrische Wechselspannungen mit verschieden hohen positiven und negativen Höchstwerten zu erzeugen. An Beispielen wird ferner nachgewiesen, daß asymmetrische Poldiagramme sowohl bei Wechselpol- als auch bei Gleichpolmaschinen erhältlich sind und daß die letzteren zu besonders günstigen Lösungen führen. Schließlich wird gezeigt, daß aus einer gewöhnlichen Ringwicklung nach Pacinotti-Gramme Spannungen mit verschieden großen Asymmetriegraden entnommen werden können.

Digitized by Google

Die Phasengeschwindigkeit von Wechselströmen.

Von **Fritz Emde**,
o. Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart.

Mit 3 Textfiguren.
Eingegangen am 26. Mai 1922.

Die Phasengeschwindigkeit von Wechselströmen auf Leitungen ist im allgemeinen kleiner als die Lichtgeschwindigkeit (diese nötigenfalls durch die Wurzel aus der Dielektrizitätskonstante des benutzten Dielektrikums dividiert). Sie nähert sich ihr asymptotisch mit wachsender Frequenz. Der Zusammenhang zwischen Phasengeschwindigkeit und Frequenz wird durch eine algebraische Kurve vierter Ordnung dargestellt. Im ersten Teil der hier folgenden Abhandlung erörtern wir den Verlauf dieser Kurve. Im zweiten Teil beschäftigen wir uns mit der Frage, wie das Rechnungsergebnis, daß die Phasengeschwindigkeit kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist, physikalisch zu begreifen ist. Dabei macht der Fall der sog. verzerrungsfreien Leitung eine eingehendere Betrachtung des Feldes notwendig. Wir haben sie als dritten Teil abgesondert.

I. Phasengeschwindigkeit und Frequenz.

Die elektromagnetischen Vorgänge auf einer Leitung werden durch die Gleichungen für das Stromgefälle und das Spannungsgefälle geregelt:

$$-\frac{\partial J}{\partial x} = AU + C\frac{\partial U}{\partial t}, \qquad -\frac{\partial U}{\partial x} = RJ + L\frac{\partial J}{\partial t}$$

(J Strom, U Spannung im Abstand x vom Leitungsanfang zur Zeit t; C, L, A, R Kapazität, Induktivität, Ableitung und Widerstand, je für die Längeneinheit des Leitungssystems). Durch Beseitigung von J oder U ergibt sich

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \left(A + C\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(R + L\frac{\partial}{\partial t}\right) = AR + (AL + RC)\frac{\partial}{\partial t} + CL\frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

wozu man sich entweder U oder J als Funktion hinzuzudenken hat. Einer einfachen fortschreitenden Sinuswelle entspricht die Funktion $e^{i(kx-\omega t)}$. Setzt man sie ein, so ergibt sich, daß zwischen den Konstanten k und ω die Beziehung

$$-k^2 = (A - i\omega C)(R - i\omega L)$$

oder

$$k^2 = (C\omega + iA)(L\omega + iR) \tag{1}$$

bestehen muß, und daß daher bei reellem ω (ungedämpftem Wechselstrom) k komplex ist: $k = k_1 + ik_2$, entsprechend der irreversibeln Verwandlung von Feldenergie in Wärme. Auf der Strecke $\varkappa = \frac{1}{k_2}$ sinken die Effektivwerte auf den $e$ten Teil.

Digitized by Google

Wir nennen $\varkappa$ kurz die Dämpfungsstrecke. (Für k_2 ist der Buchstabe β gebräuchlich.) $\frac{2\pi}{k_1} = \lambda$ ist die Wellenlänge und $\frac{\omega}{k_1} = v$ die Phasengeschwindigkeit. Trennt man in (1) beiderseits das Reelle und das Imaginäre, so bekommt man

$$k_1^2 - k_2^2 = CL\omega^2 - AR, \tag{2}$$

$$2k_1k_2 = (AL + RC)\,\omega, \tag{3}$$

und wenn man in (1) noch beiderseits den Betrag nimmt,

$$k_1^2 + k_2^2 = \sqrt{A^2 + C^2\omega^2}\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}. \tag{4}$$

Aus (2) und (4) ergeben sich sofort k_1 und k_2. Doch schreiben wir die sich ergebenden wenig durchsichtigen Ausdrücke erst gar nicht hin.

Die Gleichung (3) können wir auch in der Form

$$v\varkappa = \frac{2}{AL + RC} \tag{5}$$

schreiben. Es genügt also, eine der beiden Größen v und $\varkappa$ zu untersuchen. Denn ihr Produkt ist unabhängig von der Frequenz, wenigstens, wenn man nicht berücksichtigt, daß sich auch A, L, R mit der Frequenz ändern. Diese Änderung wollen wir vorläufig außer acht lassen und erst später auf sie zurückkommen. Wir betrachten zunächst drei ausgezeichnete Werte der Frequenz.

1. Für $\omega = 0$ wird $k_1 = 0$, die Wellen werden mit der Periode $\frac{2\pi}{\omega}$ des Wechselstroms unendlich lang. Die Dämpfungsstrecke wird

$$\varkappa_\infty = \frac{1}{k_2} = \frac{1}{\sqrt{AR}}, \tag{6}$$

und aus (5) folgt die Phasengeschwindigkeit:

$$v_\infty = \frac{2\sqrt{AR}}{AL + RC}. \tag{7}$$

2. Für $\omega = \infty$ wird $k_1 = \infty$, aber $k_1^2/\omega^2 = CL$. Mit der Periode des Wechselstroms werden auch die Wellen unendlich kurz. Die Phasengeschwindigkeit ist

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{CL}}, \tag{8}$$

und aus (5) folgt die Dämpfungsstrecke

$$\varkappa_0 = \frac{2\sqrt{CL}}{AL + RC}. \tag{9}$$

Wir setzen das Verhältnis:

$$\frac{v_0}{v_\infty} = \frac{\varkappa_\infty}{\varkappa_0} = \frac{AL + RC}{2\sqrt{ALRC}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{AL}{RC}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{RC}{AL}} = s. \tag{10}$$

Als halbe Summe zweier reziproker Werte ist im allgemeinen $s > 1$.

3. Für

$$\omega = \sqrt{\frac{AR}{CL}} = \frac{v_0}{\varkappa_\infty} = \frac{v_\infty}{\varkappa_0} \equiv \omega_m \tag{11}$$

Digitized by Google

wird nach (2) $k_1 = k_2$, und also nach (3), (6), (9)

$$k_1^{-2} = k_2^{-2} = \frac{2\sqrt{CL}}{AL + RC} \frac{1}{\sqrt{AR}} = \varkappa_0 \varkappa_\infty \equiv \varkappa_m^2 , \tag{12}$$

und nach (3), (7), (8):

$$k_1^{-2}\omega_m^2 = \varkappa_m^2 \omega_m^2 = \frac{2\sqrt{AR}}{AL + RC} \frac{1}{\sqrt{CL}} = v_\infty v_0 \equiv v_m^2 . \tag{13}$$

Bei dieser Frequenz sind also Dämpfungsstrecke und Phasengeschwindigkeit die geometrischen Mittel aus den beiden Grenzwerten. Wir können $\frac{C}{A} = T_e$ als elektrische Zeitkonstante bezeichnen, $\frac{L}{R} = T_m$ als magnetische Zeitkonstante. Dann ist $\omega_m = \frac{1}{\sqrt{T_e T_m}}$ der reziproke Wert des geometrischen Mittels der beiden Zeitkonstanten und liegt also zwischen $\frac{1}{T_e}$ und $\frac{1}{T_m}$. Tatsächlich ist immer $T_e > T_m$. Wir merken noch an:

$$s = \omega_m \frac{T_e + T_m}{2} .$$

Der Zusammenhang zwischen v und ω läßt sich jetzt sehr einfach darstellen, wenn man die Aufgabe umkehrt und ω durch v ausdrückt. Nach (8) und (6) geht (2) über in

$$\frac{\omega^2}{v^2} - \frac{1}{\varkappa^2} = \frac{\omega^2}{v_0^2} - \frac{1}{\varkappa_\infty^2}$$

und durch Multiplikation mit dem Quadrat von $\varkappa_0 v_0 = \varkappa v = \varkappa_\infty v_\infty$ in

$$\omega^2 \varkappa_0^2 \frac{v_0^2}{v^2} - v^2 = \omega^2 \varkappa_0^2 - v_\infty^2 .$$

Das ist eine Gleichung vierten Grades in ω und v, nämlich

$$\omega^2 \varkappa_0^2 (v_0^2 - v^2) = v^2 (v^2 - v_\infty^2) ,$$

aus der sich sofort der gesuchte Ausdruck für ω ergibt:

$$\omega = \frac{v}{\varkappa_0} \sqrt{\frac{v^2 - v_\infty^2}{v_0^2 - v^2}} , \tag{14}$$

oder mit $\omega = \omega_m x$ und $v = v_0 y$ nach (10), (11):

$$x = y \sqrt{\frac{s^2 y^2 - 1}{1 - y^2}} . \tag{15}$$

Wir ersehen hieraus: Der Einfluß der vier Konstanten C, L, A, R auf den Verlauf der Kurve, die den Zusammenhang der Phasengeschwindigkeit mit der Frequenz darstellt, kommt, abgesehen von Maßstabsänderungen (Einführung von x, y statt ω, v), durch die einzige zusammenfassende Konstante s zum Ausdruck. v bewegt sich zwischen den Grenzen v_∞ und v_0 (y zwischen $\frac{1}{s}$ und 1). Für $y = \frac{1}{\sqrt{s}}$ oder $v = v_m$ wird $x = 1$ und $\omega = \omega_m$.

Setzt man in (14) $\frac{v_m^2}{v}$ statt v oder in (15) $\frac{1}{sy}$ statt y, so bekommt man $\frac{\omega_m^2}{\omega}$ statt ω und $\frac{1}{x}$ statt x. Ist also ω, v ein der Gleichung (14) genügendes Wertepaar, so ist $\omega' = \frac{\omega_m^2}{\omega}$, $v' = \frac{v_m^2}{v}$ ein andres. Wegen dieser Reziprozitätseigenschaft

Digitized by Google

unsrer Funktion genügt es, den Ausdruck (15) in dem Bereich $\frac{1}{s} < y < \frac{1}{\sqrt{s}}$ auszuwerten. Die Kurven Fig. 1 stellen $y = \frac{v}{v_0}$ als Funktion von $x = \frac{\omega}{\omega_m}$ für einige Werte des Parameters s dar.

In ähnlicher Weise läßt sich die Frequenz auch durch die Dämpfungsstrecke $\varkappa$ ausdrücken:

$$\omega = \frac{v_\infty}{\varkappa}\sqrt{\frac{\varkappa_\infty^2 - \varkappa^2}{\varkappa^2 - \varkappa_0^2}}. \qquad (16)$$

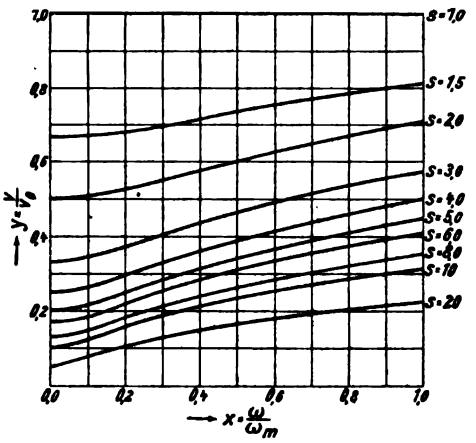


Fig. 1.

Wir wollen uns darüber unterrichten, von welcher Größenordnung die Zahlenwerte sind, die unsre Konstanten in technisch vorkommenden Fällen annehmen. Wir benutzen dazu eine Zusammenstellung von Zahlenwerten für neun Freileitungen und Kabel, die K. W. Wagner im Handwörterbuch der Naturwissenschaften (Verlag von Fischer in Jena) unter dem Stichwort „Kabelerscheinungen" mitgeteilt hat. Aus Wagners Zahlen haben wir die in der folgenden Tafel zusammengestellten berechnet. Die Tafel gibt zunächst die Größen $\varkappa_\infty$, v_∞, $\varkappa_0$, v_0, s. Die neun Leitungen sind nach steigenden Werten von s geordnet. Die Dämpfungsstrecken $\varkappa_\infty$ für unendlich lange Wellen liegen gewöhnlich zwischen 10^2 und 10^4 km, die zugehörigen Phasen-

		Laufende Nr. bei Wagner	$\varkappa_\infty = \frac{1}{\sqrt{AR}} = \frac{1}{\beta_\infty}$	v_∞	$\varkappa_0 = \frac{1}{\beta_0}$	$v_0 = \frac{1}{\sqrt{CL}}$	s	$\frac{A}{2\pi C}$	$f_m = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{AR}{CL}}$	$\frac{R}{2\pi L}$	$d = \sqrt{s^2-1}$	φ_{max} $(\omega = \omega_m)$	$\mu_\infty = d\varkappa_0$
			km	$10^3 \frac{km}{sek}$	km	$10^3 \frac{km}{sek}$		sek^{-1}	sek^{-1}	sek^{-1}			km
1.	Telegr.-Kabel, Guttapercha, 2,5 mm², Rückleit. d. d. E.	9	38	26,5	25,1	40,0	1,51	63,7	169	446	1,135	24,3°	28,5
2.	Starkstromkabel, 2,5 mm² Kupfer	4	218	60,6	118	112	1,85	23,9	81,7	279	1,56	28,7°	184
3.	Fernsprech-Freileitung, 4 mm Dm, Bronze	2	790	125	338	492	2,34	13,2	58,9	263	2,12	32,4°	716
4.	Fernsprech-Kabel, 1,2 mm Dm., Kupfer mit Pupinspulen	8	113	12,25	46,0	30,1	2,46	9,04	42,6	201,5	2,25	33,0°	103
5.	Starkstrom-Freileitung, 8 mm Dm., Kupfer	1	3780	103	1340	291	2,82	2,25	12,25	66,8	2,65	34,7°	3550
6.	Fernsprech-Freileitung, 2 mm Dm., Bronze	3	396	74,0	100	292	3,95	15,2	118,1	918	3,82	37,7°	383
7.	Fernsprech-Kabel, 1,2 mm Dm., Kupfer mit Eisendrahtbespinnung	7	114	12,6	28,7	50,0	3,97	9,05	70,5	548	3,84	37,7°	110
8.	Fernsprech-Kabel, 1,2 mm Dm., Kupfer	6	114	12,8	8,15	180	14,0	9,05	252,5	7050	14,0	43,0°	114
9.	Fernsprech-Kabel, 0,8 mm Dm., Kupfer	5	120	6,65	4,00	199	30,0	4,40	265	15900	30,0	44,0°	120

Digitized by Google

geschwindigkeiten v_∞ zwischen 5000 und 150 000 km/sek, also unter der halben Lichtgeschwindigkeit. Die Zahlen s steigen von 1,5 auf 30. Der sog. verzerrungsfreien Leitung ($T_e = T_m$) würde der Wert $s = 1$ entsprechen ($v_\infty = v_0$). Die Tafel gibt ferner die Frequenzen $\frac{A}{2\pi C}$, $\frac{\omega_m}{2\pi}$, $\frac{R}{2\pi L}$. Die mittlere Frequenz $\frac{\omega_m}{2\pi}$ liegt zwischen 10 und 300 sek^{-1}. Natürlich können auch Zahlenwerte technisch vorkommen, die außerhalb der durch die Tafel gesteckten Grenzen liegen.

Der Ausdruck (14) für ω ermöglicht es, für jedes v das zugehörige ω bequem zu berechnen und darauf durch Interpolation umgekehrt zu einem gegebenen ω das zugehörige v zu bestimmen. Allein der Charakter der Änderung von v, der bei niedriger, mittlerer und hoher Frequenz ganz verschieden ist, wie schon die Kurven (Fig. 1) erkennen lassen, ist hieraus noch nicht ersichtlich. Wir suchen deshalb noch Näherungsdarstellungen für v in der Umgebung der drei Punkte $\omega = 0$, ω_m, ∞. [Handelt es sich nur um die zahlenmäßige Ausrechnung in einem vereinzelten Fall, so benutzt man am besten unmittelbar die komplexe Gleichung (1).]

Es empfiehlt sich wiederum, den schwülstigen Ausdrücken für k_1 und k_2 aus dem Wege zu gehen und die komplexe Größe k selbst zu entwickeln. Da aber bei den Reihenentwicklungen die Trennung des Reellen vom Imaginären unwesentlich ist und da die imaginären Größen lästige Vorzeichenänderungen bewirken, ziehen wir es vor, von der aperiodischen reellen Lösung e^{-mx+nt} auszugehen und erst am Schluß m durch k und n durch ω auszudrücken. Zwischen m und n besteht die Beziehung

$$m^2 = AR + (AL + RC)n + CLn^2, \tag{17}$$

oder wenn wir $AL + RC$ nach (10) durch die Zahl s ausdrücken,

$$\frac{m^2}{AR} = 1 + 2s\sqrt{\frac{CL}{AR}}n + \frac{CL}{AR}n^2, \tag{18}$$

und wenn wir noch

$$n = \omega_m y = \sqrt{\frac{AR}{CL}}\,y = \frac{v_0}{\varkappa_\infty}y \tag{19}$$

setzen,

$$\frac{m^2}{AR} = 1 + 2sy + y^2. \tag{20}$$

Unter der Voraussetzung, daß y eine kleine Zahl sei, ziehen wir aus (20) die Wurzel nach dem binomischen Satz und vernachlässigen höhere Potenzen von y als y^5:

$$\frac{m}{\sqrt{AR}} = 1 + sy + \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{8}(4s^2y^2 + 4sy^3 + y^4) + \frac{1}{16}(8s^3y^3 + 12s^2y^4 + 6sy^5 + \ldots)$$
$$- \frac{5}{128}(16s^4y^4 + 32s^3y^5 + \ldots) + \frac{7}{256}(32s^5y^5 + \ldots),$$

oder wenn wir die geraden Potenzen zusammenfassen und ebenso die ungeraden:

$$m\varkappa_\infty = \left(1 - \frac{s^2-1}{2}y^2 - \frac{s^2-1}{2}\frac{5s^2-1}{2}y^4\right) + sy\left(1 + \frac{s^2-1}{2}y^2 + \frac{s^2-1}{2}\frac{7s^2-3}{4}y^4\right). \tag{21}$$

Das ist die Entwicklung von m in der Umgebung des Punktes $n = 0$.

Um zweitens m in der Umgebung des Punktes $n = i\omega_m$ zu entwickeln, schreiben wir zunächst die Gleichung (17) unter Benutzung von (10) in der Form

$$\frac{m^2}{(AL+RC)n} = \frac{1}{2s}\sqrt{\frac{AR}{CL}}\frac{1}{n} + 1 + \frac{1}{2s}\sqrt{\frac{CL}{AR}}n = \frac{1}{2sy} + 1 + \frac{y}{2s},$$

Digitized by Google

und indem wir nach (12) und (19)

$$\frac{1}{AL+RC}\frac{1}{n}=\frac{\varkappa_m^2}{2}\sqrt{\frac{AR}{CL}}\cdot\frac{1}{n}=\frac{\varkappa_m^2}{2y} \tag{22}$$

und

$$y+\frac{1}{y}=4sz \tag{23}$$

setzen,

$$\frac{m^2\varkappa_m^2}{2y}=1+2z. \tag{24}$$

Daraus

$$\frac{m\varkappa_m}{\sqrt{2y}}=1+z-\frac{z^2}{2}+\frac{z^3}{2}-\frac{z^4}{8}+\frac{7z^5}{8}. \tag{25}$$

$z=0$ bedeutet nach (23) $y^2=-1$ oder nach (19) $n=i\omega_m$. Also ist (25) tatsächlich die Entwicklung von m in der Umgebung des Punktes $n=i\omega_m$.

Um drittens m in der Umgebung des Punktes $n=\infty$ zu entwickeln, schreiben wir zunächst (17) in der Form

$$\frac{m^2}{CLn^2}=\frac{AR}{CLn^2}+2s\sqrt{\frac{AR}{CL}}\frac{1}{n}+1=\frac{1}{y^2}+\frac{2s}{y}+1$$

oder

$$\left(\frac{mv_0}{n}\right)^2=1+\frac{2s}{y}+\frac{1}{y^2}. \tag{26}$$

Wenn man in (20) rechts y durch $\frac{1}{y}$ ersetzt, so entsteht die rechte Seite von (26). Wir brauchen also nur in (21) y durch $\frac{1}{y}$ zu ersetzen und bekommen

$$\frac{mv_0}{n}=\left(1-\frac{s^2-1}{2}\frac{1}{y^2}-\frac{s^2-1}{2}\frac{5s^2-1}{4}\frac{1}{y^4}\right)+\frac{s}{y}\left(1+\frac{s^2-1}{2}\frac{1}{y^2}+\frac{s^2-1}{2}\frac{7s^2-3}{4}\frac{1}{y^4}\right). \tag{27}$$

Das ist die Entwicklung von m in der Umgebung des Punktes $n=\infty$.

Wir führen nun ein

$$n=-i\omega,\quad y=-i\eta,\quad z=-iu. \tag{28}$$

Beim Ausziehen der Wurzel aus m^2 ist das Vorzeichen richtig bestimmt, wenn wir dann

$$m=-ik=k_2-ik_1=\frac{1}{\varkappa}-i\omega_m\frac{\eta}{v}=\frac{v}{v_1\varkappa_1}-i\frac{\varkappa\eta}{\varkappa_\infty\varkappa_0} \tag{29}$$

setzen [das letzte wegen (5) und (11)]. Dann wird

$$\varkappa_\infty m=\frac{v}{v_\infty}-i\frac{\varkappa}{\varkappa_\infty}s\eta,\qquad \varkappa_m m=\frac{v}{v_m}-i\frac{\varkappa}{\varkappa_m}\eta. \tag{30}$$

$$\frac{v_0 m}{n}=\frac{v_0 k}{\omega}=\frac{\varkappa}{\varkappa_0}+i\frac{v}{v_0}\frac{s}{\eta}, \tag{31}$$

und (25) geht über in

$$\frac{k_2-ik_1}{1-i}\frac{\varkappa_m}{\sqrt{\eta}}=1-iu+\frac{u^2}{2}+i\frac{u^3}{2}-\frac{u^4}{8}-i\frac{7u^5}{8}. \tag{32}$$

Digitized by Google

Durch Trennung des Reellen vom Imaginären ergibt sich schließlich aus (21), (32), (27):

$$\left.\begin{aligned} \frac{v}{v_\infty} &= 1 + \frac{s^2-1}{2}\eta^2 - \frac{s^2-1}{2}\frac{5s^2-1}{4}\eta^4, \\ \frac{v}{v_m} &= \sqrt{\eta}\left(1 - u + \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{2} - \frac{u^4}{8} - \frac{7u^5}{8}\right) \\ \text{mit}\quad u &= \frac{1}{4s}\left(\eta - \frac{1}{\eta}\right) = \frac{1}{4s}\left(\frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega}\right), \\ \frac{v}{v_0} &= 1 - \frac{s^2-1}{2}\frac{1}{\eta^2} + \frac{s^2-1}{2}\frac{7s^2-3}{4}\frac{1}{\eta^4}. \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

Bei niedriger Frequenz ($\omega \ll \omega_m$) wächst $v - v_\infty$ quadratisch mit der Frequenz; bei mittlerer Frequenz ($\omega \approx \omega_m$) wächst v selbst mit der Wurzel aus der Frequenz; und bei hoher Frequenz ($\omega \gg \omega_m$) nimmt $v_0 - v$ quadratisch mit wachsender Frequenz ab (all dies in erster Näherung verstanden).

Zugleich erhalten wir die entsprechenden Formeln für die Dämpfungsstrecke $\varkappa$:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\varkappa}{\varkappa_\infty} &= 1 - \frac{s^2-1}{2}\eta^2 + \frac{s^2-1}{2}\frac{7s^2-3}{4}\eta^4, \\ \frac{\varkappa}{\varkappa_m} &= \frac{1}{\sqrt{\eta}}\left(1 + u + \frac{u^2}{2} - \frac{u^3}{2} - \frac{u^4}{8} + \frac{7u^5}{8}\right), \\ \frac{\varkappa}{\varkappa_0} &= 1 + \frac{s^2-1}{2}\frac{1}{\eta^2} - \frac{s^2-1}{2}\frac{5s^2-1}{4}\frac{1}{\eta^4}. \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

Wegen der Stromverdrängung (Hautwirkung) müssen wir an unsern Kurven einige Berichtigungen anbringen. Die Induktivität L können wir in zwei Teile zerlegen: eine äußere L_a, entsprechend dem Magnetfeld außerhalb der Drähte, und eine innere, entsprechend dem Magnetfeld im Innern der Drähte. $(R - i\omega L_i)\,J$ ist die Tangentialkomponente der elektrischen Feldstärke auf der Drahtoberfläche. Dann wird nach (8)

$$\frac{1}{v_0^2} = CL = C(L_a + L_i) = \frac{1}{c^2} + CL_i,$$

wenn mit c die Lichtgeschwindigkeit in dem Dielektrikum der Leitung bezeichnet wird. Hiernach scheint $v_0 < c$ zu sein. Aber wegen der Hautwirkung verschwindet bei hoher Frequenz L_i wie $\frac{1}{\sqrt{\omega}}$, so daß in Wahrheit der Grenzwert, dem die Phasengeschwindigkeit v zustrebt, die Lichtgeschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{CL_a}}$ ist und nicht eine etwas kleinere.

Auch der in (9) angegebene kleinste Wert für die Dämpfungsstrecke bedarf einer Berichtigung. Bei hoher Frequenz wächst der Widerstand R unbegrenzt wie $\sqrt{\omega}$. Deshalb nähert sich die Dämpfungsstrecke $\varkappa$ dem Wert Null. Überdies wächst bei einem Kabel auch die Ableitung A unbegrenzt, etwa wie ω. Bei einer Freileitung wird man A als unabhängig von der Frequenz ansehen können.

II. Phasengeschwindigkeit und Phasenverschiebung.

Wenn wir unser Ergebnis betrachten, daß die Phasengeschwindigkeit mit wachsender Wellenlänge, ausgehend von der Lichtgeschwindigkeit, beständig sinkt bis auf einen vielleicht mehreremal so kleinen Wert, so drängt sich die Frage auf, wie es überhaupt physikalisch zu verstehen ist, daß sich die Phasengeschwindig-

Digitized by Google

keit mit der Frequenz ändert. Mit Recht sind wir gewöhnt, die Phasengeschwindigkeit als eine Materialkonstante (oder da ja auch das Vakuum in Frage kommt, als eine Mediumkonstante) aufzufassen. Wie verträgt es sich mit dem Nahewirkungsprinzip, daß die Drähte auch an Punkten im Dielektrikum, die eine endliche Entfernung von ihnen haben, die Phasengeschwindigkeit herabsetzen? Nach einiger Überlegung verfällt man auf folgende Erklärung: Die Verlangsamung der Phasenbewegung ist eigentlich nur eine scheinbare. Die Dämpfung raubt dem Phasenbegriff seine Realität: er existiert mehr im mathematischen Ausdruck als in der Wirklichkeit. Von einer Wertidentität kann nur noch bei den Nullstellen des Feldes gesprochen werden. Sehen wir eine Nullstelle als Front einer ankommenden Welle an, so können wir sagen: Die Verluste verzehren die Wellenfront, schieben sie dadurch scheinbar zurück und erwecken so den Eindruck einer Verlangsamung der Wellenbewegung. Diese Auffassung der Tatsachen scheint aber auf einige Schwierigkeiten zu stoßen.

Birkeland[1]) hat die Ausbreitung einer stoßartigen elektromagnetischen Welle untersucht und dabei gefunden, daß auch in einem leitenden Medium die Welle eine scharfbegrenzte Front behält und daß diese Front mit der vollen Lichtgeschwindigkeit des Mediums vordringt. Ferner haben H. Poincaré[2]) und K. W. Wagner[3]) die Fortpflanzung von elektromagnetischen Stößen[4]) auf Leitungen untersucht und dabei ebenfalls gefunden, daß die Wellenfront Lichtgeschwindigkeit hat. Diese Ergebnisse sind leicht begreiflich, wenn die Wellenfront steil ist. Denn dann ist an der Wellenfront der zeitliche Anstieg der Feldwerte unendlich groß. Demgegenüber werden die Verlustglieder bedeutungslos. Aber die Wellenfront hat auch dann Lichtgeschwindigkeit, wenn an ihr die Feldwerte von Null aus stetig und beliebig sanft ansteigen. Wir kommen hierauf noch zurück.

Aber was besteht dann für ein Unterschied zwischen dieser Wellenfront und einer soviel langsamer wandernden Nullstelle in einem Zuge gedämpfter Sinuswellen, die an jedem festen Punkt eine periodische Feldänderung bewirken? Nun, an der sanft ansteigenden Front einer Stoßwelle sind Spannung und Strom (oder elektrisches und magnetisches Feld) beide Null. In einem Zuge gedämpfter Sinuswellen fallen dagegen die Nullstellen des Stromes im allgemeinen nicht mit den Nullstellen der Spannung zusammen, die Stromphasen sind gegen die Spannungsphasen verschoben. Eine Nullstelle der Spannung wird gewissermaßen von einem endlichen Strom überbrückt und ebenso eine Nullstelle des Stromes von einer endlichen Spannung. Daher müssen an diesen Nullstellen Verluste auftreten, und diese halten die Welle in ihrem Vordringen durch Verzehren der Wellenfront auf. Allein dieser Erklärung droht eine neue Schwierigkeit bei genauerer Betrachtung der Phasenverschiebung.

Für Sinuswellen lauten die Gleichungen für das Stromgefälle und das Spannungsgefälle, wenn wir dieselben Bezeichnungen wie im I. Teil beibehalten:

$$kJ = (C\omega + iA)U\,, \qquad kU = (L\omega + iR)J \tag{1}$$

[1]) Archives de Genève, Bd. 34, S. 1 (1895); wiedergegeben bei E. Cohn, Das elektromagnetische Feld (Leipzig 1900), S. 413—426.

[2]) H. Poincaré, L'Écl. Él., Bd. 40, 1904, S. 121, 161, 201, 241.

[3]) K. W. Wagner, ETZ. 1910, S. 163 und 192; Göttinger Nachrichten, 1910, 9. Juli, math.-phys. Kl.; ETZ. 1911, S. 258.

[4]) „Stoß" soll hier nur den Gegensatz zum „Wellenzug" bedeuten, nicht aber unbedingt auf eine steile Wellenfront hinweisen.

Digitized by Google

Daraus folgt der „Wellenwiderstand“:

$$\frac{U}{J} = \frac{k}{C\omega + iA} = \frac{L\omega + iR}{k} = \sqrt{\frac{L\omega + iR}{C\omega + iA}}. \tag{2}$$

Setzen wir

$$\frac{R}{L\omega} = \operatorname{tg}\varrho\,, \qquad \frac{A}{C\omega} = \operatorname{tg}\alpha\,, \qquad \frac{U}{J} = \left|\frac{U}{J}\right| e^{i\varphi}\,, \tag{3}$$

so wird nach (2) $2\varphi = \varrho - \alpha$, folglich

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{RC - AL}{AR + CL\omega^2}\,\omega\,. \tag{4}$$

Dieser Ausdruck wird am größten für $\omega = \omega_m = \sqrt{\frac{AR}{LC}}$. Seinen größten Wert bezeichnen wir mit d:

$$\operatorname{tg} 2\varphi_{max} = \frac{RC - AL}{2\sqrt{RCAL}} = \frac{T_e - T_m}{2}\,\omega_m \equiv d \tag{5}$$

$\left(\text{oder } \cos 2\varphi_{max} = \frac{1}{s}\right)$ und damit

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2d}{\frac{\omega}{\omega_m} + \frac{\omega_m}{\omega}}\,. \tag{6}$$

Nach Ausweis unsrer Zahlentafel ist stets $\varrho > \alpha$, mithin φ positiv: An einem festen Ort x = konst. treffen die Stromphasen vor den entsprechenden Spannungsphasen ein. Aber bei verschwindender Frequenz, wo die Phasengeschwindigkeit am stärksten herabgesetzt ist, wird auch der Phasenverschiebungswinkel $\varphi = 0$. Damit scheint unsre Erklärung für die Unterschreitung der Lichtgeschwindigkeit den Boden zu verlieren. Aber bedeutet bei einer unendlich langen Welle $\varphi = 0$ wirklich, daß die Nullwerte von Strom und Spannung zusammenfallen? Oder haben sie einen endlichen Abstand μ? Für diese Phasenverschiebungsstrecke gilt, wie wohl unmittelbar verständlich,

$$\mu = \frac{\varphi}{2\pi}\lambda = \frac{\varphi}{k_1} = \frac{\varphi v}{\omega}\,. \tag{7}$$

Nun folgt aus (6) und I (11)

$$\lim_{\omega = 0} \frac{1}{2\omega} \operatorname{tg} 2\varphi = \lim_{\omega = 0} \frac{\varphi}{\omega} = \frac{d}{\omega_m} = \frac{d\varkappa_1}{v_\infty}\,,$$

also die Phasenverschiebungsstrecke nach (7)

$$\mu_\infty = d\varkappa_0\,. \tag{8}$$

Unsre Zahlentafel gibt für die neun Beispiele die Zahlenwerte von d, φ_{max} und μ_∞. Die Zahlen d und s sind gewöhnlich nicht sehr verschieden. Aber für $T_e = T_m$ wird $s = 1$, dagegen $d = 0$. Der maximale Phasenverschiebungswinkel liegt etwa zwischen 25° und 45° (bei einer einfachen fortschreitenden Welle). Über 45° kann er nicht hinauskommen. Nur zwei der Werte von μ_∞ liegen nicht zwischen 100 und 1000 km. Meist ist μ_∞ nicht viel kleiner als $\varkappa_\infty$.

Aber bei unendlich langen Wellen schafft uns auch ein von Null verschiedner, jedoch immer noch endlicher Abstand der Nullstellen von Stromwelle und Spannungswelle an den Nullstellen der einen Welle nicht endliche Werte der andern und hilft uns also nicht aus der Schwierigkeit. Jedoch wird es für die Giltigkeit unsrer

Digitized by Google

Erklärung darauf ankommen, daß die in Wärme übergehende Energie nicht gegen die sich im Felde aufspeichernde verschwindet. Sei etwa

$$U \sim \sin(k_1 x - \omega t) \qquad \text{und} \qquad J \sim \sin(k_1 x - \omega t + \varphi),$$

($\sim$ soll „proportional" bedeuten). Es wird nun darauf ankommen, daß bei $U = 0$ und verschwindendem k_1 nicht auch $J: \frac{\partial J}{\partial t} = 0$ wird und bei $J = 0$ nicht auch $U: \frac{\partial U}{\partial t}$. Nun ist

$$\frac{\partial U}{\partial t} \sim -\omega \cos(k_1 x - \omega t)$$

und daher bei $J = 0$ oder $k_1 x - \omega t = -\varphi$

$$U: \frac{\partial U}{\partial t} \sim \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\omega} \approx \frac{\varphi}{\omega},$$

und das wird bei verschwindendem ω nach (4) oder nach (6) und (5)

$$= \frac{d}{\omega_m} = \frac{T_e - T_m}{2}.$$

Es verschwindet also U neben $\frac{\partial U}{\partial t}$ bei $J = 0$ und $\omega = 0$ im allgemeinen nicht, sondern nur bei der verzerrungsfreien Leitung ($T_e = T_m$). Bei dieser ist aber auch die Phasengeschwindigkeit für jede Frequenz $v = v_0$.

Durch die vorhergehenden Überlegungen über die Verhältnisse an den Nullstellen in einem Zuge gedämpfter Sinuswellen sind wir jetzt hinreichend vorbereitet für die schwierigere Untersuchung einer eigentlichen Wellenfront, also einer wirklichen Feldgrenze, die ja, wie erwähnt, stets Lichtgeschwindigkeit hat. Wir legen unsern Betrachtungen folgenden Fall zugrunde. Eine Leitung sei bis zu einem gewissen Zeitpunkt $t = 0$ strom- und spannungslos. Zur Zeit $t = 0$ werde an den Anfang der Leitung eine Spannung gelegt, die eine beliebige Funktion $f(t)$ der Zeit t sein kann. Doch wollen wir vorzugsweise den Fall ins Auge fassen, der für unsre Erklärung der Abweichung der Phasengeschwindigkeit von der Lichtgeschwindigkeit der schwierigste ist, daß nämlich die Spannung von Null aus möglichst sanft ansteigt: $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$. Vor allem erwächst uns die Aufgabe, Spannung und Strom für diesen Fall überhaupt erst einmal als Funktionen von Ort x und Zeit t darzustellen[1]). Dazu bringen wir zunächst die Kabelgleichungen auf eine für die weitere Rechnung geeignetere Form. Wir gehen dabei von der folgenden Schreibweise der Kabelgleichungen aus:

$$-\frac{\partial J\sqrt{L}}{\partial x\sqrt{CL}} = \left(\frac{A}{C} + \frac{\partial}{\partial t}\right) U\sqrt{C}, \qquad -\frac{\partial U\sqrt{C}}{\partial x\sqrt{CL}} = \left(\frac{R}{L} + \frac{\partial}{\partial t}\right) J\sqrt{L}.$$

Setzen wir darin

$$\frac{A}{C} = \eta h - h, \qquad \text{woraus} \qquad 2h = \frac{R}{L} - \frac{A}{C}, \tag{9}$$

$$\frac{R}{L} = \eta h + h, \qquad \eta = \frac{RC + AL}{RC - AL} = \frac{s}{d} = \frac{1}{\sin 2\varphi_{\max}},$$

und weiter

$$ht = \tau, \qquad hx\sqrt{CL} = \xi, \tag{10}$$

[1]) Vgl. hierzu außer Poincaré und Wagner (a. a. O.) noch Riemann-Weber, Partielle Diff.-Gl., Bd. II (Braunschweig 1901), S. 306–314, 322–324, 328–332 und R. Holm, Archiv f. El. VII. (1919), S. 263.

Digitized by Google

so daß τ die Zeit und ξ die Länge in einer neuen Einheit bedeutet, so gehen die Kabelgleichungen über in

$$\begin{aligned}\left(\eta - 1 + \frac{\partial}{\partial \tau}\right) U\sqrt{C} + \frac{\partial J\sqrt{L}}{\partial \xi} &= 0,\\ \left(\eta + 1 + \frac{\partial}{\partial \tau}\right) J\sqrt{L} + \frac{\partial U\sqrt{C}}{\partial \xi} &= 0.\end{aligned} \tag{11}$$

Beseitigt man hieraus beispielsweise J, so bekommt man

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + U = \left(\eta + \frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 U = e^{-\eta\tau}\frac{\partial^2 U e^{\eta\tau}}{\partial \tau^2}, \tag{12}$$

oder anders geschrieben,

$$\frac{\partial^2 U e^{\eta\tau}}{\partial \xi^2} + U e^{\eta\tau} = \frac{\partial^2 U e^{\eta\tau}}{\partial \tau^2}. \tag{13}$$

Die partikulare Lösung

$$\begin{aligned}e^{\eta\tau} U\sqrt{C} &= \frac{A}{\sqrt{m-1}} e^{m\tau - \sqrt{m^2-1}\,\xi},\\ e^{\eta\tau} J\sqrt{L} &= \frac{A}{\sqrt{m+1}} e^{m\tau - \sqrt{m^2-1}\,\xi}\end{aligned} \tag{14}$$

entspricht einem Wechselstrom, wenn $m - \eta$ eine rein imaginäre Zahl iq ist. Eine allgemeinere Lösung erhalten wir, wenn wir $A = \sqrt{m-1}\,Q(q)\,dq$ setzen und dann von $q = -\infty$ bis $q = +\infty$ integrieren:

$$\begin{aligned}U\sqrt{C} &= \int_{-\infty}^{+\infty} dq\, Q\, e^{iq\tau - \sqrt{m^2-1}\,\xi},\\ J\sqrt{L} &= \int_{-\infty}^{+\infty} dq\, Q \sqrt{\frac{m-1}{m+1}}\, e^{iq\tau - \sqrt{m^2-1}\,\xi},\end{aligned} \qquad m = \eta + iq. \tag{15}$$

Soll am Leitungsanfang $\xi = 0$ die Spannung $U = \frac{f(\tau)}{\sqrt{C}}$ sein, so müssen wir nach Fourier

$$Q(q) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} dv\, e^{-iqv} f(v) \tag{16}$$

machen. Mit $\xi = 0$ gibt dann die erste der Gleichungen (15) die Spektralzerlegung der Funktion $f(\tau)$. Nehmen wir z. B. die Funktion $f(\tau) = 0$ für negative τ und $f(\tau) = e^{-a\tau}\tau^n$ für positive τ. Wenn $n > 0$ ist, wird $f(0) = 0$, und wenn $n > 1$ ist, wird auch $f'(0) = 0$. Wie man nach (16) ausrechnen kann, ist die Spektralzerlegung dieser Funktion[1])

$$e^{-a\tau}\tau^n = \frac{\Pi(n)}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq}{(a+iq)^{n+1}}\, e^{iq\tau} \tag{17}$$

$$(\tau > 0, \qquad a > 0, \qquad n > -1),$$

was man auch durch Herumintegrieren um den singulären Punkt $q = +ia$ bestätigen

[1]) Siehe z. B. J. Thomae, Bestimmte Integrale und Fouriersche Reihen (Leipzig, Teubner, 1908), S. 129. Die Formel stammt von A. Cauchy (1815). (Vgl. auch Enz. d. math. Wiss., II (Analysis), 1. Teil, 2. Hälfte, Art. A 12 von Burkhardt, Trig. Reihen und Integrale, S. 1110.)

Digitized by Google

kann. Hier bedeutet $\Pi(n) = \Gamma(n+1)$ die Gaußsche Π-Funktion. Für ganzzahliges n ist $\Pi(n) = n!$. Für negative τ ist die rechte Seite von (17) Null.

Uns interessieren hier nur die Verhältnisse an der Wellenfront. Diese bewegt sich stets mit Lichtgeschwindigkeit und ist daher durch $\xi = \tau$ bestimmt. An der Wellenfront ist also nach (15):

$$e^{\eta\tau} U\sqrt{C} = \int_{-\infty}^{+\infty} dq\, Q\, e^{(m-\sqrt{m^2-1})\xi}, \qquad m = \eta + iq. \tag{18}$$

Da $\eta > 1$ ist, so ist auch $|m| = \sqrt{\eta^2+q^2} > 1$. Wir entwickeln daher den Exponenten nach fallenden Potenzen von m:

$$m - m\sqrt{1-\frac{1}{m^2}} = m - m\left(1 - \frac{1}{2m^2} - \frac{1}{8m^4} - \ldots\right)$$
$$= \frac{1}{2m} + \frac{1}{8m^3} + \ldots = \frac{1}{2}\frac{\eta - iq}{\eta^2+q^2} + \frac{1}{8}\left(\frac{\eta-iq}{\eta^2+q^2}\right)^3 + \ldots$$

Ist q klein, so haben wir also näherungsweise, indem wir im Nenner q^2 neben η^2 streichen,

$$m - \sqrt{m^2-1} \approx \frac{1}{2\eta} - i\frac{q}{2\eta^2} \qquad (q^2 \ll \eta^2),$$

und wenn q groß ist, indem wir η^2 neben q^2 streichen,

$$m - \sqrt{m^2-1} \approx \frac{\eta}{2q^2} - i\frac{1}{2q} \qquad (q^2 \gg \eta^2).$$

Der reelle Teil ist mithin immer eine kleine positive Zahl, wenn q die reellen Werte von $-\infty$ bis $+\infty$ durchläuft, und auch der imaginäre Teil, der zuerst positiv, dann negativ ist, erreicht nur mäßige Werte. Die komplexe Zahl $m - \sqrt{m^2-1}$ schwankt also nur zwischen engen Grenzen, und wenn es uns nur auf eine Abschätzung des Ausdrucks (18) ankommt, können wir darin die Exponentialfunktion als bei der Integration konstant, etwa = 1 annehmen. (Wir können uns hier auf mäßige Werte von ξ beschränken.) Dann erhalten wir

$$U\sqrt{C} = e^{-\eta\tau}\int_{-\infty}^{+\infty} dq\, Q(q) \tag{19}$$

und ähnlich aus (15)

$$\frac{\partial U\sqrt{C}}{\partial\tau} = ie^{-\eta\tau}\int_{-\infty}^{+\infty} dq\, q\, Q(q), \tag{20}$$

also

$$U : \frac{\partial U}{\partial\tau} = \int_{-\infty}^{+\infty} dq\, Q(q) : i\int_{-\infty}^{+\infty} dq\, q\, Q(q), \tag{21}$$

wobei die Funktion $Q(q)$ durch die willkürliche Funktion $f(\tau)$ nach (16) bestimmt ist.

Die Erklärung, die wir dafür gegeben haben, daß die Wellenfront nicht langsamer als mit Lichtgeschwindigkeit vordringt, verlangt, daß das Verhältnis (21) verschwindet, selbst wenn die Wellenfront nur ganz sanft ansteigt [$f(0) = 0, f'(0) = 0$]. Das trifft zu, wie wir uns an unserm Beispiel (17) klarmachen wollen. Führen wir als neue Integrationsvariable $a + iq = z$ ein, so wird das Verhältnis (21) nach (17)

$$U : \frac{\partial U}{\partial\tau} = \int\frac{dz}{z^{n+1}} : \left(-a\int\frac{dz}{z^{n+1}} + \int\frac{dz}{z^n}\right). \tag{22}$$

Digitized by Google

Die Integrationsgrenzen sind hier $z_1 = a - i\infty$ und $z_2 = a + i\infty$. Der Integrationsweg läuft nicht durch den singulären Punkt $z = 0$. Zum Beispiel an der oberen Grenze haben die beiden Größen rechts die Werte

$$\frac{-1}{n}\frac{1}{z_2^n} \quad \text{und} \quad \frac{1}{z_2^{n-1}}\left(\frac{a}{nz_2} - \frac{1}{n-1}\right).$$

Es verschwindet also in (22) der Zähler von der $n$ten Ordnung, der Nenner aber nur von der $(n-1)$ten Ordnung, so daß der Wert des Bruches $= 0$ wird.

Nachdem wir uns so die Verhältnisse an dem Beispiel der Funktion (17) deutlich gemacht haben, gehen wir dazu über, zu zeigen, daß auch für jede beliebige Funktion $f(\tau)$, die die Abhängigkeit der Spannung am Anfang der Leitung von der Zeit darstellt, an der Wellenfront U gegen $\frac{\partial U}{\partial \tau}$ verschwindet. Dazu wollen wir in unsrer Lösung (15), (16) die Integration nach q ausführen. Statt der reellen Veränderlichen q führen wir eine komplexe Veränderliche ω ein durch

$$\eta + iq = m = \cos\omega, \text{ so daß } dq = i\sin\omega d\omega \qquad (23)$$

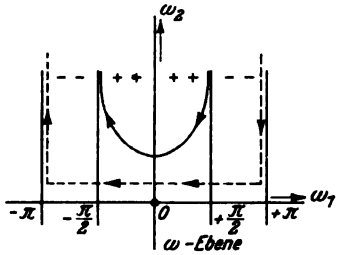


Fig. 2.

wird. Während q die reellen Zahlen von $-\infty$ bis $+\infty$ durchläuft, bewegt sich in der Ebene der komplexen Zahlen der Endpunkt des Vektors ω von dem unendlich fernen Punkt $+\frac{\pi}{2} + i\infty$ über den Punkt $i\,\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Cof}\,\eta$ wieder ins Unendliche nach $-\frac{\pi}{2} + i\infty$. (Siehe Fig. 2.)

Wegen der Periodizität des Cosinus könnte man natürlich die so beschriebne Kurve um ganze Vielfache von 2π nach links oder rechts schieben. Da der Cosinus eine gerade Funktion ist, könnte man alle diese Kurven auch am Nullpunkt spiegeln. Auf die funktionentheoretisch zulässigen Abänderungen des Integrationsweges kommen wir später.

Damit die Ausdrücke (15) nach wie vor eine in Richtung wachsender ξ fortschreitende Welle darstellen, müssen die imaginären Teile der Faktoren von τ und ξ, also die imaginären Teile von $m = \cos\omega$ und $-\sqrt{m^2-1} = \pm i\sin\omega$ verschiedne Vorzeichen haben. Wie man leicht erkennt, läuft dies darauf hinaus, daß die Wurzel das umgekehrte Vorzeichen haben muß wie der imaginäre Teil von ω. Wir wollen uns für einen positiven imaginären Teil von ω entscheiden, entsprechend der in Fig. 2 gezeichneten Kurve. Dann ist in (15)

$$\sqrt{m^2-1} = -i\sin\omega, \quad \sqrt{\frac{m-1}{m+1}} = \frac{m-1}{\sqrt{m^2-1}} = \frac{1-\cos\omega}{i\sin\omega} = -i\,\mathrm{tg}\frac{\omega}{2} \qquad (24)$$

zu setzen, so daß (15) übergeht in

$$e^{\eta\tau} U\sqrt{C} = i\int d\omega \sin\omega\, Q e^{\tau\cos\omega + i\xi\sin\omega} \qquad (25\,a)$$

$$e^{\eta\tau} J\sqrt{L} = \int d\omega\,(1-\cos\omega)\, Q e^{\tau\cos\omega + i\xi\sin\omega}. \qquad (25\,b)$$

Der Integrationsweg ist der vorhin beschriebne. Diese Integrale lassen sich noch nicht ohne weiteres durch bekannte Funktionen ausdrücken. Ein dazu geeignetes Integral gewinnen wir aber auf folgende Weise.

Nach der zweiten Gleichung (11) kann man $U\sqrt{C}$ und $J\sqrt{L}$ beide aus einer Funktion Φ so ableiten:

Digitized by Google

$$J\sqrt{L} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \qquad U\sqrt{C} = \left(\eta + 1 + \frac{\partial}{\partial \tau}\right)\Phi, \tag{26}$$

oder nach der ersten Gleichung (11) aus einer Funktion Ψ so:

$$U\sqrt{C} = -\frac{\partial \Psi}{\partial \xi}, \qquad J\sqrt{L} = \left(\eta - 1 + \frac{\partial}{\partial \tau}\right)\Psi. \tag{27}$$

Man findet leicht

$$e^{\eta\tau}\Phi = i\int d\omega \operatorname{tg}\frac{\omega}{2} Q e^{\tau\cos\omega + i\xi\sin\omega}, \tag{28}$$

$$e^{\eta\tau}\Psi = -\int d\omega Q e^{\tau\cos\omega + i\xi\sin\omega}. \tag{29}$$

Wenn man den Ausdruck (16) für Q in (29) einträgt und darauf $\tau - v = u$ als neue Integrationsvariable statt v einführt, so geht (29) nach Vertauschung der Integrationsfolge über in

$$\Psi = \int_{+\infty}^{+\infty} du\, f(\tau - u)\, e^{-\eta u} V \tag{30}$$

mit

$$V = -\frac{1}{2\pi}\int d\omega e^{u\cos\omega + i\xi\sin\omega}. \tag{31}$$

Diese Funktion V der zwei Veränderlichen u und ξ läßt sich nun auf bekannte Funktionen zurückführen.

Hierzu stellen wir zunächst fest, wo im Unendlichen der ω-Ebene der Integrand in (31) unendlich groß wird und wo er verschwindet. (Im Endlichen ist ja die Exponentialfunktion überall regulär und von Null verschieden.) Das hängt von dem Vorzeichen des reellen Teils des Exponenten ab. Den Exponenten können wir in der Form

$$\frac{u+\xi}{2}e^{i\omega} + \frac{u-\xi}{2}e^{-i\omega}$$

schreiben. Wenn $\omega = \omega_1 + i\omega_2$ einen großen positiven imaginären Teil ω_2 hat, ist hierin das erste Glied klein gegen das zweite. Es wird also schließlich auf das Vorzeichen von $(u - \xi)\cos\omega_1$ ankommen. Auf dem Integrationsweg der Fig. 2 ist $\cos\omega_1$ durchweg positiv. Am oberen Rande der Figur ist das Vorzeichen angegeben, das $\cos\omega_1$ in den einzelnen Parallelstreifen hat.

Wenn $u - \xi$ negativ ist, verschwindet in (31) der Integrand im Unendlichen da, wo $\cos\omega_1$ positiv ist. Wir können uns den Integrationsweg im Unendlichen zu einer geschlossnen Kurve ergänzt denken, weil der Schließungsbogen zum Integral keinen Beitrag liefert. Die Kurve umschlingt dann keinen singulären Punkt. Daher ist $V = 0$, solange $u < \xi$ ist. In (30) brauchen wir daher die Integration erst bei $u = \xi$ statt bei $u = -\infty$ zu beginnen.

Ist dagegen $u - \xi$ positiv, so wird in (31) der Integrand im Unendlichen da, wo $\cos\omega_1$ positiv ist, unendlich groß. Wir können dann die Enden unsers Integrationsweges in Gebiete negativer Werte von $\cos\omega_1$ hinüberschieben, etwa so, daß sich der Weg an die Vertikalen $-\pi + i\omega_2$ und $+\pi + i\omega_2$ anschmiegt, wie in Fig. 2 punktiert angedeutet. Der Weg umschlingt dann die Singularität im Unendlichen, während der Integrand auf dem Wege überall endlich ist. Auf den beiden Vertikalen mit dem Abstand 2π hat der Integrand gleiche Werte. Da diese beiden Wegteile im entgegengesetzten Sinn durchlaufen werden, heben sich ihre Beiträge zum Integral auf, und

Digitized by Google

es bleibt nur der Beitrag des horizontalen Wegteiles übrig. Wir setzen noch den Exponenten

$$u\cos\omega + i\,\xi\sin\omega = \bar{w}\cos(\omega - i\psi) \quad \text{und} \quad i\bar{w} = w, \tag{32}$$

so daß

$$\operatorname{Tg}\psi = \frac{\xi}{u} \quad \text{und} \quad \bar{w} = \sqrt{u^2 - \xi^2} = -iw \tag{33}$$

wird. Das negative Vorzeichen in (31) können wir noch dadurch beseitigen, daß wir ω den Integrationsweg rückwärts durchlaufen lassen. Dann geht (31) über in

$$V = \frac{1}{2\pi}\int_{(-)} d\omega\, e^{-iw\cos(\omega - \psi i)}. \tag{34}$$

Nun ist, wenn λ und μ zwei beliebige reelle oder komplexe Zahlen bedeuten,

$$\frac{1}{2\pi}\int_{\lambda-\pi}^{\lambda+\pi} d\omega\, e^{\pm iz\cos(\omega-\mu)} = \frac{1}{\pi}\int_{\lambda-\frac{\pi}{2}}^{\lambda+\frac{\pi}{2}} d\omega\cos[z(\omega-\mu)] = J_0(z) \tag{35}$$

die Besselsche Zylinderfunktion von der Ordnung Null des (im allgemeinen komplexen) Argumentes z[1]). (Es kommt nur auf die Größe, nicht auf die Lage des Integrationsintervalls an, weil der erste Integrand die Periode 2π, der zweite die Periode π hat.) Daher ist nach (34)

$$V = J_0(w) = J_0(i\bar{w}) = J_0(i\sqrt{u^2 - \xi^2}), \quad u > \xi, \tag{36}$$

also eine Zylinderfunktion rein imaginären Argumentes. Bei kleinem $\bar{w}$ ist $J_0(i\bar{w}) \approx 1 + \frac{\bar{w}^2}{4}$ und bei großem $\bar{w}$ ist $J_0(i\bar{w}) \approx \frac{e^{\bar{w}}}{\sqrt{2\pi\bar{w}}}$, wonach sich der Verlauf der Funktion schon überblicken läßt. Mit (36) wird aus (30):

$$\Psi = \int_{\xi}^{\infty} du\, f(\tau - u)\, e^{-\eta u} J_0(\sqrt{\xi^2 - u^2}). \tag{37}$$

Für $u < \xi$ hatte sich ja $V = 0$ ergeben. Nach (27) folgt hieraus als Lösung unsrer Aufgabe:

$$J\sqrt{L} = \int_{\xi}^{\infty} du\,[(\eta - 1) f(\tau - u) + f'(\tau - u)]\, e^{-\eta u} J_0(w), \tag{38}$$

$$U\sqrt{C} = f(\tau - \xi)\, e^{-\eta\xi} - \int_{\xi}^{\infty} du\, f(\tau - u)\, e^{-\eta u}\, \frac{\partial J_0(w)}{\partial \xi}. \tag{39}$$

Nun ist

$$\frac{\partial J_0}{\partial \xi} = -\frac{\xi}{w} J_1(w), \quad \frac{\partial J_0}{\partial u} = \frac{u}{w} J_1(w), \quad \text{wo} \quad J_1(w) = -\frac{d J_0(w)}{d w} \tag{40}$$

die Zylinderfunktion von der Ordnung Eins bedeutet. [Bei kleinem w ist $J_1(w) \approx \frac{w}{2}$, und bei großem $\bar{w}$ ist $J_1(i\bar{w}) \approx i J_0(i\bar{w})$.] Daher kann man statt (39) auch schreiben:

$$U\sqrt{C} = f(\tau - \xi)\, e^{-\eta\xi} + \xi \int_{\xi}^{\infty} du\, f(\tau - u)\, e^{-\eta u}\, \frac{J_1(w)}{w}. \tag{41}$$

[1]) L. Hopf und A. Sommerfeld, Über komplexe Integraldarstellungen der Zylinderfunktionen, Archiv f. Math. u. Phys. (3) 18 (1911) S. 10.

Digitized by Google

Beachtet man, daß nach (40) $\frac{\partial J_0}{\partial \xi} = -\frac{\xi}{u}\frac{\partial J_0}{\partial u}$ ist, so kann man (39) durch partielle Integration auch auf die Form

$$U\sqrt{C} = \xi \int_{\xi}^{\infty} \frac{du}{u}\left[\left(\eta + \frac{1}{u}\right) f(\tau - u) + f'(\tau - u)\right] e^{-\eta u} J_0(w) \tag{42}$$

bringen. Durch (38) ist der Strom, durch (39), (41) oder (42) die Spannung als Funktion von Ort (ξ) und Zeit (τ) dargestellt, wenn die Spannung am Anfang der Leitung eine beliebige Funktion $f(\tau)$ der Zeit ist.

Wir wollen uns zunächst davon überzeugen, daß diese Ausdrücke den simultanen Gleichungen (11) genügen. Aus (41) und (38) erhält man ohne weiteres

$$\left(\eta - 1 + \frac{\partial}{\partial \tau}\right) U\sqrt{C} = [(\eta - 1) f + f'] e^{-\eta \xi} + \xi \int_{\xi}^{\infty} du\, [(\eta - 1) f + f'] e^{-\eta u} \frac{J_1(w)}{w} \tag{43}$$

und denselben Wert für $-\frac{\partial J\sqrt{L}}{\partial \xi}$, ferner

$$\left(\eta + 1 + \frac{\partial}{\partial \tau}\right) J\sqrt{L} = \int_{\xi}^{\infty} du\, [(\eta^2 - 1) f + 2\eta f' + f''] e^{-\eta u} J_0(w) \tag{44}$$

und aus (39) und (41), wenn man beachtet, daß $\frac{J_1(w)}{w}$ für $w = 0$ den Wert $\frac{1}{2}$ annimmt,

$$-\frac{\partial U\sqrt{C}}{\partial \xi} = \left[\left(\eta + \frac{\xi}{2}\right) f + f'\right] e^{-\eta \xi} + \int_{\xi}^{\infty} du\, f e^{-\eta u} \frac{\partial^2 J_0(w)}{\partial \xi^2}. \tag{45}$$

Aus der Besselschen Differentialgleichung

$$\frac{d^2 J_0(w)}{dw^2} + \frac{1}{w}\frac{dJ_0(w)}{dw} + J_0(w) = 0$$

und aus (40) folgt

$$\frac{\partial^2 J_0}{\partial \xi^2} + \frac{\xi^2 + u^2}{w^2}\frac{dJ_0}{dw} + \frac{\xi^2}{w^2} J_0 = 0,$$

$$\frac{\partial^2 J_0}{\partial u^2} + \frac{\xi^2 + u^2}{w^2}\frac{dJ_0}{dw} + \frac{u^2}{w^2} J_0 = 0$$

und hieraus durch Subtraktion

$$\frac{\partial^2 J_0}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 J_0}{\partial u^2} + J_0 = 0. \tag{46}$$

[Vgl. (13)]. Mit Hilfe dieser Beziehung läßt sich der Ausdruck (45) durch wiederholte partielle Integration auf (44) zurückführen. Die simultanen Gleichungen (11) sind somit erfüllt. Für $\xi = 0$ folgt aus (41), wie verlangt, $U\sqrt{C} = f(\tau)$. Durch die Ausdrücke (38) und (41) ist also die Aufgabe wirklich gelöst.

Wir wollen annehmen, daß bis zur Zeit $\tau = 0$ die angelegte Spannung $f(\tau) = 0$ war. Dann können wir bei der Integration nach v als untere Grenze 0 statt $-\infty$ setzen und bei der Integration nach u als obere Grenze τ statt $+\infty$. Zu allen Zeiten $\tau < \xi$ sind Strom und Spannung am Ort ξ Null, weil $f(\tau)$ für negative Argumente Null ist. Erst zu Zeiten $\tau > \xi$ können J und U nicht Null sein. Am Ort ξ trifft mithin die Wellenfront zur Zeit $\tau = \xi$ ein. Wenn es uns nur auf die Nähe der

Digitized by Google

Wellenfront ankommt, können wir $\tau - \xi = \varepsilon$ als eine kleine Größe ansehen. Entsprechend setzen wir noch $u = \xi + \alpha$. Dann erhalten wir aus (41)

$$U\sqrt{C} = f(\varepsilon)\, e^{-\eta\xi} + \frac{\xi}{2} e^{-\eta\xi} \int_0^{\varepsilon} d\alpha\, f(\varepsilon - \alpha)\, e^{-\eta\alpha}.$$

An einer unendlich steilen Wellenfront verschwindet selbstverständlich U gegen $\frac{\partial U}{\partial \tau}$. Den Fall, daß $f(\tau)$ bei $\tau = 0$ unstetig ist, brauchen wir also nicht erst zu untersuchen, und können deshalb weiterhin annehmen, daß $f(\tau)$ bei $\tau = 0$ stetig ist. Dann ist ungefähr

$$U\sqrt{C} \approx f(\varepsilon)\, e^{-\eta\xi} + \frac{\xi}{2} e^{-\eta\xi} \varepsilon f\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) \cdot \left(1 - \eta\frac{\varepsilon}{2}\right).$$

Aus (41) folgt ferner

$$\frac{\partial U\sqrt{C}}{\partial \tau} = f'(\tau - \xi)\, e^{-\eta\xi} + \xi \int_{\xi}^{\tau} du\, f'(\tau - u)\, e^{-\eta u} \frac{J_1(w)}{w}$$

und hieraus in ganz ähnlicher Weise wie vorher für die Nähe der Wellenfront

$$\frac{\partial U\sqrt{C}}{\partial \tau} \approx f'(\varepsilon)\, e^{-\eta\xi} + \frac{\xi}{2} e^{-\eta\xi} \varepsilon f'\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) \cdot \left(1 - \eta\frac{\varepsilon}{2}\right).$$

Da rechts die zweiten Glieder den kleinen Faktor ε enthalten, können wir sie in erster Näherung gegen die ersten vernachlässigen, und erhalten

$$U : \frac{\partial U}{\partial \tau} = f(\varepsilon) : f'(\varepsilon). \qquad \varepsilon << 1. \tag{47}$$

Unsre Erklärung der Verlangsamung der Phasenbewegung verlangt, daß hier, wo keine Verlangsamung eintritt, für $\varepsilon = 0$ die rechte Seite von (47) für jede beliebige (im Nullpunkt stetige) Funktion $f(\tau)$ verschwindet. Das ist selbstverständlich, wenn die Kurve $f(\tau)$ durch den Nullpunkt nicht horizontal läuft, wenn also zwar $f(0) = 0$, aber $f'(0) \neq 0$ ist. Es ist aber auch so, wenn die Feldwerte an der Wellenfront ganz sanft von Null aus ansteigen, wenn also außer $f(0)$ auch noch $f'(0) = 0$ ist.

Um dies einzusehen, setzen wir $\ln f(\varepsilon) = -F(\varepsilon)$, so daß $\frac{f'(\varepsilon)}{f(\varepsilon)} = -F'(\varepsilon)$ wird. Nun soll $f(\varepsilon) = e^{-F(\varepsilon)}$ bei $\varepsilon = 0$ verschwinden. Dazu muß $F(0) = +\infty$ sein. Für $\varepsilon \neq 0$ soll aber $f(\varepsilon)$ endlich sein, also auch $F(\varepsilon)$. Die stetige Funktion $F(\varepsilon)$ kann von endlichen Werten aus jedoch nur durch einen unendlich steilen Anstieg zu einem unendlich großen Wert im Nullpunkt gelangen: $F'(0) = \infty$. Das heißt, die logarithmische Ableitung von $f(\varepsilon)$ muß im Nullpunkt unendlich groß sein; was zu beweisen war.

Wenn $f(\varepsilon)$ im Nullpunkt von endlicher Ordnung verschwindet, hätten wir unsre Überlegung auch an den Ansatz $f(\varepsilon) = \varepsilon^n F(\varepsilon)$, $F(0) \neq 0$ knüpfen können oder bei ganzem n auch an die Mac-Laurinsche Entwicklung $f(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^n}{n!} f^n(0) + \ldots$ Ein oft genanntes Beispiel für eine Funktion, die in einem Punkt zugleich mit ihren sämtlichen Ableitungen (also von unendlich hoher Ordnung) verschwindet, ist $e^{-\frac{1}{\varepsilon^2}}$.

An der Wellenfront ist demnach die Wärmeentwicklung stets verschwindend klein gegen die Energieaufspeicherung. Spannungsfront und Stromfront, d. h. die Fronten des elektrischen und des magnetischen Feldes fallen ja auch stets zusammen.

Digitized by Google

Wenn eins der beiden Felder vorn überhinge, könnte es ja nicht von der Stelle, was der Poyntingsche Vektor lehrt, was aber auch schon aus dem Durchflutungsgesetz und Induktionsgesetz hervorgeht. An der Wellenfront haben wir keine überbrückten Nullstellen. Nach unsrer Theorie ist es ganz in Ordnung, daß sich eine eigentliche Wellenfront auch in einem absorbierenden Medium nie langsamer als mit Lichtgeschwindigkeit bewegt.

Wir wollen noch in (38) und (41) wieder x und t statt ξ und τ einführen, d. h. Längen und Zeiten in den gewöhnlichen Einheiten ausdrücken. Hierzu brauchen wir nur auf (9) und (10) zurückzugreifen und erhalten:

$$U = F(t - x\sqrt{CL})\, e^{-\frac{x\sqrt{CL}}{T}} + h x \sqrt{CL} \int_{x\sqrt{CL}}^{t} d\vartheta\, F(t-\vartheta)\, e^{-\frac{\vartheta}{T}} \frac{J_1(h\sqrt{CL x^2 - \vartheta^2})}{\sqrt{CL x^2 - \vartheta^2}}, \tag{48}$$

$$J\sqrt{\frac{L}{C}} = \int_{x\sqrt{CL}} d\vartheta \left[\frac{A}{C} F(t-\vartheta) + F'(t-\vartheta)\right] e^{-\frac{\vartheta}{T}} J_0(h\sqrt{CL x^2 - \vartheta^2}), \tag{49}$$

wo

$$\frac{2}{T} = \frac{R}{L} + \frac{A}{C}, \qquad 2h = \frac{R}{L} - \frac{A}{C}, \qquad \sqrt{C}F(t) = f(ht). \tag{50}$$

III. Innere Induktivität und verzerrungsfreie Leitung.

Unsre Ansicht, daß die Verschiebung der Stromphasen gegen die Spannungsphasen die Phasenbewegung verlangsamt, wird durch die verzerrungsfreie Leitung in eindrucksvoller Weise bestätigt. Denn bei ihr verschwindet mit φ zugleich $v_0 - v$. Trotzdem stellt uns gerade die verzerrungsfreie Leitung vor eine nicht ganz leichte Frage. Bei hoher Frequenz und vollkommner Stromverdrängung ist auf ihr (wie auf jeder Leitung) die Phasengeschwindigkeit v gleich der Lichtgeschwindigkeit c. Gehen wir jedoch auf geringe Frequenz und unmerkliche Stromverdrängung zurück, so ist auch auf der verzerrungsfreien Leitung die Phasengeschwindigkeit

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{C(L_a + L_i)}} = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{L_i}{L_a}}}$$

kleiner als die Lichtgeschwindigkeit c. Wie kann das Magnetfeld im Innern der Drähte die Phasengeschwindigkeit im Außenraum, wenn auch nur um ein geringes, herabsetzen?

Um diese Frage zu beantworten, müssen wir das elektromagnetische Feld einer Leitung etwas mehr in seinen Einzelheiten betrachten als bisher. Um ein der Rechnung verhältnismäßig bequem zugängliches Modell einer verzerrungsfreien Leitung zu bekommen, können wir einen von E. Cohn[1]) sehr genau untersuchten Fall ohne große Mühe etwas verallgemeinern, nämlich eine einfache fortschreitende Welle zwischen zwei unendlich ausgedehnten parallelen ebenen Metallplatten von endlicher Dicke. Während Cohn den Zwischenraum zwischen den Platten als vollkommen isolierend voraussetzt, wollen wir annehmen, daß er nur unvollkommen isoliere. Den Isolationswiderstand können wir dann so wählen, daß das Plattenpaar verzerrungsfrei wird.

[1]) E. Cohn, Das elektromagnetische Feld (Leipzig 1900), S. 456—471.

Digitized by Google

Um die Verhältnisse übersichtlich zu machen, können wir das Feld in ein Hauptfeld und ein Nebenfeld zerlegen. Das Hauptfeld besteht aus dem magnetischen Feld von der Stärke H_z, aus dem elektrischen Querfeld von der Stärke E_y im Zwischenraum und aus dem Längsstrom von der Dichte G_x in den Platten. Das Nebenfeld besteht aus dem Längsfeld E_x im Zwischenraum, das sich an den Ohmschen Spannungsverlust in den Oberflächenfasern auf den Innenseiten der Platten anschließt, und aus dem Querstrom G_y, der in den Platten die für Ableitung und Ladung erforderliche Elektrizitätsmenge nach den Oberflächen auf der Innenseite heranbringt. Zur Ortsbestimmung legen wir die zx-Ebene eines rechtwinkligen rechtswendigen Koordinatenkreuzes (siehe Fig. 3) in die Mittelebene des Zwischenraums, die x-Achse in die Richtung der Energiewanderung, also in die Fortpflanzungsrichtung der Welle, die wir betrachten wollen. Das Magnetfeld hat dann die Richtung der z-Achse. Die x-Komponenten bilden das elektrische Längsfeld, die y-Komponenten das elektrische Querfeld. Der Plattenabstand sei $2a$, die Plattendicke b. Alle Ausdrücke für die Feldvektoren werden den „Wellenfaktor" $e^{i(kx-\omega t)}$ enthalten müssen, den wir als selbstverständlich zur bessern Übersicht unterdrücken werden. Was stehen bleibt, gibt uns außer Konstanten nur noch die Abhängigkeit der Feldgrößen vom Abstand y des Feldpunktes von der Mittelebene.

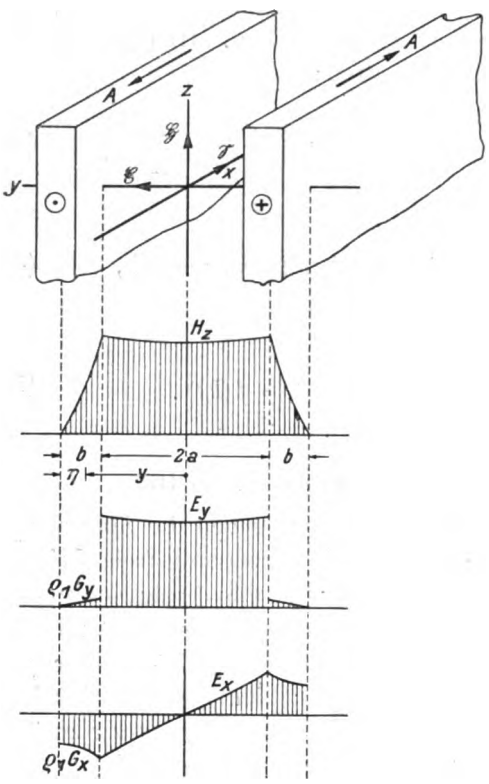


Fig. 3.

Den Feldgleichungen genügt der folgende Ansatz für das von uns ins Auge gefaßte Feld: Im Zwischenraum zwischen den Platten ($-a < y < a$) ist das Hauptfeld

$$H_{oz} = \frac{A}{\Gamma}\frac{\mathfrak{Cof}my}{\mathfrak{Cof}ma} \approx \frac{A}{\Gamma}, \tag{1}$$

$$E_y = \frac{Ak}{\Delta_0\omega + \frac{i}{\varrho_0}}\frac{\mathfrak{Cof}my}{\mathfrak{Cof}ma} \approx \frac{Ak}{\Delta_0\omega + \frac{i}{\varrho_0}} \tag{2}$$

und das Nebenfeld (Längsfeld)

$$E_x = \frac{iAm}{\Delta_0\omega + \frac{i}{\varrho_0}}\frac{\mathfrak{Sin}my}{\mathfrak{Cof}ma} \approx \frac{iAm^2y}{\Delta_0\omega + \frac{i}{\varrho_0}}. \tag{3}$$

Zu diesen Ausdrücken ist der „Wellenfaktor" $e^{i(kx-\omega t)}$ hinzuzudenken und dann von dem Produkt der reelle Teil zu nehmen. Hier bedeutet A den Strombelag in den Platten $\left(\text{bei gleichmäßiger Stromverteilung wäre also die Stromdichte } \frac{A}{b}\right)$,

Digitized by Google

Γ eine nur von der Wahl der Einheiten abhängige Konstante, Δ_0 die absolute Dielektrizitätskonstante des Zwischenraums (wir wollen sie gleich der des Vakuums annehmen $= 0{,}884.10^{-13}$ Farad/cm), ϱ_0 den spezifischen Widerstand des Zwischenraumes, $\frac{\omega}{2\pi}$ die Frequenz. Zwischen den Ausbreitungskonstanten k und m muß die Gleichung

$$k^2 = m^2 + p^2 \tag{4a}$$

bestehen, wo

$$p^2 = \left(\Delta_0 \omega + \frac{i}{\varrho_0}\right)\frac{\Pi_0 \omega}{\Gamma^2} = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 + \frac{i}{\varrho_0 \Delta_0 \omega}\right). \tag{4b}$$

$\Pi_0 = 1{,}257.10^{-8}$ Henry/cm ist die absolute Permeabilität des Zwischenraumes, $c = 300000$ km/sek die Lichtgeschwindigkeit. $\varrho_0 \Delta_0$ hat die Größenordnung 10^{-3} bis 1 sek. Bei der Frequenz 50/sek ist $\frac{c}{\omega} = 1000$ km, bei 50000 Perioden/sek 1 km, zugleich $\approx \frac{1}{p}$. Vorgreifend sei bemerkt, daß auch die Beträge von $\frac{1}{m}$ und $\frac{1}{k}$ Längen bedeuten, die bei nicht zu hohen Frequenzen nach Kilometern zählen. (Eine sorgfältige Untersuchung der Größenverhältnisse findet man bei Cohn a. a. O.) Weil ma in Wirklichkeit stets einen kleinen Betrag hat, gelten mit großer Genauigkeit die in (1) bis (3) nebengeschriebenen Näherungswerte. Danach sind also im Zwischenraum (genauer: auf einer Querebene) beide Hauptfelder fast gleichförmig. Das Nebenfeld (Längsfeld), das ja an den beiden Platten entgegengesetzt gleiche Werte haben muß, also auch in gleichen Abständen zu beiden Seiten der Mittelebene, ist proportional zum Abstand y von dieser Ebene.

Im Innern der Platten läuft der Betrag von y von a bis $a + b$. Zur Abkürzung setzen wir den Abstand eines Feldpunktes von der äußern Plattenoberfläche $a + b - y = \eta$ $(0 < \eta < b)$. Dann gelten für Punkte im Innern der Platte, die auf der Seite der positiven y-Werte liegt und in der ein zu positiven Werten von A gehöriger Strom dem Energiestrom des Hauptfeldes im Zwischenraum entgegengerichtet ist (diese Platte bildet also die „Rückleitung"), folgende Feldwerte:
Das Hauptfeld ist

$$H_{1z} = \frac{A}{\Gamma}\frac{\sin n\eta}{\sin nb} \approx \frac{A\eta}{\Gamma b}\left(1 + q^2\frac{b^2 - \eta^2}{6}\right), \tag{5}$$

$$G_z = -An\frac{\cos n\eta}{\sin nb} \approx -\frac{A}{b}\left(1 + q^2\frac{b^2 - 3\eta^2}{6}\right), \tag{6}$$

das Nebenfeld (der Querstrom) ist

$$G_y = -iAk\frac{\sin n\eta}{\sin nb} \approx -\frac{A}{b}k\eta\left(1 + q^2\frac{b^2 - \eta^2}{6}\right), \tag{7}$$

wobei wiederum überall der Wellenfaktor $e^{i(kx - \omega t)}$ hinzuzudenken ist. Hierzu tritt die Bedingung

$$k^2 + n^2 = q^2 = \frac{i\omega \Pi_1}{\Gamma^2 \varrho_1} = \frac{i\omega \Pi_0 \mu}{\Gamma^2 \varrho_1}. \tag{8}$$

Für Kupfer ist $\frac{\Gamma^2 \varrho_1}{\Pi_1} = 135$ cm^2/sek. Bei 50 Perioden/sek ist daher $\frac{\sqrt{i}}{q} \approx 6{,}5$ mm, bei 2000 Perioden/sek gleich 1 mm. Dicken von Kupferplatten, die diese Werte übersteigen, können für unser Problem nicht mehr als klein gelten. Umgekehrt ist hierdurch bei gegebener Dicke der Kupferplatte die obere Grenze für „niedrige"

Digitized by Google

Frequenzen gesteckt. Um die Vorgänge bei hoher Frequenz brauchen wir uns hier nicht zu kümmern. Denn bei niedriger Frequenz weicht die Phasengeschwindigkeit am stärksten von der Lichtgeschwindigkeit ab, und es ist ja unser Ziel, diese Abweichung zu erklären, nicht aber, die Vorgänge allseitig zu untersuchen. Aus den angegebenen Werten geht hervor, daß jedenfalls q^2 groß gegen k^2 ist und daher sehr genau $n^2 = q^2$. Für kleine Beträge von nb sind in (5) bis (7) wieder Näherungswerte nebengeschrieben. Hier ist es aber für unsre weitern Untersuchungen erforderlich, zwei Glieder von jeder Reihe mitzunehmen. Lassen wir vorläufig die der zweiten Näherung entsprechenden Klammern außeracht, so sagen uns die Näherungsausdrücke: Der Hauptstrom ist gleichförmig verteilt. Magnetfeld und Querstrom sind Null an der Außenseite der Platten und wachsen von da aus linear nach innen zu an. Vergleiche die Diagramme in Fig. 3.

Für die drei unbekannten Ausbreitungskonstanten k, m, n haben wir bisher nur die zwei Gleichungen (4) und (8). Wegen der tatsächlichen Größenverhältnisse scheidet n praktisch als Unbekannte aus, fällt aber auch Gleichung (8) weg. Es ist dann also mindestens für die zwei Unbekannten k und m noch eine zweite Gleichung nötig. Wir erhalten sie aus den Grenzbedingungen. Die Feldstärken treten durch die Plattenoberflächen wirbelfrei durch. Es ist also bei $y = a$ ($\eta = b$) $H_{0z} = H_{1z}$ (was in unserm Ansatz schon berücksichtigt ist) und $E_x = \varrho_1 G_x$. Setzen wir in diese letzte Gleichung die Werte aus (3) und (6) ein, so bekommen wir

$$m \operatorname{\mathfrak{T}g} m a \frac{\operatorname{tg} n b}{n} = -\frac{\varrho_1}{\varrho_0} + i \varrho_1 \Delta_0 \omega ,$$

oder wenn wir nach (4a) und (8) m und n durch k ausdrücken, so erhalten wir zur Bestimmung von k die Gleichung

$$\frac{\sqrt{k^2 - p^2}}{\operatorname{\mathfrak{C}tg} a \sqrt{k^2 - p^2}} \frac{\operatorname{tg} b \sqrt{q^2 - k^2}}{\sqrt{q^2 - k^2}} = -\frac{\varrho_1}{\varrho_0} + i \varrho_1 \Delta_0 \omega .$$

Doch haben wir diese Gleichung nur angeschrieben, um die Aufgabe klarzumachen. Für die wirkliche Ausrechnung vergleichen wir am besten unmittelbar die Näherungswerte für E_x und G_x. Wir bekommen so

$$\frac{i A m^2 a}{\Delta_0 \omega + \frac{i}{\varrho_0}} = -A \frac{\varrho_1}{b} \left(1 - \frac{q^2 b^2}{3}\right)$$

und hieraus, wenn wir aus (8) für q^2 seinen Wert einführen,

$$m^2 = \left(\omega \frac{\Delta_0}{a} + \frac{i}{\varrho_0 a}\right) \left(\omega \frac{\Pi_0}{\Gamma^2} \frac{\mu b}{3} + i \frac{\varrho_1}{b}\right), \tag{9}$$

wofür wir mit leichtverständlichen Abkürzungen

$$m^2 = (C \omega + i A) (L_i \omega + i R) \tag{9a}$$

schreiben können. Der Ausdruck für die die Queränderung im Zwischenraum bestimmende und sich nur im Nebenfeld praktisch geltend machende Ausbreitungskonstante m^2 hat dieselbe Form, wie der uns von früher her bekannte Ausdruck für die die Längsänderung des Feldes bestimmende Ausbreitungskonstante k^2. Nur ist an die Stelle der Gesamtinduktivität $L_i + L_a$ die innere Induktivität L_i allein getreten. Aus (9) und (4b) folgt

$$\frac{m^2}{p^2} = \frac{\mu b}{3 a} + \frac{i}{\omega} \frac{\Gamma^2 \varrho_1}{\Pi_0 a b} .$$

Digitized by Google

In der Ebene der komplexen Zahlen schließt also der Vektor m^2 mit der Achse der reellen Zahlen einen größeren Winkel ein als der Vektor p^2. Bei verschwindender Frequenz hat p^2 den Winkel 90°, m^2 und k^2 den Winkel 180°. Gewöhnlich ist der Winkel von p^2 klein, der Winkel von m^2 weicht nicht weit von 90° ab. Mit wachsender Frequenz wird m^2 immer kleiner gegen p^2, also k^2 immer weniger von p^2 verschieden.

Weiter ergibt sich aus (4) und (9)

$$k^2 = m^2 + p^2 = \left(\omega \frac{\Delta_0}{a} + \frac{i}{\varrho_0 a}\right)\left[\omega \frac{\Pi_0}{\Gamma^2}\left(a + \frac{1}{3}\mu b\right) + i\frac{\varrho_1}{b}\right] \tag{10}$$

oder wiederum mit den schon gebrauchten Abkürzungen

$$k^2 = (C\omega + iA)\left[(L_a + L_i)\omega + iR\right], \tag{10a}$$

also die uns schon von früher geläufige Form.

Aus (2) und (10) bekommen wir den „Wellenwiderstand"

$$\frac{E_y}{A} = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{\omega \frac{\Pi_0}{\Gamma^2}\left(a + \frac{1}{3}\mu b\right) + i\frac{\varrho_1}{b}}{\omega \frac{\Delta_0}{a} + \frac{i}{\varrho_0 a}}}. \tag{11}$$

(Vgl. hiermit II [2].) Messen wir etwa die Feldstärke E_y in Volt/cm, den Strombelag A in Amp/cm, so erhalten wir $\frac{E_y}{A}$ in Ohm.

Nach diesen allgemeinen Vorbereitungen können wir jetzt den Isolationswiderstand im Zwischenraum so wählen, daß die Leitung **verzerrungsfrei** wird. Die Leitung heißt verzerrungsfrei, wenn die Phasengeschwindigkeit unabhängig von der Frequenz ist, und das kommt, wie wir jetzt wissen, darauf hinaus, daß zwischen Strom und Spannung einer fortschreitenden Welle keine Phasenverschiebung besteht, daß also der **Wellenwiderstand** (11) **reell** ist. Dazu müssen reeller und imaginärer Teil im Zähler und im Nenner im selben Verhältnis zueinander stehen, es muß also

$$\varrho_0 \Delta_0 = \frac{\Pi_0}{\Gamma^2}\frac{b}{\varrho_1}\left(a + \frac{1}{3}\mu b\right) \quad \text{oder} \quad \frac{1}{\varrho_0} = \frac{c^2 \Delta_0}{a + \frac{1}{3}\mu b}\frac{\varrho_1}{b} \tag{12}$$

sein. Damit ergibt sich

$$\omega \Delta_0 + \frac{i}{\varrho_0} = \frac{c^2 \Delta_0}{a + \frac{1}{3}\mu b}\left(\omega \frac{a + \frac{1}{3}\mu b}{c^2 \Delta_0} + i\frac{\varrho_1}{b}\right) \tag{13}$$

und

$$k = \frac{c\Delta_0}{\sqrt{a}\sqrt{a + \frac{1}{3}\mu b}}\left(\omega \frac{a + \frac{1}{3}\mu b}{c^2 \Delta_0} + i\frac{\varrho_1}{b}\right) \tag{14a}$$

oder $k = k_1 + ik_2$ mit

$$\frac{\omega}{k_1} = v = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{\mu b}{3a}}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{k_2} = \varkappa = \frac{ab}{c\Delta_0 \varrho_1}\sqrt{1 + \frac{\mu b}{3a}}. \tag{14b}$$

Sowohl die Phasengeschwindigkeit wie die Dämpfungsstrecke ist unabhängig von der Frequenz. Der Ausdruck für die Phasengeschwindigkeit weist die kleine Unterschreitung der Lichtgeschwindigkeit auf, um deren Erklärung es uns hier zu tun ist. Für den ebenfalls von der Frequenz unabhängigen Wellenwiderstand bekommen wir aus (11) und (13) oder auch aus (2), (13) und (14a)

$$\frac{E_y}{A} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\mu b}{3a}}}{c\Delta_0} \approx 377 \text{ Ohm} \tag{15}$$

Digitized by Google

($377 = 30 \times 4\pi$). Bei diesem Wert wird nämlich die Dichte der elektrischen Energie gleich der Dichte der magnetischen Energie, wie bei einer fortschreitenden Welle in einem verlustfreien Mittel (siehe z. B. Cohn, a. a. O. S. 430 und 434). Die Spannung zwischen den Platten ist $U = 2aE_y$ (eigentlich $= \int_{-a}^{+a} E_y dy$), folglich $\frac{U}{A} = 377 \times 2a$ der auf die Spannung bezogne Wellenwiderstand. Der Wellenwiderstand ist reell, es besteht keine Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung, anders ausgedrückt, zwischen dem magnetischen und dem elektrischen Querfeld im Zwischenraum.

Und nun treffen wir auf die gesuchte Erklärung für die Unterschreitung der Lichtgeschwindigkeit. Wie wir sogleich sehen werden, sind auch bei der verzerrungsfreien Leitung die Nebenfelder nicht mit dem Hauptfeld in Phase. Denn wir finden aus (3) und (9) — gleichgiltig, ob die Plattenleitung verzerrungsfrei ist oder nicht — für das Längsfeld

$$\frac{E_x}{A} = -\left(\frac{\varrho_1}{b} - i\omega \frac{\Pi_0}{\Gamma^2} \frac{\mu b}{3}\right) \frac{y}{a} \tag{16}$$

und aus (7) und (14b) für den Querstrom in der verzerrungsfreien Leitung

$$\frac{b G_y}{A} = -ik\eta \approx \left(\frac{c \Delta_0 \varrho_1}{a} - i \frac{b\omega}{c}\right) \frac{\eta}{b}. \tag{17}$$

Beide Ausdrücke sind komplex und Funktionen der Frequenz. Das elektrische Längsfeld im Zwischenraum ist zwar nach dem Ohmschen Gesetz in Phase mit der Stromdichte an den Innenseiten der Platten nahe an der Oberfläche. Dicht an dieser Oberfläche ist das Längsfeld geradezu der Ohmsche Spannungsverlust in den Grenzfasern der Platten. Aber wenn auch das magnetische Wechselfeld in den Platten bei der angenommenen niedrigen Frequenz die Verteilung der Effektivwerte der Stromdichte über den Plattenquerschnitt fast noch ganz gleichmäßig läßt, so bewirkt dieses Magnetfeld doch schon bemerkbare Phasenverschiebungen zwischen den Stromdichten in verschiednen Tiefen des Platteninnern. Die Stromdichte an der Plattenoberfläche ist nicht mehr in Phase mit dem Gesamtstrom, d. h. mit dem Strombelag A. Das elektrische Längsfeld entwickelt in dem nicht vollkommen isolierenden Zwischenraum Stromwärme auch an den zusammenfallenden Knotenstellen von Stromwelle und Spannungswelle.

Ähnlich ist der Querstrom in den Platten nicht in Phase mit dem Hauptfeld, sondern nur sein Ableitungsteil. Die Phasen des Ladeteils treten um eine Viertelperiode früher auf als die Phasen des Hauptfeldes. Dieser Ladequerstrom entwickelt Stromwärme in den Platten auch an den Knotenstellen des Hauptfeldes.

Da also an den Nullstellen des Hauptfeldes Verluste auftreten, wird die Wellenfront von diesen verzehrt, die Nullstellen werden zurückgeschoben, so daß die Wellenwanderung verlangsamt erscheint.

Gerade die verzerrungsfreie Leitung rechtfertigt schlagend unsre Erklärung für die Herabsetzung der Phasengeschwindigkeit. Daß diese Herabsetzung irgendwie mit den Verlusten zusammenhängen müsse, hat wohl von jeher niemand verkannt. Aber die verzerrungsfreie Leitung ist ja durchaus keine verlustfreie Leitung und kann eine große räumliche Dämpfung (eine kurze Dämpfungsstrecke) haben. Trotz-

Digitized by Google

dem weicht ihre Phasengeschwindigkeit nur äußerst wenig von der Lichtgeschwindigkeit ab. Denn es fehlt in ihrem Hauptfeld die Phasenverschiebung, die Überbrückung der Nullstellen. Anderseits verursacht die schwache Überbrückung der Nullstellen des Hauptfeldes durch die Nebenfelder gerade jene gewöhnlich äußerst kleine Geschwindigkeitsabweichung.

Wir können den Sachverhalt auch so aussprechen: Die Verluste verändern in jedem Fall die Wellenform. Während uns aber diese Verformung im allgemeinen sowohl als Dämpfung wie auch als Verlangsamung der Phasenbewegung erscheint, fassen wir sie zuweilen nur als Dämpfung auf, wie z. B. bei der verzerrungsfreien Leitung (angenähert), nämlich, wie wir gezeigt haben, immer dann und nur dann, wenn die Nullstellen nicht überbrückt sind. Denn nur die Nullstellen lassen sich zu verschiednen Zeiten und an verschiednen Orten als identische Phasen wiedererkennen, und daher ist nur bei ihnen eine bestimmte Geschwindigkeit objektiv nachweisbar.

Zusammenfassung.

Die Phasengeschwindigkeit von Wechselströmen auf Leitungen ist immer kleiner als die dem benutzten Dielektrikum zukommende „Lichtgeschwindigkeit" und nähert sich dieser asymptotisch mit wachsender Frequenz. Größe und Grund der Abweichung werden hier untersucht.

Die Kurven Fig. 1 (S. 107) lassen übersichtlich erkennen, wie sich die Phasengeschwindigkeit auf verschiednen Leitungen mit der Frequenz ändert. Die zugehörigen Zahlenwerte können genauer aus den Formeln I (14), (15), (33) ermittelt werden. Abgesehen von Maßstabsänderungen für Frequenz und Phasengeschwindigkeit, läßt sich dabei der Einfluß der Leitung in eine einzige Konstante $s \gtrless 1$ zusammenziehen. Solange die Kreisfrequenz zwischen $\left(\frac{C}{A}+\frac{L}{R}\right)^{-1}$ und $\frac{A}{C}+\frac{R}{L}$ liegt, ändert sich die Phasengeschwindigkeit annähernd wie die Wurzel aus der Frequenz.

Die Phasengeschwindigkeit bedeutet bei gedämpften Wellen objektiv nur eine Nullstellengeschwindigkeit. Gegen ein mit Lichtgeschwindigkeit in der Fortpflanzungsrichtung bewegtes Koordinatensystem bewegen sich die Nullstellen wegen der Verluste rückwärts, jedoch nur dann, wenn die Nullstellen von Spannungswelle und Stromwelle nicht zusammenfallen, d. h., wenn an den Nullstellen die Energieverluste nicht neben der Energieaufspeicherung verschwinden. Deswegen hat eine eigentliche Wellenfront stets Lichtgeschwindigkeit.

Auf einer verzerrungsfreien Leitung fallen zwar die Nullstellen des elektrischen „Hauptfeldes" mit den Nullstellen des magnetischen Feldes zusammen, die Nullstellen des elektrischen „Nebenfeldes" sind aber dagegen verschoben. Deswegen erreicht die Phasengeschwindigkeit auf einer verzerrungsfreien Leitung nicht ganz die Lichtgeschwindigkeit.

Digitized by Google

Vom einphasigen Drehtransformator.

Von **Franz Unger,**
o. Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig.

Mit 14 Textfiguren.
Eingegangen am 30. Mai 1922.

1. Einleitung.

Die Theorie des mehrphasigen Drehtransformators oder Induktionsreglers ist in der Literatur schon längst ausführlich entwickelt worden. Auch über den einphasigen Drehtransformator ist mancherlei geschrieben worden und Kapp hat sich vor langen Jahren schon mit ihm beschäftigt. Zu einiger Bedeutung ist dieser Potentialregler erst bei der Entwicklung der Einphasen-Kommutatormotoren im Anfange dieses Jahrhunderts gekommen, doch mußte zu diesem Zwecke seine ursprüngliche Form durch Hinzufügung einer Dämpferwicklung abgeändert werden (vgl. Fleischmann und Eichberg, ETZ. 1904). Eine ausführliche Theorie dieses Apparates habe ich im Jahre 1911 veröffentlicht (vgl. Unger, „Technische Blätter", Prag 1911), wo besonders auch der Einfluß der Dämpferwicklung auf die sekundäre Klemmenspannung rechnerisch und experimentell untersucht wurde.

Im Prüffelde und Laboratorium kommt es oft vor, daß man eine einphasige Wechselspannung kontinuierlich ändern will, und ein einphasiger Potentialregler mit Dämpferwicklung steht dann meist nicht zur Verfügung, wohl aber ein mehrphasiger Induktionsregler, den man sich ja bekanntlich aus jedem Drehstrommotor mit Phasenläufer auf ganz einfache Weise herstellen kann. Aufgabe der vorliegenden Arbeit soll es sein, die Arbeitsweise eines solchen Induktionsreglers in einphasiger Schaltung bei Reihenschaltung je zweier Phasen in Ständer und Läufer und Abtrennen der dritten Phasen kurz zu erläutern und ihre eventuellen Nachteile in bezug auf Spannungsabfall und Verzerrung der Spannungskurven zu untersuchen.

2. Der ungesättigte Einphasen-Drehtransformator.

Denken wir uns einen niedrig gesättigten Drehstrommotor mit großem Luftspalt so geschaltet, daß wir in Ständer- und Läuferwicklung je zwei Phasen in Reihe schalten, die dritte offen lassen, und denken wir uns den Läufer mit einer Drehvorrichtung (z. B. Schnecke und Schneckenrad) verbunden und in einer beliebigen Stellung feststellbar, so können wir diesen Apparat als Transformator mit veränderlichem Übersetzungsverhältnis verwenden. Bei gleicher Windungszahl in Ständer und Läufer ergibt sich im Leerlaufe das Übersetzungsverhältnis $= 1:1$, wenn die Achsen der an Spannung liegenden Wicklungen von Ständer und Läufer zusammenfallen. Liegen Ständer- und Läuferachse um den Winkel α gegeneinander verdreht,

Digitized by Google

so ergibt sich ein Übersetzungsverhältnis $= 1 : \cos\alpha$ von Ständer auf Läufer, bei Voraussetzung sinusförmiger Feldverteilung. Die Form der sekundären Spannungskurve ist fast dieselbe wie die der primären Spannungskurve, nur werden Abweichungen von der Sinusform wie bei einem gewöhnlichen Transformator etwas ausgeglichen.

Der Nachweis, daß sich das Übersetzungsverhältnis tatsächlich nach der $\cos\alpha$-Funktion ändert, ist sehr einfach. Setzt man im Läufe reine Einlochwicklung voraus, so ist das zeitliche Maximum des Flusses, der die Wicklung durchsetzt:

$$\Phi = \frac{l\tau_p}{\pi}\mathfrak{B}_{max}\int_{-\alpha}^{\pi-\alpha}\sin\alpha\, d\alpha = \frac{2}{\pi}\, l\tau_p\,\mathfrak{B}_{max}\cos\alpha$$

wo l = Eisenlänge, τ_p = Polteilung, $\mathfrak{B}_{max}$ = örtliches und zeitliches Maximum der Induktion bedeuten, da der zeitliche Höchstwert des Kraftflusses Φ_{max} sich bekanntlich darstellen läßt als:

$$\Phi_{max} = \frac{2}{\pi}\cdot l\cdot\tau_p\cdot\mathfrak{B}_{max},$$

so ist damit bewiesen, daß:

$$\Phi = \Phi_{max}\cdot\cos\alpha.$$

Bei Mehrlochwicklung kann man die durch den Kraftfluß Φ in der Wicklung induzierte EMK E (Effektivwert) bekanntlich nach folgender Gleichung berechnen:

$$E = \frac{2\pi\nu}{\sqrt{2}}\cdot f_w\cdot w\,\Phi\cdot 10^{-8} = \frac{2\pi\nu}{\sqrt{2}}\, f_w\cdot w\cdot\Phi_{max}\cos\alpha\cdot 10^{-8}\ \text{Volt};$$

wo ν = Frequenz, w = Windungszahl, f_w = Wicklungsfaktor. Für $\frac{2}{3}$ Bewicklung, wie sie im Falle eines Drehstrommotors stets vorliegt, wenn man zwei Phasen anschließt, ist der Wicklungsfaktor für Dreilochwicklung:

$$f_w = \frac{\cos 10^\circ + \cos 30^\circ + \cos 50^\circ}{3} = 0{,}8312,$$

für Vierlochwicklung:

$$f_w = \frac{\cos 7^\circ 30' + \cos 22^\circ 30' + \cos 37^\circ 30' + \cos 52^\circ 30'}{4} = 0{,}8294.$$

Wir können somit im Mittel mit $f_w = 0{,}83$ rechnen. Wir erhalten somit für die EMK die Formel:

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}}\cdot\nu\cdot 0{,}83\cdot w\cdot\Phi\cdot 10^{-8} = 3{,}68\cdot\nu\cdot w\cdot\Phi\cdot 10^{-8}\ \text{Volt}.$$

Für $\alpha = 0$ ergibt sich für unseren Drehtransformator:

$$E_1 = E_{2\,max} = 3{,}68\cdot\nu\cdot w\cdot\Phi_{max}\cdot 10^{-8},$$

wo E_1 = primäre EMK, $E_{2\,max}$ = sekundäre EMK in Nullstellung, und für eine Verdrehung der Spulenachsen um $\sphericalangle\alpha$:

$$E_2 = E_{2\,max}\cos\alpha.$$

Belastet man den Apparat, so verhält er sich bei $\alpha = 0$ wie ein gewöhnlicher Transformator, verdreht man aber den Läufer um den $\sphericalangle\alpha$, ergibt sich sofort eine große Phasenverschiebung auf der Primärseite zwischen Strom und Spannung, die mit wachsendem $\sphericalangle\alpha$ und konstantem Sekundärstrome immer größer wird, auch wenn die sekundäre Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung sich nicht

Digitized by Google

ändert. Dieses Verhalten erklärt sich aus der Rückwirkung des sekundären Belastungsstromes. Die durch den sekundären Belastungsstrom hervorgerufene MMK wirkt in Richtung der Läuferwicklungsachse. Ihre Rückwirkung auf die Ständerwicklung läßt sich durch ihre Zerlegung in zwei aufeinander senkrechte Komponenten ermitteln, von denen die eine in Richtung der Ständerwicklungsachse liegt, die andere senkrecht dazu. Voraussetzung dabei ist natürlich eine sinusförmige Verteilung dieser MMK über die Polteilung, während sie in Wirklichkeit trapezförmig ist. Trotzdem gilt diese Zerlegung mit großer Genauigkeit, wenn man nur die Grundwelle berücksichtigt. Für die Wirkung der (räumlichen) höheren Harmonischen dieser MMK muß man nämlich die betreffenden Wicklungsfaktoren einführen, und die Ermittlung dieser Wicklungsfaktoren ergibt für die dritte Harmonische den Wert 0, für die fünfte — 0,165 und für die siebente 0,119. Somit ist der Fehler bei alleiniger Berücksichtigung der Grundwelle sehr klein. In Fig. 1 ist diese Zerlegung dargestellt. Auf die Ständerwicklung wirkt somit nur eine Komponente des sekundären Belastungsstromes J_2 ein, die sich aus Fig. 1 sofort bestimmen läßt zu:

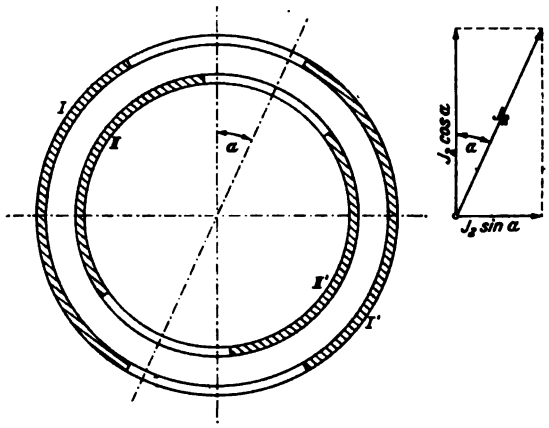


Fig. 1.

$$J_2 \cos\alpha .$$

Im Vektordiagramm des Transformators wirken somit zusammen die MMKK, herrührend vom Ständerstrome J_1, vom Läuferstrome $J_2 \cos\alpha$ und vom Leerlaufstrome J_0, bzw. bei Vernachlässigung der Eisenverluste vom Magnetisierungsstrome J_μ.

Vernachlässigen wir den Magnetisierungsstrom, so wirken aufeinander nur J_1 und $J_2 \cos\alpha$, somit muß sein:

$$J_1 = J_2 \cos\alpha .$$

Bei Vernachlässigung sämtlicher Verluste im Transformator muß die abgegebene Leistung gleich der zugeführten sein, und wir erhalten somit:

$$E_1 J_1 = E_2 J_2 .$$

Für $E_2 = E_1 \cos\alpha$ und $J_1 = J_2 \cos\alpha$ die Werte eingesetzt, ist:

$$E_1 J_2 \cos\alpha = E_1 J_2 \cos\alpha .$$

Somit ist die Zerlegung von J_2 in die Komponenten $J_2 \cos\alpha$ und $J_2 \sin\alpha$ richtig.

Die Komponente $J_2 \sin\alpha$, die keinerlei Rückwirkung auf den Ständerstrom J_1 ausüben kann, muß als reiner Magnetisierungsstrom wirken, da ihr ja keinerlei MMK entgegenwirkt. Sie induziert somit ein Querfeld Φ_q senkrecht zur Richtung des eigentlichen Transformatorfeldes Φ. Dieses Wechselfeld Φ_q, dessen räumliche Richtung in bezug auf die Läuferachse durch den Winkel $90° - \alpha$ gegeben ist, muß in der Läuferwicklung eine EMK E_q induzieren, die man ebenso berechnen kann wie E_2:

$$E_q = 3{,}68 \cdot \nu \cdot w \cdot \Phi_q \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot 10^{-8} = 3{,}68 \cdot \nu \cdot w \cdot \Phi_q \sin\alpha \cdot 10^{-8},$$

Digitized by Google

wenn Φ_q das zeitliche Maximum dieses Kraftflusses ist. Diese EMK E_q eilt dem Strome i_2 um fast 90° in der Phase nach, bei Vernachlässigung der durch Φ_q hervorgerufenen Eisenverluste ist die Phasenverschiebung genau 90°, und die Wirkung äußert sich dahin, daß diese EMK, die ja auch von der Primärseite bzw. vom Netz aufgebracht werden muß, eine starke Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung des Ständers hervorruft, der $\cos\varphi$ eines solchen Drehtransformators wird schlecht.

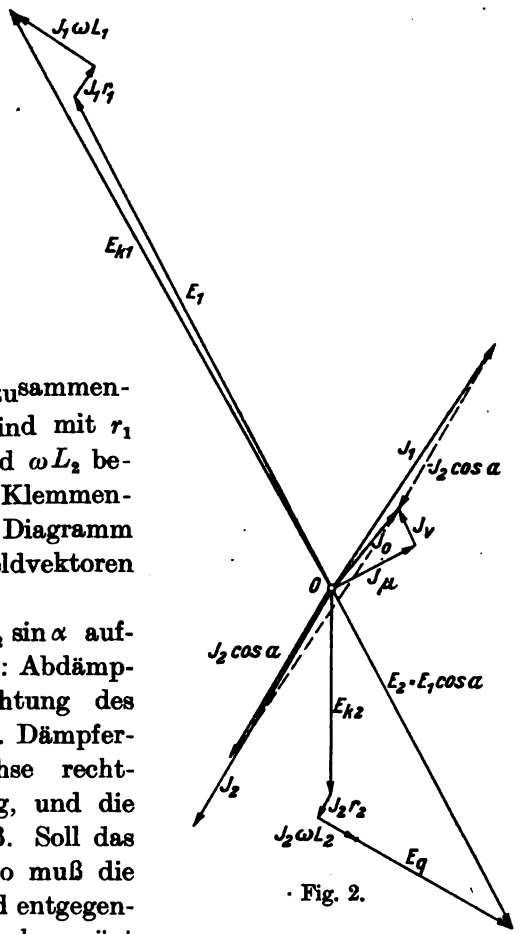


Fig. 2.

Wir sind nunmehr in der Lage, das Vektordiagramm des Drehtransformators zu entwerfen. In Fig. 2 ist ein Phasenverschiebungswinkel φ_2 auf der Sekundärseite vorausgesetzt. Da der Winkel α ein räumlicher Winkel ist, müssen die Richtungen der Vektoren J_2, $J_2\cos\alpha$ und $J_2\sin\alpha$ zusammenfallen. Die Widerstände der Wicklungen sind mit r_1 und r_2, ihre Streuwiderstände mit ωL_1 und ωL_2 bezeichnet, der Verluststrom mit J_v, die Klemmenspannungen mit E_{K_1} und E_{K_2}. Um das Diagramm nicht zu undeutlich zu machen, sind die Feldvektoren nicht eingezeichnet worden.

Will man die Wirkung der MMK $J_2\sin\alpha$ aufheben, so gibt es nur ein wirksames Mittel: Abdämpfung des Querfeldes Φ_q. Diese Vernichtung des Querflusses erreicht man durch eine sog. Dämpfer- oder Kompensationswicklung, deren Achse rechtwinklig liegt zur Achse der Primärwicklung, und die man daher auf dem Ständer anordnen muß. Soll das Querfeld vollständig weggeblasen werden, so muß die MMK der Dämpferwicklung genau gleich und entgegengesetzt gerichtet sein der MMK $J_2\sin\alpha$, doch genügt in der Regel die Anordnung einer verteilten Wicklung mit geringem Widerstande, die kurzgeschlossen wird. Es bleibt dann noch ein kleiner Querfluß entsprechend dem Spannungsabfalle in der kurzgeschlossenen Kompensationswicklung übrig, die Verschlechterung des $\cos\varphi_1$ durch die diesem Querflusse folgende EMK E_q ist dann aber so klein, daß sie sich nicht unangenehm bemerkbar macht, oder anders gesprochen: der Spannungsabfall im Transformator selbst wird gering. Aus dem Diagramm (Fig. 2) war zu ersehen, daß bei Vernachlässigung der Verluste zwar die Gleichung gilt:

$$E_2 J_2 = E_1 J_1,$$

daß aber

$$E_{K_2} J_2 < E_{K_1} J_1$$

sein muß, d. h. daß der Transformator, auch wenn er streuungs- und verlustlos wäre, doch wattlose Energie verbrauchte, die sich ja auch als Feldenergie zur Aufrechterhaltung des Querflusses Φ_q darstellt.

Digitized by Google

Hat man nur einen Drehstrommotor zur Verfügung, so kann man sich auf einfache Weise eine Querfelddämpfung einrichten, wenn man die dritte abgeschaltete Phase einfach kurz schließt. Die Wirkung ist ziemlich vollkommen, doch ist darauf zu achten, daß die eine Phase nur die halbe Windungszahl enthält, allerdings mit dem Wicklungsfaktor 0,96, daß der Strom J_3 in dieser Wicklung bei Übersetzungsverhältnis 1:1 somit den Betrag erreicht:

$$J_3 = 2 \cdot \frac{0{,}83}{0{,}96} \cdot J_2 \sin\alpha = \sqrt{3}\, J_2 \sin\alpha ,$$

was unter Umständen zu einer unzulässigen Erwärmung dieser Wicklung führen kann.

Das Diagramm für den kompensierten Drehtransformator ist ebenso, wie das des nicht kompensierten, bereits in meiner Arbeit in den „Technischen Blättern" veröffentlicht worden, es läßt sich ohne Schwierigkeit aus Fig. 2 ableiten. In der erwähnten älteren Arbeit habe ich auch ein Kreisdiagramm des kompensierten und nicht kompensierten Drehtransformators gebracht, das aber anscheinend ziemlich unbeachtet geblieben ist. Da seine Ableitung aus dem Vektordiagramm (Fig. 2) verhältnismäßig einfach ist, soll es hier noch einmal kurz entwickelt werden.

3. Kreisdiagramm.

Es sollen folgende Voraussetzungen gemacht werden: konstanter Sekundärstrom J_2; $\cos\varphi_2 = 1$; Übersetzungsverhältnis 1:1 bei $\alpha = 0$; Vernachlässigung der Kupfer- und Eisenverluste; Vernachlässigung der Streuungen; Vernachlässigung der Eisensättigung.

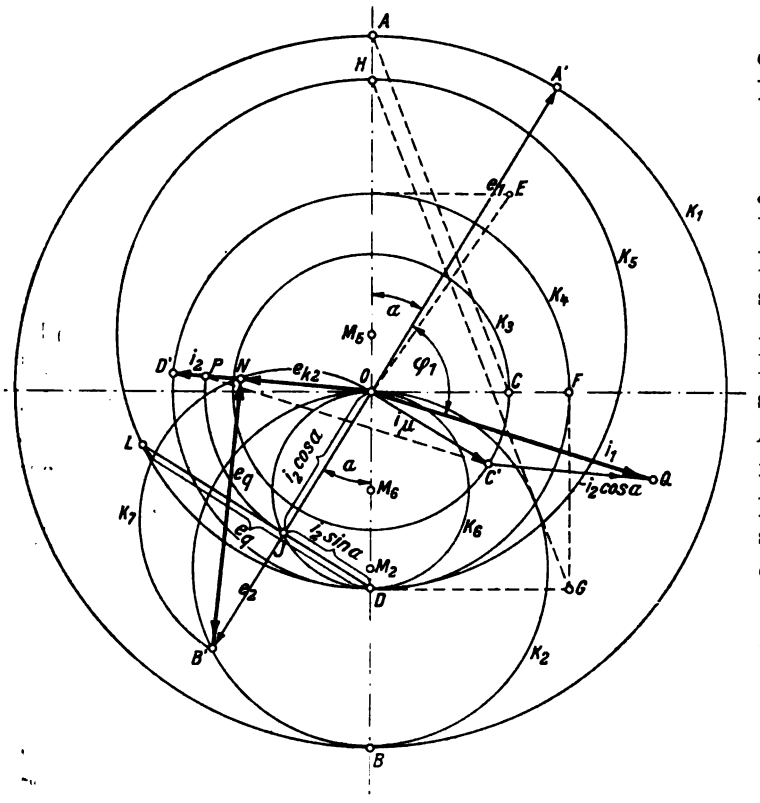


Fig. 3.

In Fig. 3 stellt OA die primäre EMK E_1 dar. Ist $\alpha = 0$, so wird $E_2 = -E_1 = OB$. Für $\overline{OC} = J_\mu$ und $\overline{OD} = J_2$ wird $J_1 = \overline{OE}$. Unter obigen Voraussetzungen ist E_1 konstant, also bewegt sich A auf einem Kreise K_1. Verdreht man den Läufer um den Winkel α, so wird $E_1 = \overline{OA'}$ und $E_2 = E_1 \cos\alpha = \overline{OB'}$. Somit bewegt sich der Endpunkt B' des Vektors der sekundären EMK E_2 auf einem Kreise K_2 mit Halbmesser OB. Da E_1 konstant, also auch Φ_{max} konstant, so muß auch J_μ konstant bleiben, somit bewegt sich auch der Punkt C' auf einem Kreise K_3, wo $OC' = J_\mu$,

Digitized by Google

und gegen $\overline{OA'} = E_1$ um 90° in der Phase nacheilend. Unter der obigen Annahme geringer Eisensättigung ist Φ_{max} proportional J_μ, und da Φ_{max} proportional E_1 sein muß, ist dann auch J_μ proportional E_1. Unter dieser Annahme muß auch Φ_q proportional sein $J_2 \sin\alpha$, also auch E_q proportional $J_2 \sin\alpha$. Dies gibt eine einfache Konstruktion zur Bestimmung von E_q:

Man verbinde A und C durch eine Gerade. Zieht man von D aus eine Parallele zu $\overline{OF}$ und bestimmt $\overline{DG} = \overline{OF} = J_2$, zieht weiterhin von G eine Parallele zu $\overline{AC}$, so erhält man den Schnittpunkt H dieser Geraden mit der Geraden $\overline{OA}$. Nun verhält sich:

$$\frac{\overline{DH}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{DG}}{\overline{OC}} = \frac{J_2}{J_\mu},$$

und da zwischen E_1 und J_μ dieselbe Proportionalität besteht, wie zwischen E_q und $J_2 \sin\alpha$, so ergibt sich:

$$\frac{E_1}{J_\mu} = \frac{E_q}{J_2 \sin\alpha} \qquad \text{oder} \qquad E_q = E_1 \frac{J_2 \sin\alpha}{J_\mu},$$

mithin:

$$\overline{DH} = E_1 \frac{J_2}{J_\mu} = \frac{E_q}{\sin\alpha}.$$

Schlagen wir daher über den Halbmesser $\overline{DH}$ einen Kreis K_5 und ziehen im Winkel $90° - \alpha$ zu $\overline{OD}$ einen Strahl von D aus an den Kreis K_5, so stellt die Strecke $\overline{DL} = \overline{DH} \sin\alpha$ die gesuchte EMK E_q dar. Der Winkel $90° - \alpha$ ergibt sich von selbst, wenn man über den Halbmesser $\overline{OD} = J_2$ einen Kreis K_6 schlägt und den Schnittpunkt J dieses Kreises mit $\overline{OB'}$ bestimmt, denn $\sphericalangle ODJ = 90° - \alpha$.

Die Richtung von $E_2 = \overline{OB'}$ ist gegeben. Die EMK E_2 muß E_q und E_{K_2} das Gleichgewicht halten. Nach der Voraussetzung sollte $\cos\varphi_2 = 1$ sein, also J_2 in Richtung von E_{K_2} fallen. E_q muß $J_2 \sin\alpha$, also auch J_2 in der Phase um 90° nacheilen, somit ist der Winkel zwischen E_{K_2} und E_q ein rechter und E_2, E_q und E_{K_2} setzen sich im rechtwinkligen Dreieck zusammen. Schlagen wir über $\overline{OB'} = E_2$ als Halbmesser einen Kreis K_7 und tragen von B' aus die Strecke $\overline{DL} = \overline{B'N} = E_q$ ab, so erhalten wir in $\overline{ON}$ die gesuchte Klemmenspannung E_{K_2}. J_2 muß in Richtung von E_{K_2} liegen, wir verlängern also $\overline{ON}$ bis zum Schnitte mit K_4 und erhalten $\overline{OD'} = J_2$ in Größe und Richtung.

Die Ströme J_μ und $-J_2 \cos\alpha$ setzen sich zusammen zu J_1. Da $\overline{OJ} = J_2 \cos\alpha$, so trage man auf der Richtung $\overline{ON}$ die Strecke $\overline{OP} = \overline{OJ}$ ab, dann ist $\overline{OP} = J_2 \cos\alpha$, und aus der Zusammensetzung der Vektoren $\overline{OP}$ und $\overline{OC'}$ erhält man $\overline{OQ} = J_1$. Der Winkel $A'OQ$ ist der Winkel φ_1.

Ist der Transformator mit einer Dämpferwicklung versehen bzw. die dritte abgetrennte Ständerphase kurz geschlossen, so wird Φ_q abgedämpft, also E_q kompensiert, und dann wird $\overline{OB'} = E_2$ auch gleichzeitig die sekundäre Klemmenspannung E_{K_2} darstellen.

Berücksichtigt man die sekundäre Streuung, so muß ihr Spannungsvektor in Richtung von E_q fallen. Da für konstantes J_2 auch die Streuspannung $J_2 \omega L_2$ konstant bleiben muß, so braucht man zur Strecke $\overline{LD}$ nur einen konstanten Zuschlag entsprechend $J_2 \omega L_2$ hinzuzufügen und die um den Betrag $J_2 \omega L_2$ vergrößerte Strecke von B' aus in der früheren Weise aufzutragen. In ähnlicher Weise kann der Ohmsche Spannungsabfall in der Sekundärwicklung berücksichtigt werden. Die primären Spannungsabfälle sind schwieriger zu berücksichtigen, doch ist der Fehler nicht

Digitized by Google

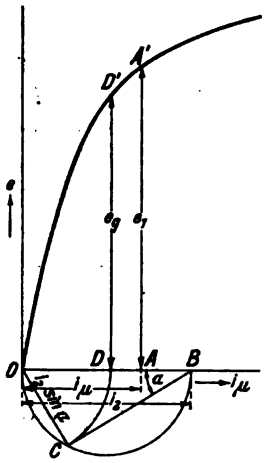


Fig. 4.

sehr groß, den man begeht, wenn man von E_{K_1} einen konstanten Betrag als Spannungsabfall abzieht und so E_1 ausrechnet.

Der Einfluß der Eisensättigung kann mit Hilfe der Leerlaufscharakteristik $E_1 = f(J_\mu)$ mit genügender Genauigkeit berücksichtigt werden, indem man in Fig. 4 $OA = J_\mu$ und $\overline{OB} = J_2$ setzt. Es ist $\overline{AA'} = E_1$ und $\overline{OC} = J_2 \sin\alpha$. Da $OD'A'$ die Leerlaufscharakteristik darstellt, ist $\overline{DD'} = E_q$. Trägt man E_q wie früher im Diagramm (Fig. 3) von B' aus auf dem Kreise K_7 auf, so findet man wie früher $\overline{ON} = E_{K_1}$.

4. Einfluß der Eisensättigung.

Beim nicht kompensierten Einphasendrehtransformator kann infolge der Eisensättigung eine Verzerrung der sekundären Spannungskurve eintreten. Das Querfeld verläuft in Wirklichkeit weder räumlich, noch zeitlich sinusförmig. An den Stellen hoher Eisensättigung wird die Feldkurve gedrückt, so daß räumlich eine flache Trapezform entsteht. Untersuchen wir den zeitlichen Verlauf an der Stelle des räumlichen Maximums, so ergibt sich wieder eine sehr flache von der Sinusform wesentlich abweichende Kurve.

Die räumliche Abweichung von der Sinusform hat keinen merklichen Einfluß auf die Kurvenform der EMK E_q, da die Wicklungsfaktoren der höheren Harmonischen sehr klein sind. Die zeitliche Abweichung kommt unter allen Umständen voll zur Geltung, da die zeitlichen Schwankungen ja von der räumlichen Grundwelle des Querfeldes genau mitgemacht werden. Die zeitlichen höheren Harmonischen des Querfeldes müssen somit in der EMK-Kurve von E_q ebenfalls voll in Erscheinung treten.

Um die Übersichtlichkeit nicht zu beeinträchtigen, sollen hier die Kurven ohne Berücksichtigung der Hysteresisschleife und nur mit Rücksicht auf die dritte Harmonische entwickelt werden. Der Einfluß der Hysteresis läßt sich beim Vergleiche mit aufgenommenen Oszillogrammen leicht berücksichtigen. Zur Charakterisierung der Verhältnisse sollen zwei Belastungsfälle herausgegriffen werden: $\cos\varphi_2 = 1$ und $\cos\varphi_2 = 0$.

Unter der Voraussetzung sinusförmigen Stromes und unter der Annahme, daß der Strom J_2 der EMK E_2 in der Phase um den Winkel γ nacheilt, wo E_2 auch sinusförmig verläuft, wenn die Netzspannung sinusförmig ist, kann man schreiben:

$$e_2 = \sqrt{2}\, E_2 \sin\omega t$$

und

$$i_2 = \sqrt{2}\, J_2 \sin(\omega t - \gamma)\,.$$

Der Querfluß Φ_q wirkt nach unserer Überlegung nur mit seiner räumlichen Grundwelle auf die Läuferwicklung zurück. Bezeichnen wir die räumlichen und zeitlichen Höchstwerte der Induktionen der einzelnen Harmonischen des Querflusses mit $\mathfrak{B}_1$, $\mathfrak{B}_3$, $\mathfrak{B}_5$ usw., so können wir somit entwickeln:

$$\Phi_q = \frac{2}{\pi}\, l\, \tau_p [\mathfrak{B}_1 \sin(\omega t - \gamma) + \mathfrak{B}_3 \sin(3\omega t - \gamma) + \ldots].$$

Digitized by Google

Bezeichnen wir mit w_2 die Windungszahl der (angeschlossenen) Läuferwicklung, so induziert das Querfeld Φ_q in dieser Wicklung eine Querfeld-EMK E_q, die man mit großer Annäherung darstellen kann, zu:

$$e_q = -0{,}83 \cdot w_2 \frac{d\Phi_q}{dt} \sin\alpha \cdot 10^{-8}$$

$$= -0{,}83 \cdot w_2 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2}{\pi} l \tau_p \sin\alpha \,[\omega \mathfrak{B}_1 \cos(\omega t - \gamma) + 3\omega \mathfrak{B}_3 \cos(3\omega t - \gamma) + \ldots].$$

Fassen wir die für einen Winkel α konstanten Werte vor der Klammer in eine Konstante $-k$ zusammen, so ist:

$$e_q = k\,[\omega \mathfrak{B}_1 \cos(\omega t - \gamma) + 3\omega \mathfrak{B}_3 \cos(3\omega t - \gamma) + \ldots]$$

oder: $$e_q = \sqrt{2}\, E_{q_1} \cos(\omega t - \gamma) + \sqrt{2}\, E_{q_3} \cos(3\omega t - \gamma) + \ldots].$$

Abgesehen von Spannungsabfällen gilt nach Fig. 2:

$$e_{k_2} - (-e_q) - e_2 = 0$$

oder: $$e_{k_2} = e_2 - e_q.$$

Setzen wir die Werte von e_2 und $-e_q$ in die Gleichung ein, so ist

$$e_{k_2} = \sqrt{2}\, E_2 \sin\omega t - \sqrt{2}\, E_{q_1} \cos(\omega t - \gamma) - \sqrt{2}\, E_{q_3} \cos(3\omega_E t - \gamma) + \ldots$$

und da

$$\cos(\omega t - \gamma) = \cos\omega t \cos\gamma + \sin\omega t \sin\gamma,$$

so ist:

$$e_{k_2} = \sqrt{2}\,(E_2 - E_{q_1} \sin\gamma) \sin\omega t - \sqrt{2}\, E_{q_1} \cos\gamma \cos\omega t - \sqrt{2}\, E_{q_3} \cos(3\omega t - \gamma) + \ldots$$

Für $\cos\varphi_2 = 1$ ist $0 < \gamma < 90^0$; $0 < \sin\gamma < 1$.

Die Grundwelle von e_{K_2} wird kleiner als e_2.

In Fig. 5 sind die Verhältnisse beiläufig dargestellt. Wir sehen, daß die Kurvenform von e_{K_2} eine etwas einseitig verdrückte spitze Kurve darstellt. Da in diesem Falle die Stromkurve genau die Form der Spannungskurve haben muß, ist so die Annahme sinusförmigen Stromes i_2 nicht ganz einwandfrei. Für eine spitze Stromkurve wird sich die Feldkurve Φ_q weniger flach einstellen, also e_q nicht so spitz verlaufen. Da i_2 einseitig verdrückt erscheint, ist auch Φ_q einseitig verdrückt im selben Sinne, und e_q kann daher nicht symmetrisch sein, sondern muß etwas einseitig verdrückt im entgegengesetzten Sinne erscheinen. Die Verzerrung von e_{K_2} wird also in Wirklichkeit weniger stark sein, als bei der Annahme sinusförmigen Stromes.

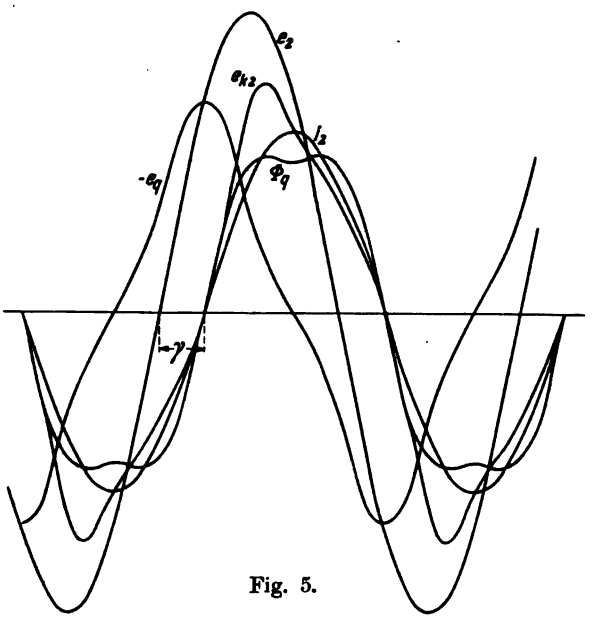


Fig. 5.

Für

$\cos\varphi_2 = 0$ ist $\gamma = 90^0$

und $\sin\gamma = 1$, also $\gamma = \varphi_2$.

Digitized by Google

Die Grundwelle von e_K wird in diesem Falle den kleinsten Wert annehmen $= \sqrt{2}(E_2 - E_{q_1})$.

In Fig. 6 sind die Verhältnisse beiläufig entwickelt. Die Kurvenform von e_{K_2} wird sehr flach verlaufen; da die höheren Harmonischen in ihr den gleichen Wert beibehalten, wie in der Feldkurve, so kann bei großem Querfluß Φ_q sogar eine Einsattelung entstehen, wie Fig. 6 zeigt. Da der Strom bei Vorhandensein von Eisen in der vorgeschalteten Drosselspule die Tendenz eines spitzen Verlaufes seiner Kurve hat, die Klemmenspannung aber sehr flach, das Feld in der Drosselspule auch flach ist, so wird im Endergebnis die Kurve des Stromes i_2 nahezu auf eine sinusähnliche Form zurechtgebügelt, und die Verhältnisse werden sich in Wirklichkeit ähnlich darstellen wie in Fig. 6.

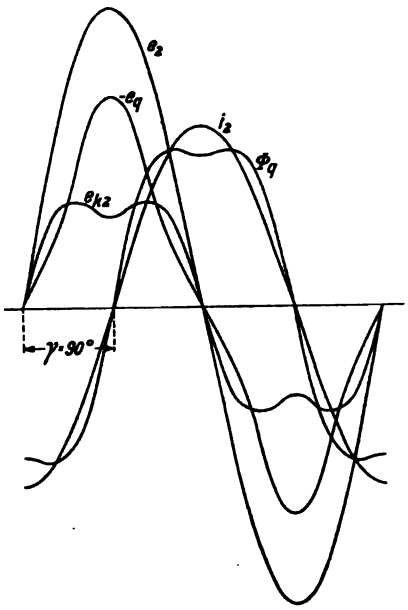


Fig. 6.

Schließt man die dritte Ständerphase als Kompensationswicklung kurz, so wird das Querfeld größtenteils weggedämpft und die Querfeld-EMK E_q auf einen sehr kleinen Wert, entsprechend Ohmschen Widerstand und Streuung der Wicklung, herabgedrückt. Die Klemmenspannung E_{K_2} wird demnach nicht nur auf eine Größe und Phase wenig verschieden von E_2 ansteigen, sondern auch eine Kurvenform erhalten, die wenig abweicht von der reinen Sinusform.

5. Versuche.

Zum Beweise der gefundenen Ergebnisse wurden im Institut für Elektromaschinenbau der Technischen Hochschule Braunschweig an einem kleinen vierpoligen Drehstrommotor Versuche angestellt. Die Angaben des Leistungsschildes sind: Leistung: 2,2 kW, $\cos\varphi = 0{,}82$, Ständerspannung: 380 Volt ⅄ bei 50 Perioden, Läuferspannung: 110 Volt ⅄, Läuferstrom: 17 Amp. Der Motor ist im Ständer mit Dreilochwicklung, im Läufer mit Vierlochwicklung ausgeführt. Der Läufer war mit Schneckenrad und Schnecke gekuppelt, am Schneckenrade wurde ein Zeiger befestigt, der auf einer Gradteilung den Winkel α anzeigte.

Es wurde nun im Leerlaufe das Übersetzungsverhältnis bei verschiedenen Winkeln α mehrmals gemessen und vergleichsweise berechnet:

$\alpha = 0°$	$E_2 = 110$ Volt	$\cos\alpha = 1{,}000$	$E_1 \cos\alpha = 110$ Volt
15°	106,9 „	0,966	106,1 „
30°	04,6 „	0,866	95,3 „
45°	77,6 „	0,707	77,8 „
60°	55,2 „	0,500	55,0 „
75°	28,2 „	0,259	28,6 „
90°	0 „	0,000	0 „

Die gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung ist offenbar.

Es wurde weiterhin eine Versuchsreihe durchgeführt mit abwechselnd rein Ohmscher und rein induktiver Belastung und verschiedenen Winkeln α. Dabei wurden gemessen: primäre und sekundäre Klemmenspannung, Sekundärstrom und abgegebene (sekundäre) Leistung. Hier sollen nur die Werte für $\alpha = 0$ und $\alpha = 30°$

Digitized by Google

wiedergegeben werden, weil sie die Verhältnisse am besten veranschaulichen. Um gleichzeitig mit den Messungen der Effektivwerte der Ströme und Spannungen auch ihre Kurvenform zu bestimmen, wurde bei diesen Versuchen E_{K_1}, E_{K_2} und J_2 mit den drei Meßschleifen eines Siemens-Oszillographen (Geschenk des Siemenskonzernes) aufgenommen. Leider hat einige Male der Momentverschluß versagt, was auf den provisorischen Aufbau der ganzen Versuchseinrichtung zurückzuführen ist, so daß einige Aufnahmen mit Zeitbelichtung gemacht werden mußten. Die Messungen wurden erst bei offener dritter Ständerphase, dann bei kurzgeschlossener dritter Ständerphase (Querfelddämpfung) durchgeführt. Um schließlich die Kurvenform der Querfeld-EMK festzustellen, wurden E_{K_1} und E_q bei offener Dämpferwicklung mit je einer Oszillographenschleife aufgenommen und die Querfeld-EMK E_q gemessen.

In nachfolgender Tabelle sind die Ergebnisse dieser Versuche niedergelegt. Die Versuchsnummern bedeuten gleichzeitig die Nummern der Oszillogramme, die in den Fig. 7 bis 14 hier wiedergegeben sind.

Versuch Nr.	E_{K_1} Volt	E_{K_2} Volt	J_2 Ampere	N_2 Watt	α Grad	Bemerkungen Belastung
7	380	83	16,7	1400	0	Widerstand
8	380	67,5	17,2	64	0	Drosselspule
9	380	45	9,0	410	30	Widerstand
10	386	12	11,5	20	30	Drosselspule
11	389	48	9,6	464	30	Widerstand $E_q = 167$ Volt
12	380	14	11,6	16	30	Drosselspule $E_q = 179$ Volt
13	389	69	13,8	945	30	Widerstand $E_q = 0$
14	386	59,2	11,6	64	30	Drosselspule $E_q = 0$

Vergleicht man die Oszillogramme mit den theoretisch entwickelten Kurven (Fig. 5 und 6), so ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch. Bei $\alpha = 0$ ist kein Querfeld vorhanden, also auch keine Querfeld-EMK E_q, es kann also auch keine Verzerrung der sekundären Spannungskurve eintreten. Bei Ohmscher Belastung verschwinden sekundär immer die Nutenzacken der Netzspannung, herrührend vom Drehstromgenerator, der die Wechselspannung lieferte (3-Lochwicklung,

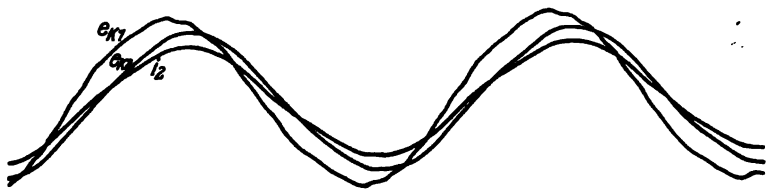


Fig. 7.

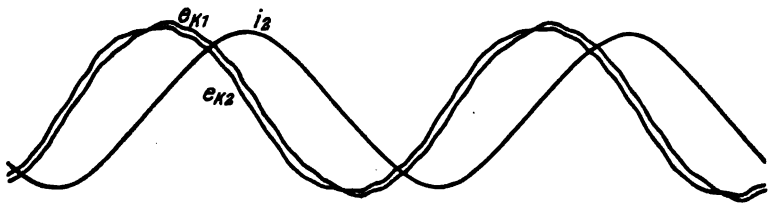


Fig. 8.

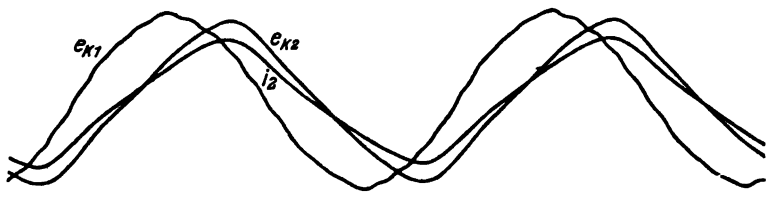


Fig. 9.

Digitized by Google

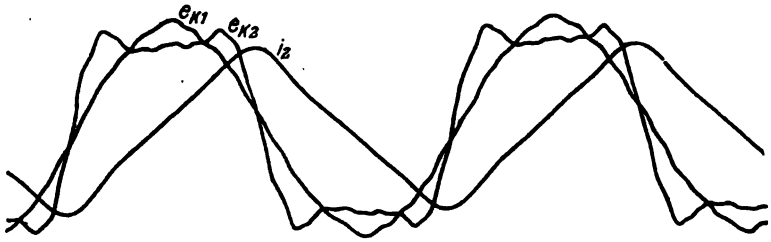


Fig. 10.

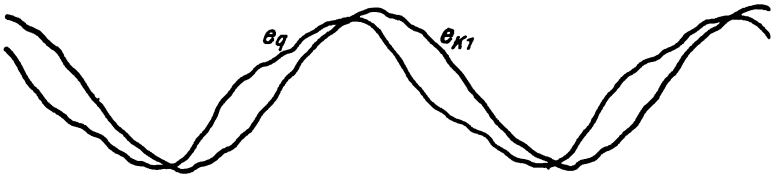


Fig. 11.

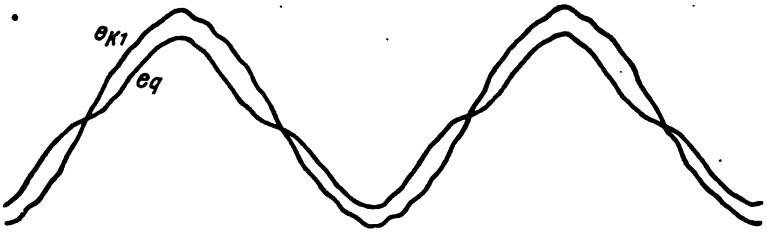


Fig. 12.

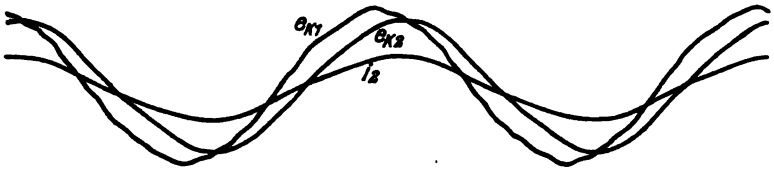


Fig. 13.

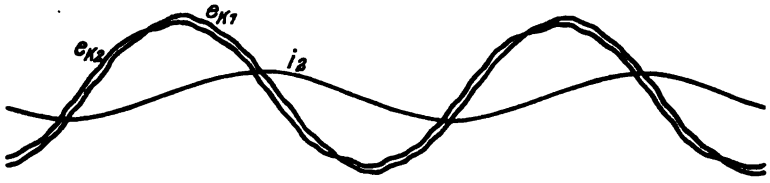


Fig. 14.

Dreiphasenmaschine). Bei induktiver Belastung werden die primären Nutenzacken auf die Sekundärseite in die Spannungskurve übertragen. Es wurde sorgfältig untersucht, ob etwa ein kleines Querfeld (ungenaue Einstellung von $\alpha = 0°$) vorhanden ist. Die Zacken wurden auch bei genauester Einstellung voll übertragen. Die Ursache liegt wahrscheinlich im Nutenstreufluß, der bei $\cos\varphi = 0$ in Phase ist mit dem Übertragungsfluß (Nutzfluß) und daher eine höhere Zahnsättigung herbeiführt.

Die Verzerrung der Unterspannung E_{K_2} und des Stromes J_2 bei $\alpha = 30°$ stimmt mit der Theorie vollkommen überein. Die Kurvenform von E_{K_2} in Fig. 9 ist weniger verzerrt als in Fig. 5, was ja früher schon durch die Verzerrung des Stromes J_2 erklärt wurde. Die Kurvenform der Querfeld-EMK E_q in Fig. 11 und 12 entspricht vollkommen den Erwartungen. Die Zusammensetzung von E_{K_2} in Fig. 9 und E_q in Fig. 11 ergibt die Klemmenspannung E_{K_1}. Ebenso findet man durch Zusammensetzung von E_{K_2} in Fig. 10 und E_q in Fig. 12 die Netzspannung E_{K_1}.

Die Fig. 13 und 14 beweisen, wie durch Kurzschluß der dritten Ständerphase (Querfelddämpfung) die sekundäre Klemmenspannung E_{K_2} schön sinusförmig gestaltet wird.

6. Zusammenfassung.

Es wird die Theorie des Einphasendrehtransformators entwickelt, wobei erst die Wirkung der Eisensättigung vernachlässigt wird. Nach Entwicklung des Vektor-

Digitized by Google

diagrammes für den Drehtransformator wird ein Kreisdiagramm für konstante Strombelastung und $\cos\varphi_2 = 1$ entwickelt. In weiterer Folge wird der Einfluß der Eisensättigung auf die Felder und Spannungen im Transformator erläutert und die Verzerrung der Spannungs- und Stromkurven der Sekundärseite festgestellt. Diese Verzerrung kann durch eine Dämpferwicklung wieder aufgehoben werden.

Durch Versuche wird die entwickelte Theorie bewiesen und eine gute Übereinstimmung zwischen den oszillographisch aufgenommenen mit den theoretisch entwickelten Kurven festegestellt.

Digitized by Google

Über die Kugelfunkenstrecke.

Von Dr. ing. **A. Schwaiger**,
o. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe.

Mit 3 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Hochspannungslaboratorium des Elektrotechnischen Instituts der Technischen Hochschule Karlsruhe.

Eingegangen am 8. Juni 1922.

Bei der Prüfung elektrischer Apparate für Hochspannungsanlagen kommen heute Spannungen bis zu 300 kV in Verwendung und manche Prüffelder sind mit Transformatoren bis zu 600 kV ausgestattet, um Überschlagsversuche an Isolatoren usw. ausführen zu können. In Ermangelung geeigneter Meßvorrichtungen begnügen sich manche, die effektive Spannung auf der Niederspannungsseite der Transformatoren zu messen und diese mit dem Übersetzungsverhältnis des Transformators zu multiplizieren. Bekanntlich ist dieses Meßverfahren nicht ausreichend, wenn es darauf ankommt, den Scheitelwert der Spannung zu kennen. Für die Beanspruchung der Isoliermaterialien in Hochspannungsapparaten ist der Maximalwert der Spannung maßgebend, bei verzerrten Spannungskurven können also in Wirklichkeit höhere Beanspruchungen auftreten, als nach Angabe des Niederspannungsvoltmeters angenommen wird.

Die Funkenstrecken sind bekanntlich Meßgeräte, welche direkt den Maximalwert der Spannung messen, sie sind also die gegebene Meßanordnung zur Messung der Spannung bei der Prüfung mit Hochspannung.

Zur Messung sehr hoher Spannungen eignet sich unter den Funkenstrecken am besten die Kugelfunkenstrecke. Die Zylinderfunkenstrecken, die an sich ein sehr geeignetes Meßgerät sind, erfordern bei der Messung sehr hoher Spannungen zu große Dimensionen.

Die Verwendung der Meßfunkenstrecken zur Messung des Maximalwertes der Spannung setzt natürlich die Kenntnis der Eichkurve voraus, die die Abhängigkeit der Durchschlagsspannung U_d von der Schlagweite a (Abstand der Elektroden) angibt.

Solche Eichkurven für die Kugelfunkenstrecken sind zwar von einer Reihe von Autoren veröffentlicht worden, sie stimmen aber untereinander teilweise nur schlecht überein, was davon herrühren mag, daß Einflüsse mancherlei Art die Versuchsresultate trüben können. So wissen wir also bis heute in der Tat noch nicht, welches die besten Eichwerte für die Kugelfunkenstrecke sind. Es ist deshalb von einiger Bedeutung, ein Kriterium zu finden, das uns eine Handhabe in der Beurteilung der Eichkurven bietet. Dieses Kriterium ist vielleicht in der Durchschlagsfestigkeit der Luft zu finden, d. h. wir berechnen bei jeder Anordnung aus der experimentell ermittelten Durchschlagspannung U_d und den geometrischen Abmessungen der Funkenstrecke die Durchbruchfeldstärke $\mathfrak{E}_d$ der Luft aus und sehen zu, ob diese einen gesetzmäßigen Verlauf zeigt. Das ist die Aufgabe der folgenden Abhandlung.

Digitized by Google

Die Kugelfunkenstrecke gehört zu den Anordnungen der Hochspannungstechnik, deren Feld nicht exakt, sondern nur näherungsweise berechnet werden kann. Man kann aber die Näherungsrechnung soweit treiben, daß die Rechnungsgenauigkeit für praktische Zwecke vollkommen genügt.

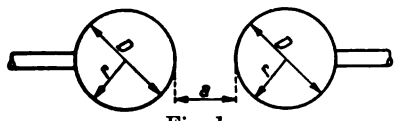


Fig. 1.

In Bild 1 ist die Anordnung einer Kugelfunkenstrecke schematisch dargestellt, die Bedeutung der einzelnen Buchstaben dürfte ohne weitere Erläuterung verständlich sein.

Bezeichnet man mit U_d die Durchschlagspannung, mit $\mathfrak{E}_d$ die Durchschlagfestigkeit der Luft und führt man nach Kirchhoff ein

$$\frac{2r+a}{r} = x + \frac{1}{x}$$

so gilt folgende Beziehung[1]):

$$\mathfrak{E}_d = \frac{U_d}{2r}\left[1 + \frac{(1+x)^2}{1-x}\left(x\frac{1-x^3}{(1+x^3)^2} + x^2\frac{1-x^5}{(1+x^5)^2} + x^3\frac{1-x^7}{(1+x^7)^2} + x^4\frac{1-x^9}{(1+x^9)^2} + \ldots\right)\right] \quad (1)$$

Wir setzen nun:

$$\frac{1}{2r}\left[1 + \frac{(1+x)^2}{1-x}\Sigma x^n\frac{1-x^{2n+1}}{(1+x^{2n+1})^2}\right] = \frac{1}{\alpha} \quad (2)$$

und nennen α die fiktive Entfernung der Kugeln (siehe Mitteilung Nr. 11, Archiv 1922, Heft 1); α hat die Dimension einer Länge.

Das Verhältnis der fiktiven Entfernung der Kugeln zur wahren, also

$$\frac{\alpha}{a} = \eta \quad (3)$$

hat der Verfasser Ausnützungsfaktor genannt (Mitteil. Nr. 11) und gezeigt, daß der Ausnützungsfaktor von der „geometrischen Charakteristik" p der Anordnung abhängig ist, dabei ist

$$p = \frac{r+a}{r}. \quad (4)$$

Rechnet man nun η als Funktion von p aus[2]), so erhält man die Kurve Fig. 2. Die Gleichung für die Durchschlagspannung U_d der Kugelfunkenstrecke können wir jetzt so schreiben:

$$U_d = \mathfrak{E}_d \cdot a \cdot \eta. \quad (5)$$

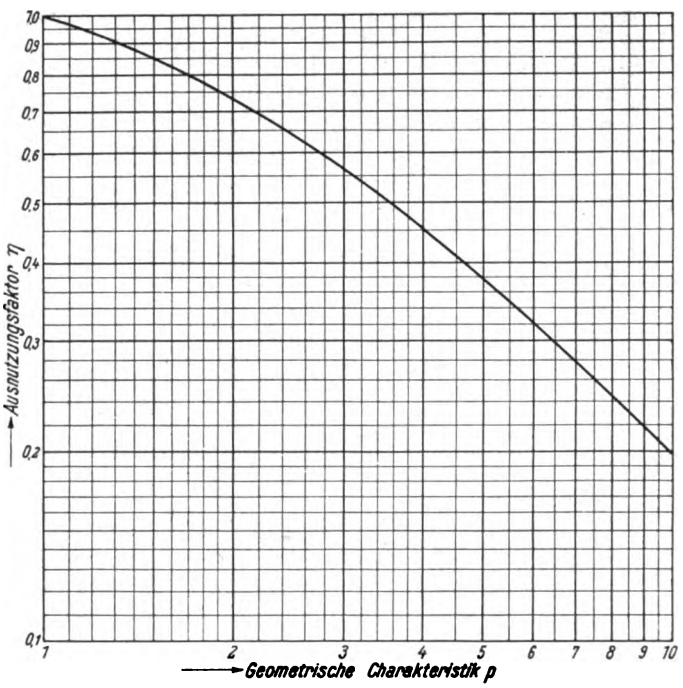


Fig. 2.

In dieser Gleichung ist nun U_d aus Versuchen bekannt; denn bei den Versuchsergebnissen wird meist U_d als Funktion des Kugelabstandes a dargestellt. Den Aus-

[1]) Diese Formel verdanke ich Herrn Geheimrat Schleiermacher.

[2]) Diese umständliche Berechnung wurde von meinem Assistenten, Herrn Dipl.-Ing. Rebhan, mit großer Sorgfalt ausgeführt. Von der Reihengleichung (2) wurden dabei jeweils soviele Glieder berücksichtigt, bis das erste vernachlässigte Glied weniger als $1^0/_{00}$ ausmachte; bei kleinen Schlagweiten mußten dabei sehr viele Glieder der Reihe berücksichtigt werden.

Digitized by Google

nutzungsfaktor η können wir aus Kurve Fig. 2 für das zugehörige p entnehmen und können dann die Durchbruchfeldstärke $\mathfrak{E}_d$ berechnen.

Die Werte, die sich für die effektive Durchschlagfestigkeit der Luft auf diese Weise ergeben, sind in Fig. 3 als Funktion des fiktiven Abstandes α der einander zugewendeten Kugelscheitel in einem logarithmischen System aufgetragen; Parameter der Kurvenschar ist der Durchmesser der Kugeln. Es wurden hierbei die Versuchsergebnisse von Paschen[1]) (gekennzeichnet durch Punkte), von Weicker[2]) (gekennzeichnet durch kleine Kreise) und die von Estorff[3]) (gekennzeichnet durch kleine Kreuzchen) berücksichtigt. Die Kurve für Kugeln mit unendlich großem Durchmesser (zwei parallele Ebenen) ist aus der Arbeit von Schumann[4]), „Über die elektrische Festigkeit der Luft", entnommen. Alle Werte der Feldstärke sind auf den Barometer-

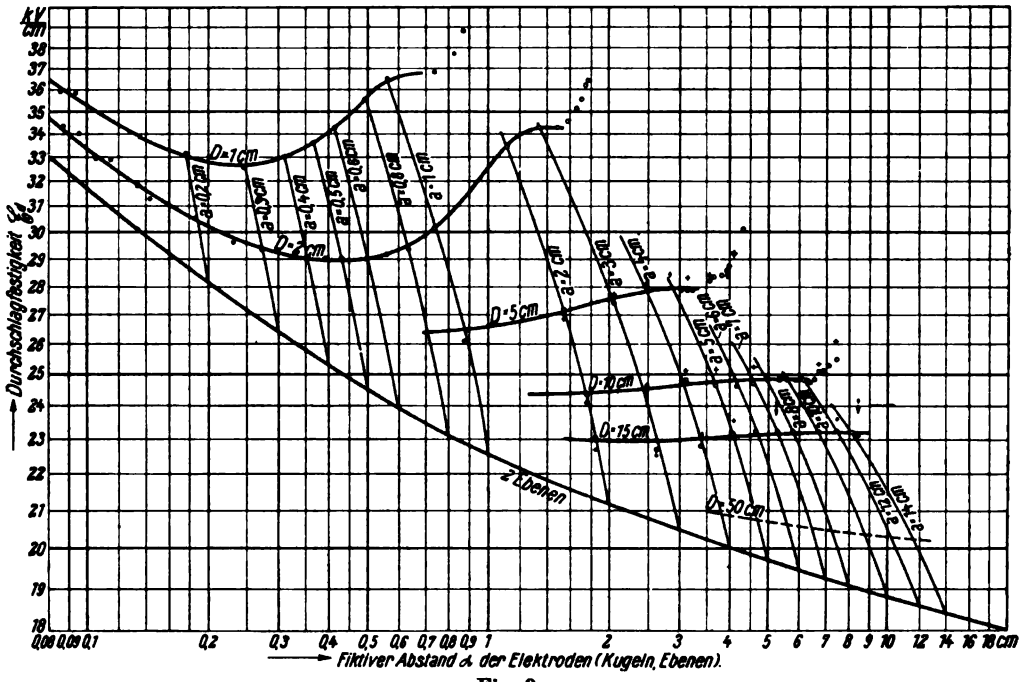


Fig. 3.

stand von 760 mm und eine Temperatur von 20° C bezogen und in kV eff. pro 1 cm angegeben.

Wenn auch die Punkte ziemlich zerstreut liegen, so erkennt man doch, daß die Durchschlagfestigkeit der Luft an Kugeln vom Kugelradius r und dem Abstand a der Kugelscheitel abhängt. In dem Gebiet der kleinen Schlagweiten laufen die Kurven fast parallel mit der für zwei Ebenen und zwar um so mehr, je größer der Kugeldurchmesser ist. Das ist auch leicht erklärlich; denn bei kleinen Schlagweiten wirken die Kugeln mit großen Durchmessern beinahe so wie Ebenen. In diesem Gebiet nimmt also die Durchschlagfestigkeit der Luft mit zunehmender Schlagweite ab. Diese Erscheinung ist wie bei den Ebenen durch die bekannten Ionisierungsvorgänge bedingt.

[1]) F. Paschen, Annalen der Physik **37**, 69. 1889.
[2]) Weicker, Dissertation, Dresden 1910.
[3]) Estorff, Dissertation, Berlin 1915.
[4]) W. O. Schumann, Archiv f. Elektrotechnik 1922, 1. Heft.

Digitized by Google

Bei großen Entfernungen ist zu erwarten, daß die Durchschlagfestigkeit einem konstanten Wert zustrebt; denn die Kugeln verhalten sich hier fast ebenso, als wenn jede Kugel für sich allein vorhanden wäre, die Durchschlagfestigkeit kann dann nur mehr eine Funktion des Kugelradius sein. Dieses Gebiet ist bei großen Kugeln stärker ausgeprägt als bei kleinen.

Zwischen diesen beiden Gebieten muß die Durchschlagfestigkeit ein Minimum durchlaufen. Dies ist besonders bei kleinen Kugeln sehr deutlich zu erkennen.

Bei sehr großen Schlagweiten zeigt sich plötzlich wieder ein sehr starkes Anwachsen der Durchschlagfestigkeit. Wie man leicht experimentell nachweisen kann, macht sich in diesem Gebiet der Einfluß der Umgebung der Kugelfunkenstrecken bemerkbar und da diese nicht definiert ist, sind die Werte dieses Bereiches, die ja auch nicht mehr nach der Formel (2) berechnet werden dürfen, für Meßzwecke unbrauchbar.

Der Verlauf der Kurven bei sehr großen Kugeln ist für kleine Schlagweiten ebenfalls unsicher. Merkwürdigerweise liegen die Werte in diesem Gebiet vielfach unterhalb denen zweier Ebenen, was physikalisch nicht erklärlich ist.

Bei der gewählten Darstellungsweise von Fig. 3 kann man die wahrscheinlichsten Werte der Durchschlagspannung in Abhängigkeit vom Abstand a leicht wie folgt berechnen. In Fig. 3 wird noch eine zweite Kurvenschar eingezeichnet, welche Trajektorien der eben besprochenen Kurven sind, und zwar sind diese Kurven die Verbindungslinien der Punkte gleicher Schlagweiten a. Multipliziert man nun die Abszissen und Ordinaten der einzelnen Schnittpunkte der beiden Kurvenscharen miteinander, so erhält man ohne weiteres die Durchschlagspannungen in Abhängigkeit von der Schlagweite für die einzelnen Kugelpaare. Diese Werte, welche sich den Versuchsergebnissen von Paschen und Weicker am meisten nähern, sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Schlagweite a in cm	Durchschlagspannungen in kV eff. (760 mm und 20° C) zwischen Kugeln mit den Durchmessern					
	1 cm	2 cm	5 cm	10 cm	15 cm	50 cm[1])
0,2	5,84	—	—	—	—	—
0,4	10,30	10,30	—	—	—	—
0,6	14,25	14,45	—	—	—	—
0,8	17,55	18,40	—	—	—	—
1,0	—	22,10	23,40	—	—	—
2,0	—	—	42,10	43,00	—	—
3,0	—	—	57,40	61,10	—	—
4,0	—	—	69,40	76,50	77,90	—
5,0	—	—	78,40	90,80	93,60	—
6,0	—	—	—	103,50	108,50	—
7,0	—	—	—	113,80	121,80	—
8,0	—	—	—	123,20	134,00	—
9,0	—	—	—	131,80	146,20	—
10,0	—	—	—	139,00	155,40	(196)
12,0	—	—	—	—	172,50	(221)
14,0	—	—	—	—	188,50	(247)
20,0	—	—	—	—	—	(315)
25,0	—	—	—	—	—	(369)
30,0	—	—	—	—	—	(415)

Aus dieser Zusammenstellung ist zu ersehen, daß jedes Kugelpaar nur einen sehr beschränkten Meßbereich umfaßt und daß das Gebiet über 200 kV noch nicht erforscht ist.

[1]) Diese Werte sind nicht gemessen, sondern vom Verfasser nach dem wahrscheinlichen Verlauf der Kurve für die Durchschlagfestigkeit berechnet.

Digitized by Google

Wegen der großen Durchschlagfestigkeit der Luft an kleinen Kugeln wären ja gerade diese zur Messung großer Spannungen sehr geeignet. Leider steht aber ihrer Benützung der Umstand im Wege, daß das Feld durch die Umgebung der Kugeln schon sehr stark gestört wird, wenn man die Schlagweite a größer macht als ungefähr der Kugeldurchmesser ist. Wenn man also zu größeren Schlagweiten übergehen will, was zur Messung hoher Spannungen notwendig ist, dann muß man große Kugeln verwenden. Da aber die Festigkeit der Luft an großen Kugeln viel kleiner ist als an kleinen Kugeln, kommt man bei der Messung hoher Spannungen sehr rasch zu großen Schlagweiten und damit zu außerordentlich großen Kugeln.

Trotzdem, wie zu Eingang erwähnt, heute schon die Messung von Spannungen bis zu 300 kV in Laboratorien sehr häufig nötig ist, besitzen wir bis jetzt noch keine Eichwerte für diese Spannungen. Es muß als eine der vordringlichsten Aufgaben der Hochspannungstechnik betrachtet werden, dieses Meßgebiet möglichst bald zu erforschen. Dem Verfasser fehlen leider die Einrichtungen hierzu und die Beschaffung von Kugeln mit 50 cm Durchmesser und darüber ist heute eine ziemlich kostspielige Sache.

In der Praxis benützt man, soweit dem Verfasser bekannt ist, vielfach amerikanische Eichkurven[1]) bei Verwendung von Kugeln mit 25 bis 50 cm Durchmesser. Der Verfasser hat diese Eichkurven näher untersucht und gefunden, daß die Werte nicht gut stimmen. Rechnet man nämlich die Durchschlagfestigkeit der Luft darnach aus, so erhält man Kurven, die teilweise das in Fig. 3 gezeichnete Gebiet quer durchlaufen.

In Fig. 3 hat der Verfasser eine Kurve gestrichelt eingezeichnet, die die Festigkeit der Luft an Kugeln mit 50 cm Durchmesser angibt. Die Werte dieser Kurve sind allerdings nicht experimentell gefunden, sondern interpoliert werden. Darnach sind die in der Tabelle für diese Kugeln angegebenen Durchschlagspannungen berechnet worden.

Zum Schluß möge noch erwähnt werden, daß man aus dem Verlauf der Kurven in Fig. 3 wichtige Schlüsse hinsichtlich der Form der Entladung ziehen kann. Tritt an einer Kugel zunächst Glimmentladung auf, so wird dadurch der Kugeldurchmesser vergrößert und der Abstand verkleinert, man hat also sozusagen eine andere Anordnung vor sich. Berechnet man hierfür wieder die Festigkeit der Luft an der Peripherie der Glimmlichthülle, so muß diese größer sein als sie an der Kugel vor Eintritt des Glimmens war, wenn der Zustand des Glimmens als Dauerzustand möglich sein soll. Daraus können wir schließen, daß das Minimum der Durchschlagfestigkeit ungefähr die Grenze bildet zwischen den Bereichen des vollkommenen und unvollkommenen Durchschlags. Im Bereich links vom Minimum (kleinere Schlagweiten) ist nur vollkommener Durchschlag möglich, im Bereich rechts davon (größere Schlagweiten) tritt zuerst der unvollkommene Durchschlag auf.

Zusammenfassung.

Aus den bisher bekannt gewordenen Durchschlagversuchen wird die Durchbruchfeldstärke der Luft an Kugeln einer Kugelfunkenstrecke berechnet und abhängig von der fiktiven Entfernung und dem Kugelradius aufgetragen. Daraus läßt sich die wahrscheinlichste Eichkurve für Kugelfunkenstrecken ermitteln. Der Meßbereich für verschiedene Kugeldurchmesser wird angegeben.

[1]) Peek, jr., Proceedings **33/2**, 889. 1914.

Digitized by Google

Die Streuinduktivität der Wicklungsköpfe elektrischer Maschinen[1].

Von **Rudolf Richter**,
o. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe i. B.

Mit 22 Figuren.

Eingegangen am 26. Juni 1922.

Das Streufeld der Ankerwicklung einer elektrischen Maschine zerlegt man gewöhnlich in zwei Teile, in das Nutenstreufeld, zu dem man auch das Streufeld im Luftspalt zwischen den Zahnköpfen rechnen kann, und das Stirnstreufeld, das im Luftraum zu beiden Seiten der Stirnflächen der Maschine herrscht. Diesen beiden Teilen des Streufeldes entsprechen die Nuteninduktivität und die Stirn-Streuinduktivität der Wicklung, die man auch als Streuinduktivität der Wicklungsköpfe bezeichnet. Die Nuteninduktivität läßt sich auf einfache Weise sehr genau berechnen, dagegen stößt die Berechnung der Stirn-Streuinduktivität auf erhebliche Schwierigkeiten, die man nur durch gewisse vereinfachende Annahmen und Vernachlässigungen umgehen kann.

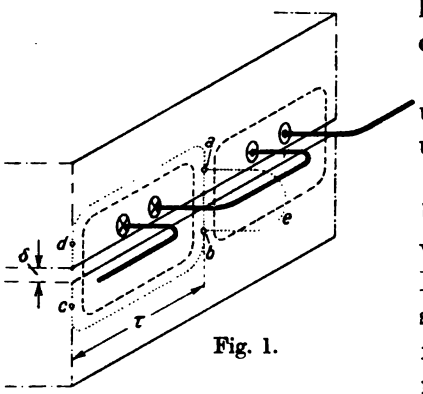


Fig. 1.

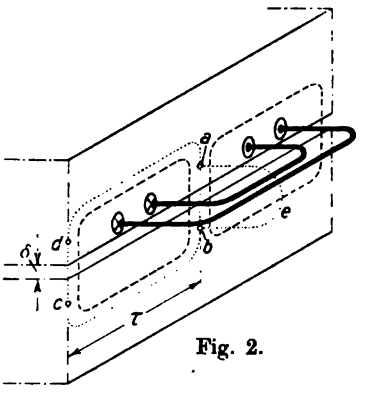


Fig. 2.

1. Das Stirnfeld. Um eine Vorstellung von der Verteilung des Feldes im Luftraum seitlich von den Stirnflächen zu gewinnen, nehmen wir zunächst an, daß sich die Wicklung aus geraden (ebenen) Spulen zusammensetzt und betrachten eine Einphasenwicklung oder einen Wicklungsstrang einer Mehrphasenwicklung. Dabei lassen sich zwei Ausführungen unterscheiden. Bei der einen Ausführung (Fig. 1) ist die Zahl der Spulengruppen[2]) gleich der Polzahl ($2p$), bei der andern (Fig. 2) nur halb so groß. In Fig. 1 und 2 ist die Stromrichtung an der Stirnfläche durch

[1]) Hierüber siehe auch: Kloß, Die Berechnung der Stirnstreuung in Drehstrommotoren. E. u. M. 1910, S. 53. — Arnold-la Cour, Die synchronen Wechselstrommaschinen 1913, S. 17. — Dreyfus, Eine Theorie der Stirnstreuung, ETZ 1920, S. 106.

[2]) Zu einer Spulengruppe gehören bei Wicklungen mit Spulen verschiedener Weite die gleichachsigen Spulen, bei Spulen gleicher Weite die nur um eine Nutteilung auseinanderliegenden Spulen desselben Wicklungsstranges. Ist q die Zahl der auf einen Pol und einen Strang bezogenen bewickelten Nuten, so enthält jede Spulengruppe $\frac{q}{2}$ Spulen, wenn die Zahl der Spulengruppen eines Wicklungsstranges gleich der Polzahl ist, hingegen q Spulen, wenn sie halb so groß ist.

Digitized by Google

Kreuze und Punkte, die Spulenköpfe sind durch dicke, die Induktionslinien des Hauptflusses durch gestrichelte Linien angedeutet; a und b sind zwei Punkte an den Stirnflächen der beiden Teile der Maschine, deren geradlinige (punktiert gezeichnete) Verbindungslinie von einer Spulengruppe umschlungen wird.

Nehmen wir die Permeabilität des Eisens unendlich groß an und setzen zunächst voraus, daß die radiale Induktion

$$B = f(x) \tag{1a}$$

längs des Ankerumfangs so verteilt ist, daß die negative Halbwelle das Spiegelbild der positiven Halbwelle ist,

$$f(x) = -f(x \pm \tau), \tag{1}$$

so ist die magnetische Umlaufspannung über einen Weg, der an den Stellen ab und cd, die um eine Polteilung τ voneinander entfernt sind, durch den Luftspalt der Maschine geht und sich im Eisen der beiden Teile der Maschine schließt (Fig. 1 und 2),

$$2\delta H = 4\pi\Theta_\tau, \tag{2}$$

wenn δ die Breite des Luftspaltes und Θ_τ die vom Integrationsweg umschlungene Durchflutung bezeichnet. Andrerseits ist das Linienintegral über den Weg $abea$, der die Querverbindungen der Wicklung umschlingt,

$$\delta H + V_{bea} = 4\pi\Theta_q, \tag{3}$$

wenn V_{bea} die magnetische Spannung längs des Weges bea, der die Querverbindungen der Wicklung umfaßt, und Θ_q die Durchflutung dieser Querverbindungen, die Querdurchflutung, ist. Aus Gleichung (2) und (3) folgt für die Spannung

$$V_{bea} = 4\pi\left(\Theta_q - \frac{\Theta_\tau}{2}\right). \tag{4}$$

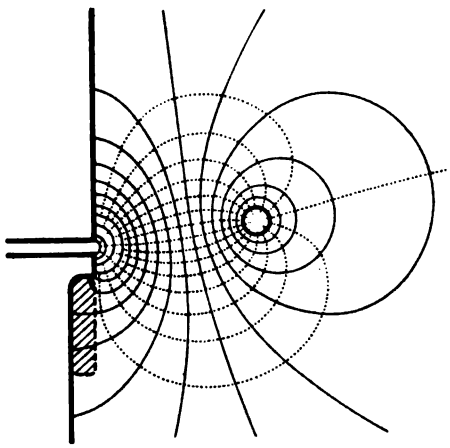


Fig. 3. Feld- (—) und Niveaulinien (·····) im Längsschnitt durch die Mittelebene einer Spulengruppe einer Synchronmaschine bei $2p$ Spulengruppen (vgl. Fig. 1).

Bei der Wicklungsanordnung nach Fig. 1 ist

$$\Theta_q = \frac{\Theta_\tau}{2} \tag{5a}$$

und somit

$$V_{bea} = 0. \tag{6a}$$

Es können daher solche Feldlinien zwischen den Stirnflächen der beiden Maschinenteile, die die Querverbindungen umfassen, nicht auftreten. Wir erhalten, z. B. für eine Synchronmaschine, das Feldbild Fig. 3 im Längsschnitt durch die Mittelebene der Spule, in dem die dünnen voll ausgezogenen Linien die Feldlinien, die punktierten die Niveaulinien darstellen.

Bei der Wicklungsanordnung nach Fig. 2 ist

$$\Theta_q = \Theta_\tau, \tag{5b}$$

nach Gleichung (4) also:

$$V_{bea} = 4\pi\frac{\Theta_\tau}{2} = 4\pi\frac{\Theta_q}{2}. \tag{6b}$$

Hier bestehen auch Feldlinien zwischen den Stirnflächen der beiden Maschinenteile, die die Querverbindung umfassen (Fig. 4). Diese Feldlinien sind keine Streulinien,

Digitized by Google

da sie mit der Feldmagnetwicklung und der Ankerwicklung verkettet sind. Sie schließen sich teilweise durch die Lagerschilde und die Welle, in denen sie durch die Wirbelströme mehr oder weniger vollkommen abgedämpft werden. Durch diese Wellenflüsse wird die in Gleichung (1) vorausgesetzte Verteilung der Induktion im Luftspalt gestört; die negative Halbwelle ist nicht mehr das genaue Spiegelbild der positiven Halbwelle, so daß Gleichung (4) für die Wicklungsanordnung nach Fig. 2 nur angenähert gilt.

Während bei Einphasenwicklungen nur die Ausführung mit $2p$ Spulengruppen (Fig. 1) praktisch in Frage kommt, werden Mehrphasenwicklungen sowohl mit $2p$ Spulengruppen (z. B. dreiphasige Drei-Etagen-Wicklungen) als auch mit nur p Spulengruppen im Wicklungsstrang (z. B. dreiphasige Zwei-Etagen-Wicklungen) ausgeführt. Bei der ersten Ausführung der Mehrphasenwicklungen gilt dann Gleichung (5a) auch für die resultierende Druchflutung der Wicklungsstränge, wie auch die Belastung der einzelnen Stränge sein mag. Im Längsschnitt der Maschine wird sich deshalb bei diesen Mehrphasenwicklungen das Feldbild eines Wicklungsstranges wieder nach Fig. 3 ausbilden.

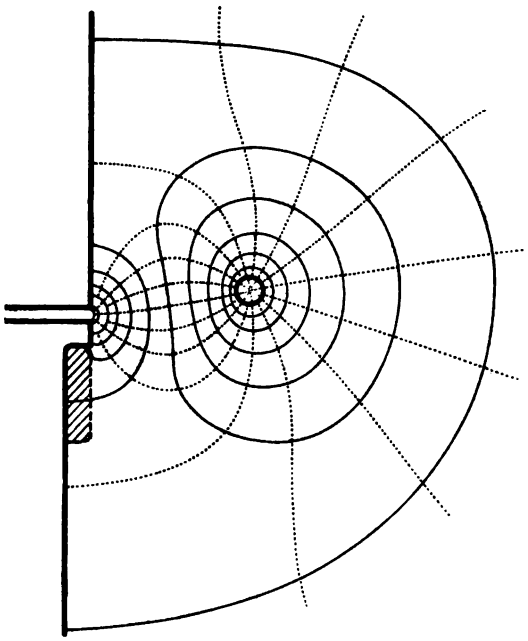


Fig. 4. Feld- (——) und Niveaulinien (·····) im Längsschnitt durch die Mittelebene einer Spulengruppe bei p Spulengruppen (vgl. Fig. 2).

Bei Mehrphasenwicklungen mit p Spulengruppen in jedem Strang müssen wir unterscheiden zwischen den Wicklungen mit gleichmäßig am Ankerumfang verteilten Wicklungsköpfen, wie sie gewöhnlich ausgeführt werden, und den Sonderwicklungen, bei denen die Spulenköpfe auf je eine Polpaarteilung zusammengedrängt sind, so daß der Anker durch Längsebenen geteilt werden kann, ohne daß Spulen von der Teilungsebene geschnitten werden[1]). Bei Mehrphasenmaschinen mit gleichmäßig am Ankerumfang verteilten Wicklungsköpfen und p Spulengruppen im Strang (z. B. dreiphasige Zwei-Etagen-Wicklungen) gilt Gleichung (5a), wie Görges gezeigt hat[2]), wenn in jedem Augenblick die Summe der Strangströme Null ist (Wicklung ohne Nullleiter) und wenn wir für Θ_q und Θ_τ die entsprechenden resultierenden Durchflutungen der Wicklungsstränge einsetzen. Unter dem Einfluß der übrigen Wicklungsstränge wird die magnetische Spannung längs dem geradlinigen Wege $a\,b$ in Fig. 2 verdoppelt. Die magnetische Spannung V_{bea} längs dem Wege $b\,e\,a$, der die Spulengruppe eines Wicklungsstrangs umfaßt, ist dann wieder Null. Im Querschnitt durch die Mittelebene einer Spulengruppe können keine Feldlinien zwischen den Stirnflächen der beiden Maschinenteile auftreten, die die Wicklungsköpfe umfassen. Deshalb können wir auch in diesem Falle der Berechnung der Stirn-Streuinduktivität das Feldbild in Fig. 3 zugrunde legen. Die geringe praktisch in Frage kommende Belastung

[1]) Siehe Richter, Ankerwicklungen, S. 186 u. f. und S. 272 u. f.
[2]) Görges, Vektordiagramm der Feldstärke, ETZ 1907, S. 1.

Digitized by Google

eines bei Sternschaltung etwa vorhandenen Nulleiters wird hieran nichts Wesentliches ändern. Anders ist es bei den mehrphasigen Sonderwicklungen, bei denen die Wicklungsköpfe auf je eine Polpaarteilung zusammengedrängt sind. Hier ist Gleichung (5a) auch für die resultierenden Durchflutungen der Wicklungsstränge nicht mehr erfüllt und wir erhalten ein ähnliches Feldbild wie in Fig. 4.

Für die praktisch wichtigsten Wicklungen, das sind die Einphasen- und Mehrphasenwicklungen mit $2p$ Spulengruppen in jedem Strang und die mehrphasigen Wicklungen mit p Spulengruppen in jedem Strang und gleichmäßig am Ankerumfang verteilten Wicklungsköpfen, können wir also der Berechnung der Stirn-Streuinduktivität das Feldbild in Fig. 3 zugrunde legen. Auf diese Wicklungen wollen wir uns beschränken.

Biegen wir den Spulenkopf von der Bohrung ab (vgl. Fig. 5), so wird die Querverbindung dem Bereich des Luftspaltes mehr oder weniger entrückt, und es wird sich ein Teil der Feldlinien durch das Ankereisen schließen und die Streuinduktivität des Spulenkopfes vergrößern. Wir erhalten im Längsschnitt durch die Mittelebene der Spule das Feldbild Fig. 5. Durch die Rückwirkung der im Ankereisen induzierten Wirbelströme wird aber die Streuinduktivität wieder verringert. Nach Versuchen im Elektrotechnischen Institut der Karlsruher Hochschule[1]) ergibt sich auch bei Berücksichtigung des Feldes der Wirbelströme immer noch eine Vergrößerung der Streuinduktivität. Diese Vergrößerung kann durch einen Korrektionsfaktor berücksichtigt werden, mit dem wir die Streuinduktivität der gerade gestreckten Spule multiplizieren.

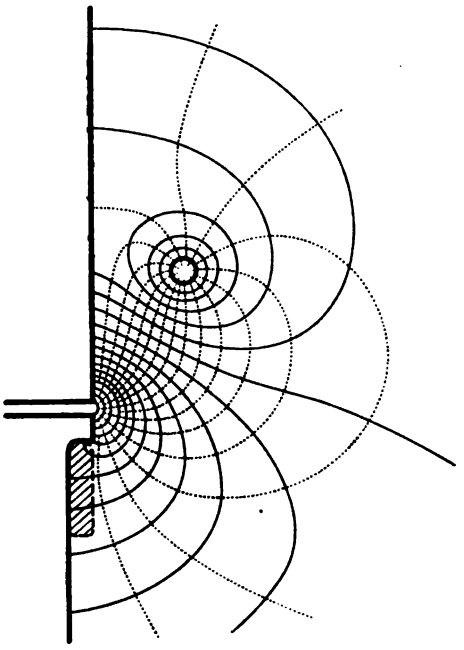


Fig. 5. Feld- (— —) und Niveaulinien (·····) bei von der Bohrung abgebogenen Spulenköpfen und $2p$ Spulengruppen.

2. Stirnfluß und Streufluß. Im Längsschnitt der Maschine durch die Mittelebene der Spule (Fig. 3) können wir drei Gruppen von Feldlinien unterscheiden. Die eine Gruppe, in unmittelbarer Nähe des Luftspaltes, ist mit der Ankerwicklung und der Feldmagnetwicklung verkettet und gehört zum Hauptfeld. Die Feldlinien der andern beiden Gruppen zählen zum Streufeld. Davon schlingt sich die größere Gruppe, ohne in das Eisen überzutreten, um die Spulenquerverbindung, die andere, kleinere Gruppe schließt sich im Eisen des Ankers und des Feldmagneten, ohne mit der Feldmagnetwicklung verkettet zu sein. Um den Stirnstreufluß zu erhalten, müssen wir vom gesamten Stirnfluß den Teil abziehen, der mit der zweiten Wicklung, hier der Feldmagnetwicklung, verkettet ist.

Das Magnetfeld, das die Ankerspule im Luftraum seitlich von der Stirnfläche der Maschine (Fig. 6a) erregt, stimmt überein mit dem Feld einer Spule, deren eine Seite sich an der Stelle einer ebenen ununterbrochenen Eisenwand befindet, wo bei der Maschine der Luftspalt ist, die im übrigen aber die Form des Spulenkopfes der Maschine besitzt (Fig. 6b). Dies folgt aus den Betrachtungen im ersten Abschnitt (man beachte Fig. 3) und aus der Erfahrungstatsache, daß die Ströme der im Anker-

[1]) Heiles, Beitrag zur magnetischen Abschirmung und Spiegelung, E. u. M. 1922.

Digitized by Google

eisen befindlichen Spulenteile (Fig. 6a) keinen Einfluß auf das Stirnfeld ausüben (Schirmwirkung). Den Stromkreis in Fig. 6b können wir schließlich nach dem Prinzip der Spiegelung durch den Doppelstromkreis in Fig. 6c ersetzen, der sich im freien Luftraum befindet. Der Fluß durch die in Fig. 6c schraffierte Fläche, den wir in bekannter Weise nach dem Biot-Savartschen Gesetz berechnen können, ist dann gleich dem Stirnfluß eines Spulenkopfes. Nach demselben Gesetz können wir auch den Stirnstreufluß berechnen, der gleich dem Fluß durch die in Fig. 6d schraffierte Fläche ist, worin die im Abstand ξ von der Mittellinie gezogene Gerade die Grenze zwischen Nutzfeld und Streufeld bezeichnet (vgl. Fig. 3). Die Entfernung ξ hängt von der Lage

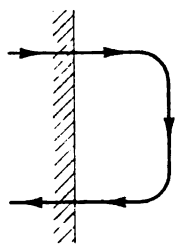


Fig. 6a.

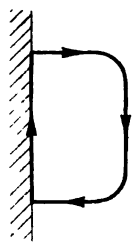


Fig. 6b.

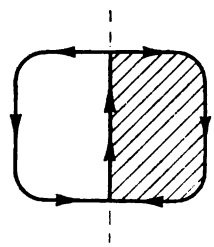


Fig. 6c.

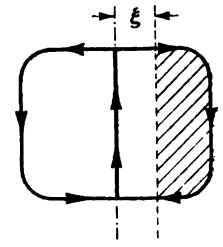


Fig. 6d.

und Form der zweiten Wicklung, in Fig. 3 der Feldmagnetwicklung, ab und kann entweder unmittelbar angegeben oder aus der Entfernung ζ von der Mittelebene des Luftspaltes, in der die letzte Feldlinie des Nutzflusses mündet (vgl. Fig. 7a), berechnet werden. Um die der Entfernung ζ entsprechende Entfernung ξ (vgl. Fig. 7a) zu finden, bestimmen wir die Feldstärke $H_{x=0}$ an der Stirnfläche als Funktion der Entfernung z von der Luftspaltmitte und die Feldstärke $H_{z=0}$ in der Spulenebene als Funktion der Entfernung x von

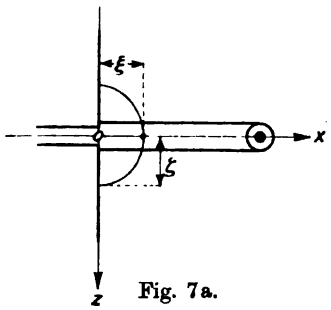


Fig. 7a.

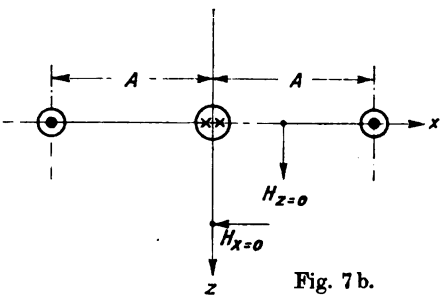


Fig. 7b.

der Stirnfläche (vgl. Fig. 7b). Nehmen wir an, daß die Komponenten der Induktion, die von den drei Einzeldurchflutungen herrühren, umgekehrt proportional den Abständen des Feldpunktes von den Achsen der durchfluteten Spulenseiten sind, so erhalten wir bei der Durchflutung 1 des Spulenkopfes:

$$H_{x=0} = -2 \cdot \frac{1}{\sqrt{A^2+z^2}} \cdot \frac{z}{\sqrt{A^2+z^2}} + \frac{2}{z} = 2\left(\frac{1}{z} - \frac{z}{A^2+z^2}\right), \tag{7a}$$

$$H_{z=0} = \frac{1}{A-x} - \frac{1}{A+x} + \frac{2}{x} = 2\left(\frac{1}{x} + \frac{x}{A^2-x^2}\right). \tag{7b}$$

Für einen angenommenen Wert $z = \zeta$ berechnen wir dann $x = \xi$ aus der Gleichung

$$\int_0^{\zeta} H_{x=0}\, dz = \int_0^{\xi} H_{z=0}\, dx. \tag{7}$$

Digitized by Google

Die Auflösung dieser Gleichung ergibt

$$\xi = \frac{\zeta A}{\sqrt{A^2 + 2\zeta^2}}, \tag{8}$$

die im wesentlichen durch das Feldbild in Fig. 3 bestätigt wird. Für $\zeta = \infty$ ist $\xi = \frac{A}{\sqrt{2}}$; für sehr kleine Werte von ζ ist $\xi \approx \zeta$.

Die Erhöhung des Streuflusses bei abgebogenen Spulenköpfen wird am einfachsten durch einen Korrektionsfaktor berücksichtigt, der auch der Rückwirkung der Wirbelströme, die in der Stirnfläche des Ankers induziert werden, Rechnung trägt. Um die Größenordnung des Korrektionsfaktors abzuschätzen, betrachten wir die beiden Fälle in Fig. 8a und b. Fig. 8a stellt den Fall der geraden Spule dar, Fig. 8b den (theoretischen) Grenzfall, wo die Spulenebene mit der Stirnfläche zusammenfällt. Bezeichnen wir mit Φ den Fluß durch die Spule, wenn diese sich im freien Luftraum befindet, so ist im Grenzfall Fig. 8a der Fluß $\Phi_a > \Phi$. Nach Versuchen im Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Karlsruhe[1]) ist mit den Bezeichnungen in Fig. 8a:

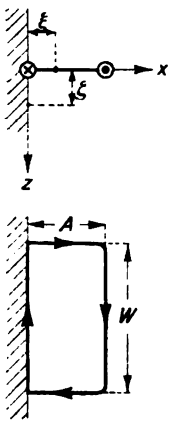


Fig. 8a.

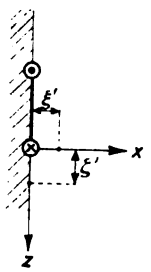


Fig. 8b.

$$\Phi_a \approx \frac{3W + 2A}{2W + 2A} \cdot \Phi. \tag{9a}$$

In dem Grenzfall der Fig. 8b ist

$$\Phi_b = 2\,\Phi. \tag{9b}$$

Aus den Gleichungen 9a und 9b erhalten wir den theoretisch möglichen Höchstwert des Korrektionsfaktors für den ganzen Fluß zu

$$k_{max} = \frac{\Phi_b}{\Phi_a} \approx \frac{4W + 4A}{3W + 2A}. \tag{9}$$

Mit $W = \tau$ und $A = 0{,}5\,\tau$ wird z. B. $k_{max} = 1{,}5$.

Der Stirnnutzfluß wird durch das Abbiegen der Spulenköpfe zur Stirnwand nicht erhöht, sondern sogar etwas verringert. Es läßt sich mit denselben Annahmen, die zur Aufstellung der Gleichung (8) geführt haben, zeigen, daß einerseits zwischen den Entfernungen ξ und ξ' von der Stirnwand (vgl. Fig. 8a und b), die denselben Stirnnutzfluß auf der x-Achse abgrenzen, und andrerseits zwischen den Entfernungen ζ und ζ' von der x-Achse, die denselben Stirnnutzfluß auf der z-Achse abgrenzen, die Beziehungen

$$\xi' = \frac{\xi A}{\sqrt{A^2 - 2\xi^2}} \quad \text{und} \quad \zeta' = \frac{\zeta A}{\sqrt{A^2 + \zeta^2} - \zeta} \tag{10}$$

bestehen. Für denselben Stirnnutzfluß sind also die Entfernungen ξ' und ζ' bei der abgebogenen Spule (Fig. 8b) größer als die entsprechenden Entfernungen ξ und ζ bei der geraden Spule (Fig. 8a). Für $\xi' = \xi$ oder $\zeta' = \zeta$ muß daher der Stirnnutzfluß bei der abgebogenen Spule kleiner sein, als bei der geraden. Deshalb ist der Korrektionsfaktor für den Streufluß wesentlich größer als für den gesamten Stirnfluß und kann, wenn die Ebene des Spulenkopfes in die Stirnwand der Maschine fällt (Grenzfall der Fig. 8b), den Wert 2 überschreiten[2]). Dieser Wert des Korrektions-

[1]) s. Anmerkung auf S. 148.

[2]) Wird die Grenze zwischen Stirnnutzfluß und Stirnstreufluß durch die Entfernung ξ_0 von der Stirnwand in der Ebene durch die Mitte des Luftspalts angegeben, so läßt sich zeigen, daß das

Digitized by Google

faktors wird aber in praktischen Fällen auch nicht annähernd erreicht. Die mittlere Spulenebene kann wegen der räumlichen Ausdehnung der Spulenseiten niemals mit der Stirnfläche des Ankers zusammenfallen. Die Spulenseiten können die Stirnfläche höchstens berühren, befinden sich gewöhnlich aber in gewisser Entfernung von der Stirnfläche. Der Fluß durch die Spule nimmt dann schnell ab. Außerdem verringert die Rückwirkung der in der Stirnwand des Ankers induzierten Wirbelströme den Induktionsfluß. In praktischen Fällen wird der Höchstwert des Korrektionsfaktors kaum 1,3 erreichen und für die ganze Wicklung, die teilweise aus ebenen Spulen oder nur wenig abgebogenen Spulen besteht, noch wesentlich kleiner sein. Auf die Bestimmung des Korrektionsfaktors soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden. In den folgenden Abschnitten werden wir immer gerade Spulen voraussetzen.

3. Selbstinduktivität eines Spulenkopfes. Als „Selbstinduktivität" eines Spulenkopfes bezeichnen wir den Teil der Streuinduktivität der Wicklung, welcher dem Streufluß entspricht, der mit dem Spulenkopf verkettet ist und von dem Strome dieser Spule herrührt. Dieser Fluß ist nach Abschnitt 2 gleich dem Fluß durch die schraffierte Fläche im Ersatzbild der Fig. 6d und läßt sich nach dem Biot-Savartschen Gesetz berechnen, wobei alle Teile des Doppelstromkreises in Fig. 6d zu berücksichtigen sind. Wegen der Vielheit der Glieder wird die auf diese Weise erhaltene Formel der Induktivität unübersichtlich und ihre zahlenmäßige Auswertung sehr zeitraubend. Die Praxis verlangt eine Formel von einfachem Aufbau und begnügt sich mit Näherungswerten. Um eine solche Näherungsformel zu gewinnen, setzen wir den Streufluß gleich dem Fluß, den allein die aus der Stirnfläche des Ankers herausragenden Stromkreisteile in der ganzen Fläche des Spulenkopfes nach dem Biot-Savartschen Gesetz erregen würden (Fig. 9a). Wir nehmen also an, daß der Teil des Flusses, den die aus dem Anker herausragenden Stromkreisteile in der in Fig. 9b schraffierten Fläche erregen, annähernd gleich dem Teilfluß ist, den die übrigen Teile des Ersatzstromkreises in Fig. 6c durch die in Fig. 9c schraffierte Fläche erregen.

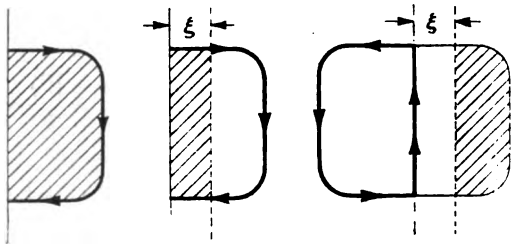


Fig. 9a. Fig. 9b. Fig. 9c.

Jede Spulengruppe (vgl. Fig. 10a) fassen wir zu einer einzigen Spule zusammen. Wir bezeichnen die mittlere Leiterlänge eines Wicklungskopfes mit l_s und die mittlere Weite der Spule mit W; die mittlere axiale Ausladung der gerade gestreckten Spule setzen wir gleich:

$$A = \frac{l_s - W}{2}. \tag{11}$$

h_A und h_W sind die Höhen, b_A und b_W die Breiten der den (blanken) Querschnittsseiten der Spule umschriebenen Rechtecke (vgl. Fig. 10a). Den mit dem Wicklungs-

---

Verhältnis zwischen den Stirnstreuflüssen bei den Grenzfällen in Fig. 8b und 8a kleiner oder größer als 2 ist, je nachdem $\xi_0 \gtrless \sqrt{1 - \frac{2}{\sqrt{5}}}\, A = 0{,}325\, A$.

Wird die Grenze zwischen Stirnnutzfluß und Stirnstreufluß durch die Entfernung ζ_0 von der Ebene durch die Mitte des Luftspalts an der Stirnwand angegeben, so ist das Verhältnis der Streuflüsse kleiner oder größer als 2, je nachdem $\zeta_0 \gtrless \frac{1}{3} A$.

Digitized by Google

kopf verketteten Streufluß setzen wir dann gleich dem Fluß, der von dem linearen U-förmigen Stromkreisteil in Fig. 10b nach dem Biot-Savartschen Gesetz erregt wird und durch die schraffierte Fläche tritt. g_A und g_W sind die mittleren geometrischen Abstände der Durchflutungsquerschnitte von sich selbst in den Teilen A und W des Wicklungskopfes, für die wir schreiben können[1]):

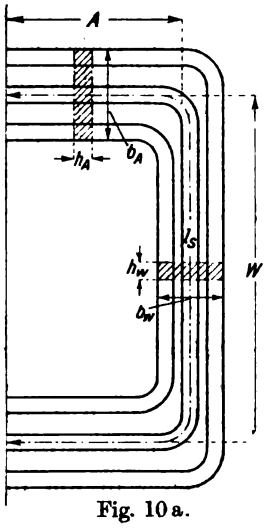


Fig. 10a.

$$g_A = 0{,}2235\,(h_A + b_A)\,, \qquad g_W = 0{,}2235\,(h_W + b_W). \tag{12}$$

Dabei setzen wir voraus, daß der Strom gleichmäßig über die Flächen der umschriebenen Rechtecke verteilt ist; die in Wirklichkeit unstetige Verteilung des Stromes über den Querschnitt hat keinen merklichen Einfluß auf die Größe der Induktivität[2]).

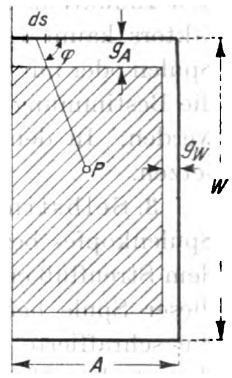


Fig. 10b.

Die Induktion bei der Spulendurchflutung 1 in einem Punkte P der Spulenebene (vgl. Fig. 10b) bestimmen wir nach dem Biot-Savartschen Gesetz zu:

$$B_1 = \int \frac{ds \sin\varphi}{r^2}, \tag{13}$$

wobei die Integration über den ganzen U-förmigen Leiterkreisteil zu erstrecken ist. Das Integral dieser Induktion über die schraffierte Fläche in Fig. 10b stellt dann die Selbstinduktivität L_1 des Spulenkopfes dar, wenn dieser nur eine Windung enthält. Die Rechnung soll hier nicht im einzelnen ausgeführt werden, da in der Literatur darüber Vorbilder zu finden sind[3]). Wir erhalten:

$$L_1 = 2\Big\{W \cdot \ln \frac{A\,(\sqrt{W^2 + g_W^2} + W)}{g_W\,(\sqrt{W^2 + A^2} + W)} + 2A \cdot \ln \frac{W\,(\sqrt{A^2 + g_A^2} + A)}{g_A\,(\sqrt{W^2 + A^2} + A)} - (2W + \sqrt{W^2 + g_W^2} + A + 2\sqrt{A^2 + g_A^2} - 3\sqrt{W^2 + A^2} - g_W - 2g_A)\Big\} \tag{14a}$$

oder bei den praktisch in Frage kommenden Abmessungen der Spule bis auf wenige Hundertstel genau:

$$L_1 \approx 2\Big\{W \cdot \ln \frac{2WA}{g_W\,(\sqrt{W^2 + A^2} + W)} + 2A \cdot \ln \frac{2WA}{g_A\,(\sqrt{W^2 + A^2} + A)} - 3\,(W + A - \sqrt{W^2 + A^2})\Big\} \tag{14b}$$

4. Gegenseitige Beeinflussung der Wicklungsköpfe desselben Strangs. Wenn die Zahl der Spulengruppen desselben Wicklungsstrangs halb so groß ist, wie die Polzahl (dreiphasige Zwei-Etagen-Wicklung), liegen die einzelnen Spulengruppen des Strangs um eine Polteilung am Ankerumfang auseinander, und ihre gegenseitige Beeinflussung ist verschwindend klein. Ist dagegen die Zahl der Spulengruppen eines Wicklungsstrangs gleich der Polzahl (Einphasenwicklung oder

[1]) Orlich, Kapazität und Induktivität, S. 67.
[2]) Maxwell-Weinstein, Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus II, S. 407, Art. 693.
[3]) Orlich a. a. O. S. 92 u. f.

Digitized by Google

dreiphasige Drei-Etagen-Wicklung), so liegen die Spulengruppen desselben Wicklungsstrangs unmittelbar nebeneinander (vgl. Fig. 11a), wodurch die Induktivität der einzelnen Spulengruppen erhöht wird.

In Strenge müßten wir die Gegeninduktivität gleich dem Fluß durch die in Fig. 11b schraffierte Fläche des Ersatzkreises des betrachteten Spulenkopfes setzen, den die Ersatzkreise der benachbarten Spulenköpfe erregen. Da aber die Gegeninduktivität sehr klein ist gegenüber der Selbstinduktivität eines Wicklungskopfes, brauchen wir bei der praktischen Berechnung nur die in Fig. 11b stark ausgezogenen Stromkreisteile zu berücksichtigen; denn die übrigen Stromkreisteile beeinflussen die Gegeninduktivität nur in geringem Maße. Für ξ setzen wir den Durchschnittswert $\xi = 0{,}5\,A$.

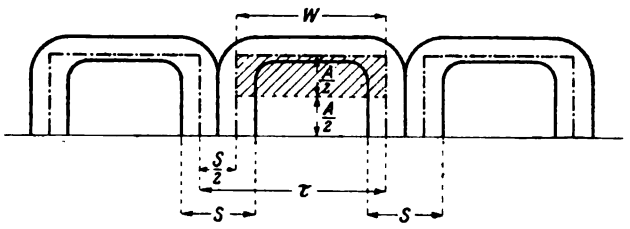


Fig. 11a.

Wir denken uns die Stromkreisteile der einzelnen Spulengruppen mit der Spulenbreite S (Fig. 11a) durch lineare Stromkreisteile, die im wesentlichen mit den mittleren Stromlinien der einzelnen Spulengruppen zusammenfallen, ersetzt; sie sind in Fig. 11a durch strichpunktierte Linien dargestellt. Das Biot-Savartsche Gesetz liefert dann für den Induktionsfluß durch die schraffierte Fläche $Q = \frac{1}{2} WA$ der betrachteten Spulengruppe (Fig. 11a), den die unmittelbar benachbarten Spulenseiten bei der Durchflutung 1 erregen:

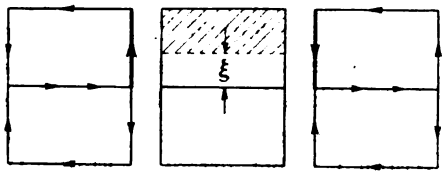


Fig. 11b.

$$M = 2\left\{A \cdot \ln \frac{2\tau\left(\sqrt{A^2 + \left(\frac{S}{2}\right)^2} + A\right)}{S\left(\sqrt{A^2 + \tau^2} + A\right)} + \sqrt{A^2 + \tau^2} + \frac{S}{2} - \sqrt{A^2 + \left(\frac{S}{2}\right)^2} - \tau\right\} \quad (15a)$$

oder mit der für alle praktischen Fälle zulässigen Vernachlässigung:

$$M \approx 2\left\{A \cdot \ln \frac{4\tau A}{S\left(\sqrt{A^2 + \tau^2} + A\right)} + \sqrt{A^2 + \tau^2} + \frac{S}{2} - \tau - A\right\}. \quad (15b)$$

Für Einphasenwicklungen wird mit $S = \frac{2}{3}\tau$:

$$M_1 \approx 2\left\{A \cdot \ln \frac{6A}{\sqrt{A^2 + \tau^2} + A} + \sqrt{A^2 + \tau^2} - A - \frac{2\tau}{3}\right\}; \quad (15b')$$

für dreiphasige Drei-Etagen-Wicklungen wird mit $S = \frac{1}{3}\tau$:

$$M_3 \approx 2\left\{A \cdot \ln \frac{12A}{\sqrt{A^2 + \tau^2} + A} + \sqrt{A^2 + \tau^2} - A - \frac{5\tau}{6}\right\} \quad (15b'')$$

5. Gegenseitige Beeinflussung verschiedener Wicklungsstränge. Bei Mehrphasenwicklungen ist im allgemeinen auch noch die gegenseitige Beeinflussung verschiedener Wicklungsstränge bei der Bestimmung der resultierenden Induktivität zu berücksichtigen. Wir wollen uns auf die dreiphasige Wicklung beschränken. Die axialen Teile und die Querverbindungen der Wicklungsköpfe müssen hierbei getrennt behandelt werden[1]).

[1]) Richter, a. a. O., S. 272 u. f.

Digitized by Google

Fig. 12 stellt einen Querschnitt durch die axialen Teile der Wicklungsköpfe innerhalb einer Polpaarteilung dar. Die Spulenseitenquerschnitte sind durch einfache Linienabschnitte angedeutet, römische Ziffern bezeichnen die drei Wicklungsstränge und voll ausgezogene die positiv, punktierte Linien die negativ gerechnete Stromrichtung. Die Verteilung des von den Wicklungssträngen II und III erregten Feldes ist durch voll ausgezogene und gestrichelte Kurven dargestellt. Um für die Teile der von den Strängen II und III erregten und mit dem Wicklungsstrang I verketteten Flüsse möglichst einfache Ausdrücke zu gewinnen, wollen wir uns die Leiter dieses Wicklungsstrangs in der Mitte der Spulenseiten, d. h. an den Stellen, wo die strichpunktierten Linien die Spulenseiten des Wicklungsstrangs I schneiden, konzentriert denken. Wir erkennen dann, daß zur Berechnung der Gegeninduktivität nur die senkrecht schraffierten Teile der Flüsse in Frage kommen. Beide Teilflüsse sind zeitlich in der Phase um 120° verschoben; ihre Resultierende ist deshalb der Größe nach gleich einem der beiden Teilflüsse und in Phase mit dem vom Wicklungsstrang I selbst erregten Fluß. Die Gegeninduktivität berechnen wir wieder nach dem Biot-Savartschen Gesetz genau wie in Abschnitt 4, nur kommen bei der Integration andere Grenzen in Frage. Wir erhalten für die Gegeninduktivität M_A eines Wicklungskopfes mit $S = \frac{\tau}{3}$:

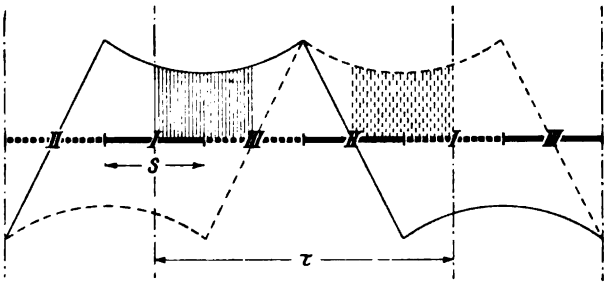


Fig. 12.

$$M_A = 2\left\{A \cdot \ln \frac{2\left(\sqrt{A^2 + \left(\frac{\tau}{3}\right)^2} + A\right)}{\sqrt{A^2 + \left(\frac{2\tau}{3}\right)^2} + A} + \sqrt{A^2 + \left(\frac{2\tau}{3}\right)^2} - \sqrt{A^2 + \left(\frac{\tau}{3}\right)^2} - \frac{\tau}{3}\right\} \quad (16\,a)$$

oder:

$$M_A \approx 2\left\{A \cdot \ln \frac{4A}{\sqrt{A^2 + \left(\frac{2\tau}{3}\right)^2} + A} + \sqrt{A^2 + \left(\frac{2\tau}{3}\right)^2} - \left(A + \frac{\tau}{3}\right)\right\} \quad (16\,b)$$

An andrer Stelle[1]) habe ich gezeigt, daß die Gegeninduktivität der Querverbindungen verschiedener Stränge die resultierende Induktivität des Wicklungsstrangs bei der Zwei-Etagen-Wicklung verringert und bei der Drei-Etagen-Wicklung erhöht. Wenn die Querverbindungen verschiedener Wicklungsstränge räumlich zusammenfielen, so würde die Gegeninduktivität bei der Zwei-Etagen-Wicklung 0,365, bei der Drei-Etagen-Wicklung 0,4 von der Selbstinduktivität der Querverbindungen eines Wicklungsstrangs betragen. Den Einfluß der Entfernung der Wicklungsköpfe verschiedener Stränge können wir angenähert berücksichtigen, indem wir an Stelle des mittleren geometrischen Abstandes g_W des Querschnitts des Wicklungskopfes von sich selbst den mittleren Abstand Δ der Querverbindungen verschiedener Wicklungsstränge einführen (vgl. Fig. 13). Dieser Abstand ist aber schon von der Größenordnung des Abstandes $A - \xi$ (Fig. 6d); deshalb ist die gegenseitige

[1]) Richter, a. a. O., S. 275 u. f.

Digitized by Google

Beeinflussung der Querverbindungen verschiedener Wicklungsstränge so gering, daß wir sie vernachlässigen können. Sie wird kaum einige Hundertstel der Selbstinduktivität der Spulenköpfe erreichen.

6. Der Blindwiderstand des Wicklungsstrangs. Die resultierende Induktivität eines Strangs erhalten wir aus den in den Abschnitten 3 bis 5 berechneten Einzelinduktivitäten unter Berücksichtigung der Wicklungsart und der Windungszahl. Hierbei müssen wir zunächst zwischen Wicklungen, bei denen die Zahl der Spulengruppen gleich der Polzahl, und solchen, bei denen sie halb so groß ist, unterscheiden.

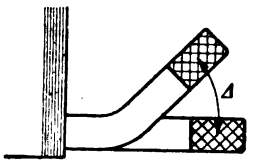


Fig. 13.

a) Bei Wicklungen mit $2p$ Spulengruppen, wie sie bei Einphasenwicklungen und dreiphasigen Drei-Etagen-Wicklungen vorkommen (vgl. Fig. 11a), besteht jede Spulengruppe aus $\frac{q}{2}$ Einzelspulen, wenn q die Zahl der bewickelten Nuten bezogen auf einen Pol und einen Strang ist. Enthält dann jede Einzelspule s Windungen und sind c Wicklungszweige parallel geschaltet, so ist die resultierende Induktivität des Wicklungsstrangs:

$$L_s = 2p\left(\frac{sq}{2c}\right)^2 \cdot 2L, \tag{17}$$

worin $2L$ die resultierende Induktivität einer Spulengruppe (2 Wicklungsköpfe) mit einer einzigen Windung ist.

Für Einphasenwicklungen ist

$$L = (L_1 + M); \tag{17a}$$

für Dreiphasenwicklungen (Drei-Etagen-Wicklungen) ist

$$L = (L_1 + M + M_A). \tag{17b}$$

b) Bei Wicklungen mit p Spulengruppen, wie sie bei dreiphasigen Zwei-Etagen-Wicklungen ausgeführt werden, befinden sich in einer Spulengruppe q Einzelspulen. Es wird hier

$$L_s = p\left(\frac{sq}{c}\right)^2 \cdot 2L \tag{18}$$

mit

$$L = (L_1 + M_A). \tag{18a}$$

Den Blindwiderstand erhalten wir durch Multiplikation der resultierenden Induktivität L_s mit der Kreisfrequenz $2\pi f$. Schreiben wir für den Blindwiderstand (im cgs-Maß) der Wicklungsköpfe des Strangs

$$X_s = \frac{4\pi f w^2}{p} l_s \lambda_s, \tag{19}$$

worin

$$w = \frac{qsp}{c} \tag{19a}$$

die Zahl der in Reihe geschalteten Windungen eines Strangs, l_s die mittlere Leiterlänge eines Wicklungskopfes und $l_s\lambda_s$ der magnetische Leitwert ist, so ist für Wicklungen mit $2p$ Spulengruppen

$$\lambda_s = \frac{L}{2l_s} \tag{19b}$$

Digitized by Google

und für Wicklungen mit p Spulengruppen

$$\lambda_s = \frac{L}{l_s}. \tag{19c}$$

Für Einphasenwicklungen ist $W = \frac{2\tau}{3}$ und sehr angenähert $g_A = 0{,}2235\,\frac{\tau}{3}$. g_W ist immer etwas kleiner als g_A, im Durchschnitt etwa $g_W = 0{,}2235\,\frac{\tau}{4}$. Das Verhältnis $\frac{l_s}{\tau} = \frac{2A + W}{\tau}$ ist im Durchschnitt 1,8 und schwankt etwa zwischen den Grenzen 1,6 und 2,4.

Mit diesen Annahmen erhalten wir nach Gleichung (14a) und (15a) die in Tafel 1 eingeschriebenen Teilinduktivitäten, ihre Summe und den magnetischen Leitwert λ_s der Leiterlänge Eins nach Gleichung (19b). Die in Klammern gesetzten Zahlen ergeben sich nach den Näherungsgleichungen (14b) und (15b). Die gesamte Streuinduktivität ist innerhalb der praktisch in Frage kommenden Verhältnisse $\frac{l_s}{\tau}$ proportional der Quadratwurzel aus diesem Verhältnis (Ersatz der logarithmischen Kurve durch eine Parabel), so daß wir für Einphasenwicklungen mit $2p$ Spulengruppen annähernd setzen können:

Tafel 1. Einphasenwicklungen.

$\frac{l_s}{\tau}$	$\frac{L_1}{l_s}$	$\frac{M}{l_s}$	$\frac{L}{l_s}$	$\lambda_s = \frac{L}{2l_s}$	$1{,}25\sqrt{\frac{l_s}{\tau}}$
1,6	2,92 (2,66)	0,23 (0,30)	3,15 (2,96)	1,58 (1,48)	1,58
1,8	3,08 (2,86)	0,29 (0,34)	3,37 (3,20)	1,69 (1,60)	1,68
2,4	3,42 (3,25)	0,42 (0,45)	3,84 (3,70)	1,92 (1,85)	1,93

$$\lambda_s \approx 1{,}25 \cdot \sqrt{\frac{l_s}{\tau}}. \tag{20}$$

Für dreiphasige Drei-Etagen-Wicklungen ist $W = \frac{5\tau}{6}$ und sehr angenähert $g_A = 0{,}2235\,\frac{\tau}{6}$. Wir schätzen ferner $g_W = 0{,}2235\,\frac{\tau}{8}$. Im Durchschnitt ist hier das Verhältnis $\frac{l_s}{\tau} = \frac{2A + W}{\tau} = 2{,}4$ und schwankt etwa zwischen den Grenzen 2,2 und 3. Für diese Verhältnisse sind die Teilinduktivitäten, ihre Summe und λ_s in Tafel 2 eingeschrieben. Wir können deshalb für die dreiphasige Drei-Etagen-Wicklung annähernd setzen:

Tafel 2. Dreiphasige Drei-Etagen-Wicklungen.

$\frac{l_s}{\tau}$	$\frac{L_1}{l_s}$	$\frac{M}{l_s}$	$\frac{M_A}{l_s}$	$\frac{L}{l_s}$	$\lambda_s = \frac{L}{2l_s}$	$1{,}86\sqrt{\frac{l_s}{\tau}}$
2,2	4,76 (4,66)	0,62 (0,63)	0,22 (0,26)	5,60 (5,65)	2,80 (2,82)	2,76
2,4	4,89 (4,76)	0,69 (0,69)	0,25 (0,29)	5,83 (5,74)	2,92 (2,87)	2,88
3,0	5,16 (5,06)	0,88 (0,88)	0,33 (0,35)	6,37 (6,29)	3,18 (3,15)	3,22

$$\lambda_s \approx 1{,}9 \cdot \sqrt{\frac{l_s}{\tau}}. \tag{21}$$

Für dreiphasige Zwei-Etagen-Wicklungen ist schließlich $W = \tau$ und sehr angenähert $g_A = 0{,}2235\,\frac{\tau}{3}$. Wir schätzen ferner $g_W = 0{,}2235\,\frac{\tau}{4}$. Hier ist im Durchschnitt $\frac{l_s}{\tau} = \frac{2A + W}{\tau} = 2{,}2$; es schwankt zwischen den Grenzen 2,0 und 2,8. Die Teilinduktivitäten, ihre Summe, sowie der nach Gleichung (19c) berechnete ideelle Leitwert λ_s sind für diese Verhältnisse in Tafel 3 eingeschrieben. Bei dreiphasigen Zwei-Etagenwicklungen können wir annähernd setzen:

$$\lambda_s \approx 2{,}5 \cdot \sqrt{\frac{l_s}{\tau}}. \tag{22}$$

Digitized by Google

Will man die jeweiligen Abmessungen der Wicklung genauer berücksichtigen, so muß man auf die einzelnen Gleichungen für die Teilinduktivitäten in den Abschnitten 3 bis 5 zurückgehen oder die genaue Induktivität nach dem Ersatzkreise Fig. 6d mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes berechnen. Der Korrektionsfaktor, der die Erhöhung der Induktivität bei abgebogenen Spulen berücksichtigt, wird für die ganze Wicklung selten größer als 1,2 sein.

Tafel 3. Dreiphasige Zwei-Etagen-Wicklungen.

$\frac{l_s}{\tau}$	$\frac{L_1}{l_s}$	$\frac{M_A}{l_s}$	$\lambda_s = \frac{L}{l_s}$	$2.47\sqrt{\frac{l_s}{\tau}}$
2,0	3,31 (3,11)	0,16 (0,21)	3,47 (3,32)	3,49
2,2	3,51 (3,31)	0,18 (0,22)	3,69 (3,53)	3,67
2,8	3,88 (3,74)	0,28 (0,30)	4,16 (4,04)	4,13

Zusammenfassung.

Es wird das magnetische Feld, das von den gebräuchlichsten Ankerwicklungen an den Stirnwänden elektrischer Maschinen erregt wird, untersucht und auf die Unterschiede hingewiesen, die einerseits bei Einphasenmaschinen zwischen Wicklungen mit p und $2p$ Spulengruppen ($2p$ = Pohlzahl), andrerseits bei Wicklungen mit p Spulengruppen zwischen Einphasen- und Mehrphasenmaschinen bestehen. Es wird gezeigt, wie das Stirnfeld unter Vernachlässigung der Wirbelströme in benachbarten Eisenteilen zu berechnen ist, wie das gesamte Stirnfeld in Nutzfeld und Streufeld zu zerlegen ist, und der Weg zur genauen Berechnung der Stirnstreuinduktivität angegeben. Der Einfluß der Abbiegung der Spulen auf die Streuinduktivität wird kurz behandelt und durch einen Korrektionsfaktor, mit dem die Streuinduktivität der geraden Spulen zu multiplizieren ist, berücksichtigt und abgeschätzt. Es werden schließlich für die Streuinduktivität Näherungsgleichungen aufgestellt, aus denen für den Blindwiderstand der wichtigsten Wicklungen einfache Näherungsformeln für die Praxis abgeleitet werden.

Digitized by Google

Über die Vorgänge an den Bürsten von Schleifringen und Stromwendern.

Von **Ludwig Binder,**
o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden.

Mit 7 Textfiguren.
Eingegangen am 27. Mai 1922.

Entsprechend der Bedeutung für den Elektromaschinenbau ist die Frage des Verhaltens von Bürsten schon häufig untersucht worden. Insbesondere Arnold und seine Schüler haben hier grundlegende Arbeit geleistet. Aus neuerer Zeit seien die Untersuchungen von Hayashi[1]) und Czepek[2]) genannt, die auch Hinweise auf die zahlreichen anderen Arbeiten geben.

Der Einfluß von Stromdichte, Druck, Umfangsgeschwindigkeit, Temperatur und raschen Stromänderungen auf den Übergangswiderstand ist dadurch ziemlich weitgehend klargelegt. Dagegen fehlt noch die Aufklärung darüber, wie sich eigentlich der Stromübergang in der Berührungsschicht vollzieht. Man hat wohl manche Ähnlichkeiten mit dem elektrischen Lichtbogen gefunden, aber in ganz wesentlichen Punkten ist das Verhalten von Bürsten doch anders, als es bei Annahme kleiner Lichtbögen sich ergeben müßte.

Ich möchte hier über Versuche berichten, die bereits im Jahre 1912 im Versuchsfeld des Dynamowerks der SSW ausgeführt wurden und zum Ziel hatten, gerade durch das Studium der Vorgänge in der Berührungsschicht eine Beschreibung des Stromübergangs zu ermöglichen. Die Untersuchungen konnten damals nicht zum Abschluß gebracht werden, ich glaube aber, daß sie in mancher Hinsicht schon Einblick in das Wesen der Erscheinungen gewähren und daß daher die Bekanntgabe von Nutzen sein dürfte.

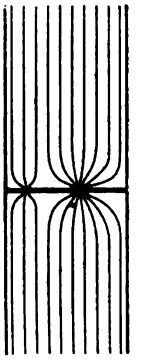


Fig. 1.

Ruhezustand.

Wir wollen zunächst annehmen, daß Bürste und Schleiffläche gegeneinander in Ruhe sind. Die an ruhenden Kontakten sich abspielenden Vorgänge wurden bereits in einer früheren Arbeit „Der Widerstand von Kontakten" eingehend behandelt[3]). Darnach haben wir uns vorzustellen, daß der sog. Übergangswiderstand nicht hervorgerufen wird durch eine besondere Trennschicht, sondern durch die Einschnürung der Stromlinien, wie sie z. B. in Fig. 1 dargestellt ist. Die engsten Stellen der Durchflußquerschnitte sind die wahren Berührungsflächen. Wir müssen sie uns als außerordentlich klein vorstellen im Vergleich zur ganzen scheinbaren Auflagefläche; so erklärt es sich, daß trotz der geringen

[1]) Archiv f. E. 1913, Bd. II, Heft 2, S. 70. [2]) Archiv f. E. 1916, Bd. V, Heft 5, S. 161.
[3]) Binder, E. u. M. 1912, H. 38.

Digitized by Google

Länge der Einschnürung in Richtung der Stromlinien eine ganz bedeutende Erhöhung des Ohmschen Widerstandes der Strombahn sich einstellen kann.

Die Versuche zeigen, daß die Übergangsspannung unabhängig von der Stromrichtung ist, wenigstens solange nicht eine erhebliche Erwärmung der Berührungsstellen auftritt. Wenn wir den Übergangswiderstand berechnen wollten, so hätten wir Anzahl und Größe der Berührungsstellen zu ermitteln; der Hauptteil dieser Aufgabe ist daher gar nicht elektrischer Natur, sondern fällt ins Gebiet der Mechanik. Bekanntlich hat H. Hertz berechnet, wie zwei Kugeln oder eine Kugel und eine Ebene sich abplatten, wenn sie gegeneinander gepreßt werden; dabei ist vorausgesetzt, daß im Berührungsbereich die Elastizitätsgrenze nicht überschritten wird. Diese Grenze ist aber bald erreicht, es tritt dann ein Fließen des Materials ein, wobei der spezifische Druck in der Berührungsfläche nicht mehr ansteigt, sondern entsprechend der Erhöhung des Gesamtdruckes eine Vergrößerung der wirklichen Berührungsfläche sich einstellt. Wie in der angezogenen Arbeit[1]) gezeigt ist, können wir daher auch für ein beliebig geformtes Kontaktpaar zu einer allgemeinen Aussage kommen. Selbst bei gut eingeschliffenen Kontaktflächen haben wir es, wenn wir die Berührungsflächen unter starker Vergrößerung betrachten, durchaus nicht mit Ebenen zu tun, sondern gewissermaßen mit zwei Gebirgen, von denen das eine mit umgekehrten Spitzen gegen das andere gedrückt wird. Die Zahl der Berührungsstellen wird von Zufälligkeiten abhängen; die Summe der Berührungsflächen muß aber annähernd gleich der Fläche sein, die sich aus dem spezifischen Fließdruck oder der Härte berechnet. So ist es zu verstehen, daß der Übergangswiderstand im großen und ganzen nur vom Gesamtdruck abhängt.

Einfluß der Bewegung.

Es liegt nun nahe, diese Vorstellungen auch noch zugrunde zu legen, wenn die beiden Kontaktflächen sich gegeneinander verschieben, wie es an Bürste und Schleifring geschieht. Wir hätten es dann mit einem rein Ohmschen Widerstand zu tun und es müßte die Übergangsspannung linear mit dem Strom ansteigen, solange nicht hohe örtliche Erwärmung eine starke Widerstandsänderung bedingen würde. Tatsächlich zeigen die Spannungskurven, wie z. B. in Fig. 2 dargestellt, anfangs einen solchen Verlauf; bei höheren Stromdichten tritt ein Abbiegen ein, ein ähnlicher Verlauf wurde jedoch auch bei festen Kontakten beobachtet. Von grundsätzlicher Bedeutung ist aber, daß Polarität vorhanden ist. Die Spannungen liegen für die Stromrichtung Ring—Bürste[2]) ganz wesentlich höher, als für die umgekehrte Stromrichtung von Bürste nach Ring. Es wurde vermutet, daß durch die Bewegung des Schleifringes möglicherweise ab und zu ein Abheben der Bürste eintreten könnte. Der dann zeitweise vorhandene geringe Luftspalt müßte durch Lichtbogen überbrückt werden; da bei Lichtbogen bekanntlich die Übergangsspannung von der Stromrichtung abhängt, müßte sich dieser Einfluß auch in der mittleren Spannung, die am Spannungsmesser abgelesen wird, noch zeigen. Es wurde daher die Umfangsgeschwindigkeit des Ringes stark herab-

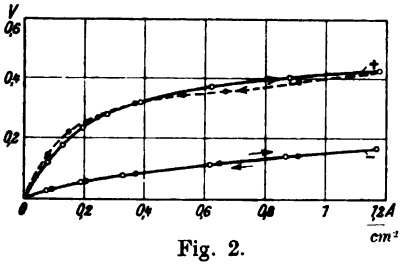


Fig. 2.

[1]) Binder, E. u. M. 1912. H. 38. [2]) In den Fig. stets mit + bezeichnet.

Digitized by Google

gesetzt, zuletzt bis auf ein drittel Millimeter in der Sekunde. Die Bewegung ist dann kaum mehr wahrnehmbar, hinsichtlich der Polarität war aber keine Änderung nachzuweisen. Es scheint, daß schon eine Spur von Bewegung den Unterschied in den Übergangsspannungen hervorzubringen vermag. Um allmähliche Änderungen der Schleifflächen durch den übergehenden Strom nicht zur Geltung kommen zu lassen, wurde bei diesen Messungen nach jedem Versuchspunkt die Stromrichtung umgekehrt.

Die zuletzt angewendeten Geschwindigkeiten waren so gering, daß ein Abheben der Bürste unter allen Umständen ausgeschlossen war, es mußte also jederzeit eine Brücke über die Berührungsstellen von Bürste und Ring vorhanden sein. Unter diesen Umständen ist zu erwarten, daß man durch genügende Herabsetzung der Stromdichte in einen Bereich kommen muß, in dem die geringen Flächen der Druckstellen zur Überleitung im Ohmschen Sinne ausreichen. Die in dieser Richtung angestellten Versuche waren zunächst erfolglos, es wurde daher eine Aufklärung auf anderem Wege versucht.

An den ruhenden Kontakten bilden sich in der beschriebenen Weise die Druckstellen aus, in denen das Material im Fließzustande sich befindet. Wenn nun eine Tangentialverschiebung eintritt, dann werden die Druckstellen auseinandergerissen und, wenn man an das Bild der zwei gegeneinander gedrückten Gebirge denkt, müssen dabei verschiedene der Spitzen abgerissen werden. Bei den sich abspielenden verwickelten Erscheinungen ist es nicht verwunderlich, daß die einfachen Vorstellungen von den ruhenden Kontakten sich nicht unmittelbar übertragen lassen.

Versuche mit einer Rolle.

Dagegen ist anzunehmen, daß an einer Rolle auch während des Laufes ähnliche Verhältnisse vorliegen müssen wie im Ruhezustand, da beim Abwälzen eine Zerstörung der Druckstellen nicht einzutreten braucht. Es wurde daher aus Bürstenkohle eine zylindrische Rolle von etwa 4 cm Durchmesser und 2 cm Länge hergestellt und auf einem Schleifring unter 0,4 kg Druck laufen gelassen. Schon die ersten Messungen zeigten (s. Fig. 3), daß offenbar der Strom in ähnlicher Weise wie bei ruhenden Kontakten übergeht; Polarität zeigte sich erst bei größeren Stromdichten oder höheren Umlaufgeschwindigkeiten, bei denen es sehr zweifelhaft war, ob fortdauernd die Rolle in inniger Berührung mit dem Schleifring blieb.

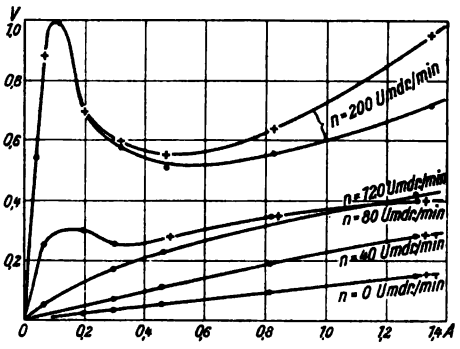


Fig. 3.

Die Versuche mit der Rolle gaben die Anregung, das Verhalten des Schleifkontaktes bei außerordentlich kleinen Stromdichten nochmals zu untersuchen und es gelang schließlich auch hier, bei Stromdichten in der Größenordnung von $^1/_{100}$ A/cm² in den Bereich zu kommen, in dem die Stromrichtung keinen Einfluß mehr hatte. Fig. 4, die für eine Umfangsgeschwindigkeit von 0,15 m/sk gilt, zeigt die Ergebnisse eines solchen Versuchs. Bis zu etwa 0,016 A/cm² Stromdichte ist keine Polarität bemerkbar, darüber hinaus lösen sich allmählich die beiden Linien voneinander und es ist für die Stromrichtung Ring—Bürste ganz erheblich mehr Spannung erforderlich, wie in umgekehrter Stromrichtung.

Digitized by Google

Dieses Ergebnis läßt auf einen Zustand in der Berührungsschicht schließen, wie er in Fig. 5 dargestellt ist. Die in den Druckstellen losgerissenen kleinsten Teilchen bewegen sich nach Art von Rollen zwischen den Schleifflächen bis sie beim Erreichen der Bürstenkante frei werden; da fortwährend neue Teilchen losgebrochen werden, ist der Zustand unter der Bürste ungefähr immer der gleiche. Solange die Stromdichte nicht zu groß wird, sind die Teilchen imstande, den Strom durch reine Leitung wie eine Rolle zu übertragen; bei Steigerung der Stromdichte kommen die Teilchen zum Glühen, werden weich und andere Teilchen treten an die Stelle der verbrauchten. Die Letzteren werden zum Teil in die immer vorhandenen Vertiefungen des Schleifringes eingedrückt, es muß sich daher die bekannte Verfärbung des Schleifringes bei Stromabnahme zeigen.

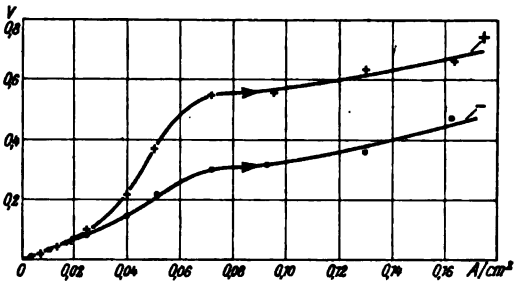


Fig. 4.

Verhalten der Schleifflächen.

Aus dieser Auffassung ergibt sich, daß das mechanische Zusammenarbeiten von Bürste und Schleifring von ausschlaggebender Bedeutung für die Vorgänge sein muß. Denken wir uns Schleifring und Bürste durch Abschmirgeln und Einschleifen in frischem Zustand gebracht, so bleibt je nach der Feinheit der Bearbeitung immer eine gewisse Rauhigkeit (Riefen in der Oberfläche) bestehen. Wird nun bei stromlosem Zustand der Ring in Umlauf gesetzt, so können hinsichtlich des weiteren Verhaltens der aufeinander schleifenden Flächen zwei Fälle unterschieden werden:

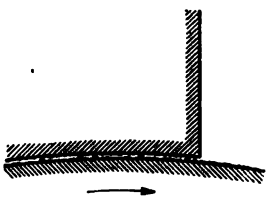


Fig. 5.

1. Die Rauhigkeit wird größer. Wenn z. B. ein Metallklotz als Bürste aufgesetzt ist, so werden an den Druckstellen zunächst die Flächen aufgerissen, die kleinsten Teilchen lösen sich aber wegen der Zähigkeit nicht sofort ab, sondern ziehen mehr Metall mit sich und verursachen Furchen ähnlich wie ein Schneeball beim Rollen. Dieser Zustand ist labil, die Reißstellen vertiefen sich, es fällt viel Metallkorn ab (Fressen) und schließlich tritt sehr schnell hohe Erhitzung und Zerstörung der Schleifflächen ein. Durch starke Unterteilung der Bürste quer zur Schleifrichtung (Draht- oder Blätterbürsten) kann die Furchenbildung sehr erschwert werden, gründliche Abhilfe bringt das Schmieren mit Öl oder Graphit. Wir haben uns wohl vorzustellen, daß durch Schmieren der Bereich der Druckstellen vergrößert wird, ohne daß jedoch bei Öl die metallische Berührung aufgehoben würde, denn bekanntlich können auch durch gewöhnliche Maschinenlager stärkere Ströme hindurchgehen, ohne daß höhere Spannungen notwendig wären.

2. Bei Kohlebürsten ist die Zähigkeit gering. Die abgerissenen Teilchen legen sich in die vom Schmirgeln her vorhandenen Vertiefungen, es tritt daher fortlaufend eine Verfeinerung des Kornes der abgeriebenen Teilchen ein, bis schließlich die Schleifflächen weitgehend geglättet, poliert sind. Es hat sich dann ein stabiler Endzustand eingestellt, bei dem die Abnützung außerordentlich gering ist.

Digitized by Google

Wird durch die Bürste Strom geleitet, so haben die rollenden Teilchen die Stromführung zu übernehmen. Bei ganz kleinen Stromdichten wird dadurch der Zustand der Teilchen nicht geändert werden, mit steigendem Strom tritt aber Erhitzung und schließlich Glühen ein. Die hohen Temperaturen haben Oxydation und andere Zustandsänderungen im Gefolge, über die zunächst nichts Näheres ausgesagt werden kann; aus der Verfärbung des Ringes ist erkennbar, daß die Oxydationsprodukte in die Vertiefungen des Ringes eingedrückt werden. Auch bei Stromdurchgang kann sich daher der Schleifring polieren, die Erfahrung zeigt, daß selbst bei beträchtlichen Stromdichten ein solches gutes Zusammenarbeiten von Bürste und Ring möglich ist. Da jedoch bei den höheren Stromstärken die rollenden Teilchen sich schnell erhitzen, verbraucht werden und daher häufiger durch Neue zu ersetzen sind, muß gegenüber dem stromlosen Zustand die Abnützung eine viel größere sein. Die praktischen Erfahrungen stimmen ganz mit dieser Folgerung überein.

Abhebe-Lichtbogen.

Um Einblick in das Verhalten der Druckstellen oder der Teilchen in der Berührungsschicht bei hoher Erhitzung zu gewinnen, wurden weiter Versuche an ruhenden Kontakten ausgeführt. Dabei war der eine Kontakt ortsfest, der zweite lag zunächst unter einem gewissen Druck auf und konnte angehoben werden, so daß eine allmähliche Entlastung und schließlich ein Abheben eintrat. Es wurde zu diesen Versuchen der in E. und M. 1912, S. 38, beschriebene Apparat verwendet. Der eine Kontakt ist an einem Wagebalken befestigt und kann durch eine an langem Hebelarm angreifende Einstellschraube um ganz geringe Beträge verstellt werden. Bei gleichgehaltener Stromstärke und allmählicher Entlastung stieg die Übergangsspannung langsam an, bis bei einer gewissen Lockerung der Spannungszeiger unruhig wurde und plötzlich auf einen verhältnismäßig hohen Wert emporschnellte. Mit der Verringerung des Druckes war die Druckstelle immer mehr zusammen geschrumpft, gleichzeitig stieg damit der Übergangswiderstand und die Erhitzung, bis schließlich die enge Brücke ausbrannte und ein Lichtbogen die Stromleitung übernehmen mußte. Wir haben es also mit Lichtbögen im Entstehungszustand oder Lichtbögen geringster Länge zu tun.

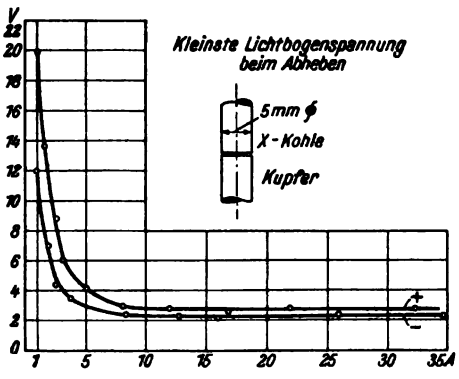


Fig. 6.

Für ein Kontaktpaar Kupfer — XKohle von 5 mm ∅ ergaben sich die aus Fig. 6 ersichtlichen Abhebespannungen. Die oberen Punkte gelten für die Stromrichtung Metall — Kohle, die unterenPunkte für die umgekehrte Richtung. Wir sehen deutlich Polarität ausgeprägt, die Spannung ist für die Stromrichtung Metall — Kohle größer, der Sinn der Polarität ist der gleiche wie bei Kohlebürsten auf Schleifringen. Bei den größeren Stromstärken sinkt die Übergangsspannung etwa bis auf $2^1/_2$ V.

Solche Messungen wurden nun für verschiedene Kohlensorten (stets 5 mm ∅) durchgeführt. Für ein Kontaktpaar Kupfer — QS Kohle, die bekanntlich härter

Digitized by Google

ist und größeren spez. Widerstand hat, ergab sich grundsätzlich das gleiche Bild; von etwa 20 A ab trat auch ohne Abheben bereits Glühen der Kohle ein. Die Glüherscheinungen zeigten sich in verstärktem Maße bei Kupfer—Morganite Kohle Glied 1. Schon bei etwa 10 A wurde die Kohle rotglühend, bei etwa 20 A weißglühend. Es war daher bei den höheren Strömen nicht mehr gut zu unterscheiden, ob nur Glühen vorlag oder ob bereits Abhebelichtbogen sich eingestellt hatte. Im Gegensatz dazu lagen die Spannungswerte für ein Kontaktpaar Kupfer — Kupferkohle KK 111 sehr sicher; der Einfluß der Stromrichtung war auch noch deutlich ausgeprägt, wenn auch zahlenmäßig geringer. Eigenartig war das Verhalten von Kupfer—Kupfer. Die Spannungskurve senkte sich von 25 V für 1 A auf 15 V bei etwa 5 A; bei noch größeren Stromstärken ergab sich aber kein Abhebelichtbogen, der + Pol oxydierte stark und es bildete sich eine glühende Brücke. Erst wenn die Kontakte verhältnismäßig weit auseinandergezogen wurden, trat grüner Lichtbogen auf, der bei etwa 25 A etwa 22 V benötigte. Aus diesem Versuch ist zu ersehen, daß für die Stromübertragung außer den festen Körpern und Lichtbogen noch besondere Zustandsformen in Frage kommen (glühende Oxyde in weichem oder flüssigem Zustand).

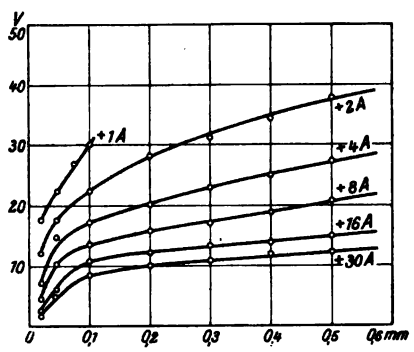


Fig. 7.

In den meisten der angeführten Fälle wurden die notwendigen Spannungen auch für weiter auseinandergezogene Kontakte bestimmt. Ein ungefähres Bild über den Einfluß des Abstandes zeigt Fig. 7, die für Kupfer — X Kohle mit Stromrichtung Metall — Kohle gilt.

Polarität.

Wie bereits bemerkt, stimmt die bei den Abhebeversuchen gefundene Polarität mit der für schleifende Kohlebürsten festgestellten Polarität überein, sie ist aber entgegengesetzt der sonst für unsymmetrische Lichtbogen geltenden Art. Nach der Theorie von Simon[1]) wird bei einem Lichtbogen für die Stromrichtung Kohle—Metall die höhere Spannung benötigt, weil in diesem Fall die Kathode, auf deren Temperatur es in erster Linie ankommt aus Metall besteht und daher stark gekühlt wird. Der Widerspruch konnte aufgeklärt werden; bei Versuchen an einem Gleichstromlichtbogen mit Kupfer—X Kohle—Elektroden (6 mm ∅) hat sich nämlich herausgestellt, daß bei den geringen Bogenlängen die Art der Polarität anders ist, als sie nach der Theorie von Simon sein sollte. Es wurden für das Verhältnis von Spannung für Richtung Kohle — Metall zu Spannung für die umgekehrte Richtung folgende Werte gefunden:

Bogenlänge	0 (Abheben)	4	8	11 mm
Verhältnis	0,8	0,85	1	1,25

Die Polarität wechselt also, wenn von kleinen Entfernungen auf größere Abstände übergegangen wird.

Bei den beschriebenen Abhebeversuchen waren die Berührungsflächen jeweils vorher poliert worden. Wurde dann ein kürzester Lichtbogen gezogen und der Strom

[1]) Phys. Zeitschr. 1905, S. 297.

Digitized by Google

sofort wieder unterbrochen, so zeigten die Flächenspiegel deutlich einen Punkt, an dem sich offenbar aus der Druckstelle der Fußpunkt des Lichtbogens entwickelt hatte. Drückte man die Kontakte wieder aufeinander, so ergab sich gegenüber dem Anfangszustand ein viel höherer Kontaktwiderstand; am Übergangspunkt war anscheinend die Kohle aufgequollen, während sich am Metall eine winzige Schmelzperle oder ein Oxydpünktchen gebildet hatte. Ließ man den Lichtbogen einige Zeit stehen, oder wurden durch häufiges Anheben fortlaufend neue Bögen gezogen, so waren in kurzer Zeit die Schleifflächen matt und verdorben; außerdem hatte sich am Metall ein Niederschlag von Kohle gebildet.

An der schleifenden Bürste können wir zwar bei gutem Arbeiten nicht Abhebelichtbogen der obigen Art haben, denn die Bürsten-Übergangsspannungen liegen ja weit unter den Abhebespannungen (abgesehen von ganz hohen Stromdichten). Es befinden sich jedoch hier die rollenden Teilchen im Glühzustand und solche Brücken nähern sich wahrscheinlich in ihrem Verhalten dem Lichtbogen und zeigen vermutlich auch Polarität. Bei den in Frage kommenden hohen Temperaturen haben sicherlich die Thermospannungen erhebliche Werte. Versucht man an ruhenden Kontakten solche glühenden Brücken (sie bilden sich bei geringem Druck) näher zu studieren, so stößt man auf große Schwierigkeiten. Sobald die Übergangsspannung bei Kupfer — Kohlekontakten die Größenordnung von etwa $^1/_2$ V erreicht, treten sprunghafte Änderungen im Zustand der Brücke ein, der nicht stabil zu sein scheint. Auch an der schleifenden Bürste tritt ein Ausbrennen der Brücken ein, die Oxydationsprodukte werden aber weggerieben, so daß durch Nachsinken der Bürste neue Teilchen für die Stromführung herangezogen werden. Wir haben uns daher vorzustellen, daß in raschem Wechsel bald hier bald dort ein Teilchen zum Aufglühen und Vergehen kommt. Mit steigendem Bürstenstrom findet der Austausch immer schneller statt, auch werden wohl mehr Teilchen in Parallelschaltung herangezogen. Die Übergangsspannung braucht daher nicht mehr zu steigen.

Es ist bemerkenswert, daß in der geschilderten Weise die Stromübertragung bis zu ganz hohen Stromdichten möglich ist, ohne daß die Bürste zum Feuern kommt. Arnold beschreibt einen Versuch, bei dem die Stromdichte 465 A/cm² betrug, der Verfasser hat Werte von über 1000 A/cm² eingestellt, ohne daß sich Feuer zeigte; nur war in diesen Fällen die Abnützung derartig groß, daß die Bürste sich in kurzer Zeit um ein paar Millimeter abgeschliffen hatte. Die Scleiffhlächen werden dabei nicht wesentlich verändert.

Feuern der Bürsten.

Ganz anders liegen die Verhältnisse bei der feuernden Bürste. Es kommen hierbei hauptsächlich zwei Fälle in Frage. An einem mechanisch unruhig laufenden Schleifring kann es vorkommen, daß die Bürste vorübergehend abgehoben wird; während dieser Zeitspanne haben wir es mit einem wirklichen Lichtbogen zu tun; das Rauhwerden der Schleifflächen und die Schwärzung des Metalls sind ein untrügliches Kennzeichen hierfür. Für die Schleifwege mit guter Auflage kann Politur vorhanden sein, wie an jedem gutarbeitenden Schleifring. Die Übergangsspannung ist für die beiden Bereiche sehr verschieden, ihr Mittelwert liegt beträchtlich höher, als sie für einwandfreien Betrieb sein müßte.

Auch das Bürstenfeuer an der Kollektormaschine mit nicht einwandfreier Stromwendung wird nicht unmittelbar durch zu hohe Stromdichte verursacht.

Digitized by Google

An den Stellen mit hoher Stromdichte, z. B. an der ablaufenden Kante, tritt aber ein hoher Verbrauch ein und da die Bürste gewissermaßen von den Stellen mit geringer Stromdichte und kleiner Abnutzung getragen wird und nicht nachsinken kann, kommt der Bereich an der ablaufenden Kante allmählich außer Berührung. Es bildet sich ein Luftspalt, der durch Lichtbogen überbrückt werden muß; bei den großen Stromdichten ist die erforderliche Spannung gar nicht so hoch. Die Bürstenfläche ist in diesem Bereich matt, während die damit zusammenarbeitenden Streifen der Lamelle die charakteristische Rauhung und Schwärzung zeigen. Die nicht überanstrengten Stellen sind sowohl an Bürste, wie am Stromwender poliert, wir haben daher an Bürste und an den Lamellen deutlich erkennbar je einen polierten und einen matten Streifen.

Zusammenfassung.

Bei ruhenden Schleifflächen erfolgt Stromübertragung wie im festen Leiter, der Übergangswiderstand entsteht durch Einschnürung der Stromlinien. Bei Bewegung laufen die an den wahren Berührungsstellen abgeriebenen Teilchen nach Art von Rollen zwischen den Schleifflächen. Diese Teilchen bilden die Brücken für den Strom; für ganz kleine Stromdichten ist daher Übertragung wie beim festen Leiter möglich. Mit steigender Stromdichte tritt beträchtliche Erwärmung der Brücken ein, diese kommen in Glühzustand und brennen schließlich aus. Zum Ersatz müssen andere Teilchen ins Spiel treten, der Verbrauch hängt von der Stromdichte ab (Abnutzung). Bei beginnender Erhitzung der Brücken stellt sich Polarität ein. Schon eine Spur von Bewegung genügt zur Herbeiführung der Polaritäts-Erscheinung. Zur weiteren Aufklärung wurden Lichtbogen kleinster Länge, wie sie beim Abheben der Bürste entstehen, studiert. Die festgestellte Polarität stimmt mit der an Schleifbürsten beobachteten überein. An den Schleifbürsten treten wirkliche Lichtbogen auf bei unruhigem Lauf und bei nicht einwandfreier Stromwendung.

Digitized by Google

Vorzeichen- und Richtungsregeln für Wechselstrom-Vektordiagramme.

Von Dr.-Ing. M. Kloss,
o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin.

Mit 43 Textfiguren.
Eingegangen am 13. Juni 1922.

Einleitung.

Jeder, der sich mit komplizierteren Vektordiagrammen namentlich bei der Behandlung von Wechselstrom-Kommutatormaschinen befaßt hat, wird oft, insbesondere bei der Untersuchung neuer Schaltungen, auf Schwierigkeiten gestoßen sein bezüglich der Richtung der einzuzeichnenden Vektoren. Die Schwierigkeiten haben darin ihren Grund, daß es im allgemeinen verschiedene Möglichkeiten der Darstellung gibt und daß in der Literatur auch von diesen verschiedenen Möglichkeiten Gebrauch gemacht wird. Bei einfachen Diagrammen sind dabei Mißverständnisse ausgeschlossen. Bei schwierigeren Diagrammen hingegen kommt man rettungslos in die Brüche, wenn man nicht feste Regeln aufstellt. Dabei stößt man freilich mitunter zunächst auf Widersprüche. Es zeigt sich ferner, daß mancher Lehrsatz, an den wir uns im täglichen Gebrauch gewöhnt haben, nur unter bestimmten, stillschweigend oder gar unbewußt gemachten Voraussetzungen gilt. Alle diese Widersprüche und Unstimmigkeiten klären sich aber restlos auf, wenn man die Regeln wirklich streng und unbedingt folgerichtig durchführt.

Dasselbe Bedürfnis empfindet vor allem auch der Hochschullehrer, dem die Aufgabe gestellt ist, die Studierenden in ein durch seine große Mannigfaltigkeit verwirrendes Gebiet auf möglichst gerader und ebener Straße einzuführen und dabei das Wesentliche und Kennzeichnende herauszuarbeiten und in einheitlicher Darstellung klarzulegen.

Ein solcher Versuch zu einheitlicher Darstellung ist schon einmal von Dyhr[1]) gemacht worden. Er ist aber nicht als geglückt zu bezeichnen. Denn er enthält Willkürlichkeiten, die von Dyhr gar nicht begründet werden und offenbar nur zu dem Zwecke eingeführt wurden, um sonst sich zeigenden Widersprüchen aus dem Wege zu gehen. So ist z. B. der Einfluß der „Gängigkeit" der Ankerwicklung von Dyhr gar nicht erkannt worden.

Eine wirklich streng durchgeführte Methode ist aber nicht nur für den Fachmann von Wert als brauchbares Rüstzeug bei seinen Arbeiten, sondern sie stellt auch pädagogisch ein vorzügliches Mittel dar, um die Studierenden im scharfen logischen Denken zu üben.

[1]) Dyhr, Die Entwicklung der Kommutatormotoren für Einphasen-Wechselstrom auf Grund der deutschen Patentliteratur. Dissertation TH Dresden. Berlin: Verlag von Julius Springer 1912.

Digitized by Google

Aus diesem Bedürfnis des Unterrichts heraus und auf Grund der dabei gemachten Erfahrungen ist der im Nachfolgenden wiedergegebene Versuch einheitlicher Durchführung von Vorzeichen- und Richtungsregeln entstanden.

I. Darstellung der Spannungen im geschlossenen Vektorpolygon.

Vektoren werden addiert, indem man sie im Sinne ihrer Pfeilrichtungen aneinander reiht. Für einen geschlossenen Stromkreis muß das Spannungsvektordiagramm ebenfalls ein geschlossenes Polygon darstellen. In einem solchen Polygon müssen somit bei Addition aller Vektoren die Pfeile sämtlich gleichsinnig durchlaufen werden.

In der Literatur findet man sehr häufig Darstellungen, bei denen Vektoren mit ihren Pfeilspitzen aneinanderstoßen. Das bedeutet dann eine vektorielle Differenz oder Zerlegung eines Vektors in Komponenten.

Die beiden Darstellungsweisen mögen an einem einfachen Beispiele klar gemacht werden, und zwar für eine an ein Netz mit der Klemmenspannung E_k angeschlossene Drosselspule. Die Eisenverluste mögen vernachlässigt werden. Der Widerstand der Spule sei $= R$ (Fig. 1). Der vom Strom J erzeugte Kraftfluß Φ liegt im Vektordiagramm phasengleich mit J. Er induziert nach dem Gesetze

$$e = -N\frac{d\Phi}{dt}\cdot 10^{-8} \qquad (1)$$

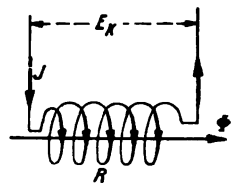


Fig. 1.

eine ihm zeitlich um 90° nacheilende elektromotorische Kraft E_i, die bei linksdrehendem Vektordiagramm (oder rechtsdrehender Zeitlinie) in Fig. 1a als OA nach unten gerichtet einzuzeichnen ist. Der Ohmsche Spannungsabfall wirkt nun wie eine in der widerstandslos gedachten Wicklung sitzende gegenelektromotorische Kraft, die demnach, da J und R beide positiv sind, als $AB = (-J \cdot R)$ einzuführen, also mit der Pfeilrichtung gegen die J-Richtung einzuzeichnen ist. Als dritte Spannung des geschlossenen Stromkreises muß die vom Netz gelieferte Klemmenspannung $BO = E_k$ das Spannungsdreieck schließen. Diese Klemmenspannung ist in Fig. 1a noch einmal um sich selbst verlängert eingezeichnet und eilt dem Strom J um den Winkel φ ($< 90°$) voraus.

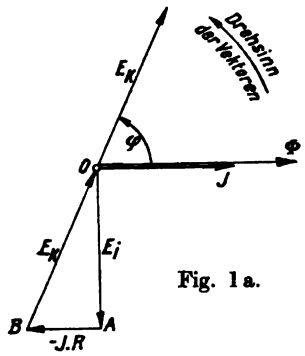


Fig. 1a.

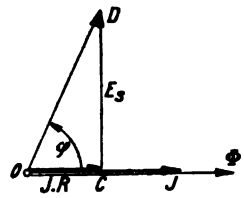


Fig. 1b.

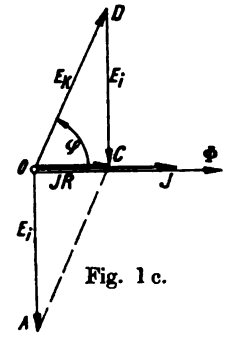


Fig. 1c.

In einer anderen, fast allgemein üblichen Darstellung, wird der Ohmsche Abfall als $OC = J \cdot R$ gleichphasig und gleichsinnig mit J eingezeichnet. Der „induktive" Abfall, die sog. „Selbstinduktionsspannung" E_s wird um 90° dem Strom voraus, also in Fig. 1b als Vektor CD senkrecht nach oben gerichtet ge-

Digitized by Google

zeichnet. Die Klemmenspannung E_k des Netzes erscheint als Schlußlinie OD des Dreiecks, mit ihrer Pfeilspitze an die von E_i anstoßend, und gegen den Strom wieder den Voreilwinkel φ bildend. Die hier wiedergegebene, übliche, abgekürzte Ausdrucksweise ist nun aber nicht streng richtig und daher ist sie namentlich beim Anfänger eine Quelle von Unklarheiten und Mißverständnissen. Streng genommen müßte man CD nicht als Selbstinduktionsspannung bezeichnen, sondern als „die zur Überwindung der Selbstinduktionsspannung (OA) erforderliche Komponente der aufgedrückten Klemmenspannung", was natürlich sehr umständlich ist. Die Folge jener abgekürzten Ausdrucksweise ist dann die, daß die Studierenden, wie ich im Unterricht und in den Prüfungen immer wieder feststellen muß, diese Komponentendarstellung mit dem Grundgesetz der Wechselstromtechnik, wonach die von einem Kraftfluß Φ induzierte EMK diesem Fluß um 90° nacheilt, andauernd durcheinander werfen. Wenn das aber nicht sitzt, so ist natürlich ein klares Verständnis für schwierigere Vektordiagramme nicht möglich.

Offenbar um dieser Schwierigkeit aus dem Wege zu gehen, wird z. B. von Görges in seinen „Grundzügen der Elektrotechnik" (1913, S. 37, Fig. 41) eine dritte Darstellung[1]) angewendet, die zwischen den beiden in Fig. 1a und 1b gegebenen steht. Hier ist $OA = E_i$ die wirklich von Φ induzierte EMK (Fig. 1c). Sie setzt sich mit der aufgedrückten Klemmenspannung $OD = E_k$ vektoriell zusammen zur Resultierenden OC, die nun als „Ohmscher Spannungsabfall" $= J \cdot R$ bezeichnet wird. In dieser Weise aufgebaut, erscheint das Diagramm zunächst begründet. Beginnt man aber, wie dies beim Aufbau von Vektordiagrammen meist der Fall ist, mit dem Strom und fragt nach der erforderlichen Klemmenspannung, so muß man die beiden Vektoren $J \cdot R$ und E_i mit den Pfeilspitzen aneinandersetzen, was für den Anfänger nicht recht begreiflich erscheint. Er macht dann, wie die Erfahrung immer wieder zeigt, leicht den Fehler, daß er die beiden Vektoren pfeilgerecht addiert und somit eine Klemmenspannung erhält, die dem Strom um φ nacheilt, was natürlich unrichtig ist. Auf diesem Wege erscheint es also ausgeschlossen, daß der Studierende sich diejenige Sicherheit in Handhabung seines Rüstzeuges erwirbt, die zum selbständigen Aufbau verwickelter Vektordiagramme unbedingt erforderlich ist. Das Ergebnis der Konfusion erlebt man dann mitunter in recht unliebsamer Weise als Referent bei Doktorarbeiten.

Hier kann man nur dadurch reine Wirtschaft schaffen, daß man unerbittlich folgerichtig vorgeht. Das ist aber nur bei Anwendung der zuerst (in Fig. 1a) gegebenen Darstellung möglich. Ebenso wie Görges bei der Darstellung der Selbstinduktion nicht die zu ihrer Überwindung nötige Komponente der Klemmenspannung, sondern die wirklich vom Fluß Φ induzierte EMK einführt, muß man auch bei der Darstellung des Ohmschen Abfalles nicht die zu seiner Überwindung erforderliche Komponente der E_k darstellen, sondern man muß den Ohmschen Abfall als gleichwertig einer im widerstandslos gedachten Leiter dem Strome entgegenwirkenden EMK auffassen. Dann werden sämtliche Spannungen im Stromkreise einfach addiert, d. h. im Sinne der Pfeilrichtungen aneinander gereiht, und müssen sich zu Null schließen, oder anders ausgedrückt $\sum[E] = 0$.

Auf anderen Gebieten ist ein solches Verfahren durchaus selbstverständlich.

Fragt man sich nun, woher es wohl gekommen sein mag, daß man gerade im vorliegenden Falle bei Berücksichtigung des Ohmschen Spannungsabfalles von der

[1]) Dieselbe Darstellung findet sich auch bei Wilke (Die Elektrizität).

Digitized by Google

sonst allgemein üblichen mathematischen Behandlung abweicht, so scheint mir die Ursache in den Elementen der Elektrotechnik zu stecken, nämlich in der Fassung des zweiten Kirchhoffschen Gesetzes. Während das erste Kirchhoffsche Gesetz trotz der Wortfassung, daß die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme ist, mathematisch fast ganz allgemein in die Form

$$\Sigma J = 0 \tag{2}$$

gekleidet wird, wird ebenso fast allgemein[1]) das zweite Kirchhoffsche Gesetz übereinstimmend mit dem üblichen Wortlaut geschrieben:

$$\Sigma E = \Sigma J R. \tag{3}$$

Das ist eine merkwürdige Inkonsequenz, die sich aber wie eine ewige Krankheit durch alle Lehrbücher forterbt. Genau so, wie man das erste Gesetz in die Form kleidet: „Stromsumme im Knotenpunkt = Null" und das Vorzeichen darüber entscheiden läßt, ob der Strom zu- oder abfließt, genau so sollte man das zweite Gesetz in der Form aussprechen:

„Im geschlossenen Stromkreise ist die Summe aller Spannungen gleich Null," also

$$\Sigma E = 0 \tag{4}$$

und hätte dann die im Sinne des Umlaufes wirkenden elektromotorischen Kräfte als positiv, die bei positiv gerichtetem Strome auftretenden Ohmschen Abfälle als negativ, also als $(-J \cdot R)$ einzuführen:

$$\Sigma(\text{EMK}) + \Sigma(-JR) = 0. \tag{5}$$

Nur bei Jaeger (Elektrische Meßtechnik, S. 57) finden wir diese Darstellung in der Form $\sum(v - ir) = 0$. Ebenso ist im Lehrbuch von Janet-Süchting, S. 52, das zweite Kirchhoffsche Gesetz in der Form geschrieben $\sum \pm (R \cdot i - E) = 0$, Merkwürdigerweise wird aber gerade in diesem Lehrbuch das erste Kirchhoffsche Gesetz nicht in der sonst üblichen Form, sondern als $\sum i_n = \sum i_n'$ geschrieben. Im Lehrbuch von Schenkel (Elektrotechnik, 1910, S. 142) findet man ferner den mit unserer Betrachtungsweise übereinstimmenden Satz: „Wir wissen von früher, daß ein Widerstand w sich so verhält, als ob er eine gegenelektromotorische Kraft vom Betrage $i \cdot w$ und dem Vorzeichen Minus (—) entfalte." Schenkel geht aber dann sofort wieder zur Komponentendarstellung über, wobei sich das — - Zeichen wieder in + verwandelt. Es ist also dann logisch nicht richtig, wenn er (z. B. auf S. 103 und 105) das Produkt $J \cdot w$ als „Gegenspannung" bezeichnet. Die Gegenspannung kann nur $-J \cdot w$ sein. Bei Herrmann (Elektrotechnik I) wird zwar für den zweiten Kirchhoffschen Satz keine besondere Gleichung angeschrieben, es wird jedoch (S. 49) ausdrücklich gesagt, daß die „von den Ohmschen Spannungsverlusten herrührenden Potentialdifferenzen in der Richtung des Stromes negativ eingesetzt werden müssen". Trotz dieser Festsetzung werden aber später in den Vektordiagrammen (Bd. III) die Ohmschen Abfälle einfach mit $J \cdot W$ bezeichnet und manchmal im Sinne des Stromes, manchmal entgegengesetzt eingetragen. Es fehlt also auch wieder die strenge Durchführung.

[1]) Vgl. z. B. Görges (Grundzüge), Strecker (Handbuch), Thomälen, Hütte, Grätz, Starkstromtechnik, Heinke (Handbuch).

Digitized by Google

Als Ergebnis unserer Betrachtungen stellen wir nunmehr folgende Sätze auf:

Satz 1. Der Ohmsche Spannungsabfall wirkt wie eine dem Strom entgegengerichtete elektromotorische Kraft und ist daher als Spannung ($-J \cdot R$) einzuführen und dementsprechend im Vektordiagramm mit der Pfeilrichtung gegen die Stromrichtung einzuzeichnen.

Satz 2. In einem geschlossenen Stromkreise ist die Summe aller Spannungen gleich Null. (Zweites Kirchhoffsches Gesetz.)

Satz 3. In einem geschlossenen Wechselstromkreise werden die Spannungsvektoren sämtlich addiert, d. h. im Sinne ihrer Pfeilrichtungen aneinander gereiht, und schließen sich zum Spannungspolygon.

II. Das Vorzeichen der Leistung.

Nach den gemachten Festsetzungen ergibt sich das Vorzeichen für die Leistung von selbst.

a) Abgabe.

Eine Wicklung wirkt als Generator, gibt also elektrische Leistung ab, wenn der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen $\pm 90°$ liegt, also $\cos\varphi$ positiv ist. Die Leistung

$$L = E \cdot J \cdot \cos\varphi$$

wird also positiv.

Satz 4. Elektrische Abgabe einer Wicklung ist positiv (Generatorleistung).

Sinngemäß ist dann natürlich auch eine mechanische Leistungsabgabe als positiv zu bezeichnen.

b) Aufnahme.

Die von einer Wicklung (oder einem Netz) aufgenommene Leistung ist dadurch gekennzeichnet, daß der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen $+ 90°$ und $+ 180°$, oder zwischen $- 90°$ und $- 180°$ liegt, also $\cos\varphi$ negativ ist.

Satz 5. Die elektrische Aufnahme einer Wicklung ist negativ.

Als Beispiel möge das einfache Transformatorendiagramm für induktive Belastung besprochen werden (Fig. 2). Die Ohmschen Abfälle sind als Vektoren $-J_2 r_2$ und $-J_1 r_1$ eingezeichnet, die vom primären Fluß Φ_1 und vom sekundären Fluß Φ_2 induzierten EMK. E_1 und E_2 sind diesen Flüssen um 90° nacheilend gezeichnet. Die vom primären Netz gelieferte Spannung E_{n_1} schließt sich mit E_1 und $-J_1 r_1$ zum gleichsinnig durchlaufenen Dreieck. Die in der Primärwicklung auftretende Gesamtspannung ist die vektorielle Summe von E_1 und $-J_1 r_1$. Sie ist $E_{K_1} = -E_{n_1}$ (s. Fig. 2a). Der Winkel φ_{n_1} zwischen J_1 und der Netzspannung E_{n_1} ist $< 90°$, das Netz gibt also (positive) Leistung ab. Der Winkel zwischen J_1 und der primären Spannung E_{K_1} ist dagegen $\varphi_1 > 90°$, die Primärwicklung nimmt daher

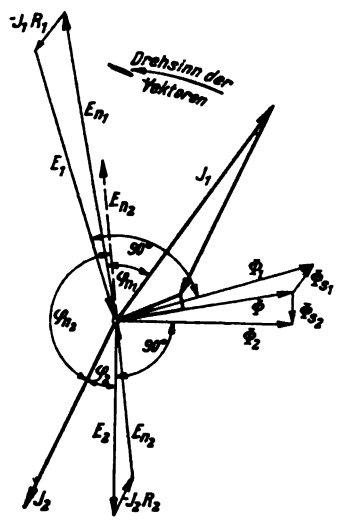


Fig. 2.

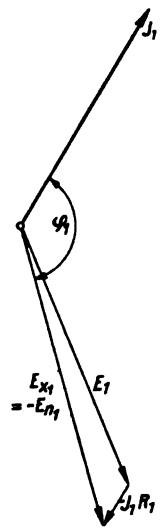


Fig. 2a.

Digitized by Google

(negative) Leistung auf. Auf der sekundären Seite ist dagegen der Winkel zwischen J_2 und der induzierten Spannung E_2 $\varphi_2 < 90°$, die Sekundärwicklung gibt daher (positive) Leistung ab. Die beiden sekundären Spannungen E_2 und $-J_2 r_2$ schließen sich im Dreieck mit der vom sekundären Netz aufzubringenden Verbraucherspannung E_{n_2} zu Null. Der Winkel zwischen E_{n_2} und J_2 ist $\varphi_{n_2} > 90°$, das sekundäre Netz nimmt also wieder (negative) Leistung auf.

Die folgerichtige Durchführung dieser Regeln führt somit dazu, daß man den Leistungsfaktor eines Drehstromgenerators als positiv, den eines asynchronen Drehstrommotors dagegen als negativ bezeichnen muß. Bei reinem Leerlauf wird der $\cos\varphi = \pm 0$, bei übersynchronem Lauf wird er dann positiv, auch die elektrische Leistung der Statorwicklung wird positiv, die Maschine arbeitet also als Generator. In der Praxis, namentlich in Preislisten und auf Leistungsschildern wird man natürlich an der üblichen Angabe eines positiven Leistungsfaktors beim Drehstrommotor festhalten. Für wissenschaftliche Behandlung der Frage muß man sich aber klar sein, daß dieser positive $\cos\varphi$ sich nicht auf die Aufnahme des Motors, sondern auf die Abgabe des speisenden Netzes bezieht.

c) Die Klemmen-Gleichung und die Umformer-Gleichung.

Am Beispiel des Transformators sehen wir, daß die vom Netz an seinen Klemmen abgegebene (positive) Leistung (L_{n_1}) gleich der vom Verbraucher an seinen Klemmen aufgenommenen (negativen) Leistung (L_{K_1}) ist. Für die Klemmen eines an ein Netz angeschlossenen Verbrauchers kommen wir also zu der Gleichgewichtsbedingung:

$$\left.\begin{aligned} & L_{n_1} + L_{K_1} = 0 \\ \text{oder} \quad & L_{K_1} = -L_{n_1} \end{aligned}\right\} \text{„Klemmen“-Gleichung.} \tag{6}$$

Ebenso gilt für die Übertragung der Leistung von einer Wicklung auf eine andere (also z. B. beim Transformator von primär auf sekundär, oder beim Drehstrommotor für die im Luftspalt vom Stator auf den Rotor übertragene „Luftspaltleistung“) nach dem Satz von der Erhaltung der Energie:

$$\left.\begin{aligned} & L_2 + L_1 = 0 \\ \text{oder} \quad & L_2 = -L_1 \end{aligned}\right\} \text{„Umformer“-Gleichung.} \tag{7}$$

wobei L_1 als „Abgabe“ positiv und demnach L_2 als „Aufnahme“ negativ wird. (Auf die Verluste ist hierbei zunächst noch keine Rücksicht genommen. Sie werden im folgenden Abschnitt besonders behandelt.)

Die Umformergleichung gilt natürlich nicht nur für rein elektrische Umformung, sondern für jede Umformung, also z. B. ebenso auch für die Umformung mechanischer Leistung in elektrische oder umgekehrt.

d) Berücksichtigung der Verluste.

Hierbei ist zu unterscheiden, ob man die Gleichung ansetzt für einen geschlossenen Stromkreis oder für einen Umformer (im allgemeinsten Sinne des Wortes, also einschließlich Generator, Motor usw.).

1. Der geschlossene Stromkreis.

Im geschlossenen Stromkreise (ohne Parallelzweige) erscheinen in der Leistungsgleichung nur elektrische Leistungen, die sich aus der Multiplikation der Spannungsvektoren mit dem Stromvektor ergeben.

Digitized by Google

Es sei in Fig. 3:

G die widerstandslos gedachte Wicklung eines Generators, in der die EMK E_g erzeugt wird,

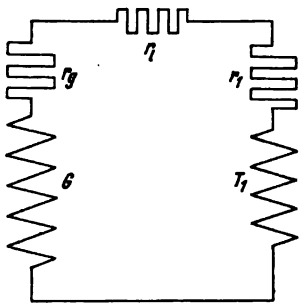


Fig. 3.

r_g der herausgezogene Widerstand dieser Wicklung,

r_l der Leitungswiderstand,

T_1 die ebenfalls widerstandslos gedachte Primärwicklung eines Transformators mit der Gegen-EMK E_{T_1},

r_1 ihr herausgezogener Widerstand,

J_1 der im Stromkreise fließende Strom,

dann bilden die Spannungsvektoren (Fig. 3a):

$$E_g, \quad -J_1 r_g, \quad -J_1 r_l, \quad -J_1 r_1 \quad \text{und} \quad E_{T_1}$$

ein geschlossenes Polygon nach Satz 2. $\sum E = 0$.

Ebenso gilt für die in den einzelnen Teilen des Stromkreises auftretenden elektrischen Leistungen $\sum L = 0$.

Die „Klemmen"gleichung geht also bei Berücksichtigung der Kupferverluste in die Form über:

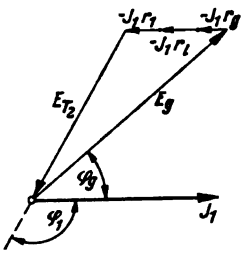


Fig. 3a.

$$L_g + V_{e_g} + V_{e_l} + V_{e_1} + L_1 = 0 \quad (\text{„Stromkreis"-Gleichung}), \tag{8}$$

wo V_e = elektrische Leistung der Widerstände bedeutet. Die Werte der einzelnen Teilleistungen erhält man, indem man den Stromvektor J_1 mit den einzelnen Spannungsvektoren multipliziert:

$$\underbrace{E_g J_1 \cos\varphi_g}_{\substack{\text{positiv, da } \varphi < 90°,\\ \text{also Abgabe.}}} - \underbrace{J_1^2 r_g - J_1^2 r_l - J_1^2 r_1}_{\substack{\text{negativ,}\\ \text{also Aufnahme.}}} + \underbrace{E_{T_1} J_1 \cos\varphi_1}_{\substack{\text{negativ, da } \varphi_1 > 90°,\\ \text{also Aufnahme.}}} = 0 \tag{8a}$$

Zu beachten ist, daß die Stromkreisgleichung naturgemäß nur elektrische Leistungen enthalten kann.

Wir finden hiernach:

Satz 6. Die elektrischen Kupferverluste sind in der Stromkreisgleichung als Aufnahme mit negativem Vorzeichen, also als $(-J^2 r)$ einzuführen.

2. Der Umformer.

Als Beispiel eines „Umformers" im allgemeinen Sinne betrachten wir einen Generator mit der mechanischen Aufnahme L_m, der elektrischen Abgabe L_e und den in Wärme umgesetzten Verlusten V_w. Dann gilt die „Umformer"gleichung $\sum L = 0$, also

$$\underset{\substack{|\\ \text{Aufnahme,}\\ \text{also negativ.}}}{L_m} + V_w + \underset{\substack{|\\ \text{Abgabe,}\\ \text{also positiv.}}}{L_e} = 0. \tag{9}$$

Da nun die Aufnahme L_m zahlenmäßig größer ist als die Abgabe L_e, weil sie auch die Verluste V_w mit decken muß, so folgt, daß die Verluste V_w hier ebenso wie L_e als Abgabe, also mit positivem Vorzeichen einzuführen sind. Das gilt dann natürlich auch für die in Wärme umgesetzten Kupferverluste, die somit als $+J^2 r$ einzuführen wären.

Hiernach würde sich also zunächst ein Widerspruch mit der vorhergehenden Betrachtung ergeben, die auf ein negatives Vorzeichen führte.

Digitized by Google

Dieser Widerspruch löst sich aber ohne weiteres, wenn wir, wie in der Einleitung bereits gesagt, die Vorzeichenregeln wirklich streng und folgerichtig anwenden. Die Lösung liegt einfach in den eben gebrauchten Worten: „Die in Wärme umgesetzten Kupferverluste“ .Mit anderen Worten: Wir haben in jedem Widerstand einen „Energieumformer“ vor uns, in dem elektrische Leistung V_e aufgenommen und in Wärme V_w umgeformt und als solche abgegeben wird. Für diesen Vorgang gilt aber natürlich auch unsere Umformergleichung, also ist

$$V_e + V_w = 0 \tag{10}$$

oder

$$V_w = - V_e \tag{10a}$$

Da nun nach der Stromkreisgleichung die vom Widerstand aufgenommene elektrische Leistung $= - J^2 r$ war, muß die vom Widerstand abgegebene Wärme $= + J^2 r$ sein.

Wir erhalten also folgenden

Satz 7. Die in Wärme umgesetzten Verluste sind in der Umformergleichung als Abgbe mit positivem Vorzeichen einzuführen, also die Stromwärmeverluste als $(+ J^2 r)$.

Als Beispiel für die Anwendung von Satz 6 und 7 betrachten wir den belasteten Transformator (Fig. 4).

Primäre Stromkreisgleichung: $L_{n_1} + V_{e_1} + L_1 = 0$,
Innere Umformergleichung: $L_1 + V_{Fe} + L_2 = 0$,
Sekundäre Stromkreisgleichung: $L_2 + V_{e_2} + L_{n_2} = 0$.

Hierin ist:

L_{n_1} = Abgabe des primären Netzes: positiv.
$V_{e_1} = - J_1^2 r_1$ = elektr. Aufnahme des primären Widerstandes: negativ.
L_1 = elektromagnetische Aufnahme der Primärwicklung: negativ.
V_{Fe} = in Wärme umgesetzte Eisenverluste: positiv.
L_2 = elektromagnetische Abgabe der Sekundärwicklung: positiv.
$V_{e_2} = - J_2^2 r_2$ = elektr. Aufnahme des Sekundärwiderstandes: negativ und
L_{n_2} = elektrische Aufnahme des Sekundärnetzes: negativ.

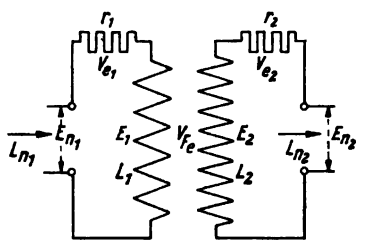


Fig. 4.

III. Das Vorzeichen der Windungszahl.

a) Das Solenoid.

Als positiv bezeichnen wir die Richtung der vom Nordpol eines Magneten außerhalb sich zum Südpol hin schließenden Kraftlinien. Von einem Solenoid wird ein positiver Kraftfluß erzeugt, wenn der Strom, von einem in Richtung des positiven Flusses blickenden Beschauer aus gesehen, im Sinne des Uhrzeigers die Wicklung durchfließt. Diese Regel kann auch als sog. „Schraubenregel“ wie folgt gefaßt werden: Stellt man die Achse einer rechtsgängigen Schraube in die Feldrichtung und dreht die Schraube im Sinne der Stromrichtung, so bezeichnet ihr Vorschub die Richtung der (positiven) Nordpolkraftlinien.

Diese Schraubenregel verleitet nun leicht zu der Vorstellung, als ob auch das einen positiven Fluß erzeugende Solenoid eine rechtsgängige Schraubenlinie

Digitized by Google

darstellen müßte. Das ist aber irrig, denn man kann bekanntlich bei ein und derselben Spule die Flußrichtung umkehren, wenn man die Stromrichtung umkehrt. Ebenso kann man auch mit einer linksgängig gewickelten Spirale einen positiven Fluß erzeugen, wenn man nur den Strom im richtigen Sinne hindurchschickt, daß er der Schraubenregel entspricht. Mit anderen Worten: Die Schraubenregel legt lediglich die Umkreisungsrichtung des Stromes fest, aber nicht die Gängigkeit der Spule. Tatsächlich sind ja auch bei einer mehrlagigen Spule die einzelnen Lagen immer abwechselnd rechtsgängig und linksgängig gewickelt.

Nun ist es aber wünschenswert, auch für den Wicklungssinn oder die Gängigkeit einer Spule Vorzeichenregeln festzusetzen. Das kann aber nach dem eben Gesagten nur geschehen, wenn gleichzeitig Regeln für Stromeintritt und -austritt festgelegt werden.

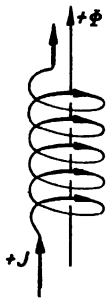


Fig. 5.

Blicken wir auf eine rechtsgängige (einlagige) Spule in Richtung ihrer Achse (Fig. 5) und lassen wir in das uns zugekehrte Ende der Wicklung einen positiven Strom fließen, der an dem uns abgekehrten Ende wieder austritt, so umkreist der Strom den Fluß im Sinne des Uhrzeigers. Wir wollen dies die Umkreisungsrichtung nennen. Es entsteht ein positiver, von uns weg gerichteter Kraftfluß $\Phi +$. Die vom Strom nacheinander durchflossenen Windungen folgen dabei aufeinander im selben Sinne, wie die $+\Phi$-Richtung. Wir wollen dies die Durchströmungsrichtung der Spule nennen.

Mit diesen Festsetzungen ergeben sich für eine stromdurchflossene Spule folgende Regeln, wobei wir die positive Richtung ihrer Achse zunächst willkürlich festsetzen können, z. B. zusammenfallend mit einer positiven Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems:

Satz 8. Eine rechtsgängige Spirale ergibt bei $\frac{\text{positiver}}{\text{negativer}}$ Durchströmungsrichtung eine $\frac{\text{positive}}{\text{negative}}$ Umkreisungsrichtung und erzeugt daher einen $\frac{\text{positiven}}{\text{negativen}}$ Kraftfluß.

Satz 9. Eine linksgängige Spirale ergibt bei $\frac{\text{positiver}}{\text{negativer}}$ Durchströmungsrichtung eine $\frac{\text{negative}}{\text{positive}}$ Umkreisungsrichtung und erzeugt daher einen $\frac{\text{negativen}}{\text{positiven}}$ Kraftfluß.

Anders ausgedrückt können wir diese beiden Sätze auch in einen Satz zusammenfassen:

Satz 10. Eine rechtsgängige Spirale erzeugt einen mit der Durchströmungsrichtung gleichgerichteten Kraftfluß, eine linksgängige Spirale dagegen einen der Durchströmungsrichtung entgegengerichteten Kraftfluß.

Bezeichnen wir die Windungszahl N einer rechtsgängigen Spirale als positiv, die einer linksgängigen als negativ, so ergibt die Gleichung

$$\Phi = 0{,}4\pi \cdot N \cdot J \cdot \Lambda \tag{11}$$

nicht nur die Größe, sondern auch unter Berücksichtigung der Vorzeichen die Richtung des Flusses von Φ. (Λ = Leitfähigkeit des magnetischen Pfades.)

Es kommt nun häufig vor, daß eine Wicklung im entgegengesetzten Sinne einer bereits vorhandenen und in ihrer positiven Richtung festgelegten Spule magnetisieren soll. Das kann dann entweder bei gleichsinnig gewickelter Spule durch Umkehr der Durchströmungsrichtung (also Einführung von $-J$ in Gleichung [11]) geschehen, oder bei gleicher Durchströmungsrichtung durch Wahl einer gegensinnig gewickelten Spule (also Einführung von $-N$ in Gleichung [11]). Der erste Fall liegt vor beim

Digitized by Google

Transformator, dessen Primär- und Sekundärwicklung in der üblichen Betrachtungsweise als gleichsinnig angenommen werden, während die beiden Ströme einander entgegengesetzt gerichtet sind. Bei einer Kompensationswicklung, die das Ankerfeld aufheben soll, sind an und für sich beide Fälle möglich. Es ist aber, namentlich bei Reihenschaltung, in der Regel zweckmäßig, die gegenmagnetisierende Wirkung der Kompensationswicklung dadurch zum Ausdruck zu bringen, daß man unter Beibehaltung gleicher Durchströmungsrichtung in beiden Spulen ($+ J$) die Windungszahl der Kompensationswicklung als negativ ($- N$) einführt.

Auf den Begriff einer negativen Windungszahl kommen wir auch noch auf anderem Wege, nämlich bei Untersuchung der in einer Spule induzierten EMK (vgl. Abschnitt IV).

b) Die Trommelanker-Wicklung mit Kommutator.

Die normale Ankerwicklung besteht bekanntlich aus einer Doppelschicht von Ober- und Unterstäben. Da aber übereinanderliegende Stäbe (außerhalb der Kommutierungszone) immer gleiche Durchflutungsrichtung haben, so ist in der abgekürzten Darstellung der Fig. 6 nur eine einfache Stromschicht dargestellt. Die Bürsten sind als unmittelbar auf den Leitern schleifend gezeichnet.

Bei der angenommenen Stromrichtung in den Leitern bildet sich nach der Schraubenregel ein von links nach rechts gerichtetes Ankerfeld aus.

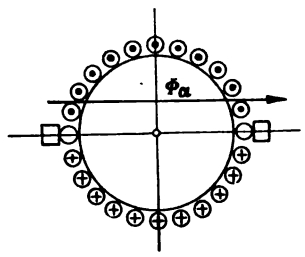


Fig. 6.

Fragen wir uns nun, welche von den beiden Bürsten dient als Stromeintritt und welche als Stromaustritt, so kann das aus Fig. 6 allein nicht ohne weiteres beantwortet werden. Soviel ist aber sicher, daß diese Frage unabhängig von Hauptfeldrichtung und Drehsinn beantwortet werden muß, da ja der Anker auch außerhalb des Feldes ruhend mit Strom beschickt werden kann, so daß das Strom- und Feldbild von Fig. 6 entsteht. Dieses Strombild gibt nur die Umkreisungsrichtung der Wicklung an, durch die allerdings die Ankerfeldrichtung eindeutig gegeben ist. Die Frage nach Stromeintritt und -austritt ist aber nichts anders als die Frage nach der Durchströmungsrichtung; diese aber bestimmt, wie wir beim Solenoid sahen, nur gemeinsam mit dem Vorzeichen der Windungszahl bzw. dem Windungssinn die Flußrichtung.

So hängt auch hier die Durchströmungsrichtung von der „Gängigkeit" der Wicklung ab. Um diese zu bestimmen, verfolgen wir die Wicklung, von der Kommutatorseite aus gesehen, beginnend bei einer Bürste, an der wir uns zunächst den Stromeintritt denken. Von hier aus können wir zwei Wege verfolgen, entsprechend den beiden parallel geschalteten Ankerzweigen, und zwar entweder beginnend mit dem anschließenden Oberstab oder beginnend mit dem anschließenden Unterstab. Verfolgen wir zunächst einmal den ersten Weg, so kommen wir an den Oberstab, in dem der Strom also nach hinten fließt, dann zum zugehörigen Unterstab mit nach vorn gerichtetem Strome (Fig. 7). Der nun folgende Oberstab liegt nun bei der Schleifenwicklung neben dem ersten Oberstab und zwar entweder im Sinne des

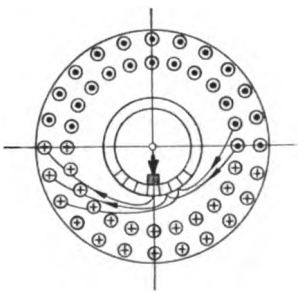


Fig. 7. Linksgängig, mit Oberstab beginnend, rechtsgängig, mit Unterstab beginnend.

Digitized by Google

Uhrzeigers (nach rechts) oder im entgegengesetzten Sinne (nach links) verschoben. In Fig. 7 ist das letztere angenommen. Bei der $2p$-poligen Wellenwicklung gilt dasselbe von dem nach einem vollen Umgange erreichten $(p+1)$ten Oberstabe. Diesen Sinn des Aufeinanderfolgens benachbarter Stäbe bezeichnen wir nun als die „Gängigkeit" der „Ankerwicklung". (Sie ist nicht zu verwechseln mit der willkürlich zu wählenden Nummerierungsrichtung der Stäbe im Schaltplan.) Beim Durchschreiten der Wicklung im angenommenen Sinne folgen die Unterstäbe einander natürlich im gleichen Sinne wie die Oberstäbe, haben also dieselbe Gängigkeit. Würden wir hingegen, von derselben Bürste anfangend, auf dem zweiten Wege zuerst einen Unterstab berühren usw., so würden wir die Wicklung im entgegengesetzten Sinne durchlaufen wie vorher, also würde sich hier sowohl für die Unter-, wie auch für die Oberstäbe die Gängigkeit der Wicklung ändern. Bei Festsetzung der Gängigkeit muß daher zugleich angegeben werden, ob man, von der Bürste anfangend, zuerst einen Oberstab oder einen Unterstab berührt.)

Da wir zunächst freie Hand haben, ob wir die Links- oder Rechtsgängigkeit einer Wicklung nach dem mit dem Oberstab oder dem mit dem Unterstab beginnenden Wege bestimmen wollen, so erscheint es zweckmäßig, die Festsetzung so zu treffen, daß die Gängigkeit der Ankerwicklung übereinstimmt mit der Gängigkeit eines im gleichen Sinne magnetisierenden Ersatzsolenoids. Um dies festzustellen, denken wir uns im vereinfachten Ankerbilde die Bürsten als unmittelbar auf den allein dargestellten Oberstäben schleifend, so ergibt sich bei einer lingsgängigen Oberstabwicklung mit Stromeintritt an der linken Bürste das in Fig. 8a dargestellte Strombild mit einem von links nach rechts gerichteten Ankerfelde. Durchströmungsrichtung der Wicklung und Ankerfeldrichtung sind also gleichsinnig, wie es bei einem rechtsgängigen (positiven) Solenoid der Fall war.

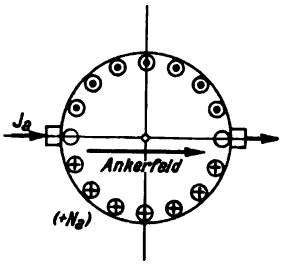


Fig. 8a. Rechtsgängig mit Unterstab beginnend.

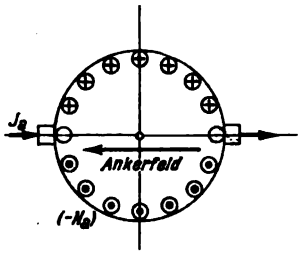


Fig. 8b. Linksgängig mit Unterstab beginnend.

Bei einer rechtsgängigen Oberstabwicklung und gleicher Durchströmungsrichtung wie vorher (von links nach rechts) kehrt sich jedoch das Strombild und damit auch die Ankerfeldrichtung um (Fig. 8b). Durchströmungsrichtung und Feldrichtung sind also, wie beim linksgängigen (negativen) Solenoid einander entgegengesetzt.

Würden wir also den Weg, beginnend mit dem Oberstab, zugrunde legen, so würden wir zu der Festsetzung kommen, daß eine linksgängige Trommelankerwicklung gleichwertig mit einem rechtsgängigen Solenoid wäre. Da aber dieselbe Wicklung für den mit dem Unterstab beginnenden Weg als rechtsgängig zu bezeichnen wäre, so erscheint es zweckmäßig, diese zweite Bestimmung der Gängigkeit anzunehmen.

Wir erhalten also:

Satz 11. Die Gängigkeit einer Ankerwicklung gibt an, in welchem Sinne beim Durchschreiten der Wicklung benachbarte Stäbe aufeinander folgen, wobei von der Bürste aus mit einem Unterstab zu beginnen ist.

Satz 12. Ober- und Unterstäbe haben im selben Wicklungszuge gleiche Gängigkeit.

Digitized by Google

Satz 13. Eine rechtsgängige Ankerwicklung wird als positiv bezeichnet. Sie wirkt wie ein rechtsgängiges Solenoid und erzeugt ein mit der Durchströmungsrichtung übereinstimmendes Ankerfeld.

Satz 14. Eine linksgängige Ankerwicklung wird als negativ bezeichnet. Sie wirkt wie ein linksgängiges Solenoid und erzeugt ein der Durchströmungsrichtung entgegengesetztes Ankerfeld.

Da, wie bereits erwähnt, all diese Beziehungen lediglich Eigenschaften der Ankerwicklung als solcher, also unabhängig von Drehsinn und Geschwindigkeit des Ankers sind, so gilt noch folgender

Satz 15. Der Kommutator hält das in der Ankerwicklung entstehende Strom- und Feldbild im Raume aufrecht, unabhängig von der Drehung des Ankers. Gleichstrom gibt ein im Raume stillstehendes, konstantes Feld, Wechselstrom gibt ein räumlich ebenfalls stillstehendes, zeitlich aber pulsierendes Feld, dessen Frequenz gleich der des zugeführten Wechselstromes ist, also unabhängig von der Drehzahl des Ankers.

IV. Die Richtung der in einer Wicklung induzierten EMK.

a) Die Transformator-EMK.

In Fig. 9 ist Φ_y ein in der positiven Y-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems liegender Kraftfluß. Senkrecht zu dieser Richtung liege die Fläche einer Windung, die den ganzen Fluß Φ_y umfassen möge. Die in üblicher Weise durch · und + angedeutete positive Umkreisungsrichtung ist nach der Schraubenregel dadurch gegeben, daß ein in ihr fließender Strom einen positiven Fluß in Richtung + Y erzeugen würde.

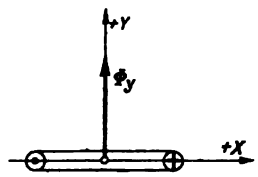


Fig. 9.

Wenn nun der Fluß Φ_y zeitlich pulsiert, so sagt das bekannte Induktionsgesetz

$$e = -N\frac{d\Phi}{dt}\cdot 10^{-8} \qquad (1)$$

aus, daß in der Windung bei abnehmendem Fluß eine positive Spannung induziert wird. Wir wollen sie „Transformator-EMK" nennen. Bei sinusförmig sich änderndem Fluß eilt dann bekanntlich diese Spannung dem Fluß um 90° nach. Die hier gemachten Voraussetzungen gelten nun immer, wenn der Fluß Φ_y von einem in der Windung fließenden Strome selbst erzeugt wird, also im Falle der sog. „Selbstinduktion". Rührt dagegen der Fluß von einer anderen Erregerquelle her, so bedarf es noch weiterer Erwägungen, um zu richtigen Richtungsregeln zu kommen. Hierbei braucht die Windungsebene durchaus nicht senkrecht zum Fluß zu stehen. Sie möge im allgemeinen Fall gegen den Fluß geneigt sein, und zwar möge die Normale + N mit der Flußachse den Winkel α bilden (Fig. 10). Die positive Richtung der Normalen soll dabei übereinstimmen mit der von einem positiven Umkreisungsstrome nach der Schraubenregel erzeugten Eigenflußrichtung. Dann ist nicht mehr der volle Fluß Φ_y, sondern nur ein Teil $= \Phi_y \cdot \cos\alpha$ mit der Windung verkettet. Wird der Lagenwinkel $\alpha = 90°$, so verschwindet die induzierende Wirkung des Flusses Φ_y, die Transformator-EMK wird gleich Null. Bringen wir nun weiter die Spule in eine

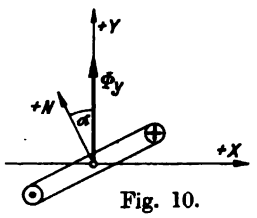


Fig. 10.

Digitized by Google

Lage, daß die zuerst festgesetzte Normale $+N$ mit $+\Phi_y$ einen Winkel $\alpha > 90°$ bildet, so wird jetzt die induzierte Transformator-EMK ihre Richtung umkehren, und bei $\alpha = 180°$ wird sie genau so groß sein, wie bei $\alpha = 0°$, aber mit entgegengesetzter Richtung. In diesem Falle würde also, bezogen auf den gewählten Umkreisungssinn, die Transformator-EMK dem Flusse Φ_y zeitlich nicht um 90° nacheilen, sondern um 90° voraus. Damit nun auch dieser Fall sich zwanglos aus dem Induktionsgesetz Gleichung (1) ergibt, brauchen wir nur eine in dieser Lage befindliche Windung als „negative" Windung zu bezeichnen. Dann geht in diesem Falle in Gleichung (1) das — -Zeichen in + über und die Transformatorspannung hat 90° Voreilung vor Φ_y. Hat die Spule nicht nur eine, sondern N-Windungen, so würde die mit $+N$ bezeichnete Richtung der Normalen gleichzeitig auch die Windungszahl und die positive Wicklungsrichtung bedeuten.

Für die Richtung der in einer Spule induzierten Transformator-EMK erhalten wir nunmehr folgenden

Satz 16. Die von einem pulsierenden Flusse in einer gleichachsigen Spule induzierte Transformator-EMK eilt zeitlich dem Flusse um 90° $\frac{\text{nach}}{\text{voraus}}$, wenn die Windungszahl der Spule, bezogen auf die positive Flußrichtung, $\frac{\text{positiv}}{\text{negativ}}$ ist.

Bezeichnen wir die von einem Y-achsigen Fluß in einer Y-achsigen Spule induzierte Transformator-EMK mit E_y, so erhält man nach Satz 11 als Vektordiagramm für positive Windungszahl Fig. 11a, für negative Fig. 11b.

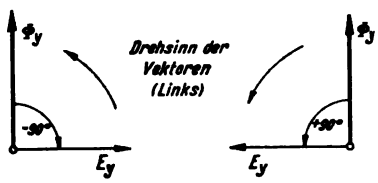


Fig. 11a. 90° nacheilend bei positiver Windungszahl.
Fig. 11b. 90° voreilend bei negativer Windungszahl.

Aus Satz 16 ergibt sich auch ohne weiteres, daß die EMK der Selbstinduktion dem Strome stets um 90° nacheilt. Denn es ist

$$e = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} \quad \text{und} \quad \Phi = 0{,}4\pi \cdot N \cdot i \cdot \Lambda,$$

also

$$e = -0{,}4\pi \cdot N^2 \cdot \Lambda \cdot \frac{di}{dt} \cdot 10^{-8} \tag{12}$$

also abhängig vom Quadrat der Windungszahl. Das Vorzeichen der Windungszahl hat also im Falle der Selbstinduktion keinen Einfluß auf die Richtung der EMK.

b) Die Rotations-EMK.

Dreht sich eine Trommelankerwicklung mit Kommutator in einem konstanten Kraftflusse Φ_y (Fig. 12a) mit konstanter Winkelgeschwindigkeit, so wird in ihr eine konstante Spannung induziert, die ihren höchstmöglichen Wert erreicht, wenn die Bürsten in einer zur Flußrichtung senkrechten Achse stehen, also im Fall der Fig. 12a in der X-Achse. Umkehr der Drehrichtung bewirkt Umkehr der Spannung. Wir wollen nun wieder feststellen, welches die positive und welches die negative Bürste ist. Die in Fig. 12a angenommene Linksdrehung (immer von der Kommutatorseite aus gesehen), soll als positiv bezeichnet werden. Dann ergibt sich nach der Drei-Finger-Regel (rechte Hand) das durch + und · angedeutete Bild für die Richtung der Spannungen in den einzelnen

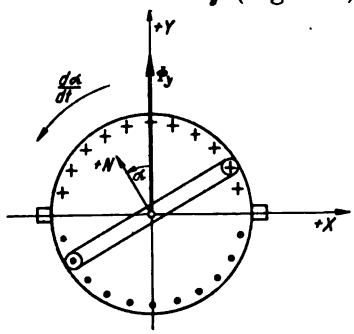


Fig. 12a. Positive (Links-) Drehung (Generator).

Digitized by Google

Leitern. Ein mit der induzierten Spannung gleichsinnig fließender Strom (Generatorbetrieb) würde dann ein von rechts nach links gerichtetes Ankerfeld erzeugen. Da dieser Fluß gegen die positive X-Achse gerichtet ist, müßte er somit als negativ bezeichnet werden. Nehmen wir nun an, die Wicklung sei eine rechtsgängige, also positive Trommelwicklung. Dann ist nach Satz 13 die Durchströmungsrichtung gleichsinnig mit der Ankerfeldrichtung, also ebenfalls gegen die positive X-Achse gerichtet, und daher auch als negativ zu bezeichnen. Die positive Bürste liegt also links, die negative rechts. Somit wäre auch die durch Rotation induzierte EMK, die wir (zum augenfälligen Unterschied von der Transformatorspannung) mit dem Zeichen $\underline{E}_x$ bezeichnen wollen, als negativ einzuführen. Hierbei soll der Index x angeben, daß es sich um eine Spannung handelt in einer Wicklung, deren elektrische (Bürsten-)Achse in Richtung der X-Achse unseres Koordinatensystems liegt.

Ist nun ferner der Fluß Φ_y nicht ein konstanter, sondern ein zeitlich nach dem Sinusgesetz pulsierender Wechselfluß, so ändert sich ihm jeweils proportional auch die Rotations-EMK. Da sie aber als Gleichspannung negativ war, ist sie als Wechselspannungsvektor gegen den Flußvektor Φ_y um 180° versetzt, also gegenphasig einzuzeichnen (Fig. 12b).

Für Rechtsdrehung (negativer Drehsinn) kehrt sich bei sonst gleichen Bedingungen die Rotations-EMK um, ist also mit Φ_y gleichphasig einzuzeichnen (Fig. 13).

Fig. 12b. Links-Drehung

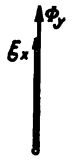


Fig. 13. Rechts-Drehung

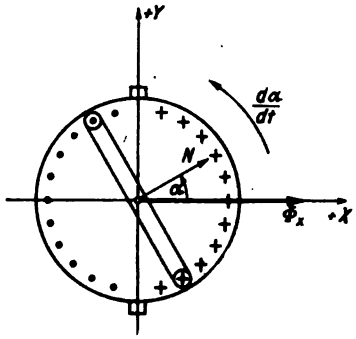


Fig. 14a. Positive (Links)-Drehung (Generator).

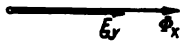


Fig. 14b. Links-Drehung.

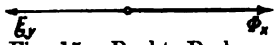


Fig. 15. Rechts-Drehung.

Es ist nun noch der Fall zu untersuchen, daß der erzeugende Kraftfluß in der X-Achse liegt (Φ_x), die Bürsten dagegen in der Y-Achse stehen. Hier wird bei positiver (Links-)Drehung (Fig. 14a) eine Rotations-EMK $\underline{E}_y$ erzeugt, die bei positiver (rechtsgängiger) Ankerwicklung mit im Sinne der Y-Achse positiver Durchströmungsrichtung übereinstimmt, also als positiv und daher gleichphasig mit Φ_x einzuzeichnen ist (Fig. 14b). Bei negativer (Rechts-)Drehung ergibt sich umgekehrt eine gegenphasige EMK $\underline{E}_y$ (Fig. 15).

Da nun bei Wechselstromkommutatormotoren in der Regel sowohl in der Y-Achse wie in der X-Achse ein Kraftfluß vorhanden ist, so können wir zusammenfassend folgendes feststellen:

Der Index der Spannung bezeichnet immer die elektrische Achse der Wicklung (für die ganze Trommelwicklung also die Bürstenachse). Transformatorspannungen haben immer gleichen Index mit dem erzeugenden Fluß; Rotationsspannungen dagegen verschiedenen Index mit dem Fluß.

Digitized by Google

Für rechtsgängige (positive) Ankerwicklung ergibt sich der Richtungssinn der in einer X-Wicklung bzw. in einer Y-Wicklung induzierten Transformator und Rotationsspannungen in Abhängigkeit vom Drehsinn nach der in Fig. 16 zusammengestellten Übersicht.

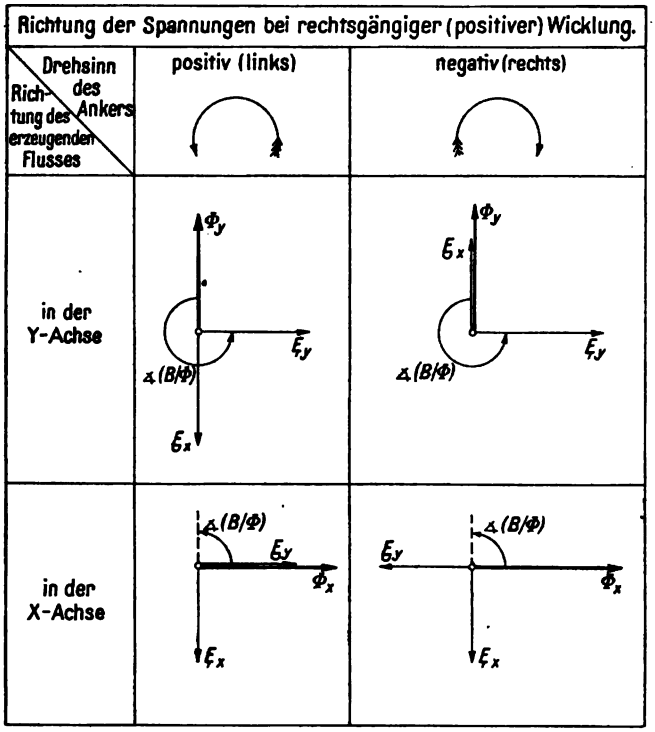


Fig. 16.

Für eine linksgängige (negative) Ankerwicklung kehren sich sämtliche Spannungsvektoren um.

Es zeigt sich also, daß das Vorzeichen der Rotationsspannung $\underset{\sim}{E}$ bei gleicher Ankerwicklung und gleichem Drehsinn verschieden ist, je nachdem der erzeugende Fluß in der Y- oder in der X-Achse liegt, oder in anderen Worten, je nachdem die positive Bürstenachse räumlich um 90° im positiven (linksdrehenden) Sinne vor oder hinter dem erzeugenden Fluß liegt. Mathematisch läßt sich das unter eine allgemeingültige Regel bringen, wenn man den Winkel $\sphericalangle (B/\Phi)$ einführt, um den die positive Bürstenachse der positiven Flußachse im positiven (linksdrehenden) Sinne vorausgedreht ist. Die Rotationsspannung geht dann mit dem sin (B/Φ). Liegen die Bürsten in der Y-Achse, der Fluß in der X-Achse, so ist $\sphericalangle (B/\Phi) = 90°$, also sin $(B/\Phi) = +1$. Liegen dagegen die Bürsten in der X-Achse und der Fluß in der Y-Achse, so ist $\sphericalangle (B/\Phi) = 270°$, also sin $(B/\Phi) = -1$.

Der Effektivwert der Rotationsspannung ergibt sich als der $\frac{1}{\sqrt{2}}$ fache Wert der Gleichspannung, also

$$\underset{\sim}{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{p}{a} \cdot \frac{n}{60} \cdot Z \cdot \Phi \cdot 10^{-8} \cdot \sin (B/\Phi) \qquad (13)$$

wo in üblicher Bezeichnungsweise bedeutet:

$2p$ = Polzahl,

$2a$ = Anzahl parallel geschalteter Ankerzweige,

n = minutliche Umdrehungszahl,

Z = gesamte Stabzahl der Ankerwicklung.

Hierbei ist $\frac{\text{Links}}{\text{Rechts}}$-Drehung als $\pm n$ und $\frac{\text{rechts}}{\text{links}}$gängige Ankerwicklung als $\pm Z$ in die Gleichung einzuführen.

Als allgemeine Regel läßt sich das Ergebnis unserer Untersuchungen nunmehr wie folgt zusammenfassen.

Digitized by Google

Satz 17. Die Transformatorspannung $\underline{E}_t$ liegt räumlich in gleicher Achse mit dem erzeugenden Fluß, zeitlich um 90° gegen ihn versetzt, und zwar bei $\frac{\text{positiver (rechtsgängiger)}}{\text{negativer (linksgängiger)}}$ Wicklung $\frac{\text{nacheilend}}{\text{voreilend}}$.

Satz 18. Die Rotationsspannung $\underline{E}$ liegt räumlich senkrecht zur Achse des erzeugenden Flusses, zeitlich dagegen gleichachsig mit ihm, und zwar entweder gleichphasig oder gegenphasig. Das richtige Vorzeichen der $\underline{E}$ ergibt sich eindeutig aus der Gleichung der Rotationsspannung:

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{p}{a} \cdot \frac{n}{60} \cdot Z \cdot \Phi \cdot 10^{-8} \cdot \sin(B/\Phi).$$

V. Die Richtung des Drehmomentes und des Drehsinnes.

In Fig. 17a sei eine positive (rechtsgängige) Ankerwicklung mit der elektrischen X-Achse in einem positiven Y-Flusse $+\Phi_y$ von einem positiven Strom $+J_a$ durchströmt (Eintritt von links). Sie gibt das in der Figur gezeichnete Strombild. Das entstehende Drehmoment dreht nach der Dreifingerregel (linke Hand) nach links, ist also positiv.

Liegt dagegen der Kraftfluß in der X-Achse ($+\Phi_x$) und stehen die Bürsten in der Y-Achse, so ergibt sich bei positiver Durchströmung (Eintritt von unten) nach Fig. 17b ein rechtsdrehendes (also negatives) Drehmoment.

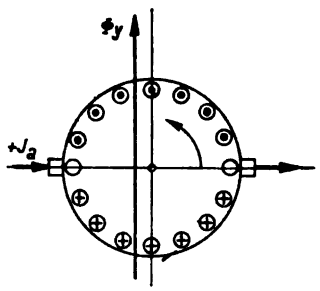


Fig. 17a. Rechtsgängige Wicklung. Drehmoment dreht links.

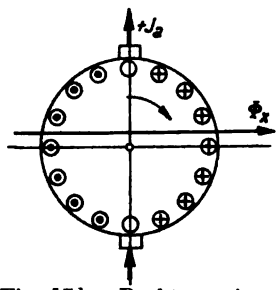


Fig. 17b. Rechtsgängige Wicklung. Drehmoment dreht rechts.

Auch hier lassen sich wieder beide Fälle unter eine gemeinsame Regel bringen, nämlich, daß das Drehmoment stets in dem Sinne wirkt, als ob es die positive Ankerfeldachse auf dem kürzesten Wege mit der positiven Kraftflußachse zur Deckung bringen wolle, damit die Wicklung ein Maximum an positiven Kraftlinien umfaßt.

Bei linksgängiger (negativer) Ankerwicklung kehrt sich bei gleicher Durchströmungsrichtung wegen der negativen Windungszahl das Ankerfeld um und damit auch der Drehsinn des Drehmomentes. Auch für diesen Fall gilt die eben aufgestellte Regel.

Das richtige Vorzeichen des Drehmomentes ergibt sich eindeutig unter Beobachtung der früheren Vorzeichenregeln aus der Gleichung:

$$D = -k \cdot Z \cdot J_a \Phi \cdot \sin(B/\Phi) \cdot \cos\psi, \qquad (14)$$

wo ψ der zeitliche Phasenverschiebungswinkel zwischen Ankerstrom J_a und Fluß Φ ist. Die mechanische Leistung des Ankers erhalten wir durch Multiplikation des Drehmomentes mit der Winkelgeschwindigkeit:

$$L_m = D \cdot \frac{2\pi n}{60} \quad \text{in } \frac{\text{kg m}}{\text{sek.}}$$

oder $$L_m = 9{,}81 \cdot \frac{2\pi n}{60} \cdot D \quad \text{in Watt.} \qquad (15)$$

Digitized by Google

Die elektrische Leistung der Ankerwicklung ist:

$$L_e = \underset{\sim}{E} \cdot J_a \cdot \cos\varphi , \tag{16}$$

wo φ der zeitliche Phasenverschiebungswinkel zwischen Rotationsspannung und Ankerstrom ist. Dieser Winkel ergibt sich aus dem Vektordiagramm. Aus der Größe des $\sphericalangle \varphi$ ergibt sich, ob L_e positiv oder negativ ist, d. h. ob der Anker als Generator elektrische Leistung abgibt oder als Motor elektrische Leistung aufnimmt. Die mechanische Leistung, die mit de elektrischen nach der „Umformergleichung" (Gleichung 7):

$$L_m + L_e = 0$$

verbunden ist, muß dann das entgegengesetzte Vorzeichen von L_e erhalten.

Als Ergebnis unserer Betrachtung finden wir folgende Sätze:

Satz 19. Das von Ankerstrom und Hauptkraftfluß erzeugte Drehmoment wirkt immer in dem Sinne, daß es die positive Ankerfeldachse auf kürzestem Wege mit der Hauptfeldachse zur Deckung zu bringen sucht.

Satz 20. Bei Motorbetrieb stimmen Drehmoment und Drehrichtung überein. während Rotationsspannung und Ankerstrom einander entgegengesetzt gerichtet sind,

Bei Generatorbetrieb sind Drehmoment und Drehrichtung entgegengesetzt, während Rotationsspannung und Ankerstrom gleichgerichtet sind.

Satz 21. Bei gleichem Hauptfeld und gleicher Durchströmungsrichtung ergibt eine rechtsgängige Ankerwicklung den umgekehrten Drehsinn wie eine linksgängige Wicklung. (Das ist bei Bestellung und Einbau von Reserveankern zu beachten!)

VI. Der Umlaufsinn des Drehfeldes.

Wenn in einem Wechselstromkommutatormotor sowohl in der X-Achse wie in der Y-Achse ein Wechselfluß auftritt, so entsteht ein Drehfeld, sobald eine zeitliche Phasenverschiebung zwischen Φ_y und Φ_x besteht. Der Umlaufsinn des Drehfeldes hängt ab von der zeitlichen Aufeinanderfolge der beiden Flüsse, und zwar läuft das Feld links herum (positiv), wenn Φ_y zeitlich hinter Φ_x zurück ist, und rechts herum (negativ), wenn Φ_y zeitlich vor Φ_x voraus ist. Allgemein gilt

Satz 22. Das aus Φ_x und Φ_y resultierende Drehfeld läuft räumlich von der positiven Achse des zeitlich vorauseilenden Flusses nach der positiven Achse des zeitlich nacheilenden Flusses.

Ferner ergibt sich:

Satz 23. Wenn $\Phi_x = \Phi_y$ und der zeitliche Phasenverschiebungswinkel zwischen beiden $= 90°$ ist, so entsteht ein mit konstanter Winkelgeschwindigkeit umlaufendes konstantes Drehfeld. In allen anderen Fällen ist das Drehfeld ein eliptisches.

Zu beachten ist, daß die Richtung des Drehmomentes bzw. die Drehrichtung des Ankers nicht unbedingt mit dem Umlaufsinn des Drehfeldes übereinzustimmen brauchen, wenn man natürlich auch mit Rücksicht auf die Eisenverluste und die Kommutierung gleichsinnigen Umlauf vorziehen wird.

VII. Die Richtung der in der kommutierenden Spule auftretenden EMK$_e$.

Die Vorgänge der Kommutierung spielen sich in der Bürstenachse ab, also z. B. in der X-Achse, wenn in ihr die Bürsten stehen und der Hauptfluß in der Y-Achse liegt. Für diesen Fall ist die Richtung der in der kommutierenden Spule (abgesehen

Digitized by Google

vom Ohmschen Abfall) auftretenden Spannungen in der Fig. 18 bis 21 für rechtsgängige ($+N_a$) und linksgängige ($-N_a$) Ankerwicklung bei Linksdrehung ($+n$) und Rechtsdrehung ($-n$) und zwar für Motorbetrieb dargestellt.

Die Fig. 22 bis 25 geben dieselben Bilder für den Fall, daß die Bürsten in der Y-Achse stehen, der Hauptfluß in der X-Achse liegt.

Für die Bestimmung der Vorzeichen in der kommutierenden Spule genügen nun die bisherigen Festsetzungen noch nicht. Denn bei positiver Ankerdurchströmungsrichtung (also bei $+J_a$, z. B. in Fig. 18) führt die eine Hälfte der Ankerstäbe (hier die obere) nach vorn gerichtete, die andere (untere) nach hinten gerichtete Ströme. Bei der Kommutierung wandert z. B. Stab A nach B und kehrt dabei seine Stromrichtung um, wie man zu sagen pflegt, von $+J$ auf $-J$. Nach einer halben Umdrehung wiederholt sich das Spiel im umgekehrten Sinne. All dies spielt sich, wie gesagt, bei positiver Ankerdurchströmungsrichtung ab. Bei negativer Ankerdurchströmungsrichtung würde sich an der rechten Bürste die Umkehr von $-J$ auf $+J$ und an der linken Bürste die entgegengesetzte abspielen. Wir sehen also, daß wir unterscheiden müssen zwischen der $\pm$-Richtung der Ankerdurchströmungund der $\pm$-Richtung des einzelnen Leiterstromes. Wir müssen daher zunächst noch eine (willkürliche) Festsetzung treffen, was wir als positive Leiterstromrichtung in der kommutierenden Spule ansehen wollen. Da die Normale dieser Spule gleichachsig mit dem Hauptfluß liegt, so ergibt sich zwanglos diejenige Stromrichtung als positiv, die im Sinne der positiven Hauptflußachse magnetisierend wirkt.

Mit dieser Festsetzung können wir nunmehr die Richtung der verschiedenen Spannungen ermitteln. Wir betrachten zunächst eine X-Wicklung im Y-Hauptfluß (Fig. 18 bis 21).

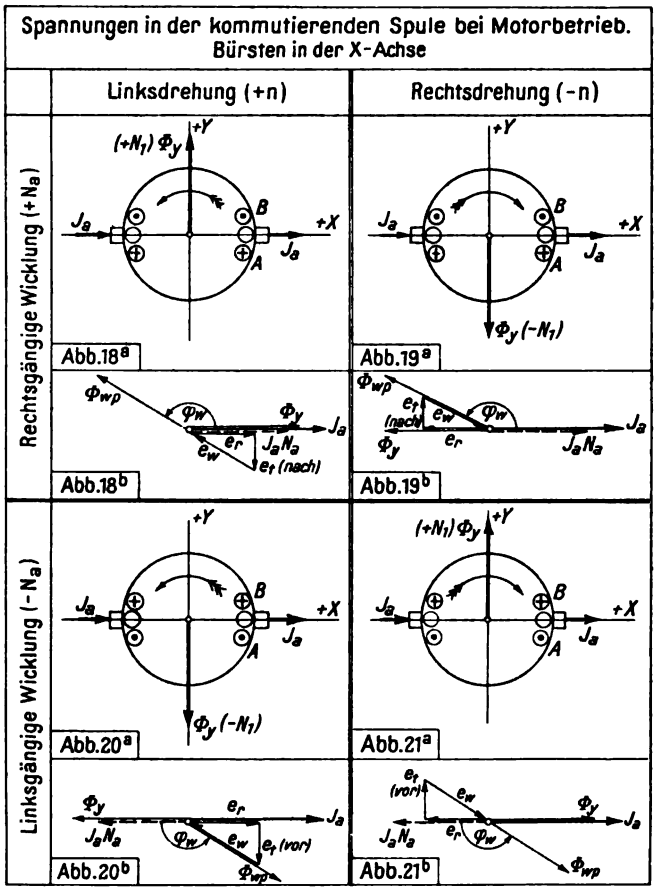


Fig. 18—21.

a) Die Transformator-Spannung.

Der die kurzgeschlossene (kommutierende) Spule durchsetzende Hauptkraftfluß Φ_y induziert in ihr eine „Transformatorspannung" e_t, die bei positiver Windungszahl (also bei rechtsgängiger Ankerwicklung) dem Fluß um 90° nacheilt, bei negativer, also linksgängiger Ankerwicklung ihm um 90° vorauseilt. Da

Digitized by Google

in allen 4 Figuren positive Stromstärke, also positive Durchströmungsrichtung im Sinne der $+X$-Achse angenommen ist, so muß (bei Motorbetrieb) bei $\frac{\text{rechts}}{\text{links}}$ gängiger Wicklung und $\frac{\text{Linksdrehung}}{\text{Rechtsdrehung}}$ der Hauptfluß Φ_y räumlich im Sinne der positiven Y-Achse liegen, also durch eine positive Erregerwicklung erzeugt werden. Zeitlich liegt er somit (bei Reihenschlußerregung) gleichphasig mit J_a (Fig. 18 und 21).

Bei $\frac{\text{rechts}}{\text{links}}$gängiger Wicklung und $\frac{\text{Rechts}}{\text{Links}}$drehung dagegen (Fig. 19 und 20) muß Φ_y räumlich im Sinne der negativen Y-Achse liegen, also von einer negativen Erregerwicklung erzeugt werden. Zeitlich liegt er daher gegenphasig mit J_a.

b) Die Reaktanzspannung.

Da bei voller Drehzahl die Zeit der Stromwendung verhältnismäßig klein ist im Vergleich zur Zeitdauer einer Halbperiode, so kann man den Strom für die Zeit der Kommutierung als Gleichstrom ansehen und daher den Augenblickswert der Reaktanzspannung wie für Gleichstrom berechnen. In einer Spule ist daher bei geradliniger (idealer) Kommutierung die Reaktanzspannung als konstant anzusehen. In nacheinander folgenden Spulen ist aber die jeweilige Reaktanzspannung den jeweils gerade vorhandenen Augenblickswerten des Wechselstromes proportional, folgt also, wie dieser, dem Sinusgesetz. Wir haben also nur noch festzustellen, ob sie im Vektordiagramm dem Ankerstrom gleichphasig oder gegenphasig einzuzeichnen ist, und zwar müssen wir den Einfluß der Gängigkeit und des Drehsinns untersuchen.

Da es sich bei der Reaktanzspannung um eine „Selbstinduktion" handelt, so spielt nach dem Schlußsatz von Abschnitt IVa (Gleichung 12) die Windungszahl, also die Gängigkeit der Wicklung keine Rolle.

Bei positivem Drehsinn (Linksdrehung), Fig. 18, bewegt sich der Leiter A durch die Neutrale nach B. Hierbei kehrt sich der im Sinne der $+Y$-Achse magnetisierende und daher als positiv angenommene Strom von $+J$ auf $-J$ um, es ist also $\frac{di}{dt}$ negativ und daher die mit $-\frac{di}{dt}$ proportionale Reaktanzspannung positiv, also gleichphasig mit J_a einzuzeichnen.

Bei umgekehrtem Drehsinn (Rechtsdrehung), Fig. 19, bewegt sich dagegen der Leiter B durch die Neutrale nach A und dabei ändert sich der Strom im Leiter von dem im negativen Sinne der Y-Achse magnetisierenden Betrag $-J$ auf $+J$, es wird also $\frac{di}{dt}$ positiv und daher die Reaktanzspannung negativ, sie ist also gegenphasig mit J_a einzuzeichnen.

Bei der linksgängigen Wicklung (Fig. 20) fließt bei Linksdrehung im Leiter A ein Strom, der im negativen Sinne der Y-Achse magnetisiert, er ändert sich somit bei der Bewegung von A nach B von $-J$ auf $+J$, also ist $\frac{di}{dt}$ positiv. Da aber die linksgängige Wicklung negative Windungszahl hat, so ist die induzierte Spannung nicht $-\frac{di}{dt}$, sondern $+\frac{di}{dt}$ proportional, also ebenfalls positiv, und daher wieder gleichphasig mit J_a einzuzeichnen.

Bei Rechtsdrehung $(-n)$ erhalten wir (Fig. 21) wiederum Gegenphasigkeit zwischen e_r und J_a.

Digitized by Google

In allen vier Fällen liegt also immer die Transformatorspannung e_t um 90° hinter der Reaktanzspannung.

Die Resultierende aus e_r und e_t soll durch eine ihr gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete „Wendespannung" e_w aufgehoben werden. Diese muß also mit der Reaktanzspannung und der Transformatorspannung ein geschlossenes Dreieck bilden.

c) Die Wendespannung.

Die Wendespannung entsteht durch die Rotationsbewegung der kommutierenden Spule in dem in der Bürstenachse vorhandenen Kraftflusse. Sie ist ihm jeweils proportional, folgt also in aufeinanderfolgenden Spulen wie jener Wendefluß dem Sinusgesetz. Ob sie ihm aber gleichphasig oder gegenphasig einzuzeichnen ist, hängt von der Gängigkeit und dem Drehsinn ab, außerdem von der Lage der Bürstenachse.

Bei rechtsgängiger ($+ N_a$) Wicklung in der X-Achse und Linksdrehung ($+ n$) (Fig. 18a) fließt bei positiver Durchströmungsrichtung der Wicklung im Leiter A ein im positiven Sinne der $+ Y$-Achse magnetisierender Strom ($+ J$). Beim Durchschneiden eines positiven X-Flusses von A nach B würde im Leiter nach der rechten-Hand-Regel eine nach hinten gerichtete, also mit $+ J$ gleichsinnige Spannung induziert werden. Sie ist also gleichphasig mit dem sie erzeugenden Fluß Φ_{wp} einzuzeichnen. Da die erforderliche Wendespannung nach Fig. 18b im wesentlichen nach links, also gegen J_a gerichtet ist, so muß auch der Fluß Φ_{wp} nach links, also gegen das Ankerfeld $N_a J_a$ gerichtet sein.

Bei rechtsgängiger ($+ N_a$) Wicklung und Rechtsdrehung wandert der Leiter B durch die neutrale Zone nach A. Im Leiter B fließt nach Fig. 19a ein im negativen Sinne der $+ Y$-Achse magnetisierender Strom (also $- J$). Beim Durchschneiden eines positiven X-Flusses würde im Leiter B eine nach vorn gerichtete, also mit $- J$ gleichsinnige Spannung induziert werden. Sie ist also auch negativ und ist daher gegenphasig mit dem sie erzeugenden Flusse Φ_{wp} einzuzeichnen. Da hier die erforderliche Wendespannung nach Fig. 19b im wesentlichen nach rechts, also gleichsinnig mit J_a gerichtet ist, so muß im zeitlichen Vektordiagramm der Fluß Φ_{wp} nach links, also wiederum gegen das Ankerfeld $N_a J_a$ gerichtet sein.

Stellt man dieselben Betrachtungen für linksgängige Wicklung ($- N_a$) an, so findet man bei Linksdrehung (Fig. 20b) Gegenphasigkeit zwischen e_w und Φ_{wp}, bei Rechtsdrehung (Fig. 21b) dagegen Gleichphasigkeit zwischen e_w und Φ_{wp}. Da aber in beiden Fällen wegen der negativen Ankerwindungszahl ($- N_a$) das Ankerfeld jetzt nach links gerichtet ist, so liegt auch der Wendefluß Φ_{wp} zeitlich wieder im wesentlichen gegenphasig zum Ankerfeld, und zwar mit einer durch die Größe von e_t bedingten Phasenverschiebung (räumlich liegen natürlich Φ_{wp} und $J_a N_a$ gleichachsig).

Es fragt sich nun ferner, wie liegen die Vektoren, wenn die Bürsten in der Y-Achse sitzen und der Hauptfluß in der X-Achse liegt. Eine einfache Überlegung zeigt, daß hier in allen Fällen die Spannung gerade entgegengesetzt liegt wie vorher für die X-Bürstenachse abgeleitet. Denn wir brauchen uns nur die Bilder 18 bis 21 um 90° nach links gedreht denken, so daß die Bürsten in die Y-Achse fallen, dann hat sich in allen Fällen gegen früher nur das geändert, daß die positive Achse des Hauptflusses gegenüber der positiven Bürstenachse nicht mehr um + 90° (nach

Digitized by Google

links), sondern um $-90°$ (nach rechts) gedreht liegt. Somit kehren sich alle auf die positive Hauptflußachse bezogenen Vorzeichen um.

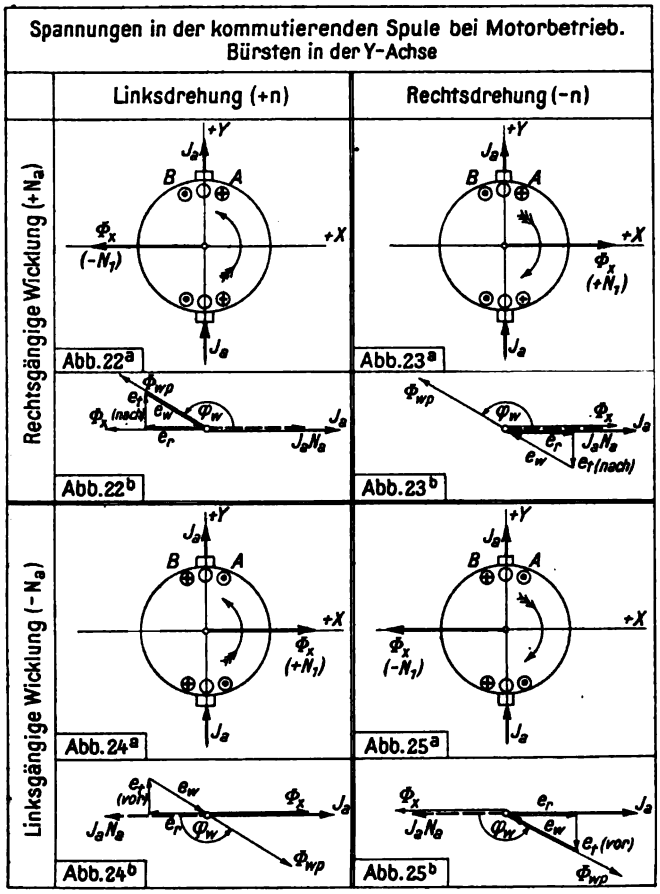


Fig. 22—25.

Da sich dies auf alle Spannungen bezieht, so bleibt auch hier die Regel bestehen, daß die Transformatorspannung e_t der Reaktanzspannung e_r stets um 90° nacheilt.

Die verschiedenen Fälle sind wieder in den Fig. 22 bis 25 zusammengestellt, die nach den vorhergehenden Betrachtungen wohl ohne weiteres verständlich sein dürften.

Ein Vergleich der Fig. 18 bis 25 führt zu folgendem Ergebnis:

Satz 24. Die drei Spannungen: Reaktanzspannung, Transformatorspannung und Wendespannung schließen sich (bei richtiger Erregung des Wendepoles) zu einem rechtwinkligen Dreieck.

Satz 25. Die Gängigkeit der Wicklung ist auf die gegenseitige Richtung der drei Spannungen ohne Einfluß.

Satz 26. Die Reaktanzspannung ist unter den X-Bürsten bei $\frac{\text{Linksdrehung}}{\text{Rechtsdrehung}}$ $\frac{\text{gleichphasig}}{\text{gegenphasig}}$ mit dem Ankerstrom, unter den Y-Bürsten bei $\frac{\text{Linksdrehung}}{\text{Rechtsdrehung}}$ $\frac{\text{gegenphasig}}{\text{gleichphasig}}$.

Satz 27. Die Transformatorspannung eilt der Reaktanzspannung stets um 90° nach.

Satz 28. Der erforderliche Wendefluß ist zeitlich im wesentlichen gegen das Ankerfeld gerichtet. Die Transformatorspannung bewirkt, daß er um einen Winkel $\varphi_w < 180$ dem Ankerfeld $J_a N_a$ vorauseilt.

Zusammenfassung.

Ausgehend von der Tatsache, daß ein Ohmscher Spannungsabfall im selben Sinne potential-erniedrigend wirkt, als ob im widerstandslos gedachten Leiter eine gegenelektromotorische Kraft wirke, wird als logische Folgerung aufgestellt, daß im Vektordiagramm der Ohmsche Abfall als $-J \cdot R$, also mit der Pfeilrichtung gegen die Stromrichtung einzuzeichnen ist. Dann werden für einen geschlossenen Wechselstromkreis alle in seinen einzelnen Teilen auftretenden Spannungen pfeil-

Digitized by Google

gerecht vektoriell addiert, so daß sie sich zum Spannungspolygon schließen. Die von einer Wicklung abgegebene elektrische Leistung (Generatorwirkung) ergibt sich als positiv, die von einer Wicklung oder einem Netz aufgenommene elektrische Leistung als negativ. Dasselbe gilt für mechanische Leistungen.

Bei strenger Durchführung dieser Regeln erscheint die von einer Wicklung elektrisch aufgenommene Heizleistung negativ als $-J^2 \cdot r$, dagegen die in Form von Wärme auftretende Abgabe derselben Wicklung positiv als $+J^2 \cdot r$.

Das Vorzeichen der Windungszahl wird für das rechtsgängige Solenoid als positiv, für das linksgängige als negativ festgesetzt. Diese Festsetzung genügt aber noch nicht, um die Richtung des erzeugten Flusses festzulegen. Diese ist bekanntlich (nach der Schraubenregel) lediglich von der „Umkreisungsrichtung" des Stromes abhängig. Zur Gängigkeit der Wicklung gehört noch als zweite Angabe die der „Durchströmungsrichtung" des Solenoids, die angibt, in welcher Reihenfolge die Windungen nacheinander vom Strome durchflossen werden. Eine rechtsgängige Spirale erzeugt einen mit der Durchströmungsrichtung gleichgerichteten Kraftfluß, eine linksgängige dagegen einen der Durchströmungsrichtung entgegengerichteten Fluß.

Bei der Trommelanker-Wicklung gibt die Gängigkeit an, in welchem Sinne beim Durchschreiten der Wicklung benachbarte Stäbe aufeinanderfolgen. Da aber die Wicklung stets aus mindestens zwei parallel geschalteten Zweigen besteht, so ergibt sich verschiedene Gängigkeit, je nachdem, welchen Zweig man, von einer Bürste anfangend, durchläuft. Zur Festsetzung der Gängigkeit der Ankerwicklung gehört also zugleich noch die Angabe, ob man, von der Bürste ausgehend, mit einem Ober- oder einem Unterstab beginnt. Als maßgebend für die „Gängigkeit der Ankerwicklung" wird die Gängigkeit desjenigen Zweiges gewählt, der mit einem Unterstab beginnt. Dann wirkt nämlich die rechtsgängige Ankerwicklung wie ein rechtsgängiges Solenoid, die linksgängige Ankerwicklung wie ein linksgängiges Solenoid.

Der Kommutator hält das in der Ankerwicklung entstehende Strom- und Feldbild im Raume aufrecht, unabhängig von der Drehung des Ankers.

Für das Vorzeichen der in einer Wicklung induzierten Spannung ergeben sich unter Berücksichtigung der vorher festgesetzten Beziehungen folgende Regeln. Die in der üblichen Darstellung aufgestellte Regel, daß die von einem Wechselfluß in einer Spule induzierte EMK zeitlich dem Fluß um 90° nacheilt, gilt nur unter der Voraussetzung positiver Windungszahl. Bei negativer Windungszahl eilt sie dem Fluß um 90° voraus. Die EMK der Selbstinduktion eilt ihrem Strom stets um 90° nach, da sie vom Quadrat der Windungszahl abhängt, also von deren Vorzeichen unabhängig ist.

Die in einer Trommelankerwicklung induzierte Rotationsspannung liegt zeitlich gleichachsig mit dem sie erzeugenden Fluß, sie kann aber mit diesem sowohl gleichphasig als auch gegenphasig sein. Welches von beiden der Fall ist, hängt ab von der Gängigkeit der Wicklung, dem Drehsinn und dem Winkel $\sphericalangle (B/\Phi)$, um den die positive Bürstenachse der positiven Flußrichtung im positiven (linksdrehenden) Sinne vorausgedreht ist. Die Richtungen der in der Trommelankerwicklung induzierten Spannungen sind für rechtsgängige Wicklung in Fig. 16 zusammengestellt. Für linksgängige Wicklung kehren sich alle Spannungsvektoren um.

Digitized by Google

Für den Drehsinn eines Motorankers ist zu beachten, daß bei gleichem Hauptfeld und gleicher Durchströmungsrichtung eine rechtsgängige Wicklung den umgekehrten Drehsinn ergibt wie eine linksgängige.

Ein Drehfeld entsteht, wenn sowohl in der X-Achse als auch in der Y-Achse zeitlich phasenverschobene Wechselflüsse auftreten. Das Drehfeld läuft dabei von der positiven Achse des zeitlich vorauseilenden Flusses nach der positiven Achse des zeitlich nacheilenden Flusses.

Für die Vorzeichen der in der kommutierenden Spule auftretenden Spannungen ergeben sich folgende Regeln: Reaktanz-, Transformator- und Wendespannung schließen sich (bei richtiger Erregung des Wendepoles) zu einem rechtwinkeligen Dreieck. Die Gängigkeit der Wicklung ist auf die gegenseitige Richtung der drei Spannungen ohne Einfluß. Die Reaktanzspannung ist bei Linksdrehung unter den X-Bürsten gleichphasig, unter den Y-Bürsten gegenphasig mit dem Ankerstrom; bei Rechtsdrehung kehrt sich ihre Richtung um. Die Transformatorspannung eilt der Reaktanzspannung stets um 90° nach. Der erforderliche Wendefluß ist zeitlich im wesentlichen gegen das Ankerfeld gerichtet.

Digitized by Google

Einschaltvorgänge bei Siebketten mit beliebiger Gliederzahl.

Von **Karl Willy Wagner.**

Mitteilung aus dem Telegraphentechnischen Reichsamt.

Mit 9 Textfiguren.

In meiner im Januar 1915 zum Druck gegebenen Arbeit[1]) „Spulen- und Kondensatorleitungen" habe ich mich mit den elektrischen Eigenschaften von Kettenleitern beschäftigt, deren Glieder aus elektrischen Schwingungskreisen bestehen, die in irgendeiner Weise miteinander gekoppelt sind. Die große Allgemeinheit der in dieser Arbeit benutzten, früher veröffentlichten Theorie des Kettenleiters[2]) bringt es mit sich, daß sie alle derartigen Anordnungen umfaßt und in einfacher Weise zu behandeln gestattet, gleichgültig, ob die einzelnen Kreise kapazitiv, induktiv, durch Widerstände oder auf gemischte Art miteinander gekoppelt sind. Ich muß das hier betonen, weil hinsichtlich der Tragweite der Theorie des Kettenleiters Irrtümer verbreitet sind, mit denen dann gelegentlich die Notwendigkeit einer besonderen theoretischen Betrachtung von speziellen Kettenleiterformen begründet wird. In der Tat wird in dem in den Fig. 1 bis 4 dargestellten allgemeinen Schema des Ketten-

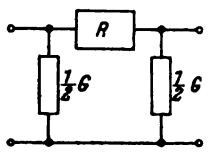


Fig. 1. Kettenglied erster Art.

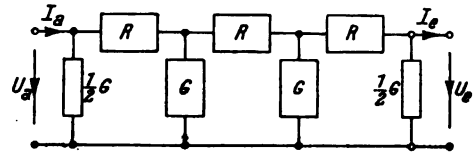


Fig. 2. Dreigliedriger Kettenleiter erster Art.

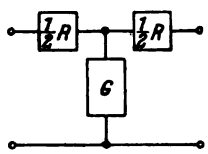


Fig. 3. Kettenglied zweiter Art.

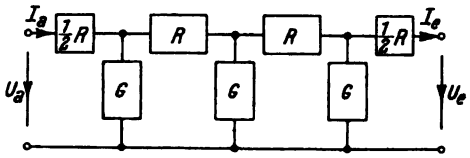


Fig. 4. Dreigliedriger Kettenleiter zweiter Art.

leiters keinerlei einschränkende Voraussetzung gemacht über die Schaltung der Leitungselemente R und der Kopplungselemente G[3]).

In der erwähnten Arbeit über Spulen- und Kondensatorleitungen werden die Eigenschaften dieser Kettenleiter für periodische Wechselströme untersucht. Bei

[1]) Veröffentlicht im Archiv f. Elektrotechnik 8, 61. 1919.

[2]) Archiv f. Elektrotechnik 3, 315. 1915.

[3]) Daher können auch die von H. Riegger auf S. 158 Bd. I der wissenschaftlichen Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern betrachteten sog. Differenzketten nach der Kettenleitertheorie rechnerisch behandelt werden.

Digitized by Google

der praktischen Anwendung der Kettenleiter spielen manchmal auch die Vorgänge des Anschwingens und Abschwingens eine Rolle, und es ist daher wichtig, sie ebenfalls zu untersuchen. Mit den Einschaltvorgängen in ein- und zweigliedrigen Siebketten beschäftigt sich eine Arbeit von Krause und Clausing, die in dem vorigen Heft der wissenschaftlichen Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern erschienen ist. Die Verfasser stellen für die von ihnen betrachtete spezielle Schaltung die Gleichungen des Stromkreises auf und berechnen den Einschaltvorgang nach der Heavisideschen Methode. Der dort eingeschlagene Weg gestaltet sich immer schwieriger, je mehr Glieder die Kette besitzt, und in der Tat ist die Rechnung nur für ein- und zweigliedrige Ketten durchgeführt.

In meiner ersten Arbeit über die Theorie des Kettenleiters habe ich einen allgemeinen Weg zur Berechnung der Eigenschwingungen eines Kettenleiters mit beliebiger Gliederzahl angegeben und durch ein Beispiel kurz erläutert[1]). Da sich jeder Ausgleichsvorgang durch Superposition von Eigenschwingungen über den periodischen oder konstanten Endzustand darstellen läßt, so kommt es bei der Berechnung von Einschaltvorgängen in der Hauptsache auf die Bestimmung der Eigenschwingungen an. Eine derartige Berechnung soll im folgenden für eine Siebkette mit beliebiger Gliedzahl durchgeführt werden. Ich will diesmal eine Siebkette mit induktiver Kopplung der Berechnung zugrunde legen, betone aber, daß derselbe Weg auch bei anderen Kettenleitern zum Ziele führt. Durch die Anordnung des Rechnungsganges und durch die Wahl der Bezeichnungen habe ich mich bemüht, die der Rechnung zugrunde gelegten allgemeinen Gedanken auch an dem speziellen Beispiel hervortreten zu lassen.

Die zu betrachtende Kette sei aus Gliedern der in Fig. 5a dargestellten Art zusammengesetzt. Wir wollen weiter voraussetzen, daß der Scheinwiderstand R_0 durch

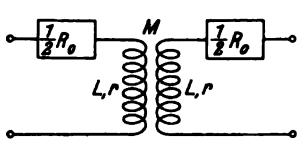


Fig. 5a. Kettenglied mit induktiver Kopplung mittels getrennter Wicklungen.

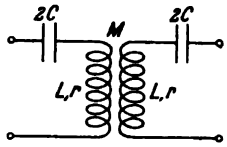


Fig. 5b. Glied der induktiv gekoppelten Siebkette.

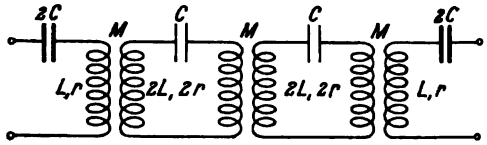


Fig. 5c. Dreigliedrige, induktiv gekoppelte Siebkette zweiter Art.

einen Kondensator mit der Kapazität C gebildet wird, entsprechend dem Schaltbild nach Fig. 5b. Verbindet man eine Anzahl solcher Kettenglieder miteinander, so entsteht die in Fig. 5c gezeichnete Siebkette, deren mittlere Glieder aus geschlossenen Schwingungskreisen bestehen, von denen jeder die Kapazität C, die Induktivität $2L$ und den Widerstand $2r$ besitzt.

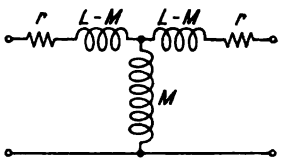


Fig. 6. Ersatzschaltung für den Kopplungstransformator in Fig. 5a bis 5c.

Der in den Fig. 5a bis 5c zur Kopplung dienende Transformator ist bekanntlich der in Fig. 6 gezeichneten Stromverzweigung gleichwertig, so daß die Kette nach Fig. 5a bis 5c sich als Kettenleiter zweiter Art darstellt. Dieser hat einen Leitungswiderstand

$$R = \frac{1}{pC} + 2r + 2p(L - M) \qquad (1)$$

[1]) Archiv f. Elektrotechnik **3**, 323. 1915.

Digitized by Google

und einen Querleitwert

$$G = \frac{1}{pM}. \tag{2}$$

Hierbei ist die noch zu bestimmende Abhängigkeit der Ströme und Spannungen von der Zeit durch die Exponentialgröße

$$e^{pt} \tag{3}$$

ausgedrückt. p wird sich in der Form

$$p = -\delta \pm i\omega \tag{4}$$

ergeben, worin δ den Dämpfungsexponenten und ω die Kreisfrequenz der Eigenschwingung bedeutet.

Die Theorie des Kettenleiters, auf die ich mich hier zur Vermeidung von Wiederholungen beziehe, ergibt, daß die Verteilung der Spannungen und Ströme in einer Kette formal dieselben Gesetze befolgt, wie auf einer Leitung. Insbesondere ist die Spannung U_a und der Strom I_a am Anfang der Kette mit den entsprechenden Größen U_e und I_e am Ende der Kette durch die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} U_a &= \mathfrak{A}\,U_e + \mathfrak{B}\,I_e \\ I_a &= \mathfrak{C}\,U_e + \mathfrak{A}\,I_e \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

verknüpft. Darin ist

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{A} &= \mathfrak{Cof}\,m\gamma, \\ \mathfrak{B} &= W\,\mathfrak{Sin}\,m\gamma, \\ \mathfrak{C} &= \frac{1}{W}\,\mathfrak{Sin}\,m\gamma. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

W ist der Wellenwiderstand der Kette, m ihre Gliederzahl, γ ihre Wellenkonstante. Diese ist aus der Gleichung

$$2\,\mathfrak{Sin}\tfrac{1}{2}\gamma = \sqrt{RG} \tag{7a}$$

zu berechnen, die man auch in der Form

$$\mathfrak{Cof}\,\gamma = 1 + \tfrac{1}{2}RG \tag{7b}$$

schreiben kann.

Der Wellenwiderstand der Kette zweiter Art beträgt

$$W = \sqrt{\frac{R}{G}} \cdot \mathfrak{Cof}\tfrac{1}{2}\gamma. \tag{8}$$

Die Kette werde am Anfang durch eine elektromotorische Kraft E über den Scheinwiderstand R_a gespeist und sei am Ende über einen Scheinwiderstand R_e geschlossen (Fig. 7). Diese Annahmen werden durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} E &= R_a I_a + U_a, \\ V_e &= R_e I_e \end{aligned}$$

ausgedrückt und ergeben in Verbindung mit den Gleichungen (5) die Beziehung

$$I_e = \frac{E}{Z} \tag{9}$$

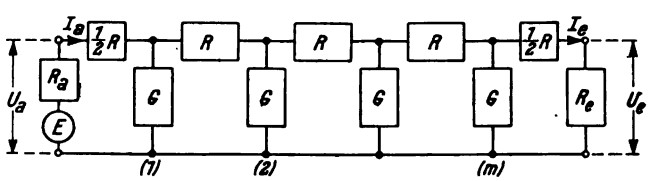


Fig. 7. m-gliedrige Kette zweiter Art, gespeist von der elektromotorischen Kraft E über den Widerstand R_a und geschlossen auf den Widerstand R_e.

mit

$$Z = (R_a + R_e)\,\mathfrak{Cof}\,m\gamma + \left(W + \frac{R_a R_e}{W}\right)\mathfrak{Sin}\,m\gamma. \tag{10}$$

Digitized by Google

Wir wollen das Problem nun nicht mit beliebigen Werten von R_a und R_e weiterbehandeln, sondern annehmen, daß das erste und das letzte Glied über einen Kondensator mit der Kapazität $2C$ und eine Spule mit der Induktivität L und dem Widerstand r geschlossen sind. In diesem, dem praktisch wichtigsten Falle, sind die beiden Endkreise den mittleren Kreisen gleich, wenn man davon absieht, daß sie nur nach einer Seite hin gekoppelt sind. Der Kettenleiter besteht nunmehr aus $m + 1$ vollständigen Schwingungskreisen. (vgl. Fig. 7).

Mit der soeben gemachten Annahme wird

$$R_a = R_e = \frac{1}{2pC} + r + pL,$$

oder, nach Gleichung (1) und (2) sowie (7b)

$$R_a = R_e = \tfrac{1}{2} R + \frac{1}{G} = \frac{1 + \frac{1}{2} RG}{G} = \frac{\mathfrak{Cof}\gamma}{G}.$$

Setzt man dies, sowie den Wert von W aus Gleichung (8) in den Ausdruck für Z ein (Gl. 10), so erhält man nach einer leichten Vereinfachung[1]) den Ausdruck

$$Z = \frac{\mathfrak{Sin}(m+2)\gamma}{G\,\mathfrak{Sin}\gamma}. \tag{11}$$

Frequenz und Dämpfung der Eigenschwingungen ergeben sich aus den Wurzeln der Stammgleichung[2])

$$Z = 0. \tag{12}$$

Da G nach Gleichung (2) für jeden endlichen Wert von p endlich bleibt und auch der Wert $\gamma = \infty$ die rechte Seite von (11) nicht zum Verschwinden bringt, so kann diese nur dort null werden, wo der Zähler verschwindet:

$$\mathfrak{Sin}(m+2)\gamma = 0. \tag{12a}$$

Hieraus folgt

$$(m+2)\gamma = ik\pi \quad \text{mit} \quad k = 1, 2, 3, \ldots\ldots\infty \quad \text{und} \quad i = \sqrt{-1}.$$

Der Wert $k = 0$ ist auszulassen, da er nur die Gleichung (12a), nicht aber die eigentliche Stammgleichung (12) befriedigt, wie die rechte Seite von Gleichung (11) ohne weiteres zeigt. Dasselbe gilt vom Wert $k = m + 2$ und von jedem ganzen Vielfachen dieses Wertes $k = n(m + 2)$.

Nach der vorstehenden Gleichung erhält man die folgenden Werte für die Wellenkonstanten der Eigenschwingungen

$$\left.\begin{aligned} \gamma_k &= i\,\frac{k\pi}{m+2} \\ k &= 1, 2, 3, \ldots, \text{ ausgenommen } k = n(m+2). \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Sie sind rein imaginär. Sie bestimmen die Eigenwerte p_k des Stromkreises und damit auch die Dämpfungen und die Frequenzen der Eigenschwingungen (Gl. 4). Durch Einsetzen des soeben gefundenen Wertes von γ_k in die Gleichung (7b) ergibt sich:

$$\mathfrak{Cof}\,\gamma_k = \cos\frac{k\pi}{m+2} = 1 + \tfrac{1}{2} RG. \tag{14a}$$

[1]) Hierbei ist die Gleichung (7a) nützlich.
[2]) Archiv f. Elektrotechnik 3, 323. 1915.

Digitized by Google

Setzt man nun für R und G ihre Werte nach Gleichung (1) und (2) ein, so gewinnt man die gesuchte Beziehung zwischen den Wellenkonstanten γ_k und den Eigenwerten p_k.

$$\cos\frac{k\pi}{m+2} = \frac{1}{2p_k^2 MC} + \frac{r}{p_k M} + \frac{L}{M}. \tag{14}$$

Nach Gleichung (13) durchläuft k Werte von 1 bis unendlich, und es scheint zunächst, als ob sich unendlich viele Eigenwerte p_k ergeben müßten. Tatsächlich liefern aber wegen der Periodizität des Cosinus in Gleichung (14) nur die ersten $m+1$ Zahlen $k\,(=1, 2, 3 \ldots m+1)$ verschiedene Eigenwerte p_k, so daß für den $(m+1)$ gliedrigen Kettenleiter auch genau $m+1$ verschiedene Eigenschwingungen existieren, was aus physikalischen Gründen zu erwarten war.

Aus Gleichung (14) ergibt sich für p_k die quadratische Gleichung

$$p_k^2 + \frac{r}{L - M\cos\frac{k\pi}{m+2}}\,p_k + \frac{1}{2C\left(L - M\cos\frac{k\pi}{m+2}\right)} = 0$$

mit den beiden Wurzeln

$$p_k = -\frac{r}{2\mathfrak{L}_k} \pm i\sqrt{\frac{1}{2C\mathfrak{L}_k} - \frac{r^2}{4\mathfrak{L}_k^2}}, \tag{15}$$

worin zur Abkürzung

$$\mathfrak{L}_k = L - M\cos\frac{k\pi}{m+2} \tag{16}$$

gesetzt ist. Nach Gleichung (15) beträgt der Dämpfungsexponent der $k$ten Eigenschwingung

$$\delta_k = \frac{r}{2\mathfrak{L}_k} \tag{17}$$

und ihre Kreisfrequenz

$$\omega_k = \sqrt{\frac{1}{2C\mathfrak{L}_k} - \frac{r^2}{4\mathfrak{L}_k^2}}, \tag{18}$$

wofür man bei den in der Regel vorliegenden Dämpfungsverhältnissen praktisch

$$\omega_k \approx \frac{1}{\sqrt{2C\mathfrak{L}_k}} \tag{18a}$$

setzen kann.

Für periodische Wechselströme liegt der durchlässige Bereich der hier betrachteten Siebkette zwischen den Kreisfrequenzen[1])

$$\Omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2C(L+M)}} \tag{19a}$$

und

$$\Omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2C(L-M)}}. \tag{19b}$$

Der für die Berechnung der Eigenfrequenzen in Betracht kommende Induktivitätswert $\mathfrak{L}_k$ liegt nach Gleichung (16) zwischen $L-M$ und $L+M$. Einen Überblick über die Werte von $\mathfrak{L}_k$ gibt die in Fig. 8 dargestellte einfache Konstruktion. Man mache die Strecke OA gleich L, beschreibe um O einen Kreis mit dem Radius M und

[1]) ETZ. 1919, S. 395, Fußnote; Zeitschrift f. techn. Physik, 1921, S. 301, Fig. 16.

Digitized by Google

teile den oberen Halbkreis in $m+2$ gleiche Teile. Von jedem Teilpunkt k fälle man das Lot auf AO; es treffe diese Linie in K. Dann ist offensichtlich

$$OK = M\cos\frac{\pi k}{m+2} \qquad \text{und} \qquad KA = \mathfrak{L}_k .$$

Die sämtlichen Eigenfrequenzen unserer Siebkette liegen nach dem soeben Ausgeführten im Innern des für periodische Ströme durchlässigen Bereiches. Dieses Ergebnis ist, wie an anderer Stelle des näheren gezeigt werden wird, der Ausfluß eines allgemeinen Satzes, der für alle Arten von Kettenleitern gilt, soweit man bei ihnen überhaupt einen „durchlässigen Bereich" abgrenzen kann.

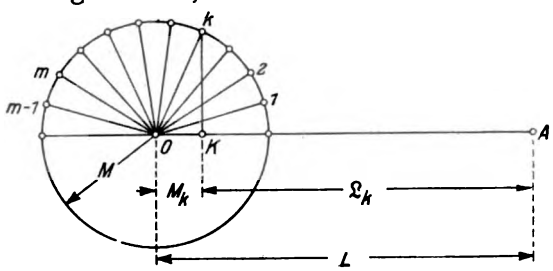


Fig. 8. Zur Bestimmung der für die k-te Eigenschwingung wirksamen Induktivität $\mathfrak{L}_k$ (Kette aus $m+1$ Kreisen).

Die Kreisfrequenz Ω eines einzelnen ungekoppelten Kreises liegt in der Mitte des genannten Bereiches:

$$\Omega = \frac{1}{\sqrt{2CL}} . \tag{19c}$$

Für eine Kette mit dem Kopplungsverhältnis $\frac{M}{L} = 0{,}1$ und mit 5, sowie mit 6 Kreisen sind die mittels Gleichung (16) und (18a) ausgerechneten Frequenzwerte aus den Tafeln 1 und 2 ersichtlich. Die Durchlässigkeitsgrenzen betragen $\Omega_1 = 0{,}953\ \Omega$ und $\Omega_2 = 1{,}053\ \Omega$; die Lochbreite ist 10 %.

Tafel 1.

Kette aus 5 Kreisen ($m = 4$).

$\frac{\omega_1}{\Omega}$	$\frac{\omega_2}{\Omega}$	$\frac{\omega_3}{\Omega}$	$\frac{\omega_4}{\Omega}$	$\frac{\omega_5}{\Omega}$
1,046	1,026	1,000	0,975	0,959

Tafel 2.

Kette aus 6 Kreisen ($m = 5$).

$\frac{\omega_1}{\Omega}$	$\frac{\omega_2}{\Omega}$	$\frac{\omega_3}{\Omega}$	$\frac{\omega_4}{\Omega}$	$\frac{\omega_5}{\Omega}$	$\frac{\omega_6}{\Omega}$
1,048	1,032	1,011	0,989	0,971	0,958

Die verschiedenen Eigenschwingungen sind, entsprechend der Veränderung von $\mathfrak{L}_k$ gemäß Gleichung (16) und (17) verschieden stark gedämpft; und zwar nimmt δ_k mit wachsendem k ab, d. h. die langsameren Eigenschwingungen sind zugleich auch die weniger gedämpften. Doch sind die Unterschiede bei enger Lochbreite gering.

Zur vollständigen Lösung des Problems gehört auch die Ermittlung der Amplituden (und der Phasen) der verschiedenen Eigenschwingungen. Diese Berechnung läßt sich für Ein- oder Ausschaltvorgänge am bequemsten mittels der Heavisideschen Regel[1]) ausführen. Da es mir hier nur darauf ankommt, das Grundsätzliche des Verfahrens darzulegen, beschränke ich mich auf den einfachsten Fall: Zur Zeit $t = o$ soll im ersten Kreis plötzlich eine EMK vom Betrage E auftreten, die alsdann konstant bleibt. Die Berechnung für den Fall einer sinusförmigen EMK bietet demgegenüber nichts Neues, während der hier behandelte Fall des einfachen Stoßes die Eigenschwingungen gewissermaßen in Reinkultur liefert.

Für konstante elektromotorische Kraft hat die Heavisidesche Regel die einfache Form

$$I_e = \frac{E}{Z(0)} + E\sum_k \frac{e^{p_k t}}{p_k Z'(p_k)} . \tag{20}$$

[1]) Archiv f. Elektrotechnik 4, 159. 1916.

Digitized by Google

Die Regel ist so zu verstehen: Man bestimme zunächst den Verlauf der gesuchten Größe (hier I_e) für den Fall, daß alle zeitlich veränderlichen Größen das Gesetz e^{pt} befolgen. Man erhält so einen Ausdruck der Form $I_e = \frac{E}{Z}$; hierin ist Z eine Funktion von p (unsere Gl. 9, 10 und 11). Dann bestimme man die Wurzeln $p_1, p_2, \ldots$ der Stammgleichung $Z = 0$ (vgl. unsere Gl. 12 bis 15). Endlich berechne man Z für den Wert $p = 0$ und $Z' = \frac{dZ}{dp}$ für die Werte $p = p_k$ und setze alle diese Werte in Gleichung (20) ein. Die rechte Seite von Gleichung (20) gibt dann unmittelbar den Verlauf des Stromstoßes I_e im letzten Kreis beim Einschalten der EMK E im ersten.

Zunächst ergibt $p = 0$ nach Gleichung (14) und (14a) den Wert $\gamma = \infty$ und hiermit nach Gleichung (11) auch $Z(0) = \infty$. Das erste Glied in Gleichung (20), das einen Gleichstrom bedeuten würde, fällt also weg. Dieses Ergebnis ist physikalisch selbstverständlich[1]).

Bei der Bildung des Differentialquotienten Z' braucht man in dem Ausdruck Gleichung (11):

$$Z = \frac{\mathfrak{Sin}(m+2)\gamma}{G\,\mathfrak{Sin}\gamma}$$

nur den Zähler zu differenzieren, weil der Differentialquotient des Nenners nur als Faktor eines Produktes auftritt, dessen anderer Faktor, der Zähler, nach Gleichung (12a) für alle k verschwindet. Daher

$$Z'(p_k) = \frac{(m+2)\,\mathfrak{Cof}(m+2)\gamma_k}{G_k\,\mathfrak{Sin}\gamma_k} \cdot \left(\frac{d\gamma}{dp}\right)_k. \tag{21}$$

Hierin ist nach Gleichung (2):

$$G_k = \frac{1}{p_k M}, \tag{a}$$

nach Gleichung (13):

$$\mathfrak{Cof}(m+2)\gamma_k = \mathfrak{Cof} ik\pi = \cos k\pi = (-1)^k, \tag{b}$$

nach Gleichung (7b):

$$\frac{d\gamma}{dp} = \frac{\frac{d}{dp}(RG)}{2\,\mathfrak{Sin}\gamma} = \frac{1}{2\,\mathfrak{Sin}\gamma}\,\frac{d}{dp}\left[\frac{1}{p^2 MC} + \frac{2r}{pM} + \frac{2(L-M)}{M}\right].$$

Der Differentialquotient der Größe in der eckigen Klammer hat den Wert

$$-\frac{2}{p^3 MC} - \frac{2r}{p^2 M} = -\frac{4L}{pM}\left(\frac{1}{p^2 2LC} + \frac{r}{2Lp}\right).$$

Die Beträge der p_k-Werte liegen sämtlich in der Nähe von Ω, und demnach hat das erste Glied in der geschweiften Klammer nahezu den Wert 1; das zweite Glied bedeutet das Verhältnis des Ohmschen zum induktiven Spannungsabfall im Schwingungskreise und ist praktisch immer klein gegen 1. Daher kann man dieses Glied vernachlässigen[2]) und erhält

$$\frac{d}{dp}\left[\;\right] \approx -\frac{2}{v^3 MC}.$$

Hiermit ergibt sich

$$\left(\frac{d\gamma}{dp}\right)_k = -\frac{1}{p_k^3 MC\,\mathfrak{Sin}\gamma_k}. \tag{c}$$

[1]) Bei der hier betrachteten Anordnung tritt ein Gleichstrom nur im ersten Kreis auf.

[2]) Die Rechnung kann aber ebensogut ohne diese Vernachlässigung zu Ende geführt werden.

Digitized by Google

Die Ausdrücke (*a*), (*b*), (*c*) sind nun in Gleichung (21) einzusetzen:

$$Z'(p_k) = -\frac{(m+2)(-1)^k}{p_k^2 C \operatorname{Sin}^2 \gamma_k}.$$

Unter Benutzung des in Gleichung (13) angegebenen Wertes von γ_k wird

$$p_k Z'(p_K) = \frac{(m+2)(-1)^k}{p_k C \cdot \sin^2 \dfrac{k\pi}{m+2}}.$$

Nach diesen vorbereitenden Rechnungen können wir nunmehr den Ausdruck für den Strom I_e im letzten Kreise nach Gleichung (20) ansetzen:

$$I_e = E \sum_k \frac{p_k C \cdot \sin^2 \dfrac{k\pi}{m+2}}{(m+2)(-1)^k} \cdot e^{p_k t}.$$

Für jeden Wert k gibt die Gleichung (15) zwei verschiedene p_k, nämlich

$$p_{k1} = -\delta_k + i\omega_k,$$
$$p_{k2} = -\delta_k - i\omega_k.$$

Die Summierung in der Heavisideschen Entwicklung bezieht sich auf die p-Werte; daher ist

$$I_e = \frac{EC}{m+2} \sum_{k=1}^{k=m+1} \frac{\sin^2 \dfrac{k\pi}{m+2}}{(-1)^k} [(-\delta_k + i\omega_k) e^{(-\delta_k + i\omega_k)t} + (-\delta_k - i\omega_k) e^{(-\delta_k - i\omega_k)t}].$$

Nach bekannten Regeln hat man nun noch die Exponentialfunktionen in der Klammer auf Sinus und Cosinus zurückzuführen. Alsdann erhält man die Endformel

$$I_e = \frac{2EC}{m+2} \sum_{k=1}^{m+1} \frac{\sin^2 \dfrac{k\pi}{m+2}}{(-1)^{(k-1)}} [\delta_k \cos \omega_k t + \omega_k \sin \omega_k t] e^{-\delta_k t}.$$

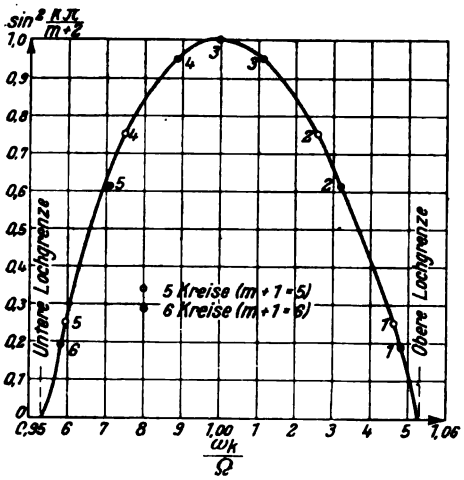


Fig. 9. Zur Bestimmung der relativen Stärke der Eigenschwingungen beim Anstoßen der Kette. (Ω = Eigenfrequenz der ungekoppelten Kreise).

Da die Werte von ω_k und δ_k für alle Eigenschwingungen ungefähr gleich groß sind, so wird ihre relative Stärke in der Hauptsache durch den Faktor $\sin^2 \dfrac{k\pi}{m+2}$ bestimmt. Für die beiden schon vorher betrachteten Ketten aus 5 und 6 Kreisen sind die Werte dieses Faktors der Tafel 3 zu entnehmen.

In Fig. 9 sind diese Werte als Ordinaten aufgetragen; als Abszissen dienen die zugehörigen Frequenzen (Tafel 1 und 2).

Tafel 3.

Werte von $\sin^2 \dfrac{k\pi}{m+2}$.

k	5 Kreise ($m = 4$)	6 Kreise ($m = 5$)
1	0,25	0,188
2	0,75	0,612
3	1,00	0,950
4	0,75	0,950
5	0,25	0,612
6	—	0,188

Digitized by Google

Man sieht, daß die in der Mitte des durchlässigen Frequenzbereiches der Kette liegenden Eigenschwingungen beim Anstoß am stärksten erregt werden, und daß die Eigenschwingungen mit um so schwächerer Amplitude auftreten, je näher ihre Frequenzen an den Grenzen jenes Bereiches liegen.

Zusammenfassung.

In den letzten Jahren hat man erkannt, daß es zur richtigen Übermittlung von Nachrichten mittels hochfrequenter Trägerströme nicht genügt, nur die Trägerfrequenz zu übertragen, sondern daß zu diesem Zwecke vielmehr ein Band von Frequenzen von der Breite des in der Nachricht enthaltenen Spektrums erforderlich ist. Seitdem haben die elektrischen Siebketten an Stelle der früher ausschließlich verwendeten aber unzulänglichen Resonanzkreise immer mehr Eingang in die Praxis gefunden. Bei ihrer Anwendung ist darauf zu achten. daß die Siebkette ein schwingungsfähiges Gebilde ist mit einer der Zahl ihrer Glieder entsprechenden Anzahl von Eigenschwingungen. Die Dämpfung und Verteilung der Eigenschwingungen bestimmt das Verhalten der Kette beim An- und Abschwingen sowie beim Anstoßen. Es entsteht daher die Aufgabe, die Verteilung der Eigenfrequenzen, ihre Amplituden und Dämpfungen zu ermitteln. Diese Aufgabe wird in der vorliegenden Arbeit für eine Kette mit beliebiger Gliederzahl an Hand der früher entwickelten allgemeinen Theorie des Kettenleiters gelöst. Die Rechnungen werden für eine induktiv gekoppelte Siebkette durchgeführt, doch ist das Verfahren auch zur Bestimmung der Eigenfrequenzen von beliebigen Kettenleitern anwendbar. Es ergibt sich, daß die Eigenfrequenzen der Siebkette sämtlich im Innern des für periodischen Wechselstrom durchlässigen Bereiches liegen.

Digitized by Google

Über eine Aufgabe der Kapazitätsberechnung.

Von **Fritz Noether**,
Professor an der Technischen Hochschule Breslau.

Mit 5 Textfiguren.
Eingegangen am 23. Mai 1922.

Man kann für verschiedene Anordnungen drahtförmiger Leiter die Kapazitäten genau berechnen. Das gilt insbesondere für den Fall von nur 2 Drähten von kreisförmigem Querschnitt, die gegeneinander Spannung haben. Auf den gleichen Fall läßt sich auch, durch einmalige Spiegelung, die Kapazität eines Drahtes, der gegen die als leitend vorausgesetzte Erdoberfläche Spannung hat, zurückführen. Für kompliziertere Anordnungen begnügt man sich in der Elektrotechnik meist mit einer ersten Annäherung, die voraussetzt, daß die Drahtradien klein sind gegenüber allen sonst vorkommenden Entfernungen zwischen den Leitern bzw. der Höhe der Leiter über der Erdoberfläche. In dieser Annäherung kann das Feld außerhalb der Leiter so berechnet werden, als ob die Ladungen auf der Leiteroberfläche gleichmäßig verteilt bzw. in ihrer Axe konzentriert wären. Es wäre übrigens nicht schwierig, die Annäherung durch Einführung von doppelten, vierfachen usw. Polen weiterzutreiben, worauf wir aber hier nicht eingehen wollen.

Wir wollen vielmehr, in der besprochenen Näherung, ein anderes Problem behandeln, das auch manche praktische Anwendung verspricht: Ein einzelner Draht, oder auch eine Reihe von Drähten, die untereinander leitend verbunden sind, soll sich zwischen zwei parallelen leitenden Wänden, die ihrerseits verbunden (bzw. beide geerdet) sind, befinden und Spannung gegen die Wände haben. Wie groß ist die Kapazität dieser Anordnung? Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß die Drähte sich gerade in der Mitte zwischen den leitenden Wänden befinden und untereinander gleichen Abstand haben (vgl. Fig. 1). Ferner soll die Drahtreihe als unendlich lang (d. h.

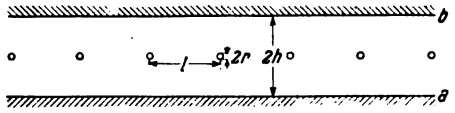


Fig. 1.

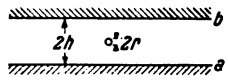


Fig. 2.

praktisch als groß gegenüber dem Abstand der Wände) betrachtet werden, so daß von einer bestimmten Kapazität pro Draht gesprochen werden kann. Diese Voraussetzungen schließen auch den Fall eines Einzeldrahtes mit ein, der als Spezialfall der Drahtreihe angesehen werden kann, mit unendlichem Abstand zwischen zwei benachbarten Drähten (Fig. 2). Der Abstand der beiden Wände sei mit $2h$, der gegenseitige Drahtabstand mit l, endlich der Drahtdurchmesser mit $2r$ bezeichnet; die Wände sind als a, b unterschieden.

Digitized by Google

1. Fall eines einzelnen Drahtes ($l = \infty$).

Die an das elektrostatische Feld zu stellende Bedingung, daß seine Kraftlinien normal zu leitenden Oberflächen stehen müssen, wird im Falle einer einzelnen Ebene (Erdoberfläche) bekanntlich durch Spiegelung an dieser erfüllt. Das gesuchte elektrische Feld, z. B. eines geladenen Drahtes, stellt sich dann oberhalb der Erdoberfläche dar als das überlagerte Feld zweier Drähte, die gleiche Ladung der Größe nach, aber von entgegengesetztem Vorzeichen, haben. In unserem Falle spiegeln wir entsprechend den realen Draht (Index 0), der die Ladung q pro Längeneinheit trage, an beiden Wänden und erhalten so 2 Bilder, denen wir jeweils die Ladung $-q$ beilegen (Indices *1 a*, *1 b*). Zwischen den beiden Wänden würde das Feld des Drahtes 0 mit seinem Spiegelbild *1 a* die Bedingung an der Wand a erfüllen, ebenso der Draht 0 mit seinem Spiegelbild *1 b* an der Wand b; nicht aber erfüllt das Bild *1 a* die Bedingung an der Wand b, das Bild *1 b* an der Wand a. Um auch diese zu erfüllen, müssen wir *1 a* nochmals an b und *1 b* nochmals an a spiegeln und den erhaltenen Bildern nun wieder die Ladung $+q$ beilegen. So müssen wir fortgesetzt verfahren und erhalten also das Feld zwischen den beiden Wänden als das einer Drahtreihe von abwechselnder Ladung $+q$ und $-q$, die senkrecht zur Richtung der Wände sich ausdehnt (vgl. Fig. 3).

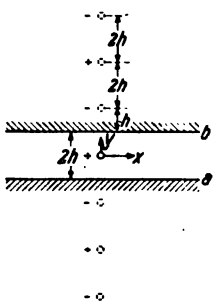


Fig. 3.

Zur Bestimmung dieses Feldes reicht es aus, eine Potentialfunktion v zu suchen, die überall regulär ist, außer in der Umgebung des Drahtes und seiner Bilder. In kleinem Abstand ϱ_n dagegen vom Draht oder einem seiner Bilder (n) muß es sich, je nach dem (in Fig. 3 angegebenen) Vorzeichen seiner Ladung, verhalten wie

$$V_n = K_n \pm 2q \ln \frac{r}{\varrho_n},$$

wobei K_n je eine Konstante bezeichnet, die aber für jeden Index n andere Werte annimmt.

Wir führen in bekannter Weise die komplexe Variable ein:

$$z = x + iy \quad (i = \sqrt{-1})$$

und betrachten das gesuchte Potential V als den reellen Teil einer komplexen Funktion

$$V(x, y) = \Re(F[z]).$$

Es sei, bis auf eine willkürliche, additive Konstante:

$$F(z) = 2q \ln \left(\operatorname{ctg} \frac{i\pi z}{4h} \right).$$

Da hier der Cotangens in der Drahtaxe ($z = 0$) und ihren Bildern ($z = \pm 2hi$, $\pm 4hi$ usw.) abwechselnd ∞ und 0 wird, hat die Funktion V in der Tat das verlangte Verhalten.

An der Drahtoberfläche ($x^2 + y^2 = r^2$) ersetzen wir nun zufolge der oben gemachten Voraussetzung, daß r sehr klein sei neben h, $\operatorname{ctg} \frac{i\pi z}{4h}$ durch den Näherungswert $\frac{4h}{i\pi z}$, und haben dann hier den Potentialwert:

$$V_0 = 2q \ln \frac{4h}{\pi r}.$$

Digitized by Google

Man bestätigt ferner, daß das Potential V, wie es den Randbedingungen entspricht, längs der beiden Wände den nämlichen konstanten Wert annimmt. Es ist nämlich für $y = \pm h$:

$$\operatorname{ctg}\frac{i\pi z}{4h} = \operatorname{ctg}\left(\pm\frac{\pi}{4} + i\frac{\pi x}{4h}\right) = \frac{1 \mp \operatorname{tg} i\frac{\pi x}{4h}}{\pm 1 + \operatorname{tg} i\frac{\pi}{4}\frac{x}{h}} = \pm e^{\pm i\frac{\pi x}{4h}}.$$

Da der Logarithmus dieses Wertes rein imaginär ist, wird:

$$V_a = V_b = 0.$$

Die Spannungsdifferenz zwischen Draht und Wänden wird somit:

$$P = V_0 - V_a = V_0 - V_b = 2q \ln\frac{4h}{\pi r}.$$

Betrachten wir P als vorgegebene Spannungsdifferenz, so ergibt diese Gleichung die Ladung q, bzw. die gesuchte Kapazität (pro Längeneinheit des Drahtes):

$$C = \frac{1}{2\ln\frac{4h}{\pi r}}$$

(im $c.g.s$-System. Durch Division mit $9 \cdot 10^5$ erhält man dann bekanntlich C in Mikrofarad pro Zentimeter der Drahtlänge).

Die Analogie unseres C mit bekannten Kapazitätsformeln fällt sofort in die Augen. Für einen Draht, der sich in der Axe eines Kreiszylinders vom Radius h befindet, wäre:

$$C' = \frac{1}{2\ln\frac{h}{r}},$$

für einen Draht im Abstand h von einer einzelnen leitenden Ebene:

$$C'' = \frac{1}{2\ln\frac{2h}{r}}.$$

2. Fall einer Drahtreihe.

Wir entwickeln nun die entsprechende Ableitung für den oben geforderten Fall einer Drahtreihe zwischen zwei leitenden Wänden (Fig. 1), die sich genau nach dem gleichen Gedankengang vollzieht.

Wir spiegeln also die Drahtreihe an beiden Wänden, sodann die erhaltenen Bilder abermals an den entgegengesetzten Wänden, jeweils unter Umkehrung des Vorzeichens der Ladungen. Wie durch den Spiegelungsprozeß oben eine Reihe abwechselnd positiv und negativ geladener Drähte entstand, entsteht jetzt eine Reihe von Drahtreihen, ein Gitter (Fig. 4, in der wieder die Vorzeichen der Ladungen eingetragen sind). Das Feld dieses Gitters muß in dem Raum zwischen den beiden Wänden mit dem gesuchten Feld übereinstimmen.

Dieses Gitterfeld aber läßt sich berechnen, auf Grund des Umstandes, daß es eine doppelte Periodizität hat, nämlich sowohl durch Verschiebung um die Strecke l

Digitized by Google

in der x-Richtung, als auch um die Strecke $4h$ in der y-Richtung mit sich selbst zur Deckung gebracht werden kann. Führen wir wieder die komplexe Variable $z = x + iy$ ein, so ist die eine Periode reell: $\omega = l$, die andere rein imaginär: $i\omega' = 4hi$, Das Potential des Feldes ist nun wieder als der reelle Teil einer komplexen Funktion gegeben:

$$V(xy) = \Re(F[z]),$$

und $F(z)$ ist der Logarithmus einer Funktion, die in den mit + bezeichneten Drahtaxen je eine einfache Unendlichkeitsstelle, in den mit — bezeichneten eine einfache Nullstelle haben muß, im übrigen regulär ist. Dies ist eine doppeltperiodische, also elliptische Funktion, die folgendermaßen erhalten wird:

Man bestimmt nach Jacobi den Modul k mittels des Periodenverhältnisses ω'/ω, bzw. der Größe $q = e^{-\pi\omega'/\omega}$ durch die Reihe:

$$k^2 = \frac{2q^{\frac{1}{2}}(1 + q^2 + q^6 + q^{12} \ldots)}{1 + 2q + 2q^4 + 2q^9 \ldots}$$

und die vollständigen elliptischen Integrale:

$$K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}; \qquad K' = \frac{4h}{l} K.$$

Die gesuchte Funktion ist dann:

$$F(z) = -2q \ln\left(\sin \mathrm{am} \frac{2Kz}{l}\right),$$

in der Jacobischen Schreibweise der elliptischen Funktionen. Für sehr kleine z, die von der Größenordnung des Drahtradius r sind, können wir uns hier wegen der gemachten Voraussetzungen auf die erste Annäherung beschränken:

$$\sin \mathrm{am} \frac{2Kz}{l} = \frac{2Kz}{l}$$

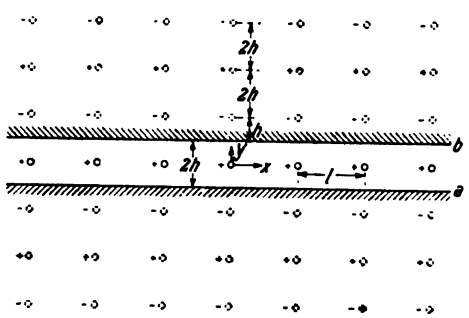


Fig. 4.

und finden so durch Übergang zum reellen Teil das Potential an der Drahtoberfläche:

$$V_0 = 2q \ln \frac{l}{2Kr}.$$

Für die beiden Wände a, b ($y = \pm h$) dagegen brauchen wir nur den Wert im Punkte $x = 0$, $y = \pm h$ zu berechnen und erhalten:

$$V_a = V_b = -2q \ln \left| \sin \mathrm{am} \frac{2Khi}{l} \right| = -2q \ln \left| \sin \mathrm{am} \frac{iK'}{2} \right|.$$

Hierin ist noch mittels einer Formel aus der Theorie der elliptischen Funktionen:

$$\sin \mathrm{am} \frac{iK'}{2} = \frac{i}{\sqrt{k}}.$$

So ergibt sich der Spannungsunterschied zwischen Drähten und Wänden zu:

$$P = V_0 - V_a = 2q \ln \frac{l}{2K\sqrt{k}r} = 2q \ln \frac{2h}{K'\sqrt{k}r}.$$

Digitized by Google

Wir schreiben demgemäß die gesuchte Kapazität pro Draht in der Form:

$$C = \frac{1}{2 \ln \frac{h}{pr}} \; (c.g.s.)$$

mit der Abkürzung:

$$p = \frac{K' \sqrt{k}}{2}$$

Es zeigt sich wieder die unmittelbare Analogie zu den bekannten Kapazitätsformeln. Die Größe p hängt nur von dem Periodenverhältnis ω'/ω, somit von der geometrischen Größe $l/2\,h$ (Drahtabstand: Wandabstand) ab und läßt sich übrigens vollständig und ohne Mühe mit Hilfe von Tabellen (Jahnke-Emde, Funktionentafeln, S. 65 bis 68) berechnen. Das Resultat ist die in Fig. 5 angegebene Kurve für p in Abhängigkeit von diesem Verhältnis. Durch Benützung dieser Kurve läßt sich die Kapazität unserer Drahtreihe zwischen 2 Wänden ebenso rasch berechnen, wie die Kapazität eines einzelnen Drahtes gegen die Erde oder ähnliche einfache Fälle. Die Kurve zeigt auch, daß p für größere Drahtabstände sich dem Wert $\pi/4$ nähert, wie er oben für den Fall eines einzelnen Drahtes abgeleitet war und daß erhebliche Abweichungen von diesem Wert überhaupt nur in Betracht kommen, solange etwa der Drahtabstand kleiner als der Wandabstand ist.

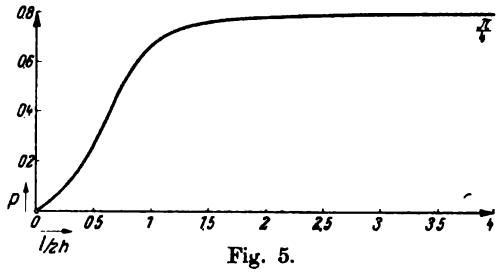


Fig. 5.

Zusammenfassung.

Die Kapazität einer Reihe paralleler Drähte gleicher Spannung zwischen zwei geerdeten Metallwänden wird mittels elliptischer Funktionen berechnet. Sie ergibt sich pro Draht und pro Zentimeter der Drahtlänge in der auch bei ähnlichen einfacheren Aufgaben auftretenden Form $1:2\,ln\,(h/pr)$, wobei die Zahl p in bestimmter Weise von dem Verhältnis Wandabstand: Drahtabstand abhängt.

Digitized by Google

Einige Beobachtungen über das Nachleuchten von aktiviertem Stickstoff.

Von **Marcello Pirani** und **Ellen Lax.**

Mit 1 Textfigur.

Eingegangen am 19. Juni 1922.

Die mannigfaltigen Untersuchungen über das Nachleuchten von Stickstoff[1]), durch den elektrische Entladungen hindurchgegangen sind, geben zu weiteren Fragestellungen Anlaß.

Es werden in den Veröffentlichungen zwei getrennte Erscheinungen beschrieben, einmal das Nachleuchten von reinem oder annähernd reinem Stickstoff und dann das Nachleuchten von Stickstoff-Sauerstoffgemischen.

Die einzelnen beschriebenen Leuchterscheinungen sind je nach den gewählten Gasdrucken und Entladungsarten verschieden. — Bei niedrigen Drucken, bis zu 12 mm Hg, wie sie Tiede und Domcke, Strutt, Comte, König und Mitarbeiter, Hagenbach und Frey[2]) angewandt haben, ergab sich ein gelb- bis orangefarbenes Nachleuchten; bei höheren Drucken, über 10 bis 15 mm Hg, hat Comte ein bläuliches Nachleuchten beobachtet.

Bei der Nachleuchterscheinung im Stickstoff selbst ist die Frage, ob vollkommen reiner Stickstoff die Erscheinung zeigt, nicht endgültig geklärt. — Tiede und Domcke wie auch Comte stellen fest, daß fortschreitende Reinigung das Leuchten zum Verschwinden bringt, während nach Strutt und König auch reiner Stickstoff nachleuchtet. — Als Maß für die Reinheit wird von König angegeben, daß die Sauerstoffmenge unter 10^{-3}% (Phosphorprobe) betragen habe.

Aus Anlaß von Untersuchungen über Prüfungsmethoden für die Reinheit des Stickstoffes[3]) wurde auch die Nachleuchterscheinung in Stickstoff mit variablen, sehr geringen Zusätzen fremder Gase untersucht. — Da diese Beobachtungen zur Klärung der Frage des Nachleuchtens in reinem Stickstoff beitragen, sei eine kurze Darstellung der Versuche gegeben.

Die Anordnung unterscheidet sich insofern wesentlich von den bisher üblichen, als erstens in einem abgeschlossenen Gefäß, also im ruhenden Gase, die Nachleucht-

---

[1]) J. Stark, Die Elektrizität in Gasen. Winkelmann, Handb. d. Phys., II. Aufl., 4. Bd., I, S. 641.

[2]) Tiede u. Domcke, Zur Frage des aktiven Stickstoffes. Chem. Ber. **46**, 4095. 1913. — Strutt, Über die chemisch-aktive Modifikation des Stickstoffes. Phys. Zeitschr. **14**, 215. 1913; Das Nachglühen der elektrischen Entladung in Gemischen von N_2 und O_2. Phys. Zeitschr. **15**, 217. 1914. — Comte, Über die chemisch-aktive Modifikation des Stickstoffes. Phys. Zeitschr. **14**, 74. 1913. — A. König, Das Problem der Stickstoffaktivierung. Zeitschr. f. Elektrochem. **21**, 267. 1915. — Hagenbach u. Frey, Spektroskopisches über elektrodenlose Ringentladung durch elektrische Schwingungen. Phys. Zeitschr. **18**, 544. 1917. — Frantz, Der Tristickstoff N_3. Zeitschr. f. Elektrochem. **25**, 297. 1919.

[3]) Pirani, Beobachtungen über die Spitzenentladung in Stickstoff. Wiss. Ver. Siemens-Konzern I, 1, 167. 1920.

Digitized by Google

erscheinung untersucht und zweitens hohe Gasdrucke angewandt wurden, um Verunreinigungen, die z. B. durch Gasabgaben aus der Wasserhaut der Gefäße entstehen, prozentual gering zu machen. — Das Gas war annähernd in gleicher Weise wie früher[1]) beschrieben hergestellt. Zum Teil wurde statt glühenden Tantals flüssiges Natrium zur Entfernung der letzten Sauerstoffreste verwendet und die Trocknung unter Überdruck vorgenommen.

Auf diese Weise war es möglich, einen äußerst reinen Stickstoff zu erhalten.

Zur Untersuchung dienten Glasrezipienten von 2 Litern Inhalt, die entweder mit langem Ansatz, Hahn und Schliff versehen waren (dieselben, wie in der früheren Arbeit[1]) beschrieben), die aber meist nur eine Elektrode, die Spitze, enthielten, oder aber es waren Gefäße, die innen eine Wolframdrahtspirale enthielten, die elektrisch zum Glühen gebracht werden konnte. — Diese Gefäße wurden nach dem Füllen abgeschmolzen, so daß hier eine Verunreinigungsquelle, die Fettdämpfe, fortfiel. — Vor der Gasfüllung wurden die Gefäße zwecks Reinigung des Glases und des Wolframdrahtes bei 450° C eine halbe Stunde lang unter Vakuum erhitzt, dann der Faden ausgeglüht, einmal im Vakuum, dann in Stickstoff, der wieder abgepumpt wurde. — Der reine Stickstoff wurde mit Sauerstoff, Wasserdampf, Jod, Naphthalin, Wasserstoff und Argon in meßbarer Weise versetzt. — Die meist angewandte Art der Zusatzmethode ist bereits in der vorher erwähnten Arbeit beschrieben worden. Für Jod war sie wegen Absorption des Jods in dem Fett nicht anwendbar.

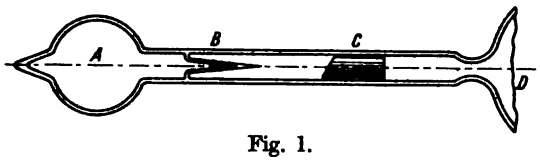


Fig. 1.

Der Zusatz von Joddampf geschah in folgender Weise: Glasgefäße A gemessenen Inhalts, die einseitig mit Verschlußspitze B versehen waren (Fig. 1), wurden unter Erhitzen ausgepumpt und dann mit dem Dampf von mehrfach im Vakuum destilliertem Jod bei bestimmter Temperatur gefüllt und abgeschmolzen. — Die Jodmenge ergab sich dann mit Hilfe der Dampfdrucke[2]). — Die Gefäße wurden an den Glasrezipienten angeschmolzen. Das Zertrümmern der Spitze geschah erst nach der Füllung und erstmaligen Prüfung der Nachleuchterscheinung durch Gegenschlagen mit dem Glasstabe C, der statt des sonst üblichen Eisenkerns der größeren Sauberkeit wegen gewählt war.

Zur Anregung des Stickstoffes diente eine Hochfrequenzentladung von ca. 100 000 Perioden pro Sekunde, die der Drahtspitze oder -spirale zugeführt wurde. Die Anwendung einer zweiten Elektrode war bei der hohen Frequenz nicht notwendig. — Die Entladung ging durch das Gas in Form von vielen leuchtenden, auf der Glaswand mündenden Fäden nach Art der de la Riveschen Fäden.

Die Hochfrequenzentladung wurde mit einer abgestimmten Summeranordnung erzeugt. Der dabei erzielte Funkenstrom überschlug eine Luftstrecke von 1 cm.

Die zuerst angestellten Versuche galten der Feststellung der Abhängigkeit der Leuchterscheinung vom Gasdruck. Sie ergaben, daß in dem als reiner Stickstoff bezeichneten Füllgas bei der gewählten Anordnung von 2 mm Hg-Druck aufwärts das fahl bläuliche Leuchten auftrat und bis zu dem höchsten angewandten Druck von 700 mm Hg erhalten blieb, daß jedoch ein Optimum zwischen 60 und 200 mm Hg-Druck lag.

[1]) Pirani, Beobachtungen über die Spitzenentladung in Stickstoff. a. a. O.
[2]) Abegg, Handbuch der anorganischen Chemie 4, II, 350. 1913.

Digitized by Google

Die endgültigen Versuche wurden im Gebiete von 150 bis 180 mm Hg angestellt, vorher wurde jedoch zur Kontrolle der bei der Entladung auftretenden Änderungen des Gasinhalts, z. B. infolge Gasabgabe aus den Gefäßwänden, eine Versuchsreihe bei 700 mm Hg-Druck ausgeführt. — Die dabei benutzten Rezipienten waren mit zwei Elektroden (Spitze und Teller) ausgerüstet. So war es möglich, die Reinheit des Gases durch Aufnahme der Veränderung des Spitzenstromes mit der Zeit[1]) zu kontrollieren. — Bei diesen Messungen konnten durch den Entladungsvorgang Änderungen, die z. B. einer Sauerstoffgehaltszunahme von mehr als $5 \cdot 10^{-5}\%$ entsprechen, festgestellt werden. Es zeigte sich, daß keine Veränderungen von dieser Größenordnung eingetreten waren.

Es ist uns nicht gelungen, einen Stickstoff herzustellen, der nach längerer Behandlung mit Hochfrequenz nicht geleuchtet hätte. — Das Verhalten der einzelnen Füllungen war jedoch verschieden. Mancher Stickstoff zeigte sofort nach 2 bis 3 Sekunden langer Anregung die Leuchterscheinung, und zwar gleich in sehr starkem Maße, hingegen mußte die Entladung durch andere Stickstoffüllungen bis zu 10 Minuten lang gehen, bis ein Nachleuchten zu bemerken war. Mit solcher Füllung erreichte man auch bei Anregungen bis zu einer Stunde keine starke Leuchterscheinung. — Füllte bei dem sofort nachleuchtenden Stickstoff das Licht das ganze Gefäß, so setzte bei dem allmählich beginnenden die Leuchterscheinung an den Stellen ein, wo die Glaswand am ausgiebigsten von Elektronen getroffen wurde. Von dort aus sank das leuchtende Gas wie ein Nebel der Glockenmitte zu. — Bei längerer Anregung verteilte sich dann das Leuchten über das ganze Gefäß. — Wenn eine Leuchterscheinung auftrat, wurde bei der Anregung der ganze Kolben mit einem nebligen Licht erfüllt. Ferner trat an der Glaswand stets eine deutliche Fluoreszenz auf.

Durch den Elektronenaufprall werden aus der Wasserhaut des Glases, auch wenn das Gefäß vorher stark erhitzt ist, Gase[2]) freigemacht. Der reine Stickstoff wird also verunreinigt. — Anfänglich sind diese Gasreste gering und noch nicht durch die Gasmasse verteilt. Erst wenn sie in genügender Menge sind, tritt das Leuchten auf. — Eine rohe Schätzung der Menge ergibt folgendes:

Wie andere Versuche[3]) zeigen, können die gesamten nach vorhergegangener Wärmebehandlung noch asymptotisch abgebbaren Wasserhautgase mit $^1/_{10}$ mm³ pro qcm angenommen werden. Von dieser Menge wird durch Elektronenstoß innerhalb einiger Minuten schätzungsweise $^1/_4$ bis $^1/_{10}$ frei. Von der Gesamtoberfläche wird etwa $^1/_4$ bis $^1/_{10}$ getroffen. Wir hätten also $^1/_{150}$ bis $^1/_{1000}$ mm³ für das qcm Oberfläche. — Da sich unter den Gasen auch unwirksame — elektropositivere — befinden, sei nur die Hälfte davon als wirksam angenommen. — Unter diesen Bedingungen ergibt sich bei Stickstoff von 150 mm Druck eine Verunreinigung an elektronegativen Gasen von $1 \cdot 10^{-5}$ bis $10^{-4}\%$.

Nachstehende Tabelle faßt die Ergebnisse der Versuche über den Einfluß von Zusätzen zusammen.

Für elektronegative Gase wie Sauerstoff, Wasserdampf und Jod zeigt sich, daß ihre Wirkung von gleicher Größe ist. — Für Zusätze von $4 \cdot 10^{-3}\%$ war das Leuchten

[1]) Pirani, Beobachtungen über die Spitzenentladung in Stickstoff. a. a. O.

[2]) Vgl. Langmuir, Journ. Am. Chem. Soc. **38**, 2283. 1916; Zusammenfassung von S. Dushman, Gen. El. Rev. XXIV, 247 ff. 1921.

[3]) Pirani, Über das Verhalten der Wasserhaut des Glases unter dem Einfluß von Elektronen. Zeitschr. f. Phys., Bd. 9, Heft 5, S. 327. 1922.

Digitized by Google

Tabelle.

Zusatzgas	Maximum d. Nachleuchtens		Geringeres Nachleuchten		Zusätze in %, die die Leuchterscheinung verhindern
	Zusätze in %	Leuchtdauer in Sek.	Zusätze in %	Leuchtdauer in Sek.	
O_2	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$	12 — 18[1])	$4 \cdot 10^{-3}$	2 — 4	$6 - 8 \cdot 10^{-3}$
H_2O	$1 \cdot 10^{-3}$	12 — 18	$4 \cdot 10^{-3}$	2 — 4	$6 - 8 \cdot 10^{-3}$
J_2	$1{,}8 \cdot 10^{-3}$	12 — 15	$3 \cdot 10^{-3}$	2 — 4	$8 \cdot 10^{-3}$
Naphthalin	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$	12 — 15	$1{,}5 \cdot 10^{-2}$	3	—
H_2	bis 0,3% ohne Einfluß				
A	bis 80% ohne Einfluß				
N_2,	der anfänglich nicht leuchtet, hat eine Abklingzeit von 4—8 Sek.				

nur noch in dem die Elektronenbahnen umgebenden Gefäßteilen zu sehen; die Fluoreszenz war fast vernichtet.

Bei Jodzusätzen war die Farbe der de la Riveschen Fäden verändert (sah man zuerst ein Blau-Lila, so war es jetzt deutlich Rot-Lila). Ein Gehalt von weniger als $8 \cdot 10^{-3}$% Joddampf reichte zur vollen Auslöschung des Nachleuchtens und der Fluoreszenz der Glaswand aus.

Bei der beschriebenen Einlaßmethode des Joddampfes konnten infolge der langsam eintretenden Diffusion Änderungen gut beobachtet werden. — Bei großen Jodmengen war das Nachleuchten nach der Zertrümmerung an der Spitze an der Eintrittsstelle des Jods anfangs verstärkt, um dann später dort zuerst zu verschwinden. — Die Gesamtzeit des Nachleuchtens war dabei zuerst gestiegen, um dann zu sinken und schließlich bei größerem Jodzusatz auf Null zu fallen.

Edelgase und elektropositivere Gase, wie Wasserstoff, beeinflussen den Vorgang gar nicht oder sehr wenig. Das Nachleuchten ist hierbei von dem Gehalt an elektronegativen Gasen abhängig. Für Argon-Stickstoffgemische wurde genau wie für reinen Stickstoff oft gefunden, daß das Leuchten erst nach längerem Stromdurchgang anfing.

Das Stickstoffmolekül hat einen zu komplizierten Bau, um eine einfache Erklärung für den Vorgang beim Nachleuchten geben zu können. Nur allgemeine Aussagen sind möglich. — Durch Elektronenstoß erfolgt eine Umbildung zu einer besonders aktiven Art, die bei Anwesenheit elektronegativer Gase unter Lichtaussendung zerfällt. — Bei ganz reinem Stickstoff findet die Bildung dieser aktiven Molekülart auch statt, jedoch ist einmal infolge des geringeren Spitzenentladungsstromes in dem reinen Gase die Menge der gebildeten aktiven Moleküle geringer, andererseits ist infolge Abwesenheit von wirksamen Molekülfeldern die Zerfallgeschwindigkeit so klein, daß ein Lichtreiz auf das Auge nicht ausgeübt wird. — Anwesenheit geringer Mengen elektronegativer Moleküle, z. B. 10^{-3}% Sauerstoff, bewirkt neben dem vergrößerten Spitzenstrome eine Steigerung der Zerfallmöglichkeiten. Größere Mengen, z. B. $4 \cdot 10^{-3}$% O_2, vermindern wiederum den Strom und vergrößern die Zerfallgeschwindigkeit so sehr, daß nur noch an den direkt angeregten Stellen, d. h. im Gebiet der de la Riveschen Fäden ein Nachleuchten zu beobachten ist. — Bei noch größeren Mengen, z. B. 10^{-2}% O_2, erfolgt der Zerfall auch innerhalb der Anregungsgebiete so schnell, daß die Leuchterscheinung nicht mehr sichtbar wird.

[1]) Mit der Leuchtdauer steigt auch die Helligkeit des Leuchtens.

Digitized by Google

Zusammenfassung.

Aus den Beobachtungen sind folgende Schlüsse zu ziehen:

1. Kleine Verunreinigungen elektronegativer Art von der Größenordnung $10^{-3}\%$ begünstigen mit Sicherheit bei Verwendung hoher Drucke das Nachleuchten, während $10^{-2}\%$ es bereits zum Verschwinden bringen.

2. Die Versuche weisen darauf hin, daß ganz reiner Stickstoff nicht leuchtet, daß aber jedenfalls die Verunreinigungen, die genügen, um ihn zum Leuchten zu bringen, unterhalb $5 \cdot 10^{-5}\%$ liegen.

Durch diese Beobachtungen ist auch erklärt, warum verschiedene Verfasser betreffs des Nachleuchtens von reinem Stickstoff zu entgegengesetzten Resultaten kommen konnten.

Digitized by Google

Untersuchungen über den Spitzenstrom.

Von **J. Stark** und **W. Friedrichs.**

Mit 13 Textfiguren und 1 Tafel.

Mitteilung aus dem physikalischen Institut der Universität Würzburg.

1. Einleitung.

1. Zwischen zwei Elektroden, deren eine aus einer ausgedehnten Platte besteht, deren andere eine Kugel von sehr starker Krümmung, insbesondere eine Spitze ist, enthält man Entladungen bestimmter Art, die man unter der Bezeichnung Spitzenstrom zusammenfaßt. Kennzeichnend dafür ist, daß infolge der großen Feldstärke an der Spitze unmittelbar vor dieser im Gas Stoßionisierung statthat und aus diesem Ionisierungsgebiet heraus positive (positiver Spitzenstrom) oder negative Ionen (negativer Spitzenstrom) unter dem Antrieb des elektrischen Feldes nach der anderen Elektrode strömen.

Die Theorie[1]) dieser Entladungsform ist von dem einen von uns gegeben worden. Sie ist von Warburg und zwei Mitarbeitern[2]) des einen von uns, bestätigt und ergänzt worden. Sie beherrscht heute noch, abgesehen von kleinen Ergänzungen, unsere Anschauungen über diese Erscheinung. Sie sei im folgenden kurz dargestellt.

Die Spitze sei positiv; die im Gase befindlichen negativen Ionen werden dann vom elektrischen Feld nach der Spitze hin getrieben. Ist dessen Stärke groß genug, um den Ionen die für die Ionisation nötige kinetische Energie zu vermitteln, so setzt die selbständige Entladung ein. Es läßt sich also für diese eine bestimmte Anfangsspannung beobachten. Unmittelbar an der Anode hat unter dem Stoß der auf sie zufliegenden Kathodenstrahlen Ionisierung der an ihr liegenden Gasschicht statt. Die hierin erzeugten positiven Ionen werden durch das elektrische Feld von der Spitze weggetrieben, ionisieren, sobald sie die nötige Geschwindigkeit erlangt haben, in kurzer Entfernung von der Spitze ihrerseits als Kanalstrahlen das Gas und liefern dadurch die Elektronen, welche zur Spitze als Kathodenstrahlen abwandern, ständig nach. Aus dieser zweiten Ionisierungsschicht wandern dann positive Ionen unter dem Antrieb des elektrischen Feldes nach der Kathode und stellen eine elektrische Strömung dar. Ist die Feldstärke schon in kleinem Abstand von der Spitze bis zur Kathode kleiner als derjenige kritische Wert, bei welchem Ionisierung durch den Stoß von Elektronen in einem Gase (positive Säule des Glimmstromes) beginnt, so besteht der positive Spitzenstrom in größerem Abstand von der Spitze lediglich in einer Wanderung positiver Ionen. Wenn jedoch die Feldstärke im Gase, so vor allem in der Nähe der Spitze, jenen Wert der Feldstärke für die positive Säule

[1]) J. Stark, Verh. d. D. Physik. Ges. **6**, 112. 1904.

[2]) M. Weth, Ann. d. Phys. **62**, 590. 1920; A. Schultze, Ann. d. Phys. **61**, 367. 1921.

Digitized by Google

erreicht, so hat Ionisierung durch den Stoß von Elektronen statt; es beteiligen sich dann diese an der elektrischen Strömung und es bildet sich zumeist ausgehend von der Spitze eine positive Säule aus, deren Ausdehnung um so größer wird, je mehr die Spannungsdifferenz zwischen den Elektroden ansteigt. In einem kleineren oder größeren Teil des positiven Spitzenstromes ist dann über die Strömung der positiven Ionen von der Spitze zur „Platte" eine Gegenströmung negativer Ionen gelagert. Entwickelt sich der Spitzenstrom in dieser Richtung noch weiter mit wachsender Elektrodenspannung, so schlägt er schließlich in einen Glimmstromfunken um, der aus einer doppelten Ionisierungspartie an der Plattenkathode und einer daran sich anschließenden positiven Säule bis zur Spitze besteht.

Ähnlich liegen die Verhältnisse beim negativen Spitzenstrom. Er ist im Grenzfall ein Glimmstrom ohne positive Säule. Es ist der Spannungsabfall an der negativen Spitze so groß, daß die auf sie zulaufenden positiven Ionen als langsame Kanalstrahlen das Spitzenmetall zur Aussendung von Elektronen zu bringen vermögen. Diese werden von dem elektrischen Feld in das Gas hinein als Kathodenstrahlen getrieben und ionisieren es in der sog. negativen Glimmschicht. Aus dieser wandern dann unter dem Antrieb des elektrischen Feldes die negativen Ionen heraus nach der positiven Platte. Der ideale negative Spitzenstrom besteht also in dem Gebiet zwischen der Glimmschicht an der Spitze und der Platte lediglich in einer Strömung negativer Ionen. Wenn jedoch bei steigender Elektrodenspannung in diesem Gebiete, so vor allem in der Nähe der Spitze, die Feldstärke den Wert für die positive Säule erreicht, so hat auch hier Ionisierung durch den Stoß der Elektronen statt; es lagert sich über die Strömung der negativen Ionen eine entgegengesetzte Strömung positiver Ionen und es setzt sich an die Glimmschicht an der Spitze eine dünne positive Säule an, deren Länge mit zunehmender Elektrodenspannung wächst. Und stellt sie sich in dieser Ausbildung auf der ganzen Strecke zwischen Spitze und Platte ein, so schlägt der negative Spitzenstrom in einen Glimmstromfunken um.

Gemäß der vorstehenden theoretischen Auffassung vom Spitzenstrom überwiegt in dem größeren Teile des Stromgebietes für den Fall des positiven Spitzenstromes die Zahl der positiven Ionen, für den Fall des negativen Spitzenstromes die Zahl der negativen Ionen. Es besitzt also der größere Teil des Stromgebietes in diesem Falle eine negative, in jenem eine positive Gesamtladung. Diese Eigenschaft des Spitzenstromes des Überwiegens der Zahl der positiven bzw. der negativen Ionen in dem größten Teile seines Gebietes bildet die Grundlage einer wichtigen Anwendung von ihm, nämlich zur elektrischen Gasreinigung. Der in dieser sich abspielende physikalische Vorgang besteht in folgendem. Die im Spitzenstrom wandernden positiven oder negativen Ionen heften sich, wenn sie auf schwebende Körnchen oder Tröpfchen stoßen, an diese und verleihen ihnen ihre Ladung. Es werden dann die Körnchen oder Tröpfchen zusammen mit ihrer elektrischen Ladung von dem Feld fortgetrieben, und zwar in der Mehrzahl in der Richtung der an Zahl überwiegenden Ionen, also in der Richtung von der Spitze zur Platte, und werden schließlich an dieser (Auffangelektrode) niedergeschlagen.

Die elektrische Gasreinigung besitzt schon jetzt eine große industrielle Bedeutung und wird sie voraussichtlich in noch viel größerem Maße in der Zukunft haben. Um sie von der wissenschaftlichen Seite her zu fördern und um die Erforschung der Eigenschaften des Spitzenstromes fortzuführen, erschienen neue Untersuchungen über diesen angezeigt. Insonderheit standen noch eingehende Untersuchungen über den

Digitized by Google

Einfluß einer Temperaturerhöhung des Gases an der Spitze infolge von deren Erhitzung aus. Auch galt es, die Verteilung der Stromdichte in der Grundfläche des Spitzenstromes, sowie deren Abhängigkeit von anderen Größen zu untersuchen. Endlich schienen wenigstens qualitative Beobachtungen über die Verteilung des niedergeschlagenen Staubes auf der Auffangeelektrode erwünscht.

2. Allgemeine Methoden.

Als Spitze wurde ein zu einer Schlinge gebogener Platindraht von 0,1 mm Durchmesser verwendet, der über ein Glimmerblatt von 0,02 mm Stärke geformt wurde (Fig. 1). Diese Anordnung ist schon von Fr. Gordon und E. Warburg[1]) angewendet worden. Trotzdem zeigte sich diese Definition der Spitze nicht als vollkommen ausreichend, um mit verschiedenen Spitzen genau vergleichbare Werte zu erzielen, weshalb die in dieser Arbeit nicht in einer und derselben Zahlentafel vereinigten Werte nicht ohne weiteres in Verbindung gebracht werden dürfen, da die Spitzen bisweilen ausgewechselt werden mußten.

Fig. 1.

Die so gestaltete Spitze gestattete eine Heizung durch eine isolierte Batterie von 4 Volt. Die Temperatur der Spitze läßt sich etwa durch folgende Angaben kennzeichnen:

Heizstromstärke	Zustand der Spitze
1,2 A	Dunkle Rotglut
1,5 A	Helle Rotglut
1,8 A	Weißglut

Wird Spannung angelegt, so tritt infolge des elektrischen Windes eine merkliche Abkühlung je nach der Stärke des Spitzenstromes ein. Gleichzeitig ruft die mit der Abkühlung verbundene Widerstandsverringerung eine Vergrößerung der Heizstromstärke hervor. Die hier angeführten Werte beziehen sich auf den Zustand ohne Spitzenstrom. Die Gegenelektrode war eine Platte von 28 × 28 qcm Fläche.

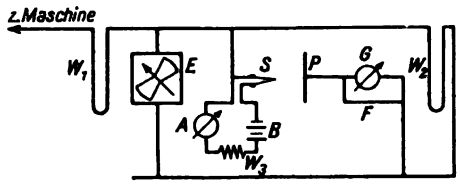


Fig. 2.

W_1 und W_2 Amylalkoholwiderstände.
E Elektrometer. W_3 Widerstand.
S Platinspitze. P Platte.
A Amperemeter. G Galvanometer.
B Batterie. F Sicherungsfunkenstrecke.

Die Hochspannung wurde von einer zwanzigplattigen Influenzmaschine geliefert; ihre fehlerhafte Konstruktion gestattete nicht, die Spannung gut konstant zu halten, was die Messungen außerordentlich erschwerte. Die Spannung wurde durch einen Amylalkoholwiderstand variiert; sie wurde gemessen mit einem Elektrometer von Siemens & Halske, dessen Bereich 15 kV umfaßte. Die Plattenelektrode war durch ein Galvanometer von 10^{-7} A Empfindlichkeit zur Erde abgeleitet. Die Schaltung ist aus Fig. 2 ersichtlich.

3. Lichterscheinung.

Die Lichterscheinungen an der Spitze lassen sich kurz so charakterisieren: Beim Einsetzen des Spitzenstromes läßt sich ein — allerdings bei Stromstärken unter 10^{-7} A fast kaum sichtbares — Lichtpünktchen an der Spitze wahrnehmen, das sich aber rasch verstärkt, wenn die Spannung erhöht wird. Ist die Spitze negativ, so breitet

[1]) Fr. Gordon und E. Warburg, Ann. d. Phys. 18, 128. 1905.

Digitized by Google

sich das Licht weiter aus und umhüllt die Spitze bis $^1/_2$ mm weit, während das positive Glimmen fast nicht an Ausdehnung zunimmt.

4. Einfluß der Erhitzung der Spitze auf die Anfangsspannung.

Nahe an der unteren Grenzspannung erhält man keinen gleichmäßigen Spitzenstrom, sondern die Entladung ist schwankend. Infolgedessen gibt die Beobachtung der Spannung, bei der der Spitzenstrom einsetzt oder erlischt, ohne besondere Ionisationsquelle keine guten Resultate. Es wurde deshalb hier ein anderer Weg eingeschlagen. In Verbindung mit einem Kondensator wurde die Spitze aufgeladen und die Spannung abgelesen, bis zu der sich der Kondensator nach Unterbrechung der Hochspannungszuleitung entlud. Eine Ionisationsquelle erübrigte sich bei dieser Methode, da durch die vorhergehende Entladung genügend Ionen vorhanden waren. Die Resultate zeigt Tabelle 1 (Fig. 3). In Übereinstimmung mit den

Tabelle 1a.

a mm	S_p^0 kV	S_p^1 kV	S_n^0 kV	$S_n^{1,1}$ kV	S_n^1 kK
4	3,50	2,55	3,16	1,80	—
6	3,96	2,83	3,45	2,00	—
8	4,33	3,15	3,75	2,20	—
10	4,60	3,40	4,00	2,35	—
15	5,15	3,80	4,40	2,60	—
20	5,60	4,15	4,80	—	3,02
30	6,40	4,70	5,40	—	3,40
40	6,90	5,15	6,00	—	3,70
50	7,40	5,45	6,40	—	4,00

Tabelle 1b.

S_p^0/S_p^1	$S_n^0/S_n^{1,1}$	S_n^0/S_n^1	S_p^0/S_n^0
1,37	1,76	—	1,11
1,40	1,73	—	1,15
1,37	1,71	—	1,16
1,53	1,71	—	1,15
1,36	1,69	—	1,17
1,53	—	1,59	1,17
1,36	—	1,59	1,18
1,34	—	1,62	1,15
1,36	—	1,60	1,16
Mittel: 1,36	1,72	1,60	1,16

früher gemachten Messungen zeigt sich die positive Anfangsspannung sowohl für kalte als für heiße Spitze höher als die negative. Das Verhältnis der beiden Anfangsspannungen ist konstant. Die Heizung der Spitze setzt die Anfangsspannungen in einem wiederum konstanten Verhältnis herab. Bezeichnet man die Mindestspannungen mit S_p und S_n für positiven bzw. negativen Spitzenstrom und unterscheidet den mit 0, 1 und 1,1 A geheizten Zustand der Spitze durch die Marken 0, 1 bzw. 1,1, so ergibt Tabelle 1b als Mittelwerte

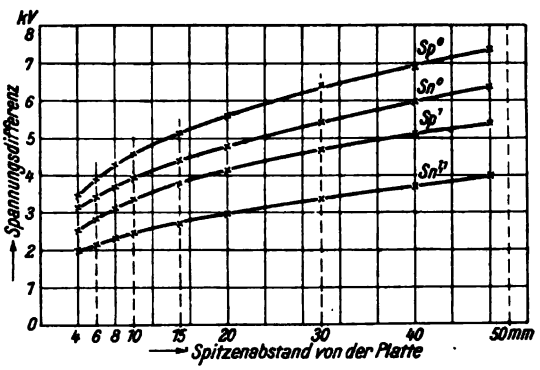


Fig. 3. Anfangsspannung.

$$S_p^0 : S_n^0 = 1{,}16, \quad S_p^0 : S_p^1 = 1{,}36, \quad S_n^0 : S_n^1 = 1{,}60 \quad \text{und} \quad S_n^0 : S_n^{1,1} = 1{,}72.$$

5. Einfluß der Erhitzung auf die Stromstärke-Spannungskurven.

Wegen des starken Schwankens der Spannung mußte eine Reihe von Ablesungen gemacht werden, von denen dann der Mittelwert genommen wurde. Die Ergebnisse enthalten die Tabellen 2; Fig. 4 und 5 zeigen einige der Kurven für verschiedene Abstände. Mit wachsender Entfernung zwischen Spitze und Platte wird der Verlauf der Kurven ein steilerer.

Digitized by Google

Tabelle 2. Negativer Spitzenstrom.

0 A		1,0 A		1,5 A		0 A		1,0 A		1,5 A	
kV	$I=10^{-5}$ A	kV	I	kV	I	kV	I	kV	I	kV	I
Abstand 4 mm						Abstand 6 mm					
3,50	1,30	2,40	1,00	2,00	1,90	3,00	—	2,20	—	1,80	0,35
4,00	2,40	3,00	2,00	2,60	3,70	3,70	0,60	2,80	0,50	3,40	2,10
5,30	7,20	4,00	5,00	—	—	4,20	1,10	3,40	1,00	3,80	2,70
5,10	6,20	4,40	7,30	—	—	4,70	1,67	3,80	1,50	4,50	4,20
6,00	11,6	—	—	—	—	5,00	2,00	4,20	1,85	4,70	4,70
						5,20	2,30	4,40	2,10	4,75	5,00
2,70	0,03	1,95	0,20	1,40	0,85	5,50	2,80	4,70	2,50	—	—
2,85	0,15	2,40	0,85	1,80	1,80	5,80	3,40	5,00	3,00	—	—
3,00	0,32	2,70	1,42	2,20	3,06	7,50	6,90	6,60	6,50	—	—
3,55	1,30	3,00	2,05	2,35	3,60	7,70	7,50	7,20	8,50	—	—
4,10	2,40	3,20	2,40	—	—	8,50	9,80	7,60	9,90	—	—
4,50	3,65	3,50	3,40	—	—						
5,00	5,45	3,57	4,00	—	—						
5,50	7,80	4,10	5,35	—	—						
5,70	12,5	4,25	5,90	—	—						
—	—	4,35	6,70	—	—						
Abstand 8 mm						Abstand 20 mm					
4,60	0,87	2,50	0,23	5,60	4,10	5,10	0,15	2,00	0,01	4,90	0,57
5,00	1,20	3,00	0,42	6,00	4,80	6,00	0,38	3,00	0,11	6,00	0,88
6,00	2,10	4,20	1,14	6,50	6,10	7,00	0,64	4,00	0,27	7,10	1,30
7,00	3,50	5,00	2,00	—	—	8,00	0,94	5,00	0,45	8,00	1,70
8,00	5,26	6,00	2,20	—	—	9,00	1,38	6,00	0,66	9,00	2,30
9,00	7,65	7,00	5,00	—	—	9,80	1,90	7,00	0,96	10,0	3,00
10,5	12,35	8,00	7,20	—	—	11,20	2,20	8,00	1,31	11,0	3,70
11,3	16,0	9,00	10,3	—	—	12,00	2,95	8,80	1,70	12,0	4,48
12,2	22,0	9,80	12,80	—	—	13,10	3,78	10,1	2,40	13,1	5,33
12,4	24,8	—	—	—	—	14,10	4,40	11,0	3,00	14,3	16,6
						15,20	5,57	12,1	3,70	15,0	7,60
						—	—	13,0	4,35	16,4	9,00
						—	—	14,0	5,00	—	—
						—	—	15,0	6,20	—	—
						—	—	16,0	7,50	—	—

Tabelle 2 (Fortsetzung). Negativer Spitzenstrom.

0 A		0,8 A		1,0 A		0 A		1,0 A		1,5 A	
kV	I	kV	I	kV	I	kV	I	kV	I	kV	I
Abstand 10 mm						Abstand 40 mm					
4,0	0,12	3,4	0,22	3,7	0,44	8,3	0,33	6,0	0,23	5,3	0,25
4,4	0,38	4,2	0,54	4,4	0,79	9,0	0,44	7,0	0,30	6,6	0,35
4,9	0,62	4,7	0,83	4,8	1,05	10,0	0,60	8,1	0,45	7,9	0,70
5,3	0,83	5,0	0,94	5,4	1,46	11,0	0,75	9,1	0,59	9,0	0,82
6,0	1,22	5,8	1,50	6,5	2,30	12,2	1,00	10,0	0,79	10,1	1,00
6,3	1,52	6,2	1,70	7,1	2,90	13,0	1,18	11,2	1,00	11,0	1,12
6,5	1,62	6,8	2,20	7,6	3,50	14,2	1,45	12,4	1,25	12,1	1,50
6,8	1,70	7,5	3,10	8,0	4,10	15,0	1,80	13,4	1,50	13,8	1,90
7,2	2,20	7,7	3,40	8,2	4,25	16,4	2,20	15,2	2,05	15,0	2,40
7,4	2,40	8,1	3,80	8,5	4,70	—	—	16,2	2,40	16,2	2,80
7,8	2,90	8,3	4,10	8,9	5,30						
8,0	3,00	8,5	4,40	9,8	7,10						
8,5	3,70	10,4	7,90	10,0	7,40						
9,3	4,90	11,0	9,10	12,4	12,50						
10,5	7,10	11,8	10,50	—	—						
11,4	8,70	12,4	12,10	—	—						
11,8	9,70	—	—	—	—						
12,2	10,50	—	—	—	—						
15,0	23,00	—	—	—	—						

Digitized by Google

Tabelle 2 (Fortsetzung). Positiver Spitzenstrom.

0 A		1,0 A		1,5 A		0 A		1,0 A		1,5 A	
kV	I	kV	I	kV	I	kV	I	kV	I	kV	I
Abstand 4 mm						Abstand 6 mm					
3,6	0,30	2,0	0,07	3,0	0,75	4,4	0,40	3,0	0,21	3,0	0,42
4,7	1,14	3,0	0,65	4,0	1,65	5,4	0,75	4,0	0,54	5,0	1,55
5,1	1,40	4,0	1,03	4,4	2,00	5,7	1,00	5,3	1,25	5,7	2,00
5,3	1,60	4,5	1,45	4,8	2,30	6,8	1,80	6,0	1,70	6,4	2,60
5,9	2,10	5,0	1,90	5,0	2,80	7,0	2,00	6,4	2,00	7,0	3,10
6,0	2,30	5,5	2,35	5,2	2,90	8,1	3,00	7,0	2,50	7,4	3,70
6,2	2,50	6,1	3,00	5,5	3,50	8,4	3,25	7,7	3,10	—	—
6,7	3,10	—	—	—	—	8,6	3,55	8,0	3,40	—	—
7,2	4,00	—	—	—	—	9,0	4,00	—	—	—	—
7,9	5,20	—	—	—	—	9,4	4,70	—	—	—	—
						9,6	5,00	—	—	—	—
Abstand 8 mm						Abstand 10 mm					
4,7	0,36	4,8	0,65	4,6	0,80	4,5	0,20	5,0	0,50	4,9	0,65
5,0	0,46	5,2	0,80	5,0	1,00	5,0	0,30	6,0	0,80	6,0	1,00
5,7	0,70	6,0	1,10	6,0	1,50	6,0	0,55	7,1	1,20	7,0	1,50
6,0	0,86	7,0	1,70	7,0	2,15	7,0	0,88	8,1	1,70	8,0	2,10
7,0	1,33	8,0	2,20	8,0	2,85	8,1	1,35	9,0	2,20	9,1	2,80
8,1	2,00	9,0	3,15	—	—	9,5	2,20	10,0	2,85	10,1	3,00
9,1	2,80	—	—	—	—	10,4	2,85	11,1	3,70	—	—
10,1	3,70	—	—	—	—	11,0	3,25	—	—	—	—
						12,4	4,35	—	—	—	—
						13,4	5,50	—	—	—	—

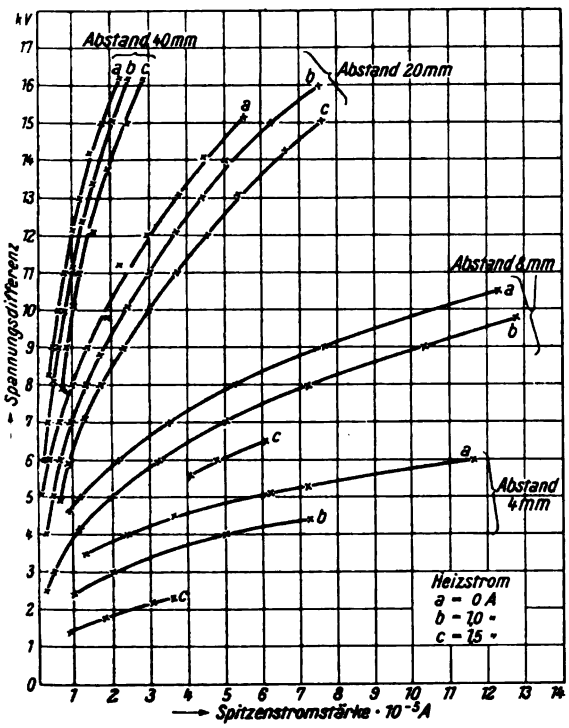


Fig. 4. Stromstärke-Spannungskurve für negativen Spitzenstrom.

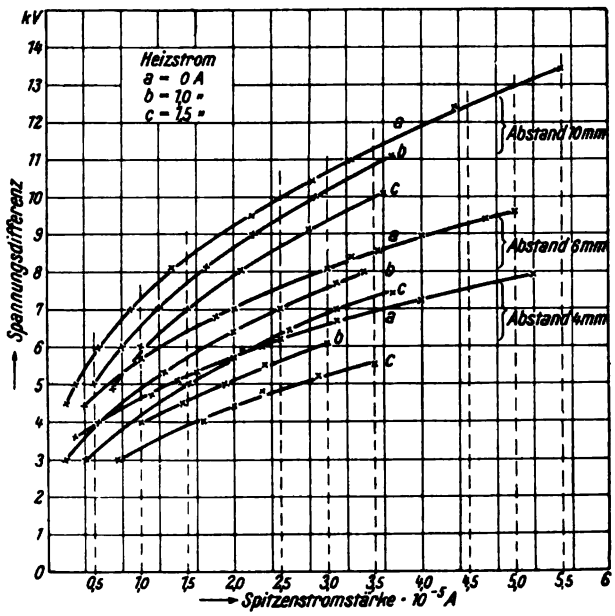


Fig. 5. Positiver Spitzenstrom.

Digitized by Google

Die für den positiven Spitzenstrom erhaltenen Zahlen werden gut durch die Warburgsche Formel dargestellt:

$$I = C \cdot V (V - M),$$

worin M die Anfangsspannung, C einen von der Spitze, Entfernung und Gasbeschaffenheit abhängigen Faktor bedeutet.

Die negativen Stromspannungskurven werden ziemlich gut, wie Tabelle 3 zeigt, durch die Gleichung wiedergegeben:

$$I = k \cdot V^2 \cdot (V - M).$$

Tabelle 3 gibt die nach der Formel $I = 0{,}0116\ V^2 \cdot (V - 0{,}87)$ berechneten Werte für negativen Spitzenstrom bei ungeheizter Spitze vom Abstand 8 mm.

Tabelle 3.

kV	$I_{ber.}$	$I_{beob.}$	I
4,6	0,92	0,87	+ 0,05
5,0	1,20	1,20	± 0
6,0	2,15	2,10	+ 0,05
7,0	3,51	3,50	+ 0,01
8,0	5,29	5,26	+ 0,03
9,0	7,65	7,65	± 0
10,5	12,31	12,35	+ 0,04
11,3	15,40	16,00	+ 0,60
12,2	19,60	22,00	+ 2,40

Was den Einfluß der Erhitzung der Spitzenelektrode auf die Stromspannungskurven betrifft, so lassen die Fig. 4 und 5 folgendes erkennen: Eine Erhöhung der Temperatur der Spitze und damit der unmittelbar an ihr liegenden Gasschicht verschiebt die Stromstärke-Spannungskurven sowohl für den positiven wie für den negativen Spitzenstrom nach der Achse der Stromstärke; sie erniedrigt also die Elektrodenspannung für konstante Stromstärke und vergrößert die Stromstärke bei konstanter Elektrodenspannung.

In dem vorstehenden Ergebnis ist auch das Ergebnis eingeschlossen, welches durch eine besondere Untersuchung über die Anfangsspannung im vorigen Abschnitt erhalten wurde. Verlängert man nämlich in den Fig. 4 und 5 extrapolierend die Stromstärke-Spannungskurven bis zum Schnitt mit der Spannungsachse, so markieren sie auf dieser die Werte der Anfangsspannungen und es ist an der Hand der Fig. 4 und 5 leicht zu sehen, daß die Anfangsspannung für einen jeden Elektrodenabstand um so mehr erniedrigt wird, je höher die Temperatur der Spitze und damit der anliegenden Gasschicht gemacht wird.

Wie aus früheren Untersuchungen, vor allem denjenigen Warburgs, bekannt ist, hat eine Erniedrigung des Gasdruckes in dem ganzen Gebiet des Spitzenstroms eine Verschiebung der Stromstärke-Spannungskurven nach der Achse der Stromstärke und somit eine Verkleinerung der Anfangsspannung zur Folge, und zwar bleibt hierbei in weiten Grenzen das Verhältnis der positiven zur negativen Anfangsspannung konstant. Es stimmen also Erhöhung der Temperatur der Spitze und Erniedrigung des Gasdruckes in ihrer Wirkung auf die Stromstärke-Spannungskurven vollkommen überein. Hinsichtlich ihrer Wirkung auf den Spitzenstrom bedeuten sie in der Tat auch denselben Vorgang, nämlich Verkleinerung der Dichte des Gases in der Schicht unmittelbar an der Spitze. Wie nämlich der eine von uns an früheren Stellen dargelegt hat, ist bei der verhältlich großen Geschwindigkeit der Kathoden- und Kanalstrahlen für die Ionisierung eines Gases durch sie unterhalb 2000° die Temperatur ohne Bedeutung, vielmehr hinsichtlich der mittleren freien Weglänge der Strahlen lediglich die Dichte des Gases maßgebend. Erniedrigung des Gasdruckes auf einen

Digitized by Google

bestimmten Wert der Gasdichte bei konstanter Temperatur und Erhöhung der Temperatur des Gases bei konstantem Druck bis zur Erreichung desselben Wertes der Gasdichte bringen darum dieselbe Wirkung hervor, welche einem und demselben Werte der Gasdichte entspricht.

Es mag nun auf den ersten Blick bemerkenswert erscheinen, daß die Änderung der Temperatur der unmittelbar an der Spitze liegenden Gasschicht eine so starke Wirkung hervorbringen soll, wo doch die Dicke dieser Schicht sehr klein ist im Vergleich zu der Ausdehnung des übrigen Gebietes des Spitzenstromes. Indes wird diese Erscheinung auf Grund der obenerwähnten Theorie des Spitzenstromes leicht verständlich. Es ist ja gemäß dieser Theorie für das Zustandekommen und den Spannungsabfall des Spitzenstromes die doppelte Ionisierung des Gases unmittelbar an der Spitze durch Kathoden- und Kanalstrahlen maßgebend.

6. Grenzspannung und Grenzstromstärke.

Steigert man die Elektrodenspannung über einen bestimmten Wert (Grenzspannung), so schlägt der Spitzenstrom in einen Glimmstrom mit mehr oder weniger ausgedehnter positiver Säule (Glimmstromfunke) um. Wegen der Labilität der Verhältnisse erfolgt dieses Umschlagen bei Wiederholung freilich nicht immer genau bei demselben Spannungswert. Es ist eine Grenzspannung deshalb nur angenähert zu messen. Besonders erschwerend waren bei unseren Messungen die Spannungsschwankungen der Maschine, die zu rasch waren, als daß die Elektrometernadel hätte folgen können. Um der richtigen Grenzspannung möglichst nahe zu kommen, wurde aus einer Reihe von Ablesungen, welche in dem Augenblick vereinzelter Funkenübergänge gemacht wurden, der Höchstwert genommen.

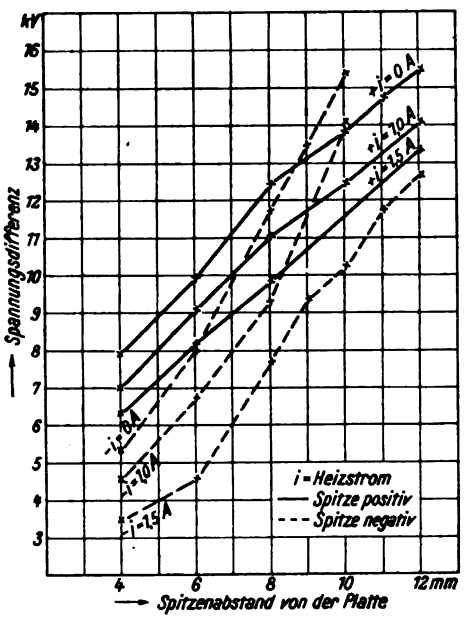


Fig. 6. Funkengrenzspannung.

Während die positive Grenzspannung verhältlich sichere Messungen zuließ, zeigte sich die negative schlecht definiert. Die Abhängigkeit der Grenzspannung von dem Elektrodenabstand ist für unsere Versuchsbedingungen in Fig. 6 dargestellt. Wie aus ihr zu ersehen ist, nimmt sowohl für die positiven wie für den negativen Spitzenstrom die Grenzspannung mit wachsendem Elektrodenabstand zu, und zwar für den negativen Spitzenstrom rascher als für den positiven; bei kleinem Elektrodenabstand ist sie für die positive Spitze, bei größerem Abstand für die negative größer. Eine Erhöhung der Temperatur des Gases unmittelbar an der Spitze infolge von deren Erhitzung setzt die Grenzspannung herab entsprechend der allgemeinen Wirkung der Temperaturerhöhung auf die Stromstärke-Spannungskurven.

Die Stromstärke, bei welcher der Spitzenstrom in Glimmstromfunken umschlägt, heißt Grenzstromstärke. Deren Abhängigkeit vom Elektrodenabstand unter unseren

Digitized by Google

Versuchsbedingungen ist in den Fig. 7 und 8 dargestellt. Wie man aus ihnen ersieht, nimmt mit zunehmendem Elektrodenabstand die Grenzstromstärke zwar ein wenig zu, indes ist ihre Zunahme erheblich kleiner als diejenige des Elektrodenabstandes, dies gilt vor allem für den positiven Spitzenstrom. Die Erhitzung der Spitze setzt die Grenzstromstärke merklich herab. Diese Wirkung erklärt sich offenbar in folgender Weise. Durch den elektrischen Wind, welcher von der Spitze nach der Platte bläst, wird die an dieser erwärmte Luft in das Stromgebiet fortgeführt, es wird also auch in einigem Abstand von der Spitze die Temperatur erhöht und damit die Gasdichte erniedrigt; durch deren Erniedrigung wird aber die Ausbildung einer positiven Säule und damit der Umschlag in einen Glimmstromfunken schon bei einem kleineren Wert von Stromstärke und Spannungsabfall ermöglicht.

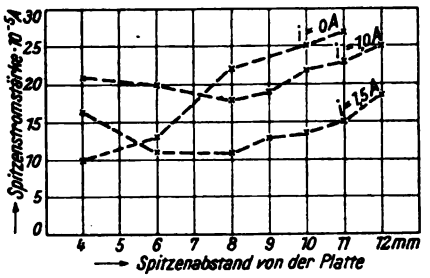


Fig. 7. Grenzstromstärke für negative Spitze.

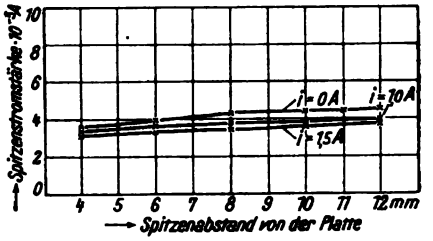


Fig. 8. Grenzstromstärke für positive Spitze.

Die Grenzspannung und Grenzstromstärke sind für die Anwendung des Spitzenstromes zur elektrischen Gasreinigung von Bedeutung. Im Interesse eines guten Wirkungsgrades ist hierbei einerseits eine möglichst große Stromstärke erwünscht, andererseits darf diese nicht so groß werden, daß ein Umschlag der Spitzen- in die Glimmstromentladung erfolgt; sie muß also dicht unter der Grenzstromstärke bleiben. Wenn nun auch deren Wert von den Versuchsbedingungen abhängt, so geben die von uns erhaltenen Zahlen doch die Größenordnung der Grenzstromstärke. Diese beträgt bei einem Elektrodenabstand von 1 cm 0,25 Milliampere für den negativen, 0,045 Milliampere für den positiven Spitzenstrom, ist also für den negativen Spitzenstrom ungefähr sechsmal größer als für den positiven. Dieses Verhältnis ist einer der Gründe für die Überlegenheit des negativen Spitzenstromes über den positiven bei der elektrischen Gasreinigung.

7. Verteilung der Stromdichte in der Grundfläche des Spitzenstromes.

In der Mitte einer rechteckigen Messingplatte von 8×10 qcm war ein zylindrisches Stück von 1,5 mm Durchmesser isoliert als Sonde eingesetzt (Fig. 9). Während die Platte durch das eingangs besprochene Galvanometer geerdet war, wurde die Sonde mit einem Spiegelgalvanometer von $1{,}5 \times 10^{-9}$ A je Skalenteil Empfindlichkeit verbunden. Die Spitzenstromstärke wurde während des Versuches konstant gehalten und der Teilstrom durch die Sonde abgelesen. Durch ein Mikrometer war die ganze Platte verschiebbar und die Sonde konnte so durch die Grundfläche des Spitzenstromes gezogen werden.

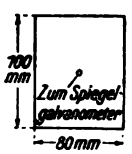


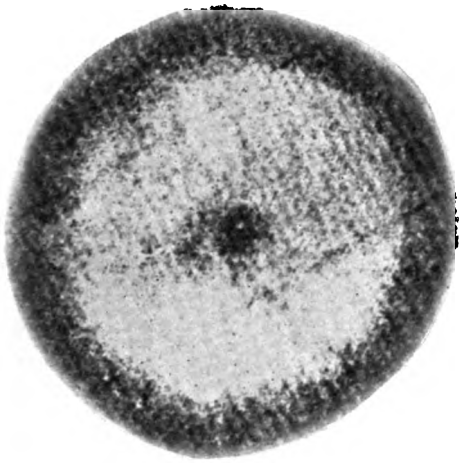
Fig. 9.

In Fig. 10 ist eine auf diese Weise erhaltene Messungsreihe bildlich dargestellt. Wie man aus ihr ersieht, besitzt die Stromdichte in der Mitte (Achse) der Grundfläche des Spitzenstromes einen Höchstwert und nimmt von da nach außen erst schnell, dann langsamer ab.

Digitized by Google

Abdrucke von Staubniederschlägen.

Als Staub diente mit Nigrosin gefärbtes Magnesiumsilikat, das, in das Stromgebiet gestreut, an der Platte niedergeschlagen wurde. Die Platte wurde auf alkoholgetränktes Papier abgedruckt und photographisch kopiert. (Die parallelen Rippen rühren von der Struktur des Papieres her. Andere Papierarten zeigten sich für das Verfahren nicht geeignet.)

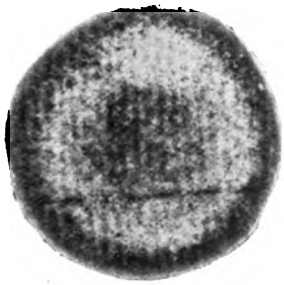


Negativer Spitzenstrom. 12000 Volt. $26 \cdot 10^{-6}$ Amp. 20 mm Abstand.

Fig. 11a.

Positiver Spitzenstrom. 14300 Volt. $45 \cdot 10^{-6}$ Amp. 20 mm Abstand. Zwei Spitzen, mit 1,15 Amp. geheizt.

Fig. 11b.

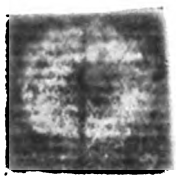


Negativer Spitzenstrom. 15000 Volt. $230 \cdot 10^{-6}$ Amp. 10 mm Abstand.

Fig. 11c.

Negativer Spitzenstrom. 4800 Volt. $5 \cdot 10^{-6}$ Amp. 10 mm Abstand.

Fig. 11d.



Positiver Spitzenstrom. 10000 Volt. $15 \cdot 10^{-6}$ Amp. 10 mm Abstand.

Fig. 11e.

Digitized by Google

Digitized by Google

8. Verteilung der Niederschlagsdichte.

Zur Ermittlung des Durchmessers der Grundfläche des Spitzenstromes wurde seine Wirkung benutzt, aus seinem Gebiet heraus auf die Plattenelektrode Staub niederzuschlagen. Während der Entladung wurde ein staubförmiger Isolator (feinverteilter Schwefel, Talkum od. dgl.) zwischen Spitze und Platte gestreut. Die in das Stromgebiet fallenden Körner wurden dann an der Platte niedergeschlagen und hafteten vermöge ihrer im Spitzenstromgebiet erhaltenen Ladung fest an ihr, während diejenigen Körner, welche lediglich mechanisch vom Wind nach der Platte geführt wurden, durch einen Luftstrom weggeblasen werden konnten. Es war so möglich, einen scharfen Rand für das Gebiet des elektrischen Niederschlags und damit für die Grundfläche des Spitzenstromes zu erhalten und einen ausreichenden Grad der Meßgenauigkeit zu erzielen.

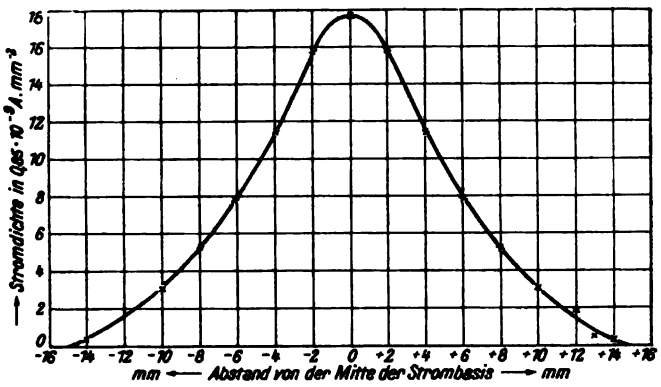


Fig. 10.

Die Fig. 11a bis 11c (siehe Tafel) stellen Abdrücke von Niederschlagsbildern dar, welche auf diese Weise erhalten wurden. Wie aus ihnen zu ersehen ist, nimmt die Niederschlagsdichte vom Rande der Grundfläche nach innen rasch bis zu einem Höchstwert zu und sinkt dann bis zur Mitte in der Achse des Spitzenstromes auf einen kleinen Wert. Es ist also überraschenderweise die Niederschlagsdichte nicht proportional der Stromdichte, hat sogar da einen Mindestwert, wo diese einen Höchstwert hat. Diese Erscheinung ist offenbar in folgender Weise zu deuten. In der Achse des Spitzenstromes hat schon von der Plattenelektrode weg eine schwache Gegenströmung von Ionen statt, welche an der Plattenelektrode durch Stoßionisierung gebildet werden und entgegengesetzte Ladung zu den von der Spitze kommenden Ionen haben; indem diese auf die zunächst von den Spitzenionen elektrisch geladenen Staubkörner treffen, entladen sie diese, so daß diese nicht mehr dem Antrieb des elektrischen Feldes nach der Plattenelektrode zu unterliegen.

9. Abhängigkeit der Grundfläche vom Elektrodenabstand und von der Spitzenstromstärke.

In den Fig. 12 und 13 sind Messungen an der Grundfläche des Spitzenstromes nach der vorstehenden Niederschlagsmethode bildlich dargestellt. Wie aus ihnen zu ersehen ist, nimmt der Durchmesser der Grundfläche des positiven und des negativen Spitzenstromes erst proportional dem Elektrodenabstand, dann langsamer zu; er ist bei dem negativen Spitzenstrom etwas größer als bei dem positiven und wird durch die Heizung der Spitze etwas vergrößert. Sein Wert ist ungefähr das Zweifache bis Dreifache des Elektrodenabstandes. Die Krümmung der Kurven in den Fig. 12 und 13 für große Werte des Elektrodenabstandes erklärt sich wohl aus der

Digitized by Google

Annäherung der Grundfläche des Spitzenstromes an den Plattenrand, wie vor allem die Kurven *I* und *II* in Fig. 13 lehren.

Fig. 14 zeigt die Abhängigkeit der Grundfläche von der Stromstärke. Ihr Durchmesser wächst bei einer Stromstärke unter 10^{-5} A rasch mit dieser an,

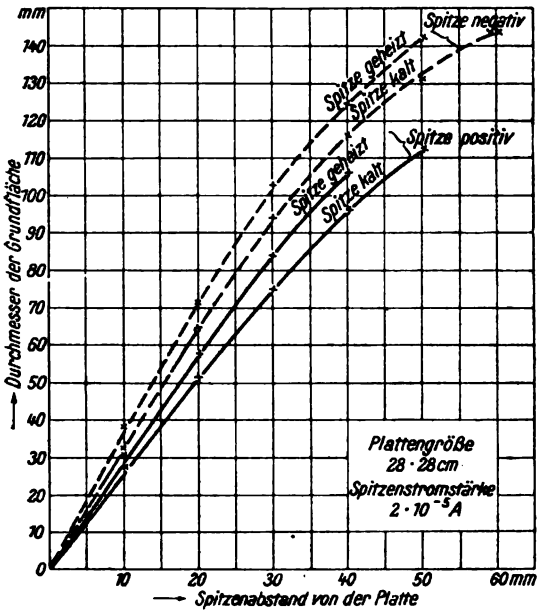


Fig. 12. Abhängigkeit der Grundfläche des Spitzenstromes von der Entfernung.

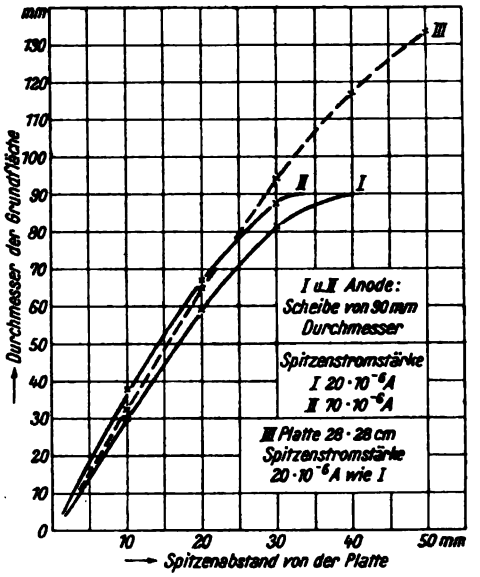


Fig. 13. Abhängigkeit der Grundfläche des Spitzenstromes von der Entfernung.

nähert sich aber oberhalb derselben rasch einem konstanten Wert, so daß zwischen 10^{-5} und 10^{-4} A die Änderung ganz unerheblich ist.

10. Bemerkung über die Lichtemission im Spitzenstrom.

Die Lichtemission des Spitzenstromes ist schon mehrfach Gegenstand von Untersuchungen gewesen. Im Zusammenhang mit den vorstehenden Messungen mögen folgende Angaben über sie für unsere Versuchsbedingungen von Interesse sein. Beim Einsetzen des Spitzenstromes läßt sich im Dunkeln ein Lichtpunkt an der Spitze wahrnehmen; bei einer Stromstärke kleiner als 1 Mikroampere ist er kaum sichtbar. Bei anwachsender Stromstärke wird seine Intensität rasch größer; ist die Spitze negativ, so nimmt hierbei die seitliche Ausdehnung des an ihr sitzenden Lichthäutchens zu, während dieses an der positiven Spitze seine Grundfläche nicht merklich ändert. Bei weiterer Vergrößerung der Stromstärke, insbesondere bei Annäherung an die Grenzstromstärke, wird auch vor der Spitze ein schwaches Leuchten sichtbar; dieses rührt von der sich allmählich ausbildenden positiven Säule her.

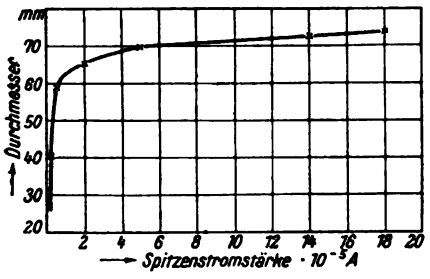


Fig. 14.

Digitized by Google

Von dem Lichtfleck an der positiven und der negativen Spitze, in welchem ja Stoßionisierung durch Kathoden- und Kanalstrahlen statthat, geht eine intensive ultraviolette Strahlung aus. Dies kann man auf folgende Weise zeigen. Verwendet man an Stelle einer Platte ein ebenes Drahtgitter als Elektrode gegenüber der Spitze und hält man hinter dieses einen Fluoreszenz-Röntgenschirm, so wird dieser noch in 1 m Entfernung von der Spitze zum Leuchten erregt und das Gitter durch den Schatten, den es wirft, scharf auf ihm abgebildet.

Zusammenfassung.

1. Eine Erhöhung der Temperatur der Spitze und damit der unmittelbar an ihr liegenden Gasschicht verschiebt die Stromstärke-Spannungs-Kurven nach der Achse der Stromstärke, erniedrigt also für konstante Stromstärke die Elektrodenspannung und vergrößert die Stromstärke bei konstanter Elektrodenspannung; sie verkleinert die Anfangsspannung für einen jeden Elektrodenabstand um so mehr, je größer sie ist.

2. Die Grenzstromstärke zwischen Spitzenstrom und Glimmstromfunken nimmt mit wachsenden Elektrodenabstand etwas zu; sie wird durch eine Erhitzung der Spitze merklich verkleinert und ist für den negativen Spitzenstrom unter sonst gleichen Umständen bis zu sechsmal größer als für den positiven Spitzenstrom.

3. Während die Stromdichte in der Mitte der Grundfläche einen Höchstwert hat, weist die Dichte des elektrischen Staubniederschlags hier eine Einsattelung auf, nimmt nach außen erst bis zu einem Höchstwert zu und weiterhin wieder ab.

4. Die Grundfläche des Spitzenstromes nimmt mit wachsendem Elektrodenabstand erst proportional, dann langsamer zu. Ihr Durchmesser ist etwa das Zweifache bis Dreifache des Elektrodenabstandes; er ist für den negativen Spitzenstrom etwas größer als für den positiven, wächst bei einer Stromstärke unterhalb 10^{-5} A rasch mit dieser an, nähert sich aber oberhalb derselben einem konstanten Wert.

Digitized by Google

Das Ausschalten von Gleichstrom und Wechselstrom bei induktiven Starkstromkreisen.

Von **Reinhold Rüdenberg.**

Mit 43 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Dynamowerk der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H.

Eingegangen am 23. Februar 1922.

1. Ausschalten von Gleichstrom.

Bei der rechnerischen Behandlung von Schaltvorgängen nimmt man im allgemeinen an, daß es möglich ist, den Widerstand des Stromkreises ganz plötzlich zu ändern, daß man ihn insbesondere an der Schaltstelle beim Einschalten momentan von Unendlich auf Null, beim Ausschalten von Null auf Unendlich bringen kann. In Wirklichkeit trifft diese Voraussetzung bekanntlich nicht zu. Es ist stets eine endliche Zeit erforderlich, um diese große Widerstandsänderung an der Schaltstelle zu bewirken. Beim Einschaltvorgang spielt die allmähliche Änderung keine wesentliche Rolle, da der Strom durch die Wirkung der Selbstinduktion doch nur langsam anwächst und daher während der kurzen Schaltdauer der Kontakte keine merkbaren Spannungen an ihnen hervorruft. Beim Ausschalten dagegen besitzt der Strom zunächst noch seine volle Stärke und kann daher eine erhebliche Spannung am Schalter erzeugen, deren Veränderung den Ablauf des Ausschaltevorganges maßgebend beeinflußt. In der Tat erhält man für einen Stromkreis, der lediglich Widerstand und Selbstinduktion enthält, unendliche Ausschaltespannungen, wenn man annimmt, daß der Schalterwiderstand momentan von Null auf Unendlich gesteigert wird, und kann nur dadurch eine Begrenzung der Ausschaltespannung erzielen, daß man dem Strom durch einen Parallelwiderstand, der direkt oder induktiv angeschaltet sein kann, einen Nebenweg zur Schaltstelle darbietet.

Die meisten Schaltvorgänge führen auf lineare Differentialgleichungen, die man dadurch lösen kann, daß man den Gesamtstrom in zwei Teilströme zerlegt, von denen der eine der stationäre Strom ist, der auch nach langer Zeit noch fließt, während der andere einen Ausgleichsstrom darstellt, der durch den Schaltprozeß eingeleitet wird und nach einiger Zeit abgeklungen ist. Diese Zerlegung hat konstanten Widerstand und konstante Selbstinduktion des Stromkreises zur Voraussetzung. Bei veränderlichem Widerstand, der bei unserem Problem an der Schaltstelle vorhanden ist, erhält man dagegen für den Verlauf des Stromes keine lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten und kann daher das Superpositionsprinzip nicht mehr anwenden. Man muß zur weiteren Untersuchung des Schaltvorganges bestimmte Gesetze für die Veränderung des Kontaktwiderstandes

Digitized by Google

oder der Ausschaltespannung einführen und die dann entstehenden Differentialgleichungen zu lösen suchen. Wir wollen zunächst Widerstandsschalter behandeln, deren Kontaktwiderstand sich nach einem bestimmten zeitlichen Gesetz vergrößert und deren Stromverlauf schon mehrfach in der Literatur berechnet wurde.[1]) Im Anschluß an eine vereinfachte Herleitung für die Ausschaltespannung werden wir unser Augenmerk vor allem auf die an den Kontakten freiwerdende Schaltarbeit richten, die wesentlich für die Bemessung der Größe des Schalters ist. Alsdann wollen wir die Lichtbogenschalter behandeln, die in der Technik der Schaltapparate praktisch die größte Bedeutung haben, und wollen versuchen, auch hier einfache Beziehungen für die Ausschaltespannung und die Schaltarbeit herzuleiten. Zum Schluß betrachten wir den Einfluß von Parallelwiderständen zum Schalter, die bei schweren Betrieben außerordentlichen Vorteil bieten können.

a) Widerstandsschalter.

Öffnet man den Schalter eines beliebigen Stromkreises, so wird während der Öffnungsdauer entweder der Kontaktdruck oder die Kontaktfläche immer geringer und nimmt schließlich bis auf Null ab, so wie es in Fig. 1 dargestellt ist. Nimmt man gleichmäßige Bewegung der Schaltkontakte an und nennt die Öffnungsdauer τ, so vermindert sich die ursprüngliche Kontaktfläche F im Verhältnis

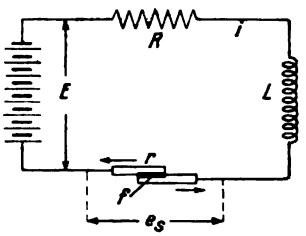


Fig. 1.

$$f = F\left(1 - \frac{t}{\tau}\right), \tag{1}$$

wenn man die laufende Zeit t vom Beginn der Öffnungsdauer an zählt. Der Kontaktwiderstand, der bei voller Fläche r ist, vergrößert sich daher auf:

$$\frac{r}{1 - \frac{t}{\tau}} = \frac{r\tau}{\tau - t}. \tag{2}$$

Dieser veränderliche Widerstand tritt zu dem konstanten Nutzwiderstand R des Stromkreises noch hinzu. Man erhält daher für den Ausschaltvorgang des Gleichstromkreises nach Fig. 1 die Differentialgleichung:

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{r\tau}{\tau - t}i = E. \tag{3}$$

Sie ist zwar linear in i, besitzt aber einen von der Zeit abhängigen nicht konstanten Koeffizienten.

Die Lösung dieser Gleichung in geschlossener Form ist möglich und würde uns den Verlauf des Stromes während der Ausschaltedauer τ liefern. Sie ist jedoch recht kompliziert, so daß wir uns mit einer partiellen Lösung begnügen wollen. Interesse hat für uns vor allen Dingen die Größe von Spannung und Stromdichte am Schalter im Augenblick des tatsächlichen Öffnens der Kontakte. Zu Beginn der Schalterbewegung, wenn die Kontaktfläche noch erheblich ist, ist die Schalterspannung e_s sicher gering,

[1]) L. Arons, Ann. d. Physik, **63**, S. 177. 1897. „Extrastrom beim Unterbrechen eines elektrischen Stromkreises." — P. Girault, Industrie électrique 1898, S. 153. „Commutation dans les dynamos à courant continu." — E. Arnold und G. Mie, ETZ 1899, S. 97. „Kurzschluß der Spulen und Kommutation des Stromes von Gleichstromankern."

Digitized by Google

erst mit abnehmender Kontaktfläche und zunehmendem Kontaktwiderstand nach Gleichung (2) wird sie erheblich. Sie ist jederzeit gegeben durch:

$$e_s = \frac{r\tau i}{\tau - t}. \tag{4}$$

Entsprechend der Darstellung in Fig. 2 wird der Strom i im Verlauf des Schaltens immer geringer. Da er am Schluß der Schaltzeit, also für $t = \tau$ Null werden soll, so kann man für die Nähe des Schaltendes setzen:

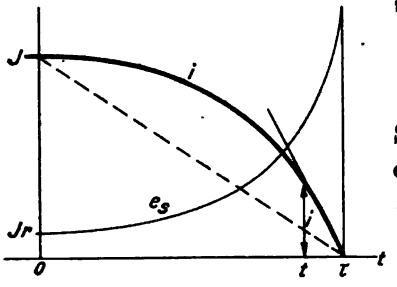


Fig. 2.

$$\frac{di}{dt} = -\frac{i}{\tau - t}. \tag{5}$$

Setzt man dies in die Differentialgleichung (3) ein, so erhält man:

$$-\frac{Li}{\tau - t} + Ri + \frac{r\tau i}{\tau - t} = E. \tag{6}$$

Für den letzten Schaltaugenblick wird der Strom selbst sehr klein, man darf deshalb das zweite Glied dieser Gleichung vernachlässigen. Der Widerstand R des Leitungskreises ist daher ohne Einfluß auf den letzten Ausschaltvorgang. Lediglich der Quotient $\frac{i}{\tau - t}$ behält eine endliche Größe. Ersetzt man ihn durch seinen Wert aus Gleichung (4), so erhält man

$$-\frac{L}{r\tau} e_s + e_s = E \tag{7}$$

und daher wird der Endwert der Ausschaltspannung:

$$E_s = \frac{E}{1 - \frac{L}{r\tau}}. \tag{8}$$

Aus dieser Beziehung, die die höchste Spannung des Ausschaltvorganges darstellt, erkennt man, daß große Selbstinduktion L und kleine Schaltdauer τ die Ausschaltespannung gegenüber der Betriebsspannung stark vergrößern. Hoher Kontaktwiderstand r ist dagegen zweckmäßig, um die Ausschaltspannung in geringen Grenzen zu halten. Für gewisse Werte von L, r und τ kann die Ausschaltespannung unendlich werden, und für noch größere Werte des Quotienten im Nenner der Gleichung (8) wird sie sogar negativ und würde gegen den Strom gerichtet sein. In diesem Fall darf die Differentialgleichung jedoch nicht mehr nach unserem Verfahren behandelt werden.

Als Bedingung für endliche Ausschaltespannung ergibt sich daraus, daß die Öffnungsdauer des Schalters

$$\tau > \frac{L}{r} \tag{9}$$

sein muß. Sie muß also größer sein als die Zeitkonstante der Schaltkontakte selbst, berechnet mit der gesamten Selbstinduktion des Stromkreises. Das Einhalten dieser Bedingung kann man im allgemeinen nur erreichen durch genügend große Öffnungszeiten und durch Wahl geeigneten Kontaktmaterials mit hohem Flächenwiderstand.

Der Verlauf des Stromes und der Schalterspannung während der Öffnungsdauer ist in Fig. 2 für einen bestimmten Fall eingetragen. Der Ausschaltvorgang spielt sich

Digitized by Google

physikalisch so ab, daß der mit dem Abgleiten der Kontaktflächen zunehmende Kontaktwiderstand den Strom nach der gestrichelten Geraden der Fig. 2 abscheren würde, wenn sich die Selbstinduktion des Kreises dem nicht widersetzte und ihn aufrecht zu erhalten suchte. Der Strom verlöscht deshalb anfangs nur langsamer und muß dies Zurückbleiben gegen Ende der Öffnungsdauer, wenn der Kontaktwiderstand überwiegend wird, einholen. Durch die alsdann schnellere Stromänderung entsteht eine entsprechend hohe Selbstinduktionsspannung nach Gleichung (8), die man als Öffnungsspannung des Stromkreises bezeichnet.

Gleichung (9) stellt eine Bedingung für gutes Abschalten aller Gleitkontakte dar. Sie kann vor allem für Stufenschalter von Widerständen, für Zellenschalter und besonders für das Kommutieren der Ströme in Kollektormaschinen angewandt werden. Dort streichen die einzelnen Kollektorlamellen unter den feststehenden Bürsten mit erheblicher Geschwindigkeit hinweg, wobei trotz der Selbstinduktion der Ankerspulen keine hohen Spannungen an der Ablaufkante entstehen dürfen.

Noch einer weiteren Bedingung muß der Schalter genügen. Seine Kontakte müssen eine ausreichende Wärmekapazität besitzen, um die beim Ausschalten entstehende Stromwärme aufnehmen zu können. Die während der gesamten Öffnungsdauer entstehende Schaltarbeit ist:

$$A = \int_0^\tau e_s i \, dt. \tag{10}$$

Setzt man hierin die Spannung e_s an den Schaltkontakten ein, die nach Gleichung (4) durch das dritte Glied der Differentialgleichung (3) gegeben ist, so erhält man:

$$A = \int_0^\tau \left(E - Ri - L\frac{di}{dt}\right) i \, dt = \int_0^\tau (E - Ri) i \, dt - \int_J^0 Li \, di. \tag{11}$$

Dabei sind im letzten Glied, in dem sich das Zeitdifferential forthebt und das Stromdifferential übrig bleibt, als Integralgrenzen die Werte des Stromes zur Zeit $t = 0$ und τ eingesetzt. Die Integration dieses Gliedes läßt sich alsdann ausführen, da wir die Selbstinduktion als konstant ansehen. Führt man außerdem unter dem ersten Integral an Stelle der Spannung E den Anfangsstrom J ein, so erhält man die Schaltarbeit zu:

$$A = \frac{LJ^2}{2} + R\int_0^\tau (J - i) i \, dt. \tag{12}$$

Das erste Glied stellt hierin die in der Selbstinduktion des Stromkreises aufgespeicherte Arbeit dar. Diese wird beim Ausschalten vollständig dem Schalter zugeführt, die Stromquelle erhält nichts zurück. Die gesamte Schalterarbeit enthält außerdem noch einen zweiten Bestandteil, der vom Verlauf des verschwindenden Stromes i abhängt und dem Schalter von der Stromquelle zugeführt wird. Wir wollen diesen Überschuß für zwei extreme Fälle berechnen. Der Verlauf des Ausschaltestromes i wird nach Fig. 3 im allgemeinen zwischen dem Strome i_1 liegen, der bei geringer Selbstinduktion geradlinig während

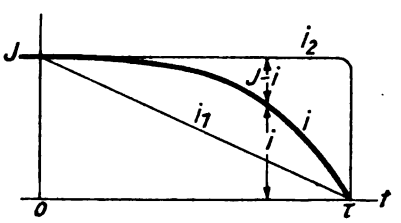


Fig. 3.

Digitized by Google

der Öffnungsdauer abfällt, und dem Strome i_2, der bei großer Selbstinduktion fast bis zum Schluß der Öffnungsdauer konstant bleibt.

Für den ersteren Fall ist

$$i_1 = J\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) = J - J\frac{t}{\tau}, \tag{13}$$

so daß das Integral der Gleichung (12) wird

$$\int_0^\tau (J - i)\, i\, dt = J^2 \int_0^\tau \frac{t}{\tau}\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) dt = J^2 \frac{\tau}{6}. \tag{14}$$

Es hat hierbei den größten erreichbaren Wert. Die maximale Schaltarbeit wird daher:

$$A_{\max} = \frac{LJ^2}{2} + \frac{RJ^2\tau}{6}. \tag{15}$$

Führt man an Stelle des Widerstandes die Zeitkonstante des Stromkreises

$$T = \frac{L}{R} \tag{16}$$

ein, so kann man die Schaltarbeit auf die Form bringen

$$A_{\max} = \frac{LJ^2}{2}\left(1 + \frac{1}{3}\frac{\tau}{T}\right) \tag{17}$$

und sieht, daß sie um so größer wird, je länger die Öffnungsdauer τ des Schalters im Verhältnis zur Zeitkonstante T ist.

Im zweiten Grenzfall ist der Strom i_2 bis zum letzten Augenblick gleich dem ursprünglichen Strome J, so daß die erste Klammer unter dem Integral der Gleichung (12) verschwindet und das ganze Integral gleich Null wird. In diesem Fall tritt die geringstmögliche Schaltarbeit

$$A_{\min} = \frac{LJ^2}{2} \tag{18}$$

auf, die nur gleich der Arbeit ist, die in der Selbstinduktion aufgespeichert war.

Trotz der geringeren Schaltarbeit werden die Kontakte in diesem Falle großer Selbstinduktion stärker beansprucht, weil die Arbeit sich nicht auf die ganze Öffnungsdauer verteilt, sondern im letzten Moment an der ablaufenden Kante der Kontakte frei wird und diese Ablaufkante stärker erhitzen kann als die größere Arbeit nach Gleichung (17), die sich auf die ganze Kontaktfläche verteilt.

Die Schaltkontakte müssen so bemessen sein, daß sie die Schaltarbeit durch ihre Wärmekapazität und innere Wärmeableitung aufnehmen können, ohne dabei zu schmelzen, damit keine Brandperlen entstehen. Das günstigste Material in dieser Hinsicht ist Kupfer. Es besitzt außerdem geringen Kontaktwiderstand, so daß auch die Erwärmung im Dauerbetrieb gering bleibt, jedoch ist es schwer, die Überspannungsbedingung (9) gleichzeitig zu erfüllen.

Wesentlichen Einfluß auf die Ausschaltespannung und die Schaltarbeit praktisch gebräuchlicher Stromkreise hat die Art ihrer Belastung. Glühlampen und ähnliche Widerstände sind fast ohne Selbstinduktion und lassen sich leicht abschalten. Batterien und Nebenschlußmotoren liefern eine vom Strom unabhängige Gegenspannung, so daß beim Öffnen des Schalters nur eine geringe wirksame Spannung unterbrochen wird, die keine erheblichen Ausschaltespannungen erzeugt. Die Er-

Digitized by Google

regerspulen dieser Motoren, die erhebliche Selbstinduktion besitzen, bleiben dabei durch den Anker geschlossen, so daß sich ihre Energie nicht in den Schalter zu entladen braucht. Serienmotoren dagegen verlieren beim Ausschalten ihre Gegenspannung und ihre volle Feldenergie und verursachen dadurch erheblich stärkere Beanspruchung des Schalters.

b) Lichtbogenschalter.

Bei Starkstromschaltern, die den ganzen Stromkreis von seiner vollen Spannung abtrennen müssen, läßt sich die Überspannungsbedingung (9) fast nie einhalten. Die Spannung am Schalter steigt dann beim Öffnen des Kontaktes auf hohe Beträge und bewirkt, daß der Strom nicht abreißt, sondern weiterfließt. Die an den Kontakten entstehende Wärme erhitzt dieselben so stark, daß das zwischen ihnen befindliche Isoliermittel, Luft oder Öl, ionisiert wird, so daß sich ein Lichtbogen ausbilden kann. Dieser besitzt endlichen Widerstand, er erlaubt ein Weiterfließen des Stromes und verhindert das Zustandekommen unendlich großer Spannungen. Der Lichtbogen verlängert die wirkliche Ausschaltdauer über die Öffnungsdauer der Kontakte hinaus und gibt der Energie, die in der Selbstinduktion des Kreises aufgespeichert ist, ausreichende Zeit, sich zu entladen. Er hält solange an, bis hierbei die Spannung am Schalter unter die Lichtbogenspannung gesunken ist. Nur wenn man den Lichtbogen durch künstliche Mittel unterdrückt oder zerreißt, etwa durch Einbetten des Schalters in Öl oder durch starke magnetische Blasfelder, so entstehen beim Verstoß gegen die Bedingung (9) starke Überspannungen am Schalter, die man dann durch Parallelwiderstände oder analoge Mittel verringern muß.

Wenn beim Öffnen des Schalters eine Stromdichte bestehen bleibt, die die Kontakte, vor allem den negativen Stromaustritt, zum Glühen oder gar Schmelzen bringt, so strömen von dieser Kathode Elektronen aus, die die Luftstrecke zwischen den Kontakten ionisieren und dadurch für den Strom leitend machen. Der Widerstand im Schalter ist jetzt nur noch durch den Mechanismus des Lichtbogens gegeben und läßt sich nicht mehr in eine einfache Beziehung zur laufenden Zeit bringen. Selbst wenn man die Kontakte schnell auseinanderreißt, gelingt es doch nicht, den Strom willkürlich zum Verschwinden zu bringen[1]). Wir wollen daher unsere Aufgabe umkehren und danach fragen, innerhalb welcher Zeit dieser Ausschaltelichtbogen von selbst zum Verschwinden kommt.

Zwischen Spannung und Strom im Lichtbogen besteht ein Zusammenhang, der gänzlich anderer Art als bei einem festen Leiter ist. Während dort die Spannung dem Strome proportional ist, was durch die ansteigende Gerade e_R in Fig. 4 dargestellt wird, nimmt im Lichtbogen die Spannung zwischen den Elektroden mit zunehmender Stromstärke bis auf einen Grenzwert ab[2]). Zum erstmaligen Durchschlagen der Luftstrecke zwischen den Elektroden ist

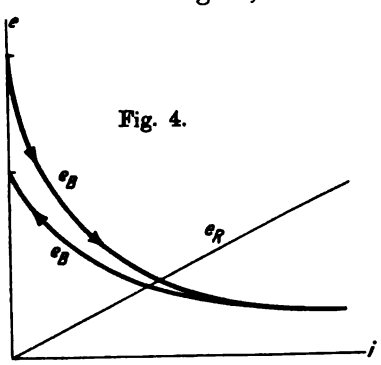


Fig. 4.

[1]) E. Philippi, Dissertation Berlin 1909, „Über Ausschaltvorgänge und magnetische Funkenlöschung."

[2]) H. Th. Simon, Physikalische Zeitschrift 6, S. 297. 1905. „Dynamik der Lichtbogenvorgänge." — H. Th. Simon, Handwörterbuch der Naturwissenschaften, Bd. 6, 1912. „Lichtbogenentladung."

Digitized by Google

nach Fig. 4 eine Zündspannung e_z erforderlich. Der nachfolgende Strom bewirkt durch seine Erhitzung der Kathode einen immer stärkeren Austritt von Elektronen in die Luft und vergrößert dadurch deren Leitfähigkeit so stark, daß die Lichtbogenspannung e_B um so geringer wird, je mehr Strom durch den Bogen fließt. Den Zusammenhang von Spannung und Strom im Lichtbogen nennt man seine Charakteristik. Bei abnehmendem Strom vergrößert sich die Lichtbogenspannung wieder und erreicht beim Strome Null den Wert der Löschspannung e_l, die bei schnell veränderlichem Strom wesentlich geringer als die Zündspannung ist, weil die Kathode beim Löschen eine erhebliche Temperatur besitzt, während sie beim Zünden kalt war. Der Unterschied zwischen der Zünd- und Löschcharakteristik des Lichtbogens ist um so geringer, je besser die Wärmeleitfähigkeit der Elektroden und der Lichtbogengase ist, da dann ein schnellerer Temperaturausgleich stattfindet. Für die Stromänderung beim Ausschalten induktiver Gleichstromkreise wollen wir die Löschcharakteristik als gegeben und unabhängig von der tatsächlichen Löschzeit des Lichtbogens ansehen.

Je länger der Lichtbogen zwischen den Elektroden ist, um so größer ist natürlich die Lichtbogenspannung, um so höher liegt also die Bogencharakteristik. Ihr Verlauf läßt sich näherungsweise durch die von Ayrton herrührende Gleichung wiedergeben

$$e_B = \frac{a}{i} + b, \tag{19}$$

wobei die Konstanten a und b ihrerseits linear von der Lichtbogenlänge l abhängen:

$$\left.\begin{aligned} a &= \alpha + \gamma l \\ b &= \beta + \delta l \end{aligned}\right\}. \tag{20}$$

Für lange Lichtbögen zwischen Kupferelektroden in Luft ist:

$$\alpha = 0 \qquad \beta = 60\ V$$
$$\gamma = 35{,}5\,\frac{VA}{\text{cm}} \qquad \delta = 12{,}8\,\frac{V}{\text{cm}}.$$

Die Beziehung (19) gilt für größere Stromstärken einigermaßen genau, jedoch ergibt sie für verschwindenden Strom unendliche Lichtbogenspannung, während die Löschspannung nach Fig. 4 in Wirklichkeit durchaus endlich bleibt. Wir können sie daher für unsere Betrachtungen nicht verwenden, sondern wollen die wirkliche Lichtbogencharakteristik, die an jedem Schalter durch Messung aufgenommen werden kann, unseren Berechnungen zugrunde legen.

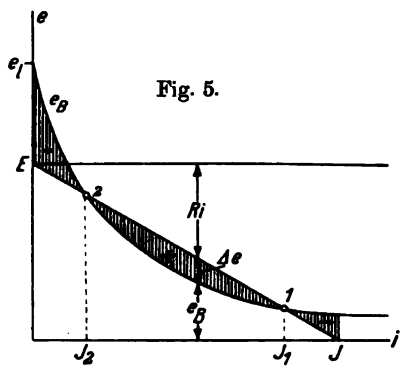


Fig. 5.

Wir wollen die ungünstige Voraussetzung machen, daß beim Abschalten von Starkstromkreisen mit erheblicher Selbstinduktion die Bewegung der Schalterkontakte so schnell erfolgt, daß sie bereits ihre Endstellung erreicht haben, bevor der Strom sich noch merklich ändern konnte. Dann hat der Lichtbogen während der ganzen Brenndauer konstante Länge, so daß wir mit einer bestimmt gegebenen Charakteristik rechnen können, die in Fig. 5 dargestellt ist. Bezeichnen wir die vom Strom i abhängige Spannung des Lichtbogens mit

$$e_B = e_B(i), \tag{21}$$

Digitized by Google

so erhalten wir als Differentialgleichung für den induktiven Gleichstromkreis der Fig. 6, der von der Spannung E gespeist wird:

$$L\frac{di}{dt} + Ri + e_B = E. \tag{22}$$

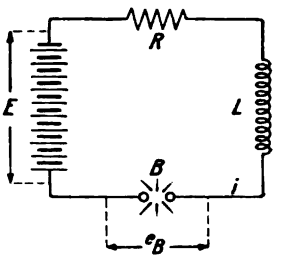


Fig. 6.

Wir können dieselbe auch schreiben

$$L\frac{di}{dt} = (E - Ri) - e_B(i) = \Delta e. \tag{23}$$

Darin sind auf der rechten Seite alle konstanten oder nur vom Strom i abhängigen Spannungen zu der Differenzspannung Δe zusammengefaßt, die sich aus der Charakteristik in Fig. 5 leicht abgreifen läßt, wenn man dort die Gerade $E - Ri$ einträgt. Bei stationärem Betrieb würde diese Linie die Spannung angeben, die nach Abzug der Widerstandsspannung von der EMK des Stromkreises noch für den Lichtbogen übrigbliebe. Da dieser jedoch nur die Spannung e_B gebraucht, so wirkt die Restspannung Δe auf eine Änderung des Stromes hin. Ihre Größe bestimmt nach Gleichung (23) die Selbstinduktionsspannung, also die Änderungsgeschwindigkeit des Stromes.

Rechts von Punkt 1 der Fig. 5 ist Δe negativ, der Strom sinkt also und nähert sich diesem Punkt. Links vom Punkt 1 ist Δe positiv; der Strom wächst also und nähert sich ebenfalls Punkt 1, der somit ein stationärer, stabiler Betriebspunkt des Lichtbogens ist. Für Verhältnisse in der näheren Umgebung des Punktes 1 wird der Lichtbogen also nicht erlöschen. Der Strom, der bei kurzgeschlossenem Lichtbogen den Wert

$$J = \frac{E}{R} \tag{24}$$

besessen hat, sinkt lediglich auf den Wert J_1 herab. Zum Löschen des Bogens ist ständig negatives Δe erforderlich, das nur links vom Punkt 2 der Fig. 5 vorhanden ist. Dort nimmt der Strom wegen des negativen Δe nach Gleichung (23) ständig ab bis zum vollständigen Verlöschen. Da die Lichtbogencharakteristik für jeden Schalter gegeben ist, so erkennt man, daß man nicht beliebige Ströme und Spannungen mit ihm abschalten kann. Er ist vielmehr nur für solche Stromkreise geeignet, deren Widerstandslinie zwischen E und J vollständig unterhalb der Charakteristik verläuft. Nur dann ist ständig negatives Δe und damit dauernde Abnahme des Stromes bis zum Verlöschen des Lichtbogens vorhanden. Dies ist die Bedingung für das Löschen des Ausschaltelichtbogens.

Um den zeitlichen Verlauf des Stromes zu erhalten, müssen wir die Differentialgleichung (23) lösen. Die Differenzspannung Δe ist aus dem Charakteristikdiagramm graphisch gegeben und hängt allein vom Strom i ab. Wir können daher in Gleichung (23) die Variablen trennen und schreiben:

$$dt = L\frac{di}{\Delta e}. \tag{25}$$

Das gibt integriert

$$t = L\int_J^i \frac{di}{\Delta e}, \tag{26}$$

Digitized by Google

und damit ist die Bestimmung der laufenden Zeit t abhängig von der Stromstärke i auf ein Integral zurückgeführt, das sich graphisch leicht auswerten läßt. Das Integral beginnt zur Zeit $t = 0$ mit dem bisherigen Strom J als untere Grenze. Da Δe stets negativ ist, so ist auch di negativ, der Strom nimmt also mit wachsender Zeit dauernd ab[1]).

In Fig. 7a ist in die Lichtbogencharakteristik e_B, die hier umgeklappt gezeichnet ist, die stationäre Spannungsgerade $E - Ri$ eingetragen, und es ist daraus das Reziproke der Differenzspannung, also $\frac{1}{\Delta e}$, abhängig von i in Fig. 7b aufgetragen. Die

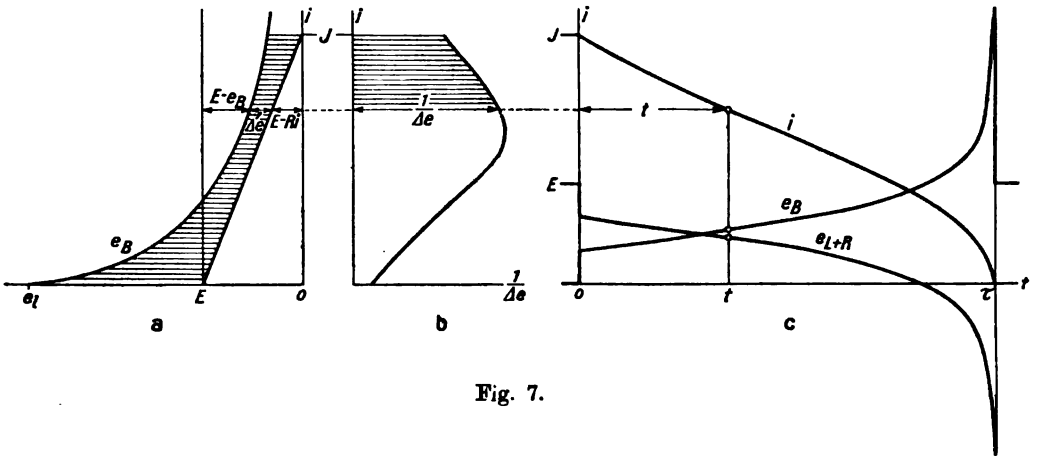


Fig. 7.

Integration dieser Kurve nach i liefert in Fig. 7c den Zusammenhang von Zeit und Strom, also die Ausschaltkurve des Stromes. Jedem Augenblickswert des Stromes kann man durch Eingehen in Fig. 7a die zugehörige Lichtbogenspannung e_B und auch die Spannung am abgeschalteten Stromkreise zuordnen, die sich nach Gleichung (22) ergibt zu

$$e_L + e_R = E - e_B \tag{27}$$

und daher auch direkt aus Fig. 7a entnommen werden kann.

Man erkennt aus Fig. 7c, daß der Strom sich zuerst allmählich und später immer schneller verkleinert, bis er im letzten Augenblick unter der Wirkung der Löschspannung e_l rapide verschwindet. Demgemäß nimmt die Spannung am Lichtbogen erst gegen Ende der ganzen Ausschaltezeit stark zu. Die Spannung an der Belastung springt beim Öffnen des Schalters um die Lichtbogenspannung herab, durchschreitet im Verlauf des Ausschaltens die Nullinie und erreicht zum Schluß einen hohen negativen Betrag, dessen Absolutwert gegeben ist durch

$$\Delta e_l = e_l - E. \tag{28}$$

Die höchste Ausschaltspannung am Ende der Löschperiode ist also gar nicht mehr abhängig von den Eigenschaften des Stromkreises, sondern wird nur noch bestimmt durch die Löschspannung des Lichtbogens und die Netzspannung. Die Selbstinduktion und der Widerstand des Stromkreises haben keinerlei Einfluß auf die höchste Aus-

[1]) Besitzt der Stromkreis erhebliche magnetische Sättigung, so schreibt man statt Ldi besser $wd\Phi$, wobei w die Windungszahl und Φ der Kraftfluß ist. Da dessen Zusammenhang mit dem Strom durch die magnetische Charakteristik gegeben ist, so entspricht jedem Φ ein bestimmtes Δe, so daß sich die Integration auch dann noch ohne Schwierigkeit ausführen läßt.

Digitized by Google

schaltespannung, sondern bestimmen lediglich die Dauer und den Verlauf des Ausschaltevorganges.

Die Überspannungen, die beim Ausschalten von Gleichstromkreisen auftreten, sind demnach außer durch die Größe der Netzspannung nur durch die Eigenschaften des Schalters bestimmt. Um sie gering zu halten, muß man Schalter mit denkbar kleinen Löschspannungen verwenden, was sich durch geringe Schaltwege erzielen läßt, die nur so groß sein müssen, daß das Löschen der Netzspannung überhaupt erfolgt und die gesamte Charakteristik über der Widerstandslinie des Stromkreises liegt. Schädlich ist es, den Lichtbogen weit auseinanderzureißen. Der Strom verschwindet dann zwar etwas schneller, aber nur unter Entwicklung sehr hoher Spannungen. Da der Widerstand R des Nutzstromkreises keinen Einfluß auf die Ausschaltespannung besitzt, so vermögen auch Vorschaltwiderstände nur insofern Einfluß auszuüben, als sie den stationären Strom J vermindern und damit nach Fig. 7a die Differenzspannung während des Ausschaltens vergrößern, wodurch das Ausschalten beschleunigt wird. Die Lösch-Überspannung nach Gleichung (28) wird durch sie jedoch nicht vermindert.

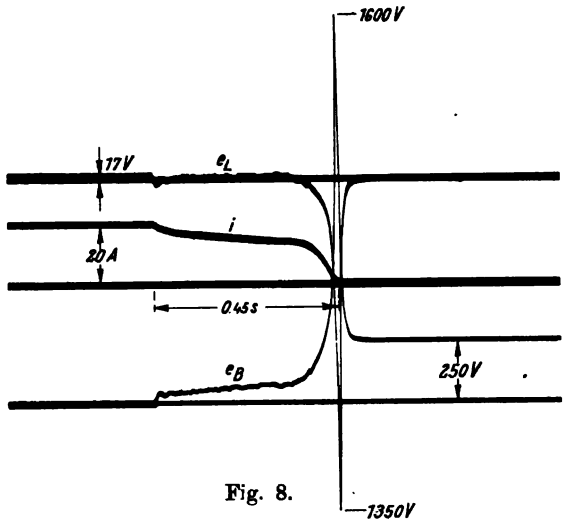


Fig. 8.

Fig. 8 stellt das Ausschaltoszillogramm eines hochinduktiven Stromkreises ohne jede Dämpfung dar. Der Strom verschwindet allmählich durch den erlöschenden Lichtbogen, die Spannung an der Selbstinduktion und am Schalter steigt währenddessen bis zu seiner Löschspannung an, die erheblich über der normalen Netzspannung liegt.

Man kann Gleichung (26) für die Ausschaltezeit auf eine übersichtlichere Form bringen, indem man ihre rechte Seite mit Gleichung (24) erweitert. Man erhält dann:

$$t = \frac{L}{R}\int \frac{E}{\Delta e}\, d\left(\frac{i}{J}\right). \tag{29}$$

Darin stellt der Faktor vor dem Integral die magnetische Zeitkonstante des Belastungsstromkreises nach Gleichung (16) dar, die unabhängig vom Schalter ist, während das Integral eine Funktion darstellt, die unabhängig vom Aufbau des Stromkreises ist und nur durch die Lichtbogencharakteristik des Schalters sowie die Werte von Spannung und Strom bestimmt ist, die er abschalten soll. Für die gesamte Ausschaltdauer τ vom Öffnen der Kontakte bis zum Abreißen des Lichtbogens müssen wir über das Stromverhältnis $\frac{i}{J}$ von 0 bis 1 integrieren und erhalten

$$\tau = T\int_0^1 \frac{E}{\Delta e}\, d\left(\frac{i}{J}\right). \tag{30}$$

Dies Integral stellt die gesamte Fläche der Kurve von Fig. 7b als absoluten Zahlenwert dar. Wir wollen es die numerische Ausschaltdauer des Schalters

Digitized by Google

nennen und erkennen, daß die tatsächliche Ausschaltdauer τ sich durch das Produkt der Zeitkonstante des Stromkreises mit der numerischen Ausschaltdauer des Schalters ausdrücken läßt. Diese Zahl kann für jeden Schalter durch Bestimmung seiner Charakteristik ausgerechnet werden und stellt eine für die Konstruktion typische Größe dar. Ist die Differenzspannung Δe im Mittel gleich der Netzspannung E, so ist die numerische Ausschaltdauer gleich 1. Häufig wird Δe größer sein, so daß das Ausschalten schneller erfolgt als während der Zeitkonstanten T.

Während der Ausschaltdauer wird im Lichtbogen und an den Kontakten des Schalters elektrische Leistung frei. Die gesamte Schaltarbeit ist wieder:

$$A = \int_0^\tau e_B i dt. \tag{31}$$

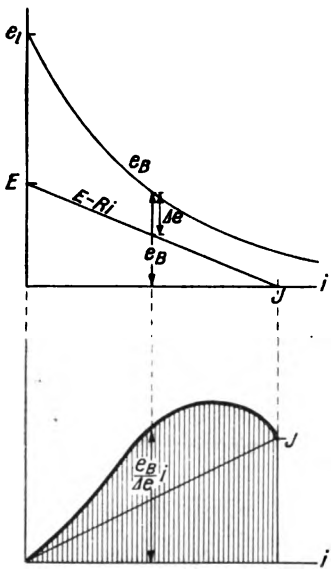


Fig. 9.

Um die Integration ohne Kenntnis der Ausschaltezeit durchführen zu können, ersetzen wir die Integrationsvariable dt durch di nach Gleichung (25) und erhalten:

$$A = L \int_J^0 \frac{e_B}{\Delta e} i di. \tag{32}$$

Dies Integral kann nach Fig. 9 ausgewertet werden, da die Lichtbogenspannung e_B und die Differenzspannung Δe allein abhängig vom Strom sind. Es stellt ebenfalls einen Wert dar, der lediglich von den Eigenschaften des Schalters und seinen Spannungen und Strömen abhängt, während der Faktor vor dem Integral nur durch den Stromkreis selbst bestimmt ist.

Erweitert man die Beziehung (32) mit dem halben Quadrat des ursprünglichen Stromes, so erhält man in

$$A = \frac{LJ^2}{2} \int_0 \frac{e_B}{\Delta e} 2 \frac{i}{J} d\left(\frac{i}{J}\right) \tag{33}$$

einen Ausdruck, der vor dem Integral die in der Selbstinduktion des Stromkreises aufgespeicherte Arbeit angibt, während das Integral selbst einen absoluten Zahlenwert darstellt, den wir als numerische Schaltarbeit bezeichnen wollen und der eine für jeden Schalter eigentümliche Ziffer darstellt, die nur von seiner Bauart, jedoch nicht von den Eigenschaften des Stromkreises abhängt. Für sehr lange Lichtbögen wird im ganzen Strombereich Δe nahezu gleich e_B. Das ergibt die geringste Schaltarbeit vom numerischen Betrage 1. Für sehr kurze Lichtbögen hält sich Δe nach Fig. 8 in der Größenordnung von $\frac{1}{2} e_B$, so daß sich eine numerische Schaltarbeit gleich 2 ergibt. Kleinere Differenzspannungen wird man im Interesse der Sicherheit der Abschaltung kaum anwenden. Die Schaltarbeit liegt also stets zwischen dem ein- und zweifachen der in der Selbstinduktion aufgespeicherten Energie. Man kann demnach durch übermäßig lange Lichtbögen die Schaltarbeit keineswegs beliebig verkleinern, das Integral bleibt stets ein wenig größer als 1. Daß die Schaltarbeit

Digitized by Google

stets größer ist als die in der Selbstinduktion aufgespeicherte Arbeit, rührt daher, daß während des Ausschaltens auch von der Stromquelle her Leistung in den Schalter geliefert wird.

Die Schaltarbeit wird zum Teil im Lichtbogen, zum Teil an den Kontakten frei und kann diese im ganzen auf hohe Temperatur und sogar zum Schmelzen bringen. Sie müssen daher eine Wärmekapazität besitzen, die ausreicht, um die Arbeit aufzunehmen, die beim jedesmaligen Ausschalten nach Gleichung (33) als Wärme auftritt. Dies muß um so mehr beachtet werden, als man den Lichtbogen gewöhnlich an besonderen, schwächer gebauten Funkenziehern brennen läßt, um den Abbrand der Hauptkontakte zu vermeiden.

Kühlt man die Schaltkontakte und den Lichtbogen durch Einbetten in Öl sehr stark ab, so vermindert man die Menge der Elektronen, die von der Kathode ausgesandt werden und den Lichtbogen leitend erhalten. Infolgedessen ist die Spannung des Lichtbogens unter Öl wesentlich größer als in Luft. Vor allem gilt dies von der Löschspannung e_l des Bogens. Die Ausschaltdauer des Gleichstromes wird daher durch Anwendung von Ölschaltern zwar wesentlich verkleinert, die Ausschaltspannung wird jedoch sehr groß, die Schaltarbeit wird nicht wesentlich vermindert. Fig. 10 stellt ein Ausschaltoszillogramm eines Magnetkreises dar, in dem hohe Überspannungen mit sehr starker Spitzenbildung durch den Ölschalter erzeugt werden. Man verwendet deshalb zum Schalten von starken Gleichströmen ausschließlich Luftschalter.

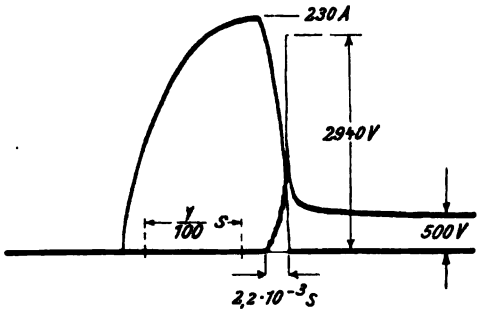


Fig. 10.

Entgegengesetzte Wirkung hat die Verwendung von Kontaktmaterial mit schlechter Wärmeleitung, vor allem von Kohlekontakten. Dieselben halten bei abnehmendem Strom ihre Temperatur länger aufrecht, liefern daher mehr Elektronen in den Lichtbogen und besitzen daher eine geringere Bogenspannung als Metallkontakte, auch im Augenblick des Löschens. Dadurch wird, wie man an Fig. 7 verfolgt, während des Ausschaltens eine geringere Restspannung Δe erzeugt, die die Schaltdauer zwar vergrößert, dafür aber die Löschspannung e_l erheblich verkleinert und damit die Abreiß-Überspannung vermindert. Für schwierige Fälle sind deshalb Schalter mit Kohlekontakten sehr nützlich.

Starkstromschalter müssen natürlich nicht nur die normalen Betriebsströme der Anlage abschalten, sondern sie müssen auch den bei Störungen auftretenden Kurzschlußströmen gewachsen sein, die bei Gleichstromkreisen nur durch die Betriebsspannung und den zwischen der Stromquelle und der Kurzschlußstelle liegenden Leitungswiderstand bestimmt werden. Die Lichtbogencharakteristik des Schalters muß so hoch liegen, daß nicht nur für den Normalstrom, sondern auch für diesen Kurzschlußstrom ein stabiles Weiterbrennen des Lichtbogens nach Fig. 5 vermieden wird. Danach richtet sich die Bogenlänge, die zwischen den Kontakten erforderlich ist. Fig. 11 zeigt das Ausschalten des Kurzschlusses einer Zentrale von 220 V bei 20 000 A. Hier blieb der Lichtbogen zunächst stabil stehen und erlosch erst durch das Aufsteigen zwischen den Hörnerkontakten. Der Kurzschluß bedeutet für Gleichstromschalter nicht notwendig eine erhöhte Beanspruchung. Es werden

Digitized by Google

zwar die Integrale der Gleichung (30) und (33) durch das kleinere Δe etwas größer, dafür wird aber im allgemeinen die Selbstinduktion des Kurzschlußkreises sehr viel geringer als die des Betriebsstromkreises, so daß die Schaltarbeit, und vor allem die Ausschaltdauer, sowohl größer wie auch geringer werden können.

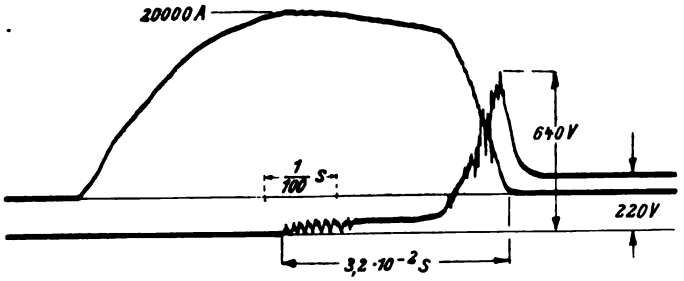


Fig. 11.

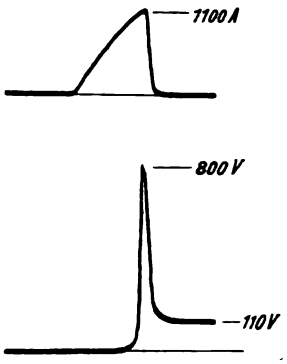


Fig. 12.

Zum Abschalten von Überlastungsströmen und Kurzschlüssen verwendet man oft Schmelzsicherungen, bei denen ein hochbelasteter Draht von vermindertem Querschnitt zum Abschmelzen kommt. Dies leitet einen Ausschaltelichtbogen ein, der zwischen den Elektroden des Schmelzstückes überspringt und als Bogen konstanter Länge genau nach den eben erläuterten Gesetzen allmählich verlöscht. Man erkennt, wie wichtig es ist, nicht nur den Schmelzdraht selbst, sondern auch seine Elektroden auf Wärmekapazität und Abstand zu dimensionieren. Fig. 12 zeigt oszillographische Aufnahmen von Stromverlauf und Spannung beim Durchbrennen einer 20 A-Sicherung beim Schalten einer Batterie von 110 V auf einen Kurzschluß. Der Strom steigt in sehr kurzer Zeit bis auf 1100 A an und fällt dann so schnell ab, daß trotz der geringen Selbstinduktion des Kurzschlußkreises eine Ausschaltespannung von 800 V entsteht, die als Löschspannung durch den Lichtbogen der Sicherung bedingt ist.

Öffnet man die Kontakte eines Schalters so langsam, daß sie sich während des Löschens des Lichtbogens noch bewegen, so ist die bisherige Rechnung mit konstanter Bogenlänge und fester Charakteristik nicht mehr korrekt. Man kann dann für die verschiedenen Kontaktabstände, die zu bestimmten Zeiten nach Beginn des Öffnens vorhanden sind, die jeweiligen Charakteristiken auftragen und die Integration derselben schrittweise vornehmen, wie es in Fig. 13 gezeichnet ist. Man erkennt dann, daß der Strom im Anfange bei sehr kleiner Kontaktöffnung nur wenig abnimmt, weil die Differenzspannung Δe nur äußerst gering ist. Erst bei erheblichen Abständen beginnt diese Differenzspannung zu wirken und den Strom zum schnelleren Verschwinden zu bringen. Solange Δe sehr klein ist, ist die numerische Durchführung der Integration nach Gleichung (26) unbequem. Es ist dann besser, die mittlere Neigung der Stromkurve in den

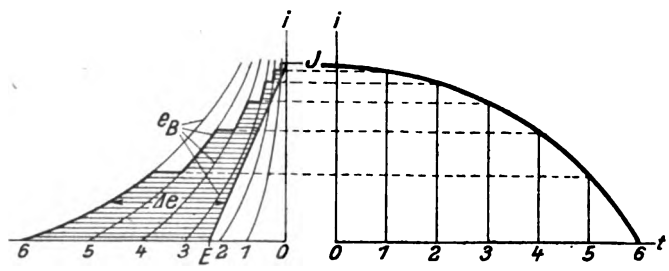


Fig. 13.

Digitized by Google

anfänglichen Zeitabschnitten auszurechnen, die sich nach Gleichung (23) ergibt, zu

$$\frac{di}{dt} = \frac{\Delta e}{L}. \tag{34}$$

Wie man aus Fig. 13 erkennt, nimmt der Strom bei variabler Lichtbogenlänge im Anfang verzögert, gegen Ende der Ausschaltzeit beschleunigt ab. Demgemäß kann die Ausschaltespannung sehr viel größere Werte als bei begrenzter Lichtbogenlänge annehmen, ohne daß irgendein Vorteil hiermit verknüpft ist.

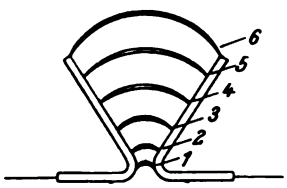


Fig. 14.

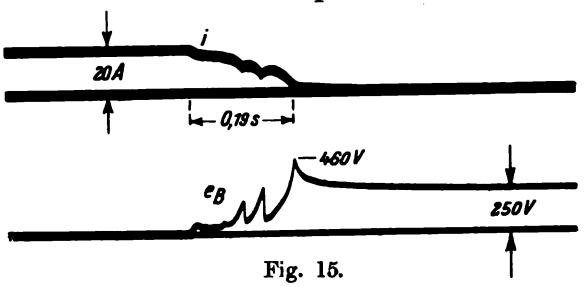


Fig. 15.

Man erzielt häufig eine veränderliche Lichtbogenlänge dadurch, daß man den Auftrieb der heißen Lichtbogenluft benutzt, um den Bogen zwischen Hörnerkontakten nach Fig. 14 mehr und mehr zu verlängern. Der kleinste Kontaktabstand darf dabei von der Netzspannung natürlich nicht durchschlagen werden. Da aber die Spannung während des Hochsteigens des Lichtbogens wesentlich größer als die Netzspannung werden kann, so ist ein Überschlag und daher ein mehrfaches Zünden an der engsten Stelle der Hörner möglich. Fig. 15 stellt ein Oszillogramm des Stromes und der Lichtbogenspannung an einem Hörnerschalter dar, bei dem mehrere solcher Rückzündungen auftraten.

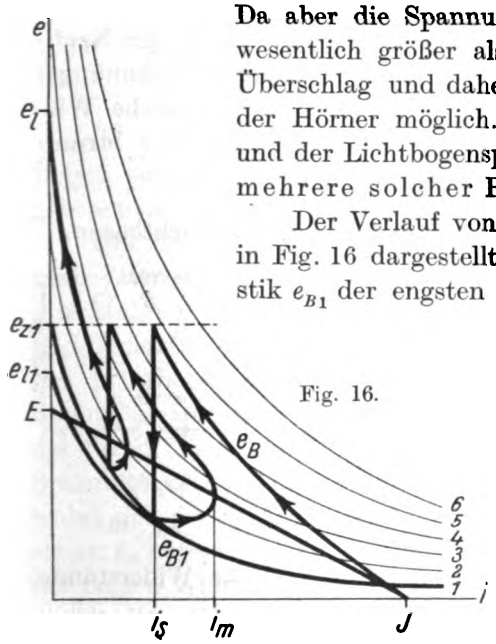


Fig. 16.

Der Verlauf von Strom und Spannung in der Charakteristik ist in Fig. 16 dargestellt, in der außer der Zünd- und Löschcharakteristik e_{B1} der engsten Stelle noch die Löschcharakteristiken für die längeren hochgetriebenen Lichtbögen eingetragen sind. Nach dem Öffnen der Kontakte wandert der Lichtbogen sofort hoch, so daß der charakteristische Stromspannungspunkt auf der stark gezeichneten Linie e_B bei abnehmendem Strom schnell auf hohe Spannungen kommt. Sobald hierdurch die Zündspannung e_{z1} der engsten Stelle überschritten wird, setzt dort ein neuer Lichtbogen ein. Er übernimmt sofort den noch vorhandenen Strom i_s, so daß die Spannung plötzlich auf die tiefste Charakteristik e_{B1} springt. Liegt diese unter der Widerstandlinie des Stromkreises, wie in Fig. 16, so nimmt der Strom des von neuem aufsteigenden Lichtbogens zunächst zu. Er erreicht ein Maximum i_m beim Durchtritt des charakteristischen Punktes durch die Widerstandslinie und nimmt alsdann durch die steigende Spannung und die wachsende Lichtbogenlänge wieder ab. Die Neuzündung an der engsten Stelle und das sprungweise Zusammenbrechen der Spannung kann sich beim Hochwandern des Lichtbogens noch häufiger wieder-

Digitized by Google

holen. Im Oszillogramm 15 treten zwei Rückzündungen auf, die auch in Fig. 16 eingetragen sind. Sie bewirken Schleifen in der Charakteristik und damit eine Zunahme der Schaltarbeit. Die Rückzündung setzt schließlich aus, wenn durch allmähliche Abkühlung der Elektroden an der engsten Stelle deren Zündspannung stark anwächst.

An Stelle des thermischen Auftriebes verwendet man zur Erzielung verlängerter Lichtbögen auch magnetische Blaswirkung, indem man quer zum Lichtbogen ein Magnetfeld erzeugt, dessen dynamische Wirkung den Bogen nach außen treibt, wie es in Fig. 17 dargestellt ist. Die Blaswirkung und damit die Verlängerung des Lichtbogens ist um so stärker, je größer das Produkt aus Feldstärke und Strom ist. Starke Felder können den Lichtbogen daher auf sehr große Längen auseinanderreißen. Dabei treten im allgemeinen zahlreiche Rückzündungen auf, die den Strom und vor allem die Spannung am Lichtbogen zum schnellen Flattern bringen. Fig. 18 stellt ein Oszillogramm von Strom und Spannung bei der Unterbrechung eines eben entstandenen starken Kurzschlusses dar, die durch die Wirkung des Blasfeldes unter heftigen Spannungssprüngen erfolgt.

Fig. 17.

Die Blaswirkung durch Auftrieb oder Magnetfelder hat den Vorteil, daß die tiefste Charakteristik des Schalters nach Fig. 16 unterhalb der Widerstandslinie des Stromkreises liegen darf, was besonders beim Abschalten von Kurzschlüssen für die Dimensionierung des Schalters wertvoll sein kann. Sie hat dagegen den Nachteil, daß zahlreiche schnelle Spannungssprünge auftreten, die schädliche Wirkungen auf die Wicklungen des Stromkreises ausüben können.

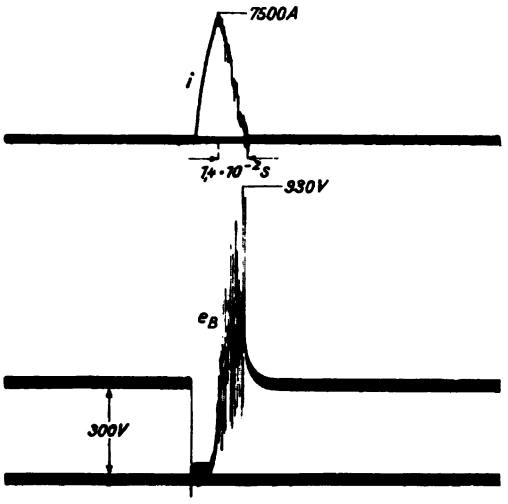


Fig. 18.

c) Parallelwiderstand zum Lichtbogen.

Wenn die Ausschalt-Überspannung eines Lichtbogenschalters größer ist, als man sie für die Anlage zulassen will, so kann man mit Vorteil einen Parallelwiderstand zum Lichtbogen oder zum Stromkreis anwenden. Daß man durch solche Widerstände die Spannung beim momentanen Abschalten begrenzen kann, hatten wir schon früher erwähnt. In einem Lichtbogenstromkreise nach Fig. 19 gilt für den Verlauf des Stromes i dieselbe Differentialgleichung wie früher:

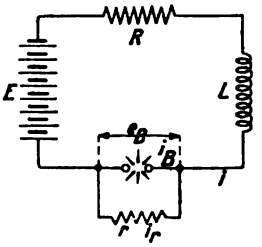


Fig. 19.

$$L\frac{di}{dt} + Ri + e_B = E\,. \tag{35}$$

Der Gesamtstrom, der den Belastungskreis durchfließt, setzt sich jetzt aber aus dem Lichtbogenstrom i_B und dem Strom i_r im Parallelwiderstand zusammen:

$$i = i_B + i_r\,. \tag{36}$$

Digitized by Google

In der Charakteristik des Schalters einschließlich Parallelwiderstand muß man jeder Lichtbogenspannung e_B die Summe dieser beiden Ströme zuordnen, und da der Parallelstrom stets proportional der Lichtbogenspannung ist, so wird sie dargestellt durch:

$$i = i_B + \frac{e_B}{r}. \tag{37}$$

Man erhält die Charakteristik der Parallelschaltung daher nach Fig. 20 durch graphische Addition des jeder Spannung zugeordneten Lichtbogenstromes zu dem der Spannung proportionalen Widerstandsstrom. Die abfallende Lichtbogencharakteristik wird also durch den Parallelwiderstand geschert, je kleiner er ist, um so flacher ist die Widerstandsgerade geneigt. Die gesamte Charakteristik des Lichtbogenschalters mit Schutzwiderstand setzt sich aus zwei Teilen zusammen: einem geradlinigen Teil, der allein durch den Widerstand bestimmt ist und dem erloschenen

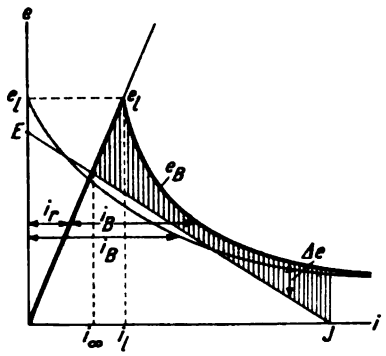


Fig. 20.

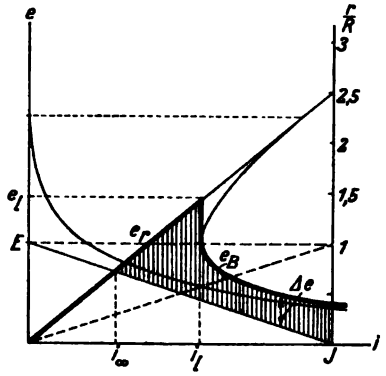


Fig. 21.

Bogen entspricht, und einem gekrümmten, durch den brennenden Lichtbogen gegebenen Ast. Beide sind in Fig. 20 stark hervorgehoben.

Um den zeitlichen Verlauf der Ausschaltströme und Spannungen zu erhalten, muß man mit dieser resultierenden Charakteristik die Konstruktion nach Fig. 7 durchführen. Die Differenzspannung Δe wird dadurch für große Ströme verstärkt und kann für einen mittleren Strombereich sogar löschende Werte erhalten, wenn der Lichtbogen ohne Parallelwiderstand stationär weiterbrennen würde. Ist der Strom bis zu einem bestimmten Werte i_l gesunken, so löscht der Lichtbogen aus, der Strom fließt nur durch den Parallelwiderstand, der auf eine entsprechend hohe Spannung geladen wird, die sich aus Fig. 20 abgreifen läßt. Der Strom sinkt weiter, wobei sich die Spannung am Schalter geradlinig verringert, bis sie einen dem Dauerstrom i_∞ entsprechenden Betrag erreicht. Unter diesen Wert, der dem Schnittpunkt der beiden Widerstandslinien in Fig. 20 und daher ihrer Reihenschaltung entspricht, kann der Strom natürlich nicht sinken.

Die höchste Spannung tritt hier nicht am Ende der Ausschaltperiode auf, sondern beim Löschen des Lichtbogens, sie ist in Fig. 20 ebenso groß wie ohne Parallelwiderstand. Wendet man aber einen geringeren Parallelwiderstand an, so kann die Lichtbogencharakteristik, wie es in Fig. 21 gezeigt ist, in ihrem oberen Teil so stark abgebogen werden, daß sie eine senkrechte Tangente erhält. Die Lichtbogenspannung kann dann beim Abnehmen des Stromes an diesem Punkte nicht weiter wachsen, weil sonst der Strom wieder zunehmen würde, der Lichtbogen löscht daher plötzlich aus. Der

Digitized by Google

ganze Strom i_l springt auf den Parallelwiderstand über und erhöht dessen Spannung bis zum Werte e_l, um von da ab linear mit dem Strome abzusinken. Durch einen geeignet bemessenen Parallelwiderstand zum Lichtbogen gelingt es somit, die Löschspannung sehr erheblich zu verringern und damit die höchste im Stromkreis auftretende Ausschalte-Überspannung auf unschädliche Werte zu bringen. Nach dem Löschen des Lichtbogens sinkt die Differenzspannung Δe linear mit dem Strome, so daß die Zeit nach Gleichung (26) logarithmisch mit ihm ansteigt. Der Strom klingt daher von diesem Augenblick an exponentiell mit der Zeit bis auf seinen Endwert ab.

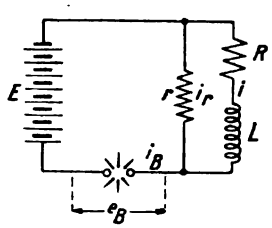


Fig. 22.

Wenn man den Parallelwiderstand zum Schalter ebenso groß macht wie den Widerstand des äußeren Stromkreises, so hat seine Widerstandslinie in Fig. 21 auch dieselbe Stärke der Neigung wie die EJ-Gerade. Aus dem dort eingetragenen Maßstab für $\frac{r}{R}$ kann man daher ablesen, wie groß der Parallelwiderstand zur Erzielung des soeben behandelten nützlichen Effektes sein muß. Würde man den Strom J nicht über den Lichtbogen ausschalten, sondern parallel zum Widerstand r momentan unterbrechen, so würde die Spannung bis zum Schnitt der Widerstandslinie e_r mit diesem Maßstab anschnellen, man erhielte also recht erhebliche Spannungen von einer Größe, die direkt durch das Widerstandsverhältnis bestimmt wird. Durch gemeinsame Anwendung von Lichtbogenschalter und Parallelwiderstand kann man die Ausschaltcharakteristik auf eine überaus günstige Form bringen. Man kann die Leistungsfähigkeit des Schalters dadurch vergrößern und die Ausschaltespannungen wesentlich verringern.

Legt man den Schutzwiderstand nicht parallel zum Schalter, sondern parallel zum Außenstromkreis, wie es in Fig. 22 dargestellt ist, so gilt für den Nutzstromkreis wieder die Differentialgleichung (35). Der Lichtbogenstrom setzt sich nunmehr aus der Summe der Ströme i im Nutzkreise und i_r im Parallelzweige zusammen. Es ist also:

$$i_B = i + i_r . \tag{38}$$

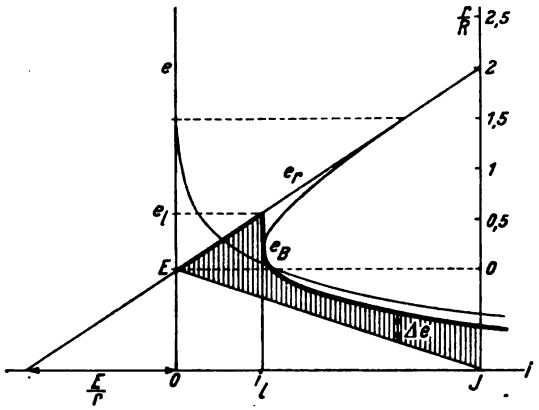


Fig. 23.

Der Parallelstrom bestimmt sich andererseits aus der Netzspannung und Lichtbogenspannung zu

$$i_r = \frac{E - e_B}{r}, \tag{39}$$

so daß man für den Nutzstrom in Abhängigkeit von der Lichtbogenspannung erhält

$$i = i_B + \frac{e_B}{r} - \frac{E}{r}, \tag{40}$$

ein Ausdruck, der sich nur um ein konstantes Glied von Gleichung (37) unterscheidet.

Die wirksame Schaltercharakteristik wird daher jetzt durch Fig. 23 dargestellt. Die Widerstandslinie des Parallelwiderstandes hat die gleiche Neigung wie im letzten Falle, sie schneidet jedoch auf der rückwärts verlängerten i-Achse die Strecke $\frac{E}{r}$ ab,

Digitized by Google

was aus Gleichung (40) sofort hervorgeht, wenn man i_B und e_B gleich Null setzt. Durch den Parallelwiderstand zum Nutzstromkreise wird also der gleiche günstige Einfluß auf die Löschspannung des Lichtbogens erzielt. Nach erfolgtem Löschen klingt der Strom hier sogar exponentiell vollständig bis auf Null ab. Allerdings wird die löschende Spannung Δe hier für größere Ströme geringer als im vorigen Falle.

Zum Abschalten von Nutzlasten wird man daher zweckmäßig einen Parallelwiderstand zum Hauptstromkreise verwenden. Zum Unterbrechen von Kurzschlüssen legt man den Schutzwiderstand dagegen besser parallel zum Schalter, da er dann für jede zufällige Lage der Kurzschlußstelle wirksam ist. Die nachträgliche Unterbrechung des geringen Stromes durch den Parallelwiderstand verursacht dabei keine besonderen Schwierigkeiten.

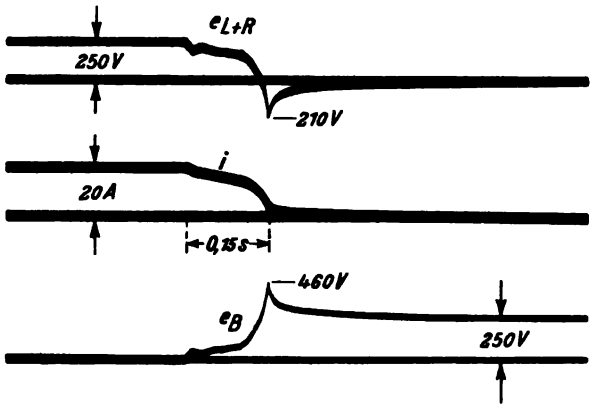


Fig. 24.

In Fig. 24 ist das Ausschaltoszillogramm des gleichen selbstinduktiven Stromkreises wie in Fig. 8, jedoch mit Parallelwiderstand vom 5fachen Betrage dargestellt. Man erkennt die gewaltige Verringerung der Ausschaltespannung und gleichzeitig damit das langsame Nachklingen der Spannung durch den Widerstand. Daß die Überspannung auch bei vielen Oszillogrammen ohne Schutzwiderstand nicht sofort nach dem Abreißen des Lichtbogens vollständig verschwindet, rührt von den sekundären Wirbelströmen her, die sich bei den meisten Gleichstrommagneten ausbilden können und genau wie ein entsprechend großer Parallelwiderstand dämpfend wirken.

2. Ausschalten von Wechselstrom.

Wechselstrom läßt sich im Prinzip wesentlich leichter ausschalten als Gleichstrom, weil er in seinem regulären Verlauf sowieso nach jeder Halbperiode durch Null hindurchgeht. Wenn es gelänge, den Schalter mit solcher Präzision zu betätigen, daß er den Stromkreis im Augenblick des natürlichen Nulldurchganges des Stromes unterbricht, so bliebe der Kreis von da ab stromlos, ohne daß irgendwelche Überspannungs- oder Erwärmungserscheinungen an der Schaltstelle aufträten. Praktisch ist ein solches Präzisionsschalten bisher nicht möglich, weil die Massenwirkung der Schaltkontakte und ihrer Antriebsorgane keine so genaue Einstellung und so hohe Schaltgeschwindigkeit erlaubt. Bei 50periodigem Wechselstrom müßte die Genauigkeit Zeiten von der Größenordnung einiger zehntausendstel Sekunden erreichen. Bei den heute üblichen Schaltern erstreckt sich die Ausschaltdauer dagegen über einen wesentlich längeren Zeitraum, der größere Bruchteile oder Vielfache der Periodendauer beträgt.

Bei Widerstandsschaltern, die das Ausschalten durch allmähliche Zunahme des Kontaktwiderstandes bewirken, sind die Erscheinungen ähnlich wie bei Gleichstrom. Dieser Fall ist jedoch nicht sehr wichtig, da die hohen in Wechselstromkreisen üblichen

Digitized by Google

Spannungen fast stets eine Lichtbogenbildung zwischen den Schaltkontakten bewirken. Hierbei treten wesentlich andere Erscheinungen als bei Gleichstromschaltern auf, da sich bei Wechselstrom die treibende Spannung der Stromquelle dauernd verändert und ein wiederholtes Löschen und Zünden des Lichtbogens bewirken kann.

Da die Vorgänge am Lichtbogen in Luft bereits in vieler Hinsicht untersucht und bekannt sind, so behandeln wir zunächst das Ausschalten durch Luftschalter. Über die elektrischen Erscheinungen an Lichtbögen unter Öl liegen merkwürdigerweise fast keine experimentellen Untersuchungen vor, obgleich der Ölschalter eine wichtige Rolle in der Starkstromtechnik spielt. Wir müssen daher die an Luftschaltern gewonnenen Erkenntnisse sinngemäß auf Ölschalter übertragen und werden außerdem eine Reihe von Eigenarten besprechen, durch die die Erscheinungen an Ölschaltern verwickelt werden.

a) Luftschalter.

Die einfachsten Verhältnisse liegen vor, wenn der über einen Lichtbogen B nach Fig. 25 abzuschaltende Stromkreis nur sehr geringe Selbstinduktion L und überwiegenden Widerstand R besitzt. Es mögen z. B. Glühlampen von einem Netz

Fig. 25.

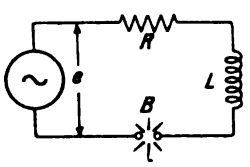
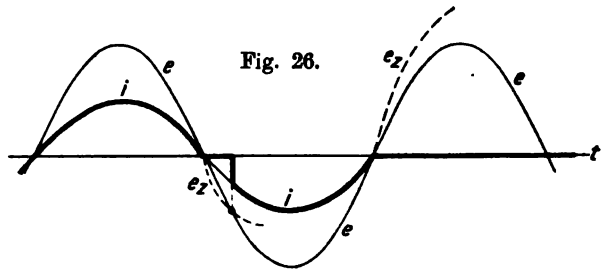


Fig. 26.



konstanter Wechselspannung e abgeschaltet werden. Dann geht der Strom i gleichzeitig mit der Spannung e durch Null, und hierbei erlischt der Lichtbogen zwischen den Schaltkontakten jedesmal. Unmittelbar nach dem Löschen sinkt die Temperatur der Kontakte, und die Zündspannung e_z steigt sehr schnell an nach einer Kurve, die in Fig. 26 gestrichelt eingetragen ist. Bei sehr kleinem Lichtbogen wird sie bald von der ebenfalls ansteigenden Wechselspannung eingeholt, so daß der Strom unter Neuzündung des Bogens schnell auf seinen stationären Wert springt[1]). Ist die Kontaktentfernung beim nächsten Nulldurchgang von Strom und Spannung ausreichend groß, um die Zündspannung und ihren Anstieg so zu vergrößern, daß sie dauernd über der Wechselspannung der Stromquelle bleibt, so zündet der Bogen nicht wieder, sondern bleibt erloschen. Der Strom bleibt dann nach Erreichen des Nullwertes dauernd Null.

Bei Metallkontakten mit guter Wärmeleitung, vor allem bei Kupferkontakten, tritt die Löschwirkung sehr schnell ein, so daß nur geringe Kontaktwege erforderlich sind. Bei höheren Spannungen, die entsprechend der zweiten Halbwelle in Fig. 26 leichter einen Überschlag der Kontakte bewirken können, empfiehlt es sich, dies durch Verwendung mehrerer in Serie liegender Unterbrechungsstellen zu verhindern. Da es sich demnach bei Wechselstrom weniger darum handelt, den Strom zu unterbrechen als vielmehr ein Neuzünden des Lichtbogens zu verhindern, so kann man durch relativ kleine Schalter ganz erhebliche induktionsfreie Leistungen beherrschen.

[1]) W. Höpp, ETZ 1920, S. 748, „Lichtbogenfreie Schalter für Wechselstrom".

Digitized by Google

Noch leichter lassen sich Maschinen mit selbständiger Gegenspannung, wie Synchronmotoren und Einankerumformer, abschalten, vor allem wenn ihre Leitungen vorwiegend Ohmschen Widerstand besitzen, weil dieser nur unter der Wirkung der geringen Differenz der Spannungen steht. Tatsächlich ist ihre Streuinduktion aber auch zu beachten.

Ungünstiger werden die Erscheinungen beim Ausschalten von induktiven Wechselstromkreisen, von Transformatoren, Asynchronmotoren und ähnlichen Maschinen, und vor allem in dem gefährlichen Falle des Abschaltens von Kurzschlußströmen. Der Widerstand R des Stromkreises ist dann meist gering gegenüber der Induktanz, so daß die Phasenverschiebung des Stromes gegenüber der Spannung erheblich wird. Der Nulldurchgang des Stromes findet dann nicht mehr, wie in Fig. 26, bei geringer Spannung statt, diese ist vielmehr beim Löschen des Lichtbogens so groß, daß sie ihn sofort wieder zünden kann und den Strom in entgegengesetzter Richtung durchtreibt.

In jedem Falle ist der Stromverlauf im induktiven Kreise durch die Beziehung bestimmt

$$L\frac{di}{dt} + Ri + e_B = e, \tag{41}$$

die durch die Lichtbogenspannung e_B ihr charakteristisches Gepräge erhält. Wir wollen die Vorgänge, die beim Brennen des Wechselstromlichtbogens konstanter Länge in einem induktiven Kreise auftreten, zunächst unter der einfachen Annahme verfolgen, daß der Lichtbogen eine rechteckige Charakteristik besitzt, daß seine Spannung daher nach Fig. 27

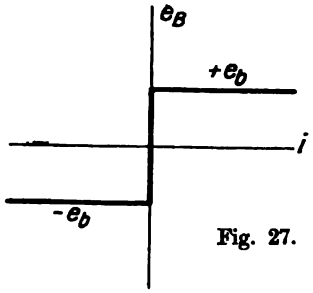


Fig. 27.

$$e_B = \pm e_b \tag{42}$$

ist, wobei das positive Vorzeichen für positive Ströme und das negative Vorzeichen für negative Ströme gilt. Vom Einfluß der Zünd- und Löschspannung am Lichtbogen, der nur für sehr kleine Ströme erheblich ist, und vom Einfluß des Ohmschen Spannungsabfalles, der für praktische Wechselstromkreise gering ist, sehen wir vorläufig ab. Dann können wir in Gleichung (41) die Spannung Ri vernachlässigen und können sie integrieren, wenn wir für die Wechselspannung schreiben

$$e = E\sin(\omega t + \varphi), \tag{43}$$

wobei φ der Phasenwinkel der Spannung im Augenblick des Nulldurchganges des Stromes, also zur Zeit $t = 0$ sein soll. Für die positive Halbwelle des Stromes erhalten wir dann aus Gleichung (41)

$$i = \frac{1}{L}\int_0 (e - e_B)\,dt = \frac{E}{L}\int_0^t \sin(\omega t + \varphi)\,dt - \frac{e_b}{L}\int_0 dt \tag{44}$$

oder integriert

$$i = -\frac{E}{\omega L}\cos(\omega t + \varphi) + \frac{E}{\omega L}\cos\varphi - \frac{e_b}{\omega L}\omega t. \tag{45}$$

Nach Ablauf einer Halbperiode $\frac{\mathfrak{T}}{2}$, also für

$$\omega t = \pi, \qquad \frac{\mathfrak{T}}{2} = \frac{\pi}{\omega} \tag{46}$$

Digitized by Google

muß der Strom bei stationärem Verlauf wieder durch Null gehen. Es ist daher nach Gleichung (45)

$$-E[\cos(\pi+\varphi)-\cos\varphi]=e_b\pi \tag{47}$$

und daraus ergibt sich

$$\cos\varphi=\frac{\pi}{2}\frac{e_b}{E}. \tag{48}$$

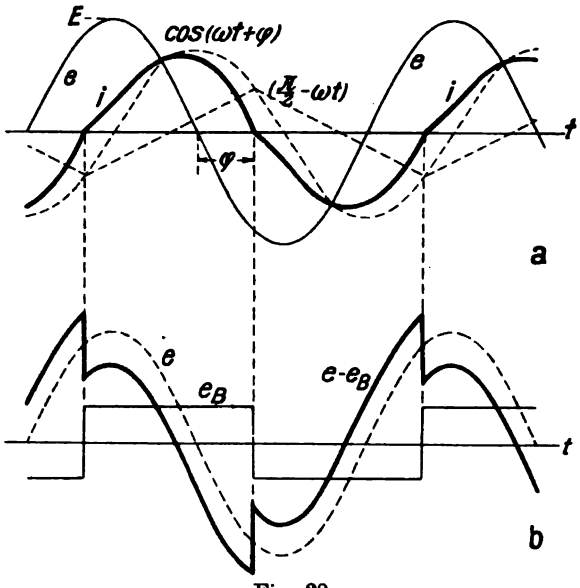


Fig. 28.

Die Phasenverschiebung in einem rein induktiven Kreise, in dem ein Lichtbogen brennt, ist also keineswegs 90°, sondern sie ist nach Gleichung (48) durch das Verhältnis von Lichtbogenspannung zur Spannungsamplitude der Stromquelle gegeben. Sie nähert sich mit größerwerdender Lichtbogenspannung, also mit zunehmender Entfernung der Schaltkontakte, immer mehr dem Werte 0.

Führt man den Wert von $\cos\varphi$ in Gleichung (45) ein, so erhält man für den Verlauf des Stromes den übersichtlicheren Ausdruck:

$$i=-\frac{E}{\omega L}\cos(\omega t+\varphi)+\frac{e_b}{\omega L}\left(\frac{\pi}{2}-\omega t\right). \tag{49}$$

Der Strom besteht also aus zwei Komponenten, von denen die erste den stationären Blindstrom bei ganz geschlossenem Schalter darstellt, der 90° Phasenverschiebung gegenüber der Spannung nach Gleichung (43) besitzt. Die zweite Komponente stellt einen zeitlich geradlinigen Strom dar, dessen Bedeutung mit wachsender Lichtbogenspannung zunimmt. Fig. 28a stellt diese Teilströme und auch den Gesamtstrom für geringe, Fig. 29a für große Lichtbogenspannung e_B im Vergleich zur treibenden Spannung E dar. Die Stromkurven sind für beide Halbperioden gezeichnet, sie setzen sich stets aus einer Cosinuslinie und einer Dreieckslinie zusammen, so daß sich mit zunehmender Lichtbogenspannung stark verzerrte Kurvenformen ergeben. In Fig. 28b und 29b ist zu diesem Stromverlauf auch die Spannung am Lichtbogen und die für den Außenstromkreis übrigbleibende Span-

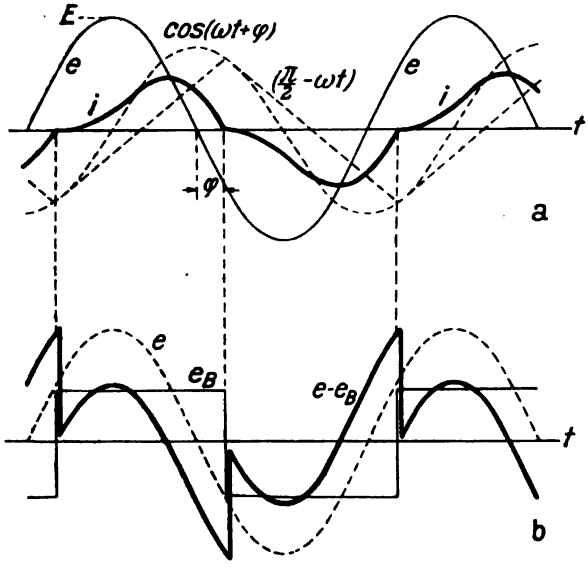


Fig. 29.

Digitized by Google

nung $e - e_B$ dargestellt, die mit zunehmender Lichtbogenlänge einen immer verzerrteren Verlauf mit immer größeren Spannungssprüngen erhält. Fig. 30 gibt ein Oszillogramm von Strom und Spannungen eines induktiven Lichtbogenkreises wieder, in dem man die charakteristische Verzerrung der Stromkurve erkennt.

Fig. 30.

Aus Gleichung (48) ergibt sich, daß die Phasenverschiebung des verzerrten Stromes für einen bestimmten Wert der Lichtbogenspannung, nämlich für das $\frac{2}{\pi}$-fache der Netzspannung, zu Null wird. Dies tritt jedoch in Wirklichkeit nicht ein, denn schon vorher wird nach Fig. 31 die Lichtbogenspannung beim Nulldurchgang des Stromes gleich oder größer als der Augenblickswert der Netzspannung, so daß der Lichtbogen nach dem Erlöschen nicht sofort neu zündet. Es tritt vielmehr eine stromlose Pause ein, die solange dauert, bis die Netzspannung e die Lichtbogenspannung e_B wieder erreicht hat. Auch die Spannung im Außenkreis verschwindet während dieser Pause. Sie besitzt außerordentlich verzerrten Verlauf, der in Fig. 31 ebenfalls dargestellt ist.

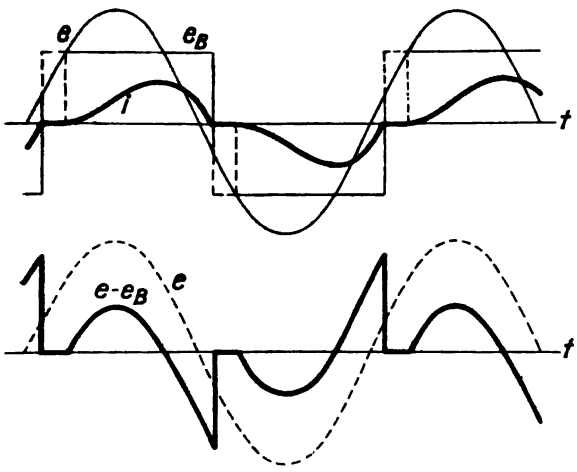


Fig. 31.

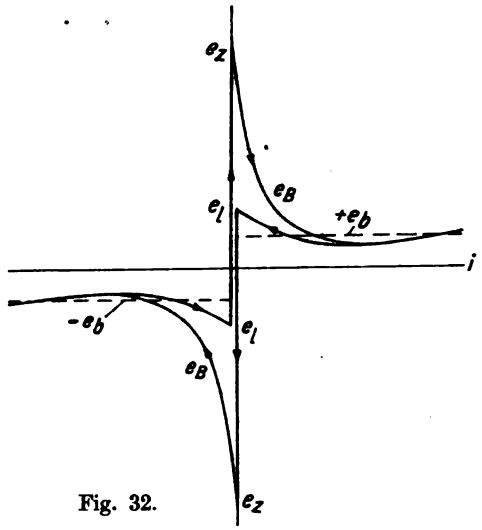


Fig. 32.

In Wirklichkeit tritt diese stromlose Pause nur selten auf, weil die Lichtbogencharakteristik fast stets ausgeprägte Zündspitzen besitzt, die wir nunmehr mit berücksichtigen wollen. In Fig. 32 ist der tatsächliche Verlauf der Charakteristik dargestellt. Bei abnehmendem Strom wächst die Lichtbogenspannung bis zur Löschspannung e_l an, steigt bei Umkehrung der Stromrichtung auf den höheren Wert der Zündspannung e_z, um mit zunehmendem, entgegengerichtetem Strom schnell geringer zu werden. Dasselbe Spiel wiederholt sich dann beim nochmaligen Richtungswechsel des Stromes. Enthält der Stromkreis erheblichen Ohmschen Widerstand R, so kann man dessen Spannungsabfall zur Lichtbogenspannung addieren, so daß Fig. 32 die gemeinsame Spannungscharakteristik des Stromkreises darstellt. Da die Lichtbogenspannung bei großen Strömen etwas sinkt, die Widerstandsspannung dagegen zunimmt, so erhält man für größere Ströme einen schwach gekrümmten Verlauf der Charakteristik.

Digitized by Google

Wir können in Fig. 32 die mittlere Lichtbogen- und Widerstandsspannung e_b eintragen und daraus nach Gleichung (48) mit ausreichender Genauigkeit die Phasenverschiebung des Stromes berechnen. Die Stromstärke ist dann in der Nähe des Nulldurchganges ein wenig kleiner, in der Nähe des Maximums ein wenig größer als es Gleichung (49) und die Fig. 28 und 29 angeben. Ihren genaueren Verlauf könnte man durch schrittweise graphische Integration des ersten Ausdrucks der Gleichung (44) auswerten, im allgemeinen lohnt sich das aber nicht, solange die Charakteristik nicht sehr genau bekannt ist.

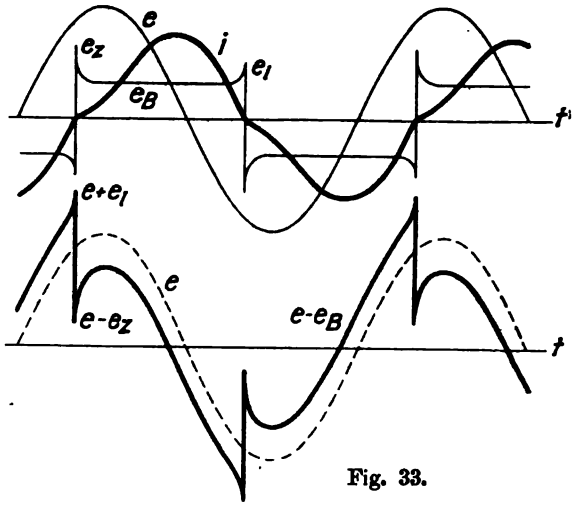


Fig. 33.

Fig. 33 stellt den tatsächlichen Verlauf des Stromes und der Lichtbogenspannung dar. Die Zündspitze verändert den Verlauf der Erscheinungen nur wenig, solange sie unterhalb der speisenden Spannung bleibt. Sie wird jedoch bei zunehmender Kontaktentfernung schon bei recht geringen mittleren Lichtbogenspannungen und daher bei einer Phasenverschiebung φ, die sich von 90° noch nicht weit entfernt hat, gleich oder größer als die Netzspannung. Im allgemeinen überschreitet sie die Netzspannung bereits, während der Stromwechsel noch fast bei deren Scheitel stattfindet und verhindert dadurch von einem bestimmten Kontaktabstand an vollständig das Wiederzünden des Lichtbogens.

Die Selbstinduktion L umfaßt nicht nur die im äußeren, abzuschaltenden Stromkreis liegenden magnetischen Felder, sondern auch die Streufelder der speisenden Wechselstromquelle. Besonders bei Kurzschlüssen wird die Selbstinduktanz zum großen Teil im Generator liegen, während die der äußeren Leitungen nur geringfügig ist. Infolgedessen tritt an den Klemmen des Generators eine Spannung auf, die sich aus der treibenden Spannung e und einem Teil der Selbstinduktionsspannung $e - e_B$ zusammensetzt. Nennt man S die Streuinduktion der Stromquelle, so ist ihre Klemmenspannung:

$$e_G = e - \frac{S}{L}(e - e_B) = \left(1 - \frac{S}{L}\right) e + \frac{S}{L} e_B . \tag{50}$$

Sie wird also von einem Teil der elektromotorischen Kraft und einem anderen Teil der Lichtbogenspannung aufgebaut. Dagegen ist die Spannung am Außenkreis:

$$e_K = (L - S)\frac{di}{dt} = \left(1 - \frac{S}{L}\right)(e - e_B) . \tag{51}$$

Sie wird also durch die Generatorstreuung lediglich in ihrer Größe vermindert. Fig. 34 stellt die Spannungen nach dem in Fig. 33 gezeichneten Fall für Generatorklemmen und Außenkreis dar, wenn die Streuinduktion des Generators gleich der Hälfte der ganzen Selbstinduktion des Kreises angenommen wird.

Aus den Gleichungen (50) und (51) folgt, daß sich die Höhe der plötzlichen Spannungssprünge, die durch die Lichtbogenspannung e_B gegeben sind, auf den

Digitized by Google

Generator und den Außenkreis nach Maßgabe der Streuinduktion und der äußeren Selbstinduktion aufteilt. Die Summe der Spannungssprünge im ganzen Stromkreise ist nach Fig. 33 stets gleich der Summe von Zünd- und Löschspannung des Lichtbogens, die im ungünstigsten Falle, wenn die Löschspannung nahezu gleich der Zündspannung ist, gleich der doppelten Amplitude der Generatorspannung nach dem Abschalten werden kann. Der Absolutwert der Spannung im ganzen Stromkreis kann sich, wie man an Fig. 33 ebenfalls verfolgen kann, im ungünstigsten Falle bis auf den doppelten Wert der treibenden Spannung der Stromquelle erheben.

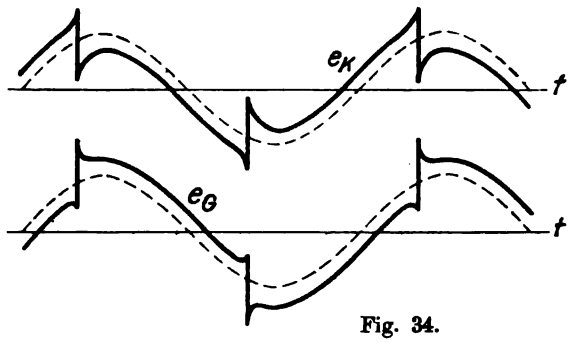


Fig. 34.

Wenn viel Widerstand R im auszuschaltenden Stromkreis enthalten ist, wird die Phasenverschiebung von Strom und Spannung geringer als nach Gleichung (48). Die Zündspitze e_z durchschneidet nach Fig. 33 die Spannung e dann schon früher, der Lichtbogen löscht schon bei kleinerem Kontaktabstand. Die Spannungssprünge sowohl wie die Überspannungen werden geringer, und zwar, wie man aus Fig. 33 ersieht, proportional dem Sinus der tatsächlichen Phasenverschiebung. Es können dann aber stromlose Pausen und darauf Rückzündungen mit höherer Spannung eintreten, wenn die Zündspannung nach dem erstmaligen Löschen noch unterhalb der treibenden Spannungsamplitude des Generators liegt. Es liegt also auch beim Abschalten induktionsfreier Belastung die Möglichkeit stärkerer Spannungssprünge vor, besonders wenn man den Schalter nur sehr langsam öffnet.

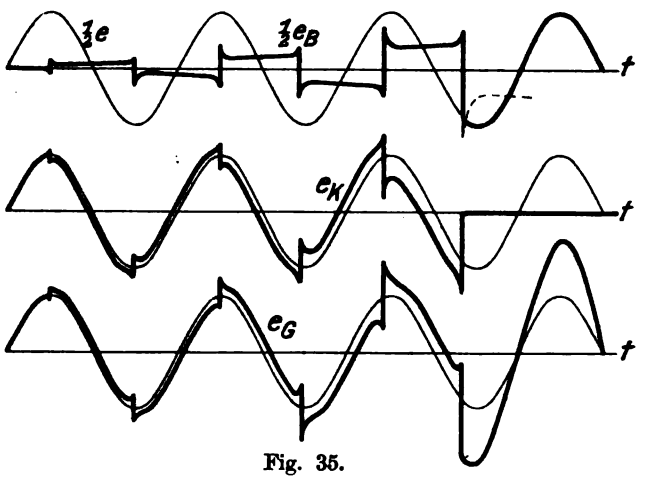


Fig. 35.

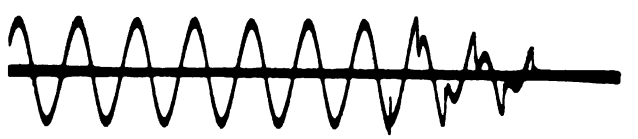


Fig. 36.

Man erkennt nunmehr, daß der Ausschaltvorgang bei Wechselstrom wesentlich verschieden von dem bei Gleichstrom ist. Während dort der Ausschaltlichtbogen auch bei festem Kontaktabstand in einem Zuge verlöscht und dabei Überspannungen erzeugen kann, die durch die Höhe der Löschspitze gegeben sind, löscht und zündet der Ausschaltlichtbogen bei Wechselstrom während der Bewegung der Schalterkontakte, die hier notwendig ist, im dauernden Wechsel bei jedem Nulldurchgang des

Digitized by Google

Stromes. Die Lösch- und Zündspannungen werden immer größer, die Zündspannung erreicht schließlich bei zunehmender Kontaktentfernung und Lichtbogenlänge als Grenzwert die Größe der Spannungsamplitude E. Dann zündet der Lichtbogen nicht mehr von neuem und dadurch wird die völlige Ausschaltung bewirkt. In Fig. 35 ist der Verlauf der Spannung am Lichtbogen, am Generator und am Außenkreise während des Ausschaltens durch zunehmende Lichtbogenlänge entsprechend Gleichung (50) und (51) dargestellt. Fig. 36 zeigt ein Oszillogramm der Ausschaltespannung an einem induktiven Stromkreis, der durch einen Luftschalter von der Stromquelle getrennt wurde. Die Übereinstimmung der Kurven ist bemerkenswert.

Wir wollen die während einer Halbperiode des Stromes am Lichtbogen freiwerdende Arbeit berechnen, die im Schalter in Wärme umgesetzt wird. Sie ist:

$$A_{\frac{T}{2}} = \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} e_B i \, dt. \tag{52}$$

Setzt man hierin e_B nach Gleichung (41) ein, so entsteht:

$$A_{\frac{T}{2}} = \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} (e - Ri)\, i \, dt - L \int_0^0 i \, di = \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} e i \, dt - \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} R i^2 dt. \tag{53}$$

Dabei ist in dem Gliede mit L sowohl die untere als die obere Integrationsgrenze mit Null einzusetzen, weil der Strom i, nach dem integriert wird, sowohl bei Beginn wie beim Ende der betrachteten Halbwelle verschwindet. Dies Integral ist daher Null. Die magnetische Energie des Stromkreises, die beim Ausschalten von Gleichstrom den Hauptbetrag der freiwerdenden Arbeit darstellte, liefert also beim Wechselstromausschalten keinen Beitrag zur Schaltarbeit. Die in der Selbstinduktion aufgespeicherte Arbeit wird vielmehr vollständig an die Stromquelle zurückgeliefert und braucht nicht am Schalter in Wärme umgesetzt zu werden. Es bleibt nur die Differenz der von der Stromquelle gelieferten und im sonstigen Stromkreise verbrauchten Arbeitsmengen für den Schalter übrig. Das Ausschalten von Wechselstrom ist daher viel leichter als das von Gleichstrom derselben Leistung.

Für die wirkliche Ausrechnung der Schaltarbeit ist es bequemer, die Gleichung (52) direkt zu integrieren, besonders da wir den geringen Einfluß der Lösch- und Zündspitzen bei der Integration vernachlässigen wollen. Sie bewirken zwar, daß während der sehr kleinen Lösch- und Zündzeit die Spannung e_B am Bogen sehr groß ist, jedoch ist gleichzeitig der Strom i sehr gering, so daß ihr Produkt unter dem Integral nicht erheblich in Betracht kommt. Wir dürfen demnach in Gleichung (52) die konstante Lichtbogenspannung nach Gleichung (42) und den daraus bestimmten Strom nach Gleichung (49) einsetzen und erhalten:

$$A_{\frac{T}{2}} = -\frac{E e_B}{\omega L} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \cos(\omega t + \varphi)\, dt + \frac{e_i^2}{\omega L} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) dt. \tag{54}$$

Digitized by Google

Nun ist:

$$\left.\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \cos(\omega t + \varphi)\, dt &= -\frac{2}{\omega}\sin\varphi \simeq -\frac{2}{\omega}\\ \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) dt &= 0.\end{aligned}\right\} \qquad (55)$$

Der Beitrag des zweiten Integrales verschwindet daher.

Dagegen können wir im ersten Ausdruck den Sinus des Phasenwinkels für induktive Stromkreise unbedenklich gleich 1 setzen, weil sein Kosinus nach Gleichung (48) stets eine kleine Zahl ist. Denn die konstante Lichtbogenspannung e_b ist stets erheblich kleiner als die Zündspannung e_z, die ja höchstens gleich der Generatorspannung werden kann. Somit wird die Schaltarbeit während einer Halbperiode

$$A_{\frac{T}{2}} = 2\frac{E e_b}{\omega^2 L} = \frac{2}{\omega} J e_b, \qquad (56)$$

wobei die Amplitude J des noch nicht unterbrochenen Wechselstromes als Quotient von Spannung und Induktanz entsprechend dem ersten Gliede von Gleichung (49) eingeführt ist.

Die Lichtbogenspannung e_b ändert sich nun mit zunehmender Kontaktentfernung während der Ausschaltdauer τ, und zwar für längere Lichtbögen nach Gleichung (20) proportional der Lichtbogenlänge. Um einen Näherungswert für die gesamte Schaltarbeit zu erhalten, wollen wir annehmen, daß die Lichtbogenspannung e_b stets proportional der Zündspannung e_z bleibt, und daß diese während des Ausschaltens mit wachsender Zeit linear bis zum Endwert E ansteigt. Dann ist die jeweilige Lichtbogenspannung

$$e_b = \frac{t}{\tau} E \cdot \frac{e_b}{e_z}, \qquad (57)$$

wobei der Quotient $\frac{e_b}{e_z}$ einen Wert darstellt, der bei Metallkontakten in der Größenordnung einiger Prozente liegt. Da die Zeit einer Halbperiode nach Gleichung (46) gleich $\frac{\pi}{\omega}$ ist, so wird während der Ausschaltdauer τ eine Zahl von $\frac{\tau \cdot \omega}{\pi}$ Halbwellen durchlaufen. Wenn wir dann noch zur Bestimmung der mittleren Lichtbogenspannung in Gleichung (57) für $\frac{t}{\tau}$ den Wert $\frac{1}{2}$ einsetzen, so erhalten wir die gesamte Schaltarbeit nach Gleichung (56) zu:

$$A = \frac{1}{\pi}\frac{e_b}{e_z}\tau E J. \qquad (58)$$

Die Schaltarbeit wird daher bestimmt durch die unterbrochene Leistung[1]), berechnet aus den Amplituden des Stromes vor der Unterbrechung und der Spannung nach der Unterbrechung, durch die Schaltdauer τ und durch das Verhältnis der Lichtbogenspannung beim vollen Strom zur Zündspannung beim Stromdurchgang durch Null. Geringe Schaltarbeit erhält man vor allem, wenn man die Schaltkontakte

[1]) B. Bauer, Bulletin des Schweizer Elektrotechnischen Vereins, 1915. S. 141, „Untersuchungen an Ölschaltern".

Digitized by Google

so baut, daß sie durch möglichst hohe Zündspannung e_z eine kurze Ausschaltdauer τ ergeben. Dies führt auf Kontakte mit hoher spezifischer Wärme und guter Wärmeleitfähigkeit, die eine so große gesamte Wärmekapazität besitzen müssen, daß sie die auf die Elektroden entfallende Schaltarbeit aufnehmen können, ohne sich stark zu erhitzen. Dann verlieren sie beim Stromdurchgang durch Null schnell die Fähigkeit zur Emission von Elektronen und erzeugen hohe Zündspannungen.

Auch bei Wechselstromschaltern wirkt ein Parallelwiderstand zum Lichtbogen oder zur Selbstinduktion günstig auf den Schaltvorgang ein. Er verändert die Form der wirksamen Charakteristik des Schalterlichtbogens ebenso wie bei Gleichstrom nach Fig. 21 und 23 und verursacht, daß die Lichtbogenspannung beim Stromwechsel nicht unstetig durch Null geht, sondern geradlinig, so wie es in Fig. 37 dargestellt ist. Dadurch wird der Spannungssprung von der Löschspitze bis zur Zündspitze vermieden und durch einen allmählichen Übergang ersetzt. Nach Erreichen der Zündspannung e_z fällt die Spannung am Bogen allerdings unstetig bis auf die kleine Lichtbogenspannung e_b herab, jedoch ist dieser steile Spannungsfall erheblich geringer als die ohne Widerstand auftretenden Sprünge. Der Strom springt dabei vom Schutzwiderstand plötzlich auf den Lichtbogen über.

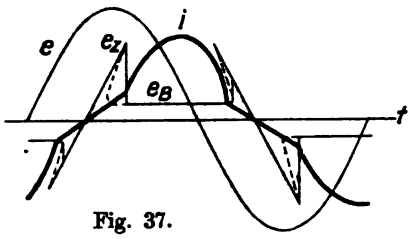


Fig. 37.

Auch beim Löschen bewirkt das Überspringen des Stromes vom Lichtbogen auf den Schutzwiderstand einen steilen Spannungsanstieg, jedoch auch hier von geringer Höhe, wie Fig. 37 zeigt. Dort ist auch die jetzt auftretende Form der Stromkurve eingetragen. Die Sprunghöhe der Spannung ist selbst unter ungünstigsten Umständen immer kleiner als E, das ist die Hälfte des ohne Schutzwiderstand auftretenden Betrages. Verwendet man einen sehr kleinen Schutzwiderstand parallel zum Lichtbogen, so kann man die Zündspitze so stark von ihrer ursprünglichen Lage abbiegen, daß sie ganz außerhalb der Spannungskurve e fällt, so daß ein Neuzünden unmöglich ist.

Schutzwiderstände am Lichtbogen vermindern also nicht nur die Sprungspannungen, sondern sie beschleunigen auch die Löschwirkung des Lichtbogens beim Richtungswechsel des Stromes, und schließlich nehmen sie sogar einen Teil der Schaltarbeit auf und entlasten dadurch die Kontakte. Ebenso günstig wirken natürlich auch Belastungskreise parallel zur abzuschaltenden Selbstinduktion, wenn sie hauptsächlich Ohmsche Widerstände von geeigneter Größe enthalten.

Bisher haben wir den Ausschaltvorgang von Wechselstrom so behandelt, als ob der Kontaktabstand für jede Halbwelle des Stromes nahezu konstant bleibt und sich nur allmählich von Halbperiode zu Halbperiode vergrößert, bis die Zündspannung des Lichtbogens die dem Stromkreis aufgedrückte Spannung überschreitet. Da nun Gleichung (58) zeigt, daß die gesamte Schaltarbeit um so geringer wird, je kürzer die Ausschaltdauer ist, so wird man versuchen, die Ausschaltgeschwindigkeit so hoch als möglich zu steigern. Am günstigsten ist es, wenn man die Ausschaltdauer ungefähr gleich der Dauer einer Halbperiode macht. Geht man noch weiter und schaltet so schnell aus, daß der Lichtbogen in geringerer Zeit als einer halben Periode verschwindet, so treten zusätzliche Überspannungen im Stromkreise auf. Gleichung (58) verliert dann ihre Gültigkeit, weil e_B bei der Integration

Digitized by Google

nicht mehr als konstant angesehen werden darf. Fig. 38 stellt diese Verhältnisse dar, wobei die Ausschaltdauer τ zu zwei Dritteln der Halbperiodendauer angenommen ist. Der Strom verschwindet vor seinem natürlichen Nulldurchgang unter der Wirkung der schnell wachsenden Lichtbogenspannung e_B, die bis zur Löschspitze e_l ansteigt.

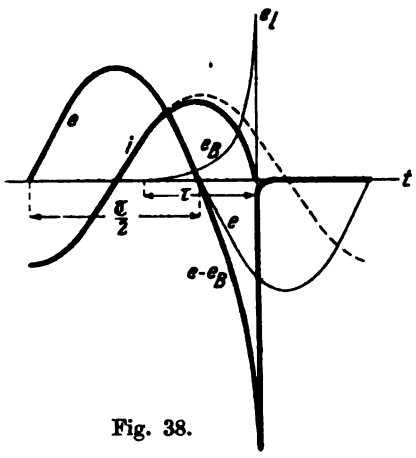


Fig. 38.

Der Vorgang ist jetzt ähnlich wie beim Ausschalten von Gleichstrom. Dort war jedoch die eingeprägte Spannung e konstant, hier ist sie veränderlich und wechselt während der Ausschaltdauer ihr Vorzeichen, so daß die höchste Spannung im Stromkreise, die bei Gleichstrom durch die Differenz $e - e_B$ gegeben war, hier als absolute Summe beider Größen in Erscheinung tritt und eine hohe

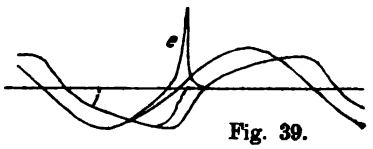


Fig. 39.

Überspannungsspitze erzeugt. Man kann durch überschnelles Schalten auf Spannungsspitzen vom vielfachen Betrage der normalen Spannungsamplitude kommen. Fig. 39 gibt ein Oszillogramm von Spannung und Strom beim Schnellausschalten eines induktiven Wechselstromkreises wieder.

Derartige Löschspitzen der Spannung können auch bei Schaltern auftreten, deren Schaltdauer mehrere Halbperioden beträgt, wenn die Schaltgeschwindigkeit zunächst gering ist und in der letzten Halbperiode so groß wird, daß durch die schnell zunehmende Kontaktentfernung die Löschspannung wesentlich größer wird als die vorhergehende Zündspannung. Bei solchen Schaltmechanismen wäre die Verwendung von Kontaktmaterial mit schlechter Wärmeleitung zweckmäßig, um geringe Löschspannung zu erhalten. Zweckmäßiger ist es aber, man verwendet Kupferkontakte mit guter Wärmeleitung zur Erzielung hoher Zündspannung und regelt die Kontaktgeschwindigkeit so, daß die endgültige Stromunterbrechung stets durch das Ausbleiben der Zündung des Lichtbogens erfolgt.

b) Ölschalter.

Durch Eintauchen der Schaltkontakte in Öl kann man die Entstehung eines Lichtbogens zwischen ihnen beim Ausschalten zwar nicht völlig verhindern, jedoch kühlt das Öl die Kontakte und den Bogen selbst so stark ab, daß er bei gleicher Länge wesentlich höhere Spannung als beim Brennen in Luft entwickelt. Sowohl die Löschspannung, besonders aber die Zündspannung, läßt sich durch Einbetten in Öl auf ein hohes Vielfaches der entsprechenden Spannung in Luft steigern, so daß Ölschalter vor allem geeignet sind, Wechselstromkreise hoher Spannung zu unterbrechen. Sie werden denn auch hierbei fast ausschließlich angewandt[1]).

Alle Einzelheiten, die wir für den Ausschaltvorgang von Luftschaltern hergeleitet haben, lassen sich ausnahmslos auf den Schaltvorgang in Ölschaltern übertragen. Es treten jedoch noch einige Erschei-

[1]) F. Marguerre, ETZ 1912. S. 709, „Versuche mit Ölschaltern". G. Stern und J. Biermanns, ETZ 1916, S. 617, „Ölschalterversuche."

Digitized by Google

nungen hinzu, die für Ölschalter besonders charakteristisch sind und ihre Wirksamkeit in Frage stellen können, wenn sie nicht genügend beachtet werden[1]). Da von der gesamten Schalterspannung nur ein gewisser Teil auf den Lichtbogen selbst entfällt, und ein anderer beträchtlicher Teil an den Fußpunkten des Lichtbogens auftritt, so pflegt man bei sehr hohen Spannungen mehrere Unterbrechungsstellen in Serie zu verwenden. Man erzielt dadurch den weiteren Vorteil einer stärkeren Kühlung des gesamten Bogens durch die Kontaktmassen, und man erhält kürzere Einzellichtbogen, die sich räumlich weniger deformieren als ein einziger sehr langer Lichtbogen und daher leichter in vorgeschriebenen Bahnen zu erhalten sind.

Die höchste Beanspruchung erleiden die Ölschalter nicht im normalen Betriebe, sondern dann, wenn sie einen Kurzschluß abschalten müssen. Vor allem können Stoßkurzschlußströme die beim plötzlichen Kurzschluß auftreten, verderblich wirken, da ihre Stromstärke auf ein hohes Vielfaches des Normalstromes anschnellt und die Schaltarbeit, die die Kontakte und das Öl aufnehmen müssen, nach Gleichung (58) entsprechend vergrößert. Dabei wirkt nicht nur der hohe Strom, sondern auch die durch den heißeren Lichtbogen verkleinerte Zündspannung und dadurch verlängerte Schaltdauer ungünstig auf die Schaltarbeit ein. Man pflegt deshalb die Stoßkurzschlußströme nicht sofort nach ihrem Entstehen auszuschalten, sondern einige Sekunden zu warten, bis die Ausgleichströme zum größten Teil abgeklungen sind und nur noch der Dauerkurzschlußstrom fließt. Dadurch wird nicht nur der auszuschaltende Strom wesentlich kleiner, sondern gleichzeitig ist auch die treibende Spannung des Generators durch die Rückwirkung des Kurzschlußstromes nahezu bis auf seine Streuspannung herabgesunken, so daß das Produkt EJ beim Dauerkurzschlußstrom nur einen geringen Bruchteil des Wertes beim Stoßkurzschlußstrom beträgt.

Zum leichteren Ausschalten versieht man Ölschalter für schwere Betriebe, in denen häufig Kurzschlüsse auftreten, mit Schutzwiderständen, die für die erste Schaltstufe als Parallelwiderstand zum Lichtbogen, für die zweite Schaltstufe als Serienwiderstand dienen und in beiden Fällen den Strom im Lichtbogen herabdrücken und die früher beschriebene günstige Wirkung auf den Unterbrechungsvorgang äußern.

Bei Ölschaltern ist es besonders erstrebenswert, mit einem Minimum an Schaltarbeit nach Gleichung (58) auszukommen, da die freiwerdende Wärme eine starke Zersetzung und Verkohlung des Öles bewirkt. Man bemüht sich daher, durch Verwendung von Schnellschaltern die Ausschaltdauer τ auf die Zeit einer halben Periode herabzudrücken. Bei längerer Lichtbogendauer flackert der Lichtbogen durch den Auftrieb seiner heißen Gase sehr stark, die durch das Öl nach oben steigen.

Brennt der Lichtbogen nicht tief genug im Öl, so kühlen sich die Gase beim Hochsteigen nicht ausreichend ab und können die Öloberfläche in Brand setzen. Selbst bei großer Ölhöhe über dem Lichtbogen kann eine Explosion der Lichtbogengase, die sich über dem Ölspiegel ansammeln, erfolgen, wenn sie durch herumspritzende Metallperlen oder durch Spannungsüberschläge über dem Ölraum entzündet werden. Diese Störungen können vor allem eintreten, wenn Bauart und Abmessungen des Schalters seiner Schaltarbeit nicht entsprechen.

Die heißen Gase, die zum Brennen des Lichtbogens dienen, entstehen innerhalb eines Bruchteiles einer Halbperiode, also bei 50 periodigem Wechselstrom in viel weniger als einer hundertstel Sekunde. Die plötzliche Verdampfung und Zersetzung des Öles wirkt daher wie eine Explosion und entwickelt einen hohen Gasdruck im Licht-

[1]) M. Vogelsang, F. Schrottke u. m., ETZ. 1919. S. 597, 625, 655. „Hochleistungsschalter."

Digitized by Google

bogen, der bis zu einigen hundert Atmosphären beträgt. Dieser Druck eilt als Kugelwelle im Öl nach außen. Er vermindert sich zwar entsprechend der Zunahme der kugelförmigen Wellenfläche, jedoch kann er beim Erreichen der Wandung des Ölgefäßes noch so groß sein, daß er starke Ausbauchungen oder Risse hervorruft. Beim Eintreffen an der Öloberfläche schleudert die Druckwelle eine Ölfontäne heraus, was sich bei schwerer Beanspruchung des Schalters jede Halbperiode wiederholen kann und zu unerwünschten Nebenerscheinungen führt.

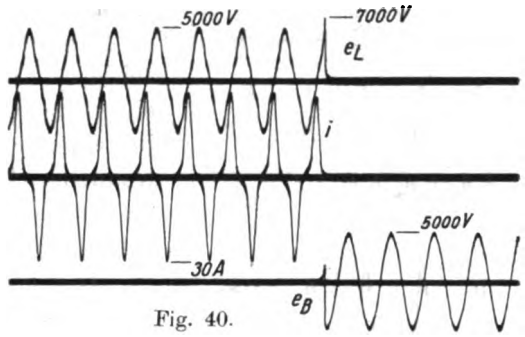


Fig. 40.

Will man die Ausschaltvorgänge in einem Kurzschlußlichtbogen unter Öl zahlenmäßig vorausbestimmen, so darf man die auftretenden Spannungen nicht aus Versuchen mit geringen Strömen entnehmen. Die Spannungen am Lichtbogen werden vielmehr durch den im Bogen auftretenden Druck sehr vergrößert und können daher nur durch einen wirklichen Kurzschlußversuch festgestellt werden. Für das Ausschalten ist es günstig, daß mit zunehmendem Strom und zunehmender Schaltarbeit auch der Druck und damit die Lichtbogenspannung anwächst. Jedoch kann dieser Druck wegen der nur periodisch freiwerdenden Schaltarbeit beim Übergang auf die nächste Halbperiode schon verschwunden sein, so daß die Zündspannung und damit die Dauer des ganzen Ausschaltvorganges sich doch nur nach den normalen Druckverhältnissen richten.

Fig. 40 stellt Oszillogramme von Spannung und Strom beim Ausschalten geringer Leistung durch einen Ölschalter dar. Fig. 41 gibt dagegen Oszillogramme des Einsetzens und Ausschaltens eines schweren Kurzschlusses wieder. Während die Normallast von den Schaltern im allgemeinen innerhalb einer einzigen Halbperiode bewältigt wird, brennt der Lichtbogen beim Ausschalten von Kurzschlüssen häufig während einer ganzen Reihe von Perioden.

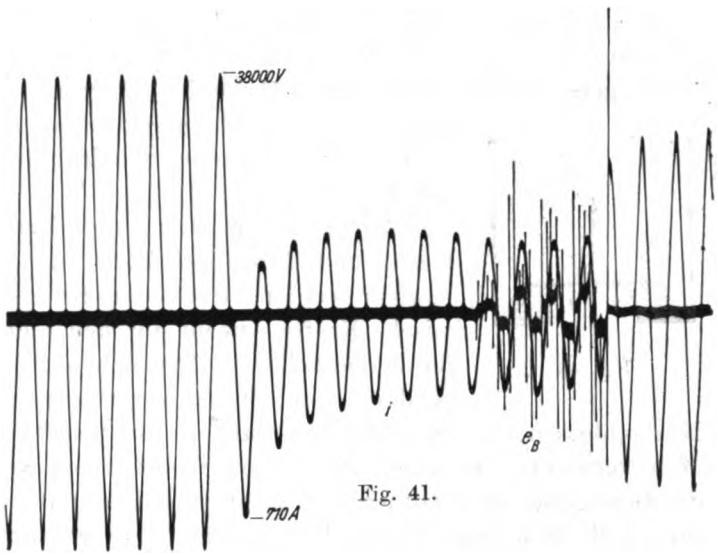


Fig. 41.

Kurzschlußlichtbögen unter Öl zeigen oft eine eigentümliche Schwingungserscheinung der Gasblase, die den Lichtbogen bildet. Bei Übertragung des gewaltigen Gasdruckes auf das umgebende Öl dehnt sich die heiße Lichtbogenblase aus. Ihr Druck wird dadurch geringer und wird schließlich vom Außendruck des Öles überwunden, das alsdann zurückflutet. Die Gasblase wird dadurch komprimiert, ihr

Digitized by Google

Innendruck steigt wieder, bis er so groß geworden ist, daß er den Druck der zuströmenden Ölmassen überwindet und sie wieder nach außen schleudert. Da Druck und Volumen der Lichtbogenblase den thermodynamischen Gasgesetzen gehorchen, so wächst der Druck mit abnehmendem Volumen rapide an. Es entstehen bei der elastischen Schwingung der Ölmasse gegen die Lichtbogengasblase starke Druckspitzen p im Innern, die in Fig. 42 abhängig von der Zeit dargestellt sind. Gleichzeitig ist auch das pendelnde Volumen v der Gasblase eingetragen. Diese elastischen Eigenschwingungen sind im allgemeinen schnell gegenüber der Wechselstromfrequenz. Ihre Schwingungsdauer ist bestimmt durch die Ölmasse im Schalter über dem Lichtbogen und durch die Größe der Gasblase.

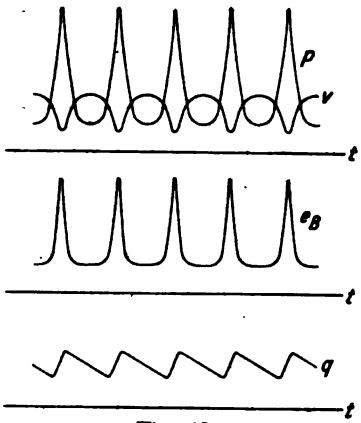


Fig. 42.

Der Strom bleibt während dieser Schwingungen nahezu konstant, dagegen steigt die Lichtbogenspannung e_B mit zunehmendem Druck stark an, etwa so, wie es in Fig. 42 dargestellt ist. Die im Lichtbogen auftretende Wärme q ist daher nicht konstant, sondern pulsiert ebenfalls mit der Eigenschwingungsdauer des Lichtbogens. Sie steigt durch die Spannungsspitzen schnell an und fällt während der Zwischenzeit durch die Wärmeableitung nach außen wieder ab. Wie man aus Fig. 42 erkennt, hat sie eine solche Phase, daß sie das Volumen des Lichtbogens genau in seinem Eigentakte zu vergrößern und zu verkleinern strebt. Die mechanischen Eigenschwingungen können sich hierdurch selbst erregen und auf hohe Beträge heraufarbeiten, so daß starke Druckstöße und scharfe Spannungsspitzen im Lichtbogen entstehen, die ihn schließlich zum Verlöschen bringen. Die Spannungsspitzen während der Brenndauer des Kurzschlußlichtbogens sind im Oszillogramm 41 durch photographische Verstärkung herausgeholt und daher deutlich zu erkennen. Die Druckstöße können leicht zu Beschädigungen der Schaltkontakte und ihrer Antriebsorgane führen.

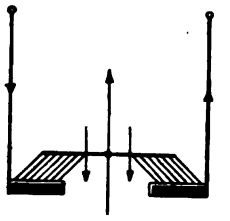


Fig. 43.

Außer den Kräften, die durch den Gasdruck im Lichtbogen und durch das Hin- und Herschleudern der Ölmassen bewirkt werden, treten bei Kurzschlüssen starke elektrodynamische Kräfte sowohl auf den Lichtbogen wie auf alle stromführenden Teile auf. Sie suchen die durch den Strom im Schalter gebildete Schleife zu vergrößern und können bei plötzlichen Kurzschlüssen so stark werden, daß sie die Schaltkontakte auseinandertrennen. Man verwendet hiergegen Anordnungen, bei denen nach dem Schema der Fig. 43 die Bewegung beim Öffnen des Schalters entgegen den Stromkräften erfolgt. Dann pressen die Kurzschlußkräfte die Kontakte stets fest aufeinander und können kein ungewolltes Ausschalten bewirken.

Zusammenfassung.

Beim Ausschalten elektrischer Stromkreise hängt der Verlauf des Stromes von der Veränderung des Widerstandes an der Schaltstells ab. Die Ausschaltspannung und die an den Kontakten freiwerdende Schaltarbeit wird für Wider-

Digitized by Google

standsschalter, sowie für die praktisch wichtigen Lichtbogenschalter berechnet. Aus der Charakteristik des Ausschaltelichtbogens läßt sich der zeitliche Verlauf des Stromes und aller Spannungen im Stromkreise durch graphische und rechnerische Verfahren herleiten.

Die in der Selbstinduktion des Stromkreises aufgespeicherte Energie wird beim Ausschalten von Gleichstrom am Ausschalter frei, bei Wechselstrom fließt sie in die Stromquelle zurück. Die nützlichen und schädlichen Erscheinungen, die unter dem Einfluß von Parallelwiderständen zum Schalter, von thermischer und magnetischer Blaswirkung, sowie bei Ölkühlung der Schaltkontakte und des Lichtbogens auftreten und den Ausschaltvorgang wesentlich beeinflussen, werden im einzelnen verfolgt.

Digitized by Google

Über die Beteiligung des metallenen Gehäuses an den Entladungsvorgängen in Großgleichrichtern.

Von **Moritz Schenkel und Walter Schottky.**

Mit 9 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Dynamowerk der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. und dem Wernerwerk der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 10. Mai 1922.

Bei den ersten Großgleichrichtern, die man mit metallenen, vorzugsweise eisernen Gefäßen ausführte, hat man sich vielfach an die damals schon längere Zeit bekannte Form der Quecksilberdampfgleichrichter in Glasgefäßen angelehnt. Daher kam es, daß bei den ersten derartigen Gefäßen das Kathodenquecksilber sich einfach in einer Vertiefung am Boden des metallenen Gefäßes befand. Dadurch war es vom Gefäß nicht isoliert, obwohl die Notwendigkeit einer solchen isolierenden Trennung schon viel früher erkannt und betont worden war[1]). Der dem Lichtbogen auf dem Quecksilber zur Verfügung gestellte Raum, wurde lediglich durch einen eingesetzten Ring aus Isolationsmaterial, Quarz oder Porzellan, abgegrenzt[2]). Sehr bald findet sich in der Patentliteratur jedoch schon die Angabe vor, daß man den, das Kathodenquecksilber enthaltenden Teil des Gefäßes von dem übrigen Gefäß isolieren müsse, wenn man einen betriebsfähigen Gleichrichter erhalten wolle[3]). Insbesondere wurde darauf hingewiesen, daß diese Isolation um so notwendiger sei, je höher die Leistung, vor allem die Spannung des Gefäßes sei. Dagegen finden sich weder in den Patentschriften, noch in der Literatur über Gleichrichter die Gründe auseinandergesetzt, die zur Anbringung dieser Isolation nötigen. Zur Klärung dieser Frage haben einige Untersuchungen beigetragen, die von der Gleichrichterabteilung der SSW an Großgleichrichtern ihres Fabrikates vorgenommen wurden und die im folgenden beschrieben und theoretisch begründet werden sollen.

Die Großgleichrichter der SSW eignen sich zur Beobachtung der betreffenden Vorgänge aus dem Grunde besonders gut, weil sie, im Gegensatz zu den sonst bekannten neueren Großgleichrichterkonstruktionen, mit einem Schauglas versehen sind, durch welches man beim Betrieb das Innere des Gleichrichters, insbesondere in der Nähe der Kathode beobachten kann.

---

[1]) U. S. P. 760 483, 1904, Zeile 22 und 50.

[2]) Siehe die Arbeit: Über Quecksilberdampf-Gleichrichter für große Leistungen von B. B. Schäfer. Dissertation Darmstadt 1913, S. 10, Fig. 3, S. 12/13, Fig. 4 und 4a. Ferner D. R. P. 254 910, 259 020, 260 951, 267, 298, 272 436, 274 773, 294 606, 257 373 u. a.

[3]) D. R. P. 280 706, 1913, D. R. P. 294 327.

Digitized by Google

Die Beobachtungen, die gemacht wurden, sind kurz folgende:

Wenn man während des Betriebes des Gleichrichters durch eine äußere Leitung L (s. Fig. 1) zwischen dem vom Hauptgefäß G isolierten Kathodengefäß K und dem Hauptgefäß G eine Verbindung herstellt und in diese Verbindung einen Stromzeiger J_{gef} einschaltet, dann zeigt sich zunächst die eigentümliche Tatsache, daß dieser Stromzeiger einen gewissen Strom anzeigt, ohne daß auf der Gefäßwandung etwa ein Lichtbogenansatz oder eine heiße Stelle zu bemerken ist. Dieser Strom ist von dem Hauptgefäß G nach dem Kathodengefäß K hin gerichtet, derart also, daß der vom Gleichrichter schließlich gelieferte Gesamtstrom J_{gl} sich aus 2 Teilen zusammensetzt, von denen der größere Teil durch die vom Lichtbogen erhitzte Kathode K, der kleinere Teil durch die neu geschaffene Verbindung L auf dem Wege über das Hauptgefäß herauskommt.

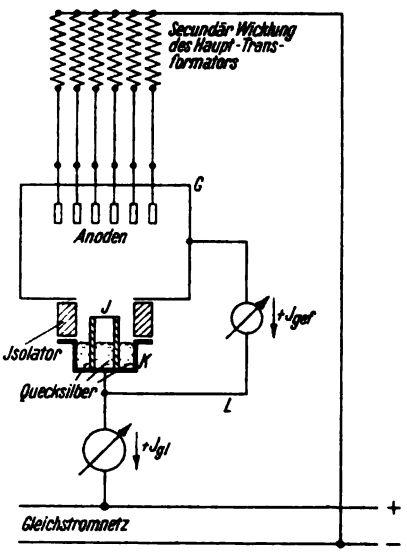


Fig. 1.

In der Fig. 2 ist für zwei verschiedene Großgleichrichtertypen die Abhängigkeit dieses Gefäßstromes J_{gef} von dem Gesamtstrom J_{gl} dargestellt.

Man erkennt aus der Fig. 2, daß der Strom ungefähr nach einer parabelförmigen Kurve wächst und Werte bis zu ein Viertel des Gesamtstromes annehmen kann, also in die Größenordnung von über 100 Amp. gelangt. Solange der Gefäßstrom kleine Werte hat, kann der Betrieb des Gleichrichters in dieser Weise dauernd geführt werden.

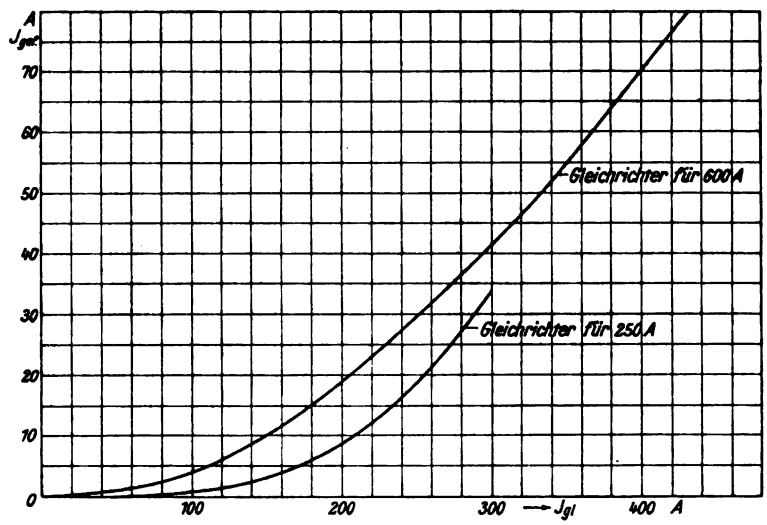


Fig. 2.

Daraus geht hervor, daß also bei älteren Gleichrichtern, bei welchen die Kathode K überhaupt nicht vom Gefäß G isoliert war, immer ein gewisser Teil des Gesamtstromes durch das Gefäß und nur der Rest durch die eigentliche Kathode geliefert worden sein dürfte.

Wird nun der Gesamtstrom immer mehr gesteigert, bis sich größere Temperaturen in der Umgebung der Kathode einstellen, dann tritt bei einem nicht scharf definierten Stromwert der Gesamtstrom J_{gl} plötzlich auf das Gefäß G und dessen Wandungen über und irrt dort, wo ja Quecksilber in fein verteilten Tröpfchen überall niedergeschlagen ist, mit einem Lichtbogenfleck regellos auf den Wänden und

Digitized by Google

sonstigen metallenen Konstruktionsteilen des Gefäßes umher. Gleichzeitig erlischt meistens der Lichtbogenfleck in der eigentlichen Kathode K. Die Stromlieferung erfolgt jetzt also ausschließlich durch den oben erwähnten Verbindungsweg L. Dieser Zustand läßt sich betriebsmäßig nicht längere Zeit aufrecht erhalten, weil durch den Ansatz des Lichtbogens auf der inneren Gefäßwand und deren örtliche Erhitzung eingeschlossene Gase aus dem Material der Gefäßwand freigemacht werden und das Vakuum verschlechtert wird. Es treten dann, je nach der Höhe der Stromstärke, in kürzerer oder in späterer Zeit Rückzündungen in der bekannten Art und Weise im Gleichrichter auf. Der auf dem Gefäß umherirrende Lichtbogen hinterläßt baumartig verästelte Figuren, die eine mattsilberne Farbe besitzen und wohl darauf hindeuten, daß das Eisen an diesen Stellen vom Lichtbogen angegriffen worden ist. Eine Oxydation des Eisens findet dabei nicht statt, da ja das ganze Gefäß ausschließlich Quecksilberdampf enthält. Ob an den angegriffenen Stellen gleichzeitig eine Verbindung zwischen Eisen und Quecksilber stattfindet, die möglicherweise auch die mattsilberne Farbe erklären könnte, oder ob diese Farbe einfach die des reinen Eisens ist, ist noch nicht festgestellt worden, jedoch ist wahrscheinlich, daß die betroffenen Stellen Kohlenstoff verlieren.

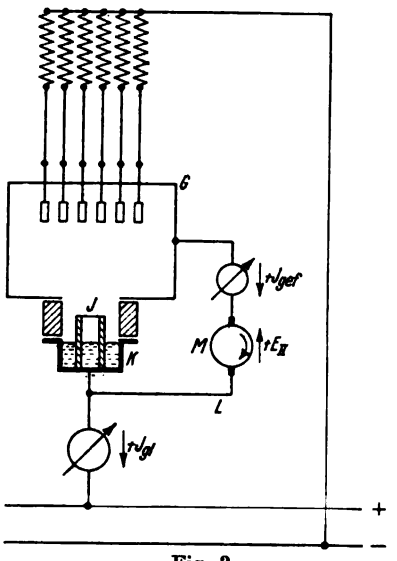


Fig. 3.

Hiermit ist also zunächst festgestellt, weshalb die Kathode isoliert sein muß. Der Grund ist demnach der, daß das Gefäß G stets eine gewisse Stromleitung neben der Kathode K noch mit übernimmt, falls dazu durch irgendeine Verbindung (L oder Fehlen des Isolators) Gelegenheit gegeben ist und daß sich bei gewissen Zuständen diese Stromübernahme explosionsartig dermaßen steigert, daß auf dem Gefäß ein Lichtbogenansatz entsteht, dessen weitere Folgen oben geschildert worden sind.

Nach dieser Feststellung interessierte natürlich die Frage besonders, was denn eintreten würde, wenn man das Kathodengefäß mit dem Hauptgefäß nicht einfach durch eine widerstandslose Leitung verbinden, sondern in diese Leitung eine einstellbare und ihrem Sinne nach wählbare Spannung einschalten würde. Es wurde also gemäß Fig. 3 in die Leitung L eine Gleichstrommaschine M eingeschaltet, deren Spannung E_{II} geregelt und umgekehrt werden konnte; als positiv soll die Spannung dieser Maschine im folgenden dann bezeichnet werden, wenn sie von der Kathode K nach dem Gefäß G hin gerichtet ist, als negativ, wenn sie umgekehrt gerichtet ist. Als positiv soll dagegen ein durch diese Verbindungsleitung hindurchfließender Strom J_{gef} dann bezeichnet werden, wenn er vom Hauptgefäß G nach der Ableitung aus der Kathode K hinfließt, so daß also die Ströme, wie sie in Fig. 2 dargestellt sind, positiv zu rechnen wären. Eine Gleichstrommaschine wurde deshalb eingeschaltet, weil sich mit Hilfe eines, zwischen das Hauptgefäß und die isolierte Kathode angelegten Drehspul-Voltmeters feststellen ließ, daß zwischen diesen beiden Teilen des Apparates eine Gleichspannung bestand, auch wenn der Gleichrichter mit sechsphasigem Drehstrom betrieben wurde.

Digitized by Google

Die Ergebnisse, welche sich einstellten, wenn die Spannung dieser Gleichstrommaschine hergestellt und umgekehrt wurde, sind in den Fig. 4 und 5 für die beiden schon oben erwähnten Großgleichrichtertypen dargestellt und ergeben folgendes:

Wenn die Spannung E_{II} der Maschine positiv, also auf das Gefäß zu gerichtet ist und auf einen Betrag von 10 bis 15 Volt eingestellt wird, so dient das Gefäß G der Kathode K gegenüber als Anode und es fließen von ihm aus im Innern des Gleichrichters der Kathode Ströme zu, welche die eingeschaltete Gleichstrommaschine M liefert. In

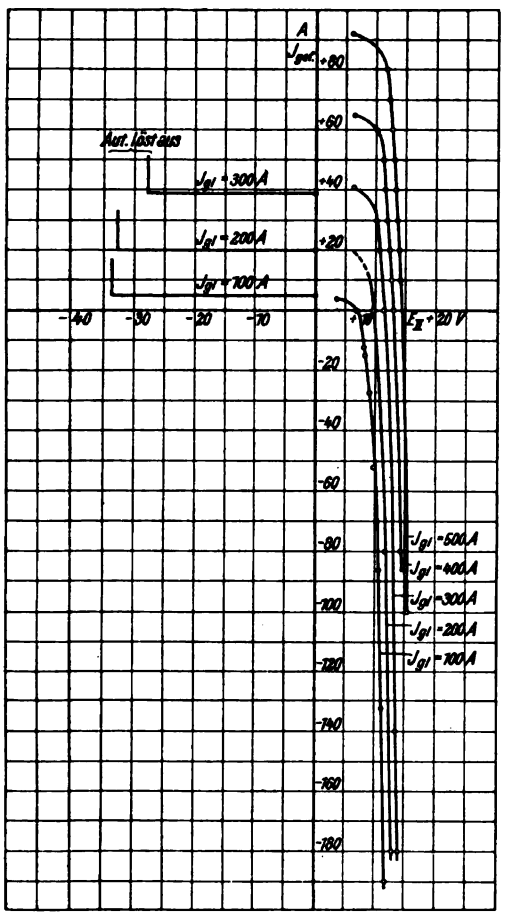


Fig. 4.

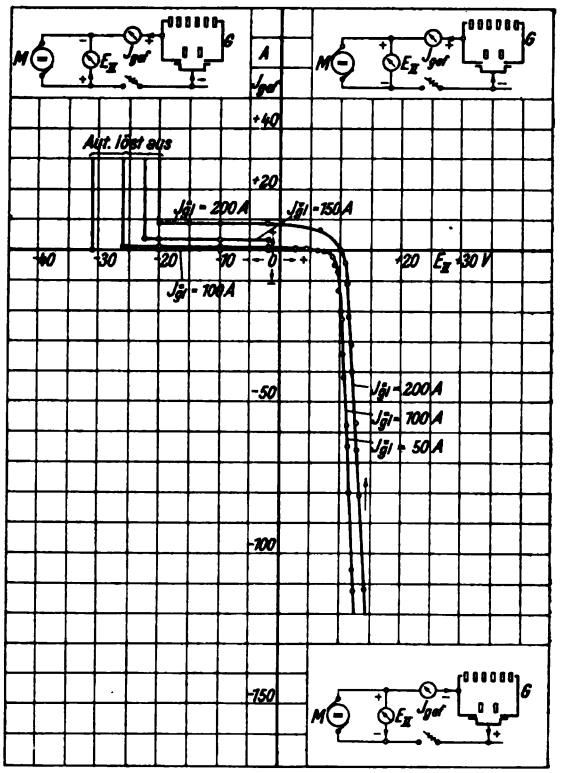


Fig. 5.

der Leitung L fließen diese Ströme J_{gef} von M nach G hin, haben also verabredungsgemäß negative Richtung (s. Fig. 4, Quadrant rechts unten). Eine ganz geringe Änderung der Spannung E_{II} bewirkt bereits eine außerordentlich starke Änderung dieser Stromstärke. Gewisse Werte der Spannung an der Gleichstrommaschine bringen den Strom in der Umleitung L auf Null. Werden diese Werte zunächst in positiver Richtung noch weiter verkleinert, dann dreht sich der Strom um und fließt aus dem Gefäß G über der Gleichstrommaschine M nach der Kathodenableitung hin, zählt als jetzt positiv; er wächst jedoch nunmehr nur noch ganz langsam und erreicht, wenn die Spannung der Maschine Null geworden ist, die Werte der Fig. 2 (vgl. Fig. 4, Quadrant rechts oben). Kehrt man jetzt die Spannung E_{II} der Gleichstrommaschine um, dann behält der Gefäßstrom, unabhängig von der Größe der umgekehrten

Digitized by Google

Spannung E^{II}, den Wert gemäß Fig. 2 fast genau bei (vgl. Fig. 4, Quadrant links oben). Jedoch kann die Spannung der Maschine nicht auf beliebig hohe Negativwerte gesteigert werden, sondern bei einer gewissen Spannung erfolgt das oben geschilderte Herüberspringen des Lichtbogens aus der eigentlichen Kathode auf die Gefäßwand. Für jede Hauptstromstärke J_{gl} ergibt sich eine etwas anders geartete Kurve der geschilderten Art, wie es aus der Fig. 4 deutlich zu erkennen ist. Je größer der Strom J_{gl} ist, um so größer ist diejenige positive Spannung, welche man anwenden muß, um den Gefäßstrom J_{gef} zu Null zu machen und um so kleiner ist diejenige negative Spannung, welche genügt, um den Kathodenstrom auf das Gefäß herüberzuziehen, bis schließlich bei einer gewissen Stromstärke schon die Spannung Null also eine unmittelbare Verbindung zwischen G und K zur Auslösung dieser Erscheinung hinreicht.

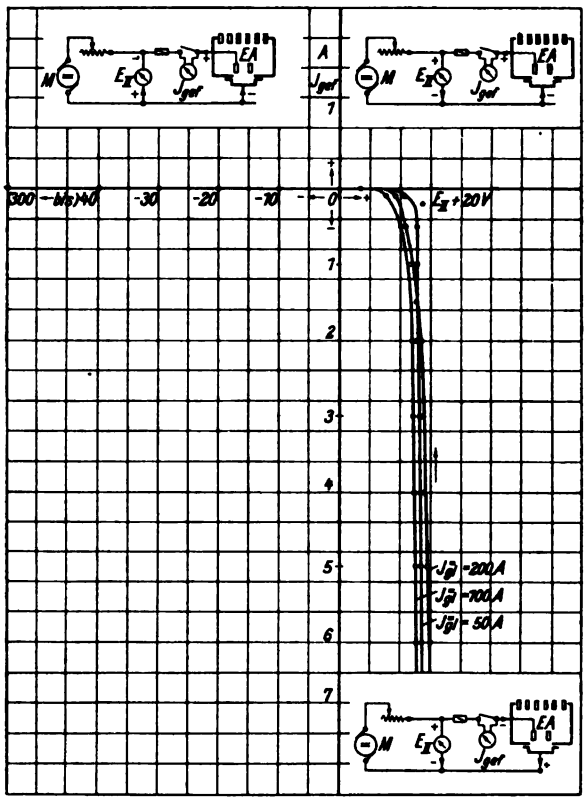


Fig. 6.

Um die Erscheinung noch weiter aufzuklären, wurden an Stelle des Gefäßes G, welches der Kathode K gegenüber eine Anode von außerordentlich großer Fläche darstellt, schätzungsweise 1 bis 2 qm, noch eine sog. Hilfsanoden EA des Gleichrichters verwendet. Sie besitzt eine wesentlich kleinere Oberfläche, die nur nach qmm mißt, und steht außerdem sehr viel mehr in unmittelbarer Berührung mit dem Lichtbogen als die Gefäßwand. Die Verwendung dieser Anode, deren Lage und Anordnung im Gleichrichter hier als bekannt vorausgesetzt werden soll, im übrigen aber in der Fig. 6 einigermaßen angedeutet ist, kommt etwa der Verwendung von Sonden, wie man sie zur Untersuchung von Spannungsverhältnissen im Lichtbogen verwendet hat, gleich, und letzten Endes kann man auch die Wand des Hauptgefäßes G als eine große Sonde ansehen. Es zeigte sich nun. wie Fig. 6 (und weiterhin 7 für die Hilfsanode eines Glasgleichrichters) zeigt, daß für diese Anoden ganz ähnliche Kurven, wie für das Gefäß gelten, nur sind die Größenordnungen der Ströme und Spannungen hierbei vollständig anders. Es gelang auch hier, durch Anwendung genügend großer negativer Spannungen, den gesamten Lichtbogen auf die betreffende Anode herüberzuziehen.

Die Erklärungen der Fig. 2, 4, 6 und 7 sind im zweiten Teil dieser Arbeit gegeben.

Diese Untersuchungen besitzen eine außerordentlich große Bedeutung für die Gesichtspunkte, nach denen man Großgleichrichter mit Metallgefäßen zu konstruieren hat. Sie zeigen zunächst, daß der Übergang des Stromes auf das Metallgefäß grundsätzlich auch ohne besondere Herstellung eines glühenden Punktes am Gehäuse möglich ist; dann aber läßt es sich auch denken, daß der Strom von den Anoden

Digitized by Google

zunächst auf das Gefäß G übergeht, indem er dieses besonders an Stellen, wo es mit Quecksilberdampftröpfchen beschlagen ist, als Kathode verwendet und daß er dann in den Fällen, wo die in den Fig. 1 und 3 künstlich angelegte Umleitung L fehlt, wiederum aus anderen Teilen des Gefäßes nach der eigentlichen Kathode K übergeht, indem er dort das Gefäß als Anode benutzt. Ein derartiger Stromverlauf ist auch bei den Versuchen wiederholt beobachtet worden und hatte die Folge, daß binnen kurzem Kurzschlüsse im Apparat auftraten, weil das Vakuum durch die Gasentwicklung aus der Gefäßwand infolge des dort umherwandernden Lichtbogenansatzes verschlechtert wird. Metallene Konstruktionsteile, die sich innerhalb oder in der Nähe des Lichtbogens befinden, können, wie aus den Untersuchungen hervorgeht, an der Stromlieferung teilnehmen und dadurch die oben angegebene Befreiung eingeschlossener Gase, den Apparat sehr kurzschlußunsicher machen.

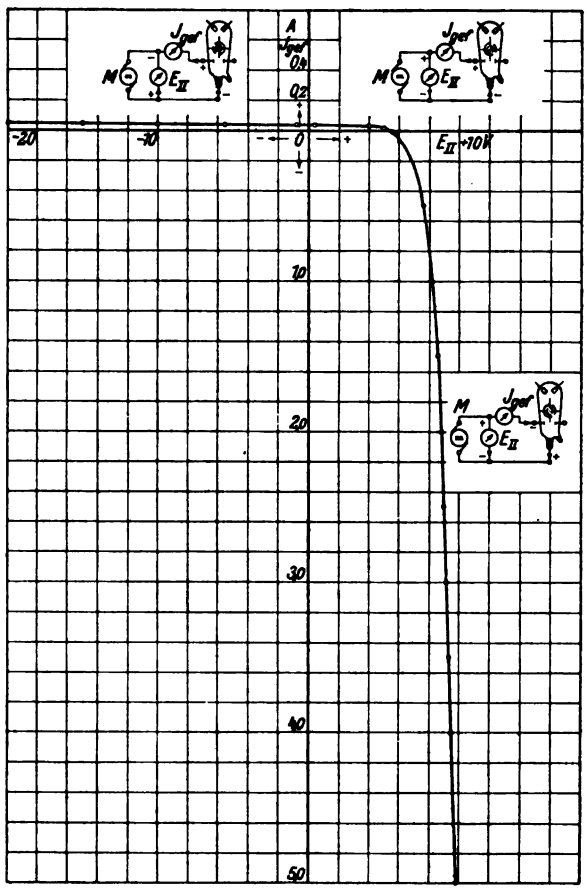


Fig. 7.

Hierüber wurde seiner Wichtigkeit wegen ein Versuch nochmals in folgender Form wiederholt:

In Fig. 8 wurde in einem Arm R eines Glasgleichrichters G ein Metalldraht M (Eisendraht von 5 mm Stärke) eingeklemmt, der im übrigen vollständig für sich isoliert war. Unter normalen Verhältnissen kümmerte sich der Lichtbogen um diesen Draht nicht, sondern ging neben ihm durch das Glasrohr R hindurch von der Anode A nach der Kathode K. Wenn man es nun durch eine künstliche Kühlung des Armes an einer passenden Stelle erreichen konnte, daß Quecksilbertropfen auf das obere Ende des Stabes auffielen, dann kam es vor, daß der Lichtbogen von der Anode in das obere Ende des Stabes hineinging, innerhalb des Glasarmes R erlosch und sich dann wieder von dem unteren Ende des Stabes nach der Kathode fortsetzte.

Alle Gleichrichter also, welche irgendwelche metallenen Lichtbogenführungen haben, die, obwohl isoliert, doch in zu großer Nähe des Lichtbogens angebracht sind, müssen als kurzschlußunsicher bezeichnet werden. Die SSW haben aus diesen Beobachtungen die Konsequenz gezogen und führen ihre Gleichrichter ausschließlich mit isolierenden Lichtbogenführungen aus, sorgen auch dafür, daß der Lichtbogen der Gefäßwand oder metallenen Konstruktionsteilen niemals zu nahe kommt und haben dadurch eine bemerkenswerte Rückzündungssicherheit ihrer Apparate erreicht.

Digitized by Google

Die Versuche haben aber auch für die weitere Entwicklung der Gleichrichter eine besondere Bedeutung.

Es ist bekannt, daß die Rückzündungsgefahr der Gleichrichter mit der Höhe der gleichzurichtenden Spannung sehr stark steigt. Auch dies ist durch die mögliche Teilnahme des Gehäuses an den Stromleitungsvorgängen zu erklären. Es liegt deshalb als Folge dieser Untersuchungen der Gedanke nahe, bei Hochspannungsgleichrichtern dem Gleichrichtergefäß von vornherein eine derartige Spannung E_{II} aufzudrücken, daß der Übergang des Stromes von der Anode zum Hauptgefäß unmöglich gemacht wird. Man wird also Hochspannungsgleichrichter dadurch betriebssicher machen können, daß man beispielsweise die in der Fig. 3 angewendete Schaltung benutzt, um dem Gefäß eine Spannung zu erteilen, welche es noch mehr positiv macht als die Kathode, DRP. a. Da man mit dieser Einrichtung lediglich dem Gefäß eine gewisse Spannung gegenüber den Anoden geben will, nicht aber einen Strom vom Gefäß innen nach der Kathode übergehen lassen will, so wird man natürlich nicht, wie in Fig. 3, lediglich eine Spannungsquelle M in die Umleitung L einschalten, sondern auch noch einen Widerstand, der den durchgehenden Strom entsprechend, jedoch nicht zuviel, vermindert. Auf diese Weise kann man dem Gefäß eine Spannung geben, welche der der jeweils arbeitenden Anode gleich ist, so daß von dieser der Übertritt eines Lichtbogens auf das Gefäß ausgeschlossen ist. Das Gefäß wird auf diese Weise als Teil-Anode benutzt und damit vermindert sich die „Explosionsgefahr" bedeutend gegenüber einer Anordnung, in der es Teil-Kathode ist.

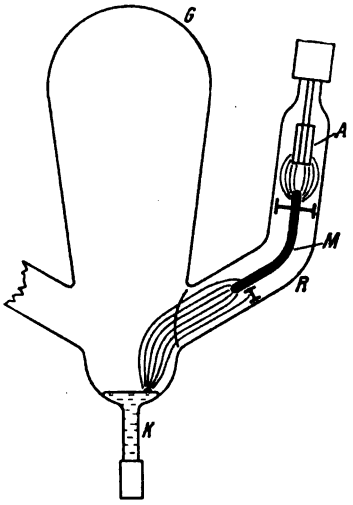


Fig. 8.

Endlich haben diese Untersuchungen noch zu einem weiteren wichtigen und für die Kurzschlußsicherheit der Apparate ebenfalls bedeutungsvollen Ergebnis geführt. Es war oben gesagt worden, daß man früher die Kathode mit dem Gefäß verbunden, den Raum für den Lichtbogen durch einen eingesetzten Isolator abgegrenzt, und daß man dann später das Kathodengefäß vom Hauptgefäß noch durch einen Isolator getrennt habe. Auch in diesem getrennten Kathodengefäß verwendete man ganz allgemein einen, in das Quecksilber eingesetzten Isolator J dazu, um dem Lichtbogenansatz auf dem Quecksilber einen bestimmten Raum anzuweisen und vor allem die Berührung des Lichtbogens mit dem untersten Teil des Hauptgefäßes zu verhindern (Fig. 1). Dieselbe Rolle, welche nun bei den Gefäßen mit nichtisolierter Kathode das ganze Gefäß gegenüber dem abgegrenzten Lichtbogenraum spielt, spielt auch bei der isolierten Kathode noch derjenige Raum, der außerhalb des Lichtbogenraumes im eigentlichen Kathodengefäß nunmehr noch übrig bleibt. Dort werden sich auch die in der Fig. 3 geschilderten Vorgänge abspielen. Es wird nämlich der größte Teil des Stromes wohl durch die Kathode fließen, aber ein gewisser Nebenstrom wird auch durch dasjenige Quecksilber hindurchfließen, was außerhalb des abgegrenzten Kathodenbehälters J steht (Fig. 1). Bei sehr stark gesteigerten Strömen kann es infolgedessen vorkommen, daß der Lichtbogen sich aus denselben Gründen, wie oben geschildert, aus dem abgegrenzten Kathodenraum hinaus und in den umgebenden Raum hineinbegibt. Dann

Digitized by Google

ist der Zweck des isolierenden Kathodenbechers natürlich verfehlt, weil nunmehr der Lichtbogen in gefährliche Nachbarschaft zum Gehäuse kommt. In der Tat war es möglich, beim Versuch durch genügende Steigerung des Stromes, so etwa, wie sie bei schweren Überlastungen vorkommen kann, den Lichtbogen in das äußere Quecksilber zu treiben, wobei er auf dem inneren Quecksilber erlosch. Wenn das geschehen war, dann traten meist nach ganz kurzer Zeit, infolge der Verschlechterung des Vakuums, wegen Erhitzung der untersten Gefäßwände Rückzündungen und Kurzschlüsse auf.

Hiermit ist also aus den gleichen Gründen eine weitere Ursache für das Auftreten von Rückzündungen und Kurzschlüssen aufgeklärt. Gleichzeitig geben die Messungen in den Fig. 4 und 6 Fingerzeige, wie man zunächst mit einfachen Mitteln diesem Übelstand steuern kann, indem man nämlich die Kathodenfläche, wo sich der Lichtbogen betriebsmäßig befinden soll, möglichst groß macht, im Vergleich zu der Kathodenoberfläche, die außerhalb des abgrenzenden Isolators J sich noch befindet und indem man den Zugang zu ihr noch möglichst erschwert. DRP. a.

Diese Beobachtungen lassen somit erklären, weshalb bei manchen Großgleichrichterkonstruktionen zur Abgrenzung des Kathodenfleckes becher- oder tulpenförmige Gefäße verwendet worden sind, die also in dieser Richtung wohl wirksam sein dürften. Man kann nun den nach diesen Außenräumen verlaufenden Strom zweckmäßig dadurch verhindern, daß man zwischen dem abgrenzenden Kathodenbecher J und der Gefäßwand von G ein metallisches Netz anbringt, das mit dem Gefäß G in unmittelbarer Verbindung steht. Ein derartiges Netz gestattet den kondensierten Quecksilbertropfen den Durchfluß nach der Kathode, jedoch fängt es diejenigen Entladungen auf, welche nach dem äußeren Kathodenquecksilber gehen wollen, da es, wie oben geschildert war, sich infolge des Anschlusses an das Gefäß auf einem höheren Potential befindet als das Kathodenquecksilber. (DRP. a.)

Es soll nunmehr eine Deutung der wichtigsten vorstehend geschilderten Erscheinungen versucht werden. Wir gehen dabei von den Kurven der Fig. 4 aus, die an der größten augenblicklich vorhandenen Gleichrichtertype aufgenommen sind. In diesen Kurven ist, wie schon bemerkt, ein ganz fundamentaler Gegensatz zwischen dem Entladungsvorgang oberhalb und unterhalb einer Spannung von etwa 10 Volt des Gefäßes gegenüber der Kathode zu erkennen. Bei mehr als etwa 10 Volt Gefäßspannung findet ein rapides Ansteigen eines Entladungsstromes statt, bei dem die Gefäßwand als Anode wirkt; unterhalb des Bereiches von etwa + 10 Volt findet ein ebenso plötzliches Umbiegen des Entladungsstromes zu einem Werte statt, der bei der jeweils benutzten Betriebsstromstärke J_{gl} vollständig unabhängig von der an die Gefäßwand angelegten Spannung ist. In diesem zweiten Fall wirkt die Gefäßwand als Kathode.

Fragen wir nun zunächst, welche Bedeutung ein Potential von etwa 10 Volt gegenüber der Kathode für den Hauptentladungsvorgang hat, so ergibt sich, daß dieses Potential sich etwa mit dem Potential im frei brennenden Teil des Lichtbogens deckt, in dem Teil also, der elektrisch mit der Gefäßwand kommuniziert, während der übrige Teil der Entladung, sowohl nach der Kathode als nach der Anode zu bei der in Frage stehenden Gleichrichterkonstruktion durch isolierende Hüllen gegenüber der Gefäßwand abgedeckt ist. Fig. 9, die einen Querschnitt durch den Großgleichrichter darstellt, zeigt diese Verhältnisse auch mit den ungefähren Maßver-

Digitized by Google

hältnissen; man sieht, wie die Entladung aus dem Kathodenbecher (etwa 20 cm über der Kathodenfläche) ins Freie tritt, dann eine Strecke (etwa 30 cm) frei durchläuft und schließlich in einem gebogenen Porzellanrohr noch einen weiteren Weg von etwa 30 cm zu passieren hat.

Berechnet man sich aus diesen Angaben, aus der — von J_{gl} fast unabhängigen — Betriebsspannung von 25 Volt zwischen Anode und Kathode sowie aus den Annahmen, daß der Kathodenfall etwa 5, der Anodenfall etwa 4 Volt beträgt, und daß der Potentialfall in der positiven Säule annähernd gleichmäßig ist, die Potentialwerte gegen die Kathode im freien Teil des Lichtbogens, so kommt man auf Werte von etwa 8,5 Volt am oberen Rande des Kathodenbechers und etwa 14,5 Volt am Eingang zum Porzellanrohr, also zu demselben Bereich, in dem für die Gefäßwand die Umkehr von der Anoden- zur Kathodenwirkung stattfindet. Wenn es also nicht schon aus anderen Gründen ziemlich unzweifelhaft wäre, so würde wohl durch diese Feststellung erwiesen sein, daß es sich um einen Entladungsvorgang zwischen der Gefäßwand und dem frei brennenden Teil des Lichtbogens handelt, und zwar offenbar um einen streng polaren Entladungsvorgang, der vollständig anderen Charakter zeigt, wenn die Gefäßwand positiv ist gegen den freien Lichtbogen, und einen vollständig anderen, wenn die Gefäßwand negativ ist.

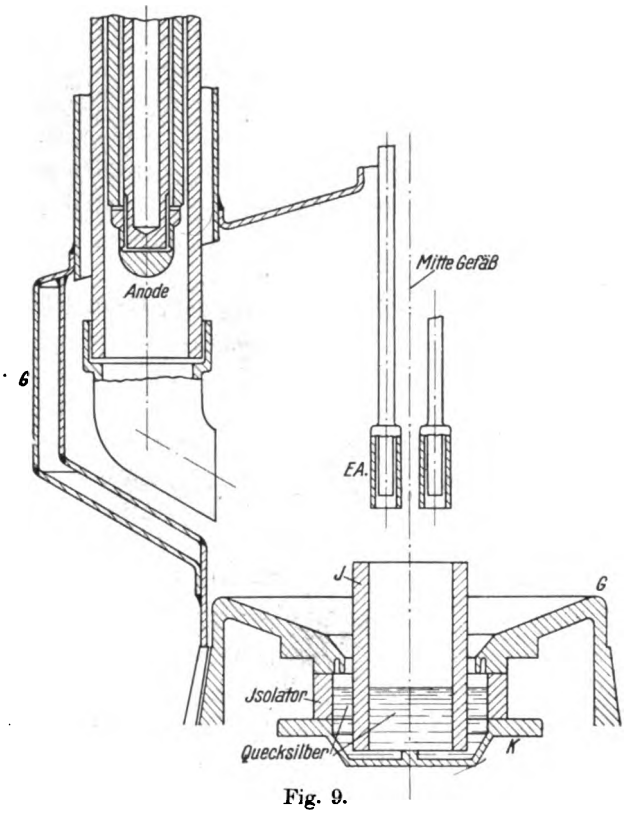


Fig. 9.

Ehe eine Erklärung dieses ausgesprochen polaren Charakters der Gefäßentladung versucht wird, soll eine für das Verständnis der Erscheinungen wesentliche theoretische Betrachtung über den normalen Entladungsvorgang im Quecksilberdampfbogen vorangesetzt werden[1]).

Wenn es sich um einen beliebigen Gasentladungsvorgang handelt, in dem Ströme von der Größenordnung von mehr als 1 mA pro qcm bei einem Potentialgefälle von weniger als 1 Volt pro cm in der Entladungsbahn fließen, so kann man auf Grund von Raumladungsbetrachtungen mit voller Bestimmtheit sagen, daß der Gesamtbetrag von Ionen beides Vorzeichens in der Volumeinheit sich überall gegenseitig

[1]) Wir müssen diese nur mittelbar mit dem Thema zusammenhängenden Dinge hier etwas näher ausführen, weil uns, trotz ihrer Einfachheit und anscheinenden Selbstverständlichkeit, keine Literaturstelle bekannt ist, in der dasselbe deutlich genug ausgesprochen wäre und auf die wir verweisen könnten.

Digitized by Google

neutralisiert, daß sich also die Ströme beider Arten verhalten wie die mittleren Geschwindigkeiten der sie tragenden Ionen.

Nun verhalten sich bekanntlich, bei gleichen durchlaufenen Potentialen, die Geschwindigkeiten verschiedener Ionen umgekehrt wie die Wurzeln aus ihren Massen, als beispielsweise bei der Konkurrenz zwischen Elektronen und positiven Quecksilberionen[1]) die Geschwindigkeiten der Elektronen zu denen der Quecksilberionen etwa umgekehrt wie die Wurzeln aus $\frac{1}{2000}\, m_H$ und $200\, m_H$ (m_H Masse des Wasserstoffatoms), d. h. wie 630 : 1. Bei der Berechnung der mittleren Fortschreitungsgeschwindigkeiten in einem Entladungsraum, wo der Potentialgradient innerhalb einer freien Weglänge der Ionen als merklich konstant angesehen werden kann, ist dieses aus gleichem Potentialfall berechnete Geschwindigkeitsverhältnis dann noch mit der Wurzel aus dem Verhältnis der freien Weglängen zu multiplizieren, wodurch sich zugunsten der Elektronen gegenüber den Ionen nochmals ein Faktor über 6 ergibt[2]).

Wenn also in einer Entladungsbahn von dem geschilderten Charakter (große Stromdichten, kleines Spannungsgefälle) für den Transport negativer Elektrizität nur Elektronen, für den positiver nur Ionen (in unserem Fall Quecksilberionen) in Frage kommen, so kann man angeben, in welchem Verhältnis der Strom durch die Elektronen und zu welchem Bruchteil er durch die positiven Ionen getragen wird;

---

[1]) Negative Quecksilberionen kommen wegen des elektropositiven Charakters des Quecksilbers nicht in Betracht.

[2]) Anm. b. d. Korrektur. Eine genauere Abschätzung hat noch die Unterschiede in der ungeordneten Geschwindigkeit der Elektronen und positiven Ionen zu berücksichtigen, die nach G. Hertz (Über den Energieaustausch bei Zusammenstößen zwischen langsamen Elektronen und Gasmolekülen. Verh. d. D. Phys. Ges. 1917, S. 268 bis 288) in die Formel für die (geordnete) Fortschreitungsgeschwindigkeit eingehen und die bei den Elektronen andere sind als bei den Quecksilberionen. Für Elektronen leitet Hertz unter Voraussetzungen, die auch bei uns erfüllt sind, die Formel $\frac{\gamma\lambda}{v}$ für die Fortschreitungsgeschwindigkeit ab, wobei γ die Beschleunigung im elektrischen Felde (umgekehrt proportional der Masse), λ die freie Weglänge der Elektronen und v ihre Gesamtgeschwindigkeit bedeutet. Diese Geschwindigkeit ist wegen des „elastischen" Verhaltens der Hg-Atome unterhalb etwa 5 Volt und ihres „unelastischen" Verhaltens oberhalb 5 Volt etwa gleich 5 Volt zu setzen. Für die Hg-Ionen liegen die Verhältnisse wegen der Energieabgabe beim elastischen Stoß auf die gleich schweren Hg-Atome etwas anders als bei den leichten Elektronen, doch ergibt eine Überschlagsbetrachtung, daß auch hier die Hertzsche Formel bis etwa auf einen Faktor 2 richtig sein muß. Die Fortschreitungsgeschwindigkeiten u der Elektronen verhalten sich zu denen der Ionen (u') also etwa wie $\frac{\gamma\lambda}{v} : \frac{\gamma'\lambda'}{v'}$, oder, da $\gamma : \gamma' = m' : m$, so wird

$$\frac{u}{u'} = \frac{\lambda}{\lambda'} \cdot \frac{m'}{m} \cdot \frac{v'}{v}.$$

Nun ist die Gesamtgeschwindigkeit der positiven Ionen sicher etwas, wenn auch wohl nicht sehr erheblich größer, als ihre thermische Geschwindigkeit, die bei 300° C etwa einem durchlaufenen Potential V' von 0,05 Volt entsprechen würde. Die Gesamtgeschwindigkeiten $v' : v$ verhalten sich wie die Wurzeln aus diesen „Voltgeschwindigkeiten" und umgekehrt wie die Wurzeln aus den Massen: $\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{V'}{V}} \sqrt{\frac{m}{m'}}$.

Also:
$$\frac{u}{u'} = \frac{\lambda}{\lambda'} \sqrt{\frac{m'}{m}} \cdot \sqrt{\frac{V'}{V}}.$$

Diese Formel unterscheidet sich durch den letzten Faktor der rechten Seite von der oben im Text benutzten Annäherung. Wegen $V' > 0{,}05$ Volt, $V \backsim 5$ Volt wird dieser Zusatzfaktor $> \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$. Es wird also $u : u'$ nicht $\backsim 630 \cdot 6 =$ ca. 4000, sondern nur gleich etwa 400; auch unter Berücksichtigung der Ungenauigkeit der auf positive Ionen angewandten Hertzschen Formel ergibt diese nächste Annäherung jedoch, wie man sieht, immer noch ein Verhältnis von mehr als 100 : 1, was für die folgenden Betrachtungen vollkommen genügt. — Wir verdanken den Hinweis auf die Hertzsche Rechnung einer freundlichen mündlichen Mitteilung von Herrn Prof. J. Frank in Göttingen.

Digitized by Google

für Quecksilberionen ergibt das ein Verhältnis von mehr als 100: 1, d. h. die von den positiven Ionen getragenen Ströme sind größenordnungsmäßig kleiner als die Elektronenströme, sie kommen neben diesen überhaupt nicht in Betracht.

Kehren wir also nun zur Diskussion unserer Versuche zurück, und zwar zunächst zu dem stark abfallenden Teil der Kurve Fig. 4 (im Quadranten rechts unten), in dem nach dem obigen die Gefäßwand gegenüber dem freien Teil des Lichtbogens eine positive Ladung besitzt, also als Anode wirkt. Dieser Teil der Kurve erklärt sich offenbar völlig ungezwungen aus der Annahme, daß die positiv gegen die freie Entladungsbahn aufgeladene Gefäßwand dem Hauptbogen seine wichtigsten Ladungsträger, die Elektronen, in steigendem Maße entzieht. Über den relativen Anteil der Elektronen und Ionen an dieser Nebenentladung, die in bezug auf Stromdichte und Spannungsgefälle denselben Charakter wie die Hauptladung zeigt, über die etwaige Bildung neuer Elektronen und Ionen durch Stoß in der Bahn der Nebenentladung, über die Umstände, die die Beziehung zwischen Strom und Spannung für diesen positiven Teil der Gefäßentladung festlegen, ließe sich noch Verschiedenes sagen, doch liegen die Verhältnisse hier sehr ähnlich wie in der Hauptentladung selbst, und wir wollen deshalb erst später hierauf zurückkommen und uns nunmehr der Diskussion des durch seine Einfachheit besonders auffallenden negativen Teiles der Gefäßentladung zuwenden, in dem die Gefäßwand als Kathode wirkt.

In diesem Gebiet hat der übergehende Strom, wie ein Blick auf die Kurve Fig. 4 lehrt, den Charakter eines Sättigungsstromes, der von der Stromstärke in der Hauptentladung in der Weise abhängig ist, daß er rascher als proportional dem Hauptstrom ansteigt; von der an die Gefäßwand gelegten Spannung ist der Strom jedoch in dem weiten Bereich von etwa + 5 bis — 20 Volt innerhalb der Meßgenauigkeit vollständig unabhängig, und die Sättigung ist bereits bei einer negativen Spannung von wenigen Volt der Gefäßwand gegen den freien Teil des Lichtbogens erreicht.

Durch diese Feststellungen wird unter den Möglichkeiten, den Entladungsvorgang zwischen Gefäß und Bogen in seinem negativen Teil zu deuten, eine sehr enge Auswahl getroffen.

Fragen wir zunächst, was wir zu erwarten hätten, wenn irgendeine Symmetrie zu dem positiven Teil der Charakteristik bestände, d. h. wenn in diesem Fall die Entladung durch aus der Hauptbahn herausgezogene positive Teilchen aufrecht erhalten oder wenigstens eingeleitet würde. Und nehmen wir ferner an, wir wüßten zunächst noch nicht, daß die Träger des negativen Stromes in der Hauptentladung fast ausschließlich die Elektronen sind; es sollte hier vielmehr die Möglichkeit einer wesentlichen Beteiligung negativer Quecksilberionen bestehen. Dann hätten wir im positiven Teil der Gefäßstromcharakteristik offenbar einen ganz entsprechenden Verlauf wie im negativen zu erwarten: ein immer stärkeres Anwachsen des Stromes mit steigender Spannung zwischen der hier als Kathode wirkenden Gefäßwand und dem Lichtbogen als Anode.

Schon aus dem völlig polaren Verhalten des durch die Gefäßwand der Hauptentladung „abgezapften" Stromes können wir also mit Sicherheit schließen, daß irgendeine Symmetrie in bezug auf die Masse und Art der positiven und negativen Elektrizitätsträger in der Hauptentladung nicht besteht, und da das Auftreten mehratomiger Ionen oder von Ionen mit mehrfacher Ladung an den Verhältnissen größenordnungsmäßig nichts ändern würde, bleibt kaum eine andere Möglichkeit, als daß

Digitized by Google

es sich bei den negativen Trägern fast ausschließlich um Elektronen handelt, was übrigens durch direkte Versuche bestätigt wird[1]).

Wird diese Annahme nunmehr akzeptiert: was hätten wir dann in unserem Teil der Charakteristik zu erwarten? Offenbar einen Strom, der wegen der oben angegebenen Beziehung zwischen dem Anteil der positiven und negativen Elektrizitätsträger in der Hauptentladung zwar größenordnungsmäßig kleiner sein könnte als der von den Elektronen zur Gefäßwand getragene Strom, der aber genau so wie jener stark mit der Spannung anwachsen müßte, da sowohl das Herausziehen positiver Ionen aus der Strombahn, wie die etwaige Entstehung neuer Elektrizitätsträger in der Bahn der Gefäßwandentladung, einen mit der Spannung ständig wachsenden Strom bedingen müßte.

Daraus, daß ein solcher ständiger Anstieg innerhalb der Meßgrenzen überhaupt nicht wahrnehmbar ist, folgt mit völliger Sicherheit, daß die aus dem Lichtbogen stammenden positiven Ionen an der Gefäßentladung, sei es durch Elektrizitätstransport, sei es durch Erzeugung neuer Elektrizitätsträger in der Bahn der Nebenentladung[2]), keinen merklichen Anteil haben können.

Dieselbe Tatsache: Unabhängigkeit der Entladung von der angelegten Spannung, schließt jedoch auch die Möglichkeit einer thermischen oder durch Strahlung erzeugten Volumionisation als Ursache der Gefäßwandentladung aus. In solchen Fällen sind bekanntlich 3 Ursachen für das Anwachsen des Stromes mit der Spannung vorhanden: erstens die Verhinderung von Rekombinationen durch schnellere Entfernung der gebildeten Elektrizitätsträger, zweitens Überwindung der durch die in solchen Fällen notwendig ungleiche Elektrizitätsverteilung bedingten Raumladungen durch höhere Spannungen und dadurch Erhöhung der Ströme, endlich die Erzeugung neuer die Raumladung kompensierender oder selbst merklich an der Entladung beteiligter Träger durch Ionisierung bei höheren Potentialgradienten. Von diesen Ursachen kann in unserem Fall nur die erste wegen Unkenntnis der betreffenden Konstanten als mit dem beobachteten Strombild verträglich angesehen werden; die beiden anderen müßten sich wegen der für eine Gasentladung außerordentlich hohen Absolutgröße der beobachteten Ströme unbedingt in einem starken Anstieg bei höheren Spannungen bemerkbar machen. Ein irgendwie räumlich ausgedehntes Gebiet im Quecksilberdampfraum kommt also als Erzeugungsort der den Gefäßstrom bildenden Elektrizitätsträger nicht in Frage.

Jetzt ist also nur noch die Möglichkeit offen, daß die Träger der Gefäßwandentladung an oder unmittelbar vor der Kathode, also der Gefäßwand entstehen. Und zwar käme hierbei wieder die Entstehung dieser Träger durch die Nebenentladung selbst (autogen) oder durch einen von der Nebenentladung unabhängigen Einfluß (heterogen) und entweder durch geordnete oder durch ungeordnete (thermische) Vorgänge in Frage. Hier ist die autogene Bildung der Elektrizitätsträger wieder mit Sicherheit auszuschließen, da in solchen Fällen wohl eine mit dem Strom praktisch unmerklich wenig variierende Entladungsspannung denkbar ist, aber nie ein von der Spannung unabhängiger Strom. Es muß also ein von der Nebenentladung weitgehend unabhängiger geordneter oder thermischer Vorgang sein, der für die Entstehung der die Nebenentladung aufrecht erhaltenden Elektrizitätsträger in Frage kommt.

[1]) Vgl. z. B. die Kurve Fig. 2 der Arbeit von Hertha Sponer, Zeitschr. f. Phys. 7, 185 bis 200. 1921.

[2]) Wir bezeichnen die Gefäßwandentladung, im Gegensatz zu der Hauptentladung, auch als Nebenentladung.

Digitized by Google

Die Wände der Großgleichrichter sind bekanntlich immer so weit gekühlt, daß Erhitzung der inneren Gefäßwand über einige 100° C ausgeschlossen ist; diese Bedingung muß nicht nur wegen der benutzten Dichtungen, sondern auch wegen der Gefahr eines „Nachgasens" des Metalles innegehalten werden. Weder Eisen noch Quecksilber ist aber bei diesen Temperaturen imstande, Elektrizitätsträger irgendwelcher Art in nennenswertem Betrage abzugeben, und ebensowenig natürlich die der Gefäßwand unmittelbar vorgelagerte Dampfschicht. Es bleibt also nur eine Fremderzeugung der Elektrizitätsträger an oder in der Gefäßwand durch nichtthermische, geordnete Vorgänge übrig.

Diese Vorgänge können entweder in einer korpuskularen oder in einer Wellenstrahlung bestehen, die von der Hauptentladung ausgeht. Korpuskularstrahlung scheidet aus Gründen, die hier nicht weiter diskutiert zu werden brauchen, aus; es kommt allein noch Wellenstrahlung in Frage, und zwar, entsprechend den in der Hauptentladung auftretenden durchschnittlichen Energien der die Strahlung hervorrufenden Träger (Elektronen) und dem Einsteinschen Äquivalentgesetz Wellenstrahlung, deren Frequenz und Energie dem Potential eines elektrischen Elementarquantums von einigen Volt entspricht. Also ein lichtelektrischer Effekt, und zwar, da ein fester Körper lichtelektrisch viel leichter Elektrizitätsträger abgibt als ein Gas, und da zudem kein Volumeneffekt wahrgenommen wird, ein lichtelektrischer Effekt an der Gefäßwand selbst.

Die bei Bestrahlung eines festen oder flüssigen Körpers lichtelektrisch gebildeten Elektrizitätsträger sind bekanntlich innerhalb der Meßbarkeitsgrenzen ausschließlich Elektronen. Das stimmt damit überein, daß in dem betrachteten Teil des Entladungsvorganges die Gefäßwand als Kathode wirkt, also negative Elektrizitätsträger entsenden muß.

Die etwas eingehendere Art, in der hier eine vielleicht ziemlich naheliegende Vermutung über den Charakter des Gefäßwandsättigungsstromes begründet wurde, erschien uns doch notwendig im Hinblick auf gewisse bemerkenswerte Folgerungen, die aus der Art und Größe der hier beobachteten lichtelektrischen Ströme gezogen werden müssen. Hiervon soll nun zunächst die Rede sein.

Vor allem fällt die Absolutgröße der beobachteten lichtelektrischen Ströme auf, die bei Vollbelastung des Gleichrichters bis fast 100 A anwachsen können, allerdings wegen der Gefahr des Umschlagens in eine autogene (sich selbst speisende) Entladung hier nur bis zu etwa + 5 Volt herab beobachtet werden konnten.

Nie sind früher lichtelektrische Ströme von dieser Größenordnung beobachtet worden, und wohl auch nie lichtelektrische Ströme von solcher Stromdichte, obgleich durch die große Oberfläche der Gefäßwand natürlich auch bei kleineren Stromdichten schon ansehnliche Gesamtströme sich ergeben würden.

Diese Ströme, deren Dichte auf ihrer Bahn von außen (ihrem Entstehungsort an der Gefäßwand) nach innen schätzungsweise von $^1/_{100}$ bis $^1/_{1000}$ A pro qcm bis zu 1 b's $^1/_{10}$ A pro qcm anwächst, werden nun bereits bei außerordentlich kleinen negativen Spannungen der Gefäßwand gegen den freien Teil des Lichtbogens in ihrem vollen Betrage übergeleitet. Nach dem, was am Eingang dieser Diskussion (S. 296, 297) über die Raumladungserscheinungen bei Strömen von dieser Größenordnung und derartig niedrigem Potentialgefälle gesagt wurde, ist nicht daran zu zweifeln, daß auch hier der Überschuß der Ladungen eines Vorzeichens in jedem Volumenelement klein sein muß sowohl gegen die positive wie gegen die negative

Digitized by Google

Ladungsdichte; es müssen also überall positive und negative Elektrizitätsträger einander nahezu kompensieren und die von den beiden Arten getragenen Ströme müssen sich etwa verhalten wie die mittleren Geschwindigkeiten der Träger.

Für Träger des positiven Stromes kommen nun hier wieder ausschließlich die positiven Quecksilberionen, vom Atomgewicht 200, in Frage, und es wäre demnach, wenn die negative Elektrizität ausschließlich von Elektronen getragen wird, das Verhältnis der positiven zur negativen Strömung etwa das oben angegebene, 1 : 400. Der Bedarf der Nebenentladung an positiven Ionen wäre also verhältnismäßig sehr gering und könnte wohl aus den der Hauptentladung abgezapften positiven Ionen gedeckt werden.

Nun gestattet aber der Sättigungscharakter der beobachteten lichtelektrischen Ströme zusammen mit der Tatsache, daß es sich hier wegen ihrer Absolutgröße um praktisch vollkommen „raumladungskompensierte" Ströme handeln muß, noch eine weitere Folgerung, die auch für den Charakter der Hauptentladung von Bedeutung ist. Die Bedingung, daß überall Ströme positiver und negativer Ionen im Verhältnis ihrer mittleren Geschwindigkeiten vorhanden sind, läßt sich offenbar entweder dadurch erfüllen, daß innerhalb einer „Stromröhre" (d. h. einem von Stromlinien begrenzten Gebilde in der Entladungsbahn, das von der Gefäßwand ausgeht und in den Lichtbogen mündet) positive und negative Teilchen mit annähernd konstanter mittlerer Geschwindigkeit einander von Anfang bis zu Ende entgegenlaufen, oder auch dadurch, daß zwar innerhalb der ganzen Röhre eine Rekombination von positiven und negativen Teilchen stattfindet, daß aber dafür in jedem Volumenelement ebensoviel Teilchen neu gebildet werden, wie verschwunden sind. Dagegen ist es wegen der geforderten Raumladungskompensation unmöglich, daß ein erheblicher Teil der von der Gefäßwand und dem Lichtbogen ausgehenden negativen und positiven Teilchen sich in der Bahn der Nebenentladung wieder vereinigt, ohne daß ein entsprechender Ersatz geschaffen wird, da sonst sofort ungleiche Ladungsverteilung und ungeheuer starke Raumladungen auftreten würden.

Es kommen also für unsere Nebenentladung (und ebenso für die Hauptentladung) nur 2 Möglichkeiten in Frage: entweder „durchgehender Transport" der Elektrizität durch dieselben, von der Kathode (Gefäßwand) und Anode (Lichtbogen) ausgehenden Teilchen, oder merkliche bis starke Wiedervereinigung der Teilchen in der Entladungsbahn und Ersatz der verlorenen Träger durch ebensoviel neue.

Für die Gefäßwandentladung ist nun die Entscheidung zwischen diesen beiden Möglichkeiten wegen des Sättigungscharakters der Stromkurve leicht zu fällen. Wenn man auch über die Wiedervereinigungstendenz von Elektronen und positiven Quecksilberionen so gut wie nichts weiß, über die Bedingungen der Neuentstehung solcher Träger in der Entladungsbahn sind wir durch die Untersuchungen des letzten Jahrzehnts weitgehend unterrichtet[1]) und können mit Bestimmtheit sagen, daß außer einem etwaigen Strahlungsanteil, durch den Ionisation bewirkt werden könnte, der aber sicher nicht wesentlich in Betracht kommt, die Ionisation von den Zusammenstößen mit Elektronen über 10,4 Volt Geschwindigkeit herrührt[2]), also desto stärker sein muß, je mehr Elektronen vorhanden sind, die eine gleiche oder größere Geschwindigkeit als 10,4 Volt besitzen. Ebenso sicher können wir aber sagen, daß die

[1]) Vgl. z. B. E. Einsporn, Zeitschr. f. Phys. **5**, 210, 1921.

[2]) Die Ionisation durch positive Ionen liefert bekanntlich neben der durch Elektronen nur einen unmerklichen Betrag.

Digitized by Google

Zahl dieser Elektronen mit wachsendem Potentialgradienten (also mit wachsender negativer Spannung der Gefäßwand gegen den Lichtbogen) außerordentlich stark anwachsen muß; die Zahl der neu gebildeten Elektrizitätsträger wächst also ebenfalls stark mit der Spannung.

Nun schließen wir folgendermaßen: Würde die Wiedervereinigung der von der Gefäßwand und dem Lichtbogen ausgehenden positiven und negativen Träger in der Entladungsbahn eine merkliche Rolle spielen, so würde bei kleinen Spannungen. wo noch keine starke Neubildung durch Elektronenstoß vorhanden ist, die durch die Wiedervereinigung bedingte ungleiche Ladungsverteilung nach der Anode (Lichtbogen-) und Kathode (Gefäßwand-Seite) hin infolge der Raumladungswirkung den Strom begrenzen; mit zunehmender Neubildung von Trägern, also mit zunehmender Spannung, würde diese Raumladungsbegrenzung aufhören, und der Strom würde seinen Sättigungswert erreichen, wenn die Zahl der neu gebildeten Träger in der Volumeneinheit gleich der Zahl der durch Wiedervereinigung verlorengehenden wäre. Eine weitere Steigerung der Spannung würde jetzt jedoch den Strom nicht mehr wesentlich steigern können; denn der jetzt dazu kommende Strom würde wieder den Charakter eines Volumionisationsstromes haben, also mit Raumladungswirkungen verbunden sein, die bei den in Frage stehenden großen Absolutwerten der Ströme automatisch eine irgendwie merkliche Vergrößerung des Stromes unterdrücken würden.

Man erkennt aus diesen Betrachtungen, daß das „Sättigungspotential" eines heterogen erregten Entladungsstromes von der hier in Frage kommenden Größenordnung einen Anhalt geben kann für die Wiedervereinigungstendenz von Quecksilberionen und Elektronen in der Quecksilberdampfentladung. Können wir nämlich abschätzen, wieviel Ionisierungen durch ein von der Gefäßwand ausgehendes Elektron beim Sättigungspotential der lichtelektrischen Stromkurve hervorgerufen werden, so ist uns damit auch die Zahl der Wiedervereinigungen in der Strombahn gegeben.

Nun ist, wie der ansteigende Teil der Kurve in Fig. 4 im Quadranten rechts oben zeigt, der Anstieg vom Strom 0 bis zum Sättigungsstrom durchweg in einem Bereich von 3 bis 5 Volt fast vollkommen beendet. Die lichtelektrisch ausgelösten Elektronen besitzen, bei der für ihre Auslösung in Frage kommenden Strahlung, eine Anfangsgeschwindigkeit von nicht mehr als 1 bis 2 Volt; beim Sättigungspotential ist also die Maximalgeschwindigkeit der die Entladung tragenden Elektronen in der Nebenentladung sicher kleiner als 7 Volt. Da die Ionisierung erst von 10,4 Volt an möglich ist, können wir mit Sicherheit sagen, daß in unserer Nebenentladung beim Sättigungspotential der lichtelektrischen Stromkurve überhaupt keine Neubildung von Trägern durch Elektronenstoß stattfindet.

Damit ist dann, mittels unserer etwas kühnen Schlußweise, deren Berechtigung man indessen bei näherer Überlegung wohl anerkennen wird, festgestellt, daß bei den in Frage stehenden Stromdichten und Spannungen die Rekombination von Elektronen und positiven Ionen in der Bahn der Nebenentladung überhaupt keine merkliche Rolle spielt; d. h. nur ein ganz verschwindender Bruchteil der von der Gefäßwand und dem Lichtbogen kommenden Elektronen und positiven Teilchen vereinigen sich in der Entladungsbahn, es findet praktisch ausschließlich ein „durchgehender Elektrizitätstransport" von der Gefäßwand nach dem Lichtbogen hin statt.

Hier sei nun eine kurze Diskussion dieses Ergebnisses in Anwendung auf die Vorgänge in der Hauptentladung eingefügt. In der Hauptentladung sind sowohl

Digitized by Google

die Stromdichten ($^1/_5$ bis 1 A pro qcm) wie die Potentialgradienten von derselben Größenordnung wie in der Nebenentladung; abgesehen von dem etwas längeren Weg sind also die Bedingungen für die Wiedervereinigung dieselben wie in der Nebenentladung. Somit können wir, in etwas extremer Folgerung, das Resultat formulieren: „Im betriebsmäßigen Entladungsstrom des Quecksilberdampfgleichrichters findet nur ein durchgehender Elektrizitätstransport statt; alle negativen Teilchen (Elektronen) entstehen an der Kathode, alle positiven Teilchen (Quecksilberionen) unmittelbar an der Anode."

Eine etwas extreme Formulierung; denn abgesehen davon, daß wir den prozentischen Anteil der zur Wiedervereinigung gelangenden Elektrizitätsträger nicht scharf nach oben begrenzen können, spielen doch bei der betriebsmäßigen Entladung noch gewisse Vorgänge eine Rolle, die eine Neubildung von Elektrizitätsträgern in der Entladungsbahn verlangen und damit zugleich eine untere Grenze für das zur Aufrechterhaltung der Entladung notwendige Spannungsgefälle im Bogen bestimmen. Unser Grundgesetz erweist sich jedoch auch hier als fruchtbar, indem es alle weiter in Frage kommenden Einflüsse als Korrektionen an einem Hauptgesetz zu behandeln gestattet.

Hier ist vor allem der Einfluß des Röhrendurchmessers[1]) der benutzten Entladungsgefäße oder Führungsbahnen (gleichviel ob leitend oder nichtleitend) auf den Potentialgradienten im Bogen zu erwähnen, der bekanntlich auch bei gleicher Stromdichte ganz spezifisch wirksam ist und mithin durch die Wiedervereinigungshypothese keine Erklärung finden konnte. Dieser Wandeinfluß, der bei engen Röhren außerordentlich stark ist, erklärt sich durch Diffusion der an der Entladung beteiligten Elektronen an die Wände, die sich dadurch etwas negativ gegen die Mitte der Entladungsbahn aufladen und nun auch die entsprechende Menge von (weniger beweglichen) positiven Ionen aus der Entladung herausziehen, so daß ein stationärer Verlust von Ladungen beider Vorzeichen längs der ganzen Entladungsbahn stattfindet. Dieser Verlust muß nun ebenso wie ein Wiedervereinigungsverlust nach der oben skizzierten Raumladungstheorie durch eine entsprechende Neubildung von Elektronen und positiven Ionen ausgeglichen werden, und deshalb erhöht sich dann automatisch das Spannungsgefälle in der Entladung so, daß die genügende Zahl von Elektronen mit mehr als 10,4 Volt Geschwindigkeit in der Entladungsbahn vorhanden ist, die durch Ionisierung neuer Atome den Verlust von Elektrizitätsträgern auszugleichen vermag.

Es seien jedoch nunmehr über das genauere Verhalten der Elektronen und Quecksilberatome in der Bogenentladung noch einige Betrachtungen angestellt, die uns zur Frage der Anregung des beobachteten lichtelektrischen Effektes hinüberleiten sollen. Bei den Großgleichrichtern beträgt das Potentialgefälle im Bogen, wie sich aus dem Gesamtpotentialfall von etwa 25 Volt, der Summe des Kathoden- und Anodenfalles, etwa 9 Volt, und der Gesamtlänge des Bogens von etwa 80 cm ergibt, durchschnittlich etwa 0,2 Volt pro cm bei einem Dampfdruck von der Größenordnung von einigen mm. Über die Effekte, die unter derartigen Umständen beim Durchgang von Elektronen durch Quecksilberdampf auftreten, sind wir, besonders durch die Arbeiten von J. Franck und seinen Mitarbeitern, mit einer Gründlichkeit unterrichtet, die für das technische Gleichrichterproblem sicher noch nicht voll aus-

[1]) Vgl. z. B. die Versuche von Wills, Phys. Rev. **19**, 65. 1904; zitiert in Marx Handbuch IV, S. 280.

Digitized by Google

gewertet ist. Für uns kommt als wesentlichstes in Frage, daß bei derartigem Potentialgefälle und derartigen Drucken, wie dies besonders deutlich aus den Kurven Fig. 2 der Arbeit von E. Einsporn (Zeitschr. f. Phys. *5*, 210. 1921) hervorgeht, fast alle Elektronen, die Geschwindigkeiten von mehr als 4,9 Volt besitzen, ihre Energie bei einem der nächsten Zusammenstöße mit einem Quecksilberatom verlieren, indem sie dieses dabei in einen Zustand versetzen, aus dem es unter Aussendung der Linie 2656 (4,68 Volt) oder 2537 (4,86 Volt) in den Normalzustand zurückkehren kann. Die Elektronen unterhalb 4,7 Volt Geschwindigkeit erleiden nur elastische Zusammenstöße, die wegen des sehr ungleichen Massenverhältnisses von Quecksilberatomen zu Elektronen nicht mit irgendwie nennenswerter Energieabgabe verbunden sind. Das Gesamtbild ist also schließlich folgendes: überall in der Entladungsbahn, abgesehen von den unmittelbar vor der Kathode oder Anode liegenden Schichten besitzen die Elektronen eine Geschwindigkeit von etwa 5 Volt, deren Richtung bei dem schwachen Potentialgefälle und der großen Zahl der „elastischen" Zusammenstöße, die auf einen „unelastischen" kommen, zudem einigermaßen gleichmäßig im Raum verteilt angenommen werden kann.

Dieses aus direkten Messungen abgeleitete Ergebnis steht, wie hervorgehoben werden mag, in genauem Zusammenhang mit dem oben aus Raumladungs- und Stromspannungsbetrachtungen indirekt hergeleiteten Resultat, daß in der Bahn des Quecksilberbogens bei weitem Röhrendurchmesser praktisch keine Ionisierung durch Elektronenstoß in Frage kommt. Denn der kleine Bruchteil der Elektronen, der eine wesentlich höhere Geschwindigkeit als 5 Volt erreicht, hat bei den weiteren Zusammenstößen mit Quecksilberatomen, bei denen nunmehr außer der Anregung mit 4,7 und 4,9 Volt immer neue Anregungsmöglichkeiten auftreten (vgl. J. Franck und E. Einsporn, Über die Anregungspotentiale des Quecksilberdampfes, Zeitschr. f. Phys. 2, 21, 1920) so oft Gelegenheit zur Energieabgabe, daß wiederum nur ein ganz verschwindender Bruchteil dieser Elektronen Geschwindigkeiten erreichen kann, die eine wirkliche Ionisierung eines Quecksilberatoms (entsprechend 10,4 Volt Geschwindigkeit) ermöglichen.

Bei höheren Potentialgradienten, wie sie in engen Röhren auftreten (s. oben), steigt natürlich sowohl die Zahl der zur Stoßionisierung fähigen Elektronen, wie auch die der Elektronen mit Geschwindigkeiten zwischen 5 und 10,4 Volt, die zur Anregung höherer Quantenzustände des Hg-Atoms befähigt sind. Hier sei auf den Zusammenhang zwischen höheren Potentialgradienten und der Emission längerer ultravioletter Wellen (Gebiet von 0,35 μ), die bekanntlich nur bei Anregung mit mehr als 5 Volt möglich sind, hingewiesen; die Spezialkonstruktionen der Quecksilberdampflampen mit engem Röhrendurchmesser, in denen also künstlich ein starker Elektrizitätsverlust längs des Bogens hervorgerufen wird, sind aus diesen Gesichtspunkten heraus verständlich.

Zur Diskussion der beobachteten lichtelektrischen Stromstärken, die, wie wir schon hervorhoben, durch ihre Größe überraschen, sei nunmehr eine Energiebilanz im Einsteinschen Sinne aufgestellt. Das gesamte Spannungsgefälle im frei brennenden Teil des Lichtbogens beträgt etwa 5 Volt; da die mittlere Elektronengeschwindigkeiten am Anfang und Ende dieses Teiles gleich angenommen werden können, liefert das Produkt dieses Potentialunterschiedes mit der Stromstärke die im ganzen durch die Entladung in diesem Teil der Strombahn verbrauchte Energie. Wie wir sahen, besteht der wichtigste energieverzehrende Vorgang in der Bogenentladung darin,

Digitized by Google

daß ein Elektron seine kinetische Energie von etwa 5 Volt vollständig an ein neutrales Quecksilberatom abgibt, indem es dieses zur Emission von ultraviolettem Licht anregt. Neben diesen „5 Volt-Ereignissen" können noch für einige der Elektronen, die zufällige größere freie Wege in Richtung des Potentialgefälles durchlaufen konnten, Anregungsstöße mit 5,4, 7,5 Volt usw. vorkommen (vgl. die Tabelle S. 23 bei Franck und Einsporn l. c.), doch werden diese und erst recht die höheren Anregungspotentiale eine geringe Rolle spielen. Auch diese durch schnellere Elektronen verursachten Anregungen sind übrigens mit der Aussendung von ultraviolettem Licht verbunden, indem das „gehobene" Elektron entweder direkt oder unter Zwischenschaltung der 4,9 Volt entsprechenden Anregungsstufe in den Normalzustand zurückspringt.

Im ganzen werden wir einen geringen Fehler begehen, wenn wir annehmen, daß jedes der den freien Teil der Entladung passierenden Elektronen hier im Durchschnitt einmal die Aussendung eines ultravioletten Lichtquants zu veranlassen imstande ist. Würde nun durch jedes dieser ultravioletten Lichtquanten, die ja lichtelektrisch wirksam sind, ein Elektron aus der Gefäßwand ausgelöst, so dürften wir einen lichtelektrischen Sättigungsstrom bis zur Größe des Hauptentladungsstromes erwarten. Damit ist gezeigt, daß die Größe der tatsächlich beobachteten Ströme, die etwa bis $^1/_6$ des Hauptstromes J_{gl} gehen, wenigstens nicht mit der lichtelektrischen Energiebilanz in einem auffallenden Widerspruch steht.

Immerhin ist die beobachtete Ausbeute von $^1/_6$ der strahlungstheoretisch möglichen noch erstaunlich hoch, wenn man die verschiedenen Umstände berücksichtigt, die im Sinne einer Herabminderung dieser Ausbeute wirken. Zunächst ist zu berücksichtigen, daß der Quecksilberdampf selbst die ausgesandte ultraviolette Strahlung sehr stark absorbiert; wenn man nicht annehmen könnte, daß die auf diese Weise verloren gegangene Strahlung in Form von Resonanzstrahlung derselben Frequenz ziemlich quantitativ wiedergewonnen wird, wäre die an die Gefäßwände gelangende Strahlung wohl viel zu gering. Vereinigen sich angeregte Hg-Atome mit anderen, neutralen, zu Hg_2 Molekülen (vgl. J. Franck und W. Grotrian, Bemerkungen über angeregte Atome, Zeitschr. f. Phys. IV, S. 89 bis 99, 1921), so wird beim Zerfall dieser Verbindung eine Strahlung emittiert, die unter Umständen wesentlich langwelliger als die normale und deshalb lichtelektrisch unwirksam sein kann. Dieser Vorgang darf also unter unseren Verhältnissen auch keine ausschlaggebende Rolle spielen. Endlich ist zu bemerken, daß die Stirnflächen des betrachteten Entladungsteiles keine Energie nach den Wänden strahlen können, und infolgedessen für die lichtelektrische Wirkung verloren gehen. Dieser Effekt wird jedoch wahrscheinlich durch Strahlung, die aus dem Kathodenbecher und der Anodenröhre herausdringt, überkompensiert, und gerade bei der Gleichrichtertype, mit der die Messungen Fig. 4 aufgenommen sind, ist ein mit dem Gehäuse verbundener metallischer Teil, nämlich eine große um die Hilfsanoden herumgeführte (und im Betrieb von Quecksilber benetzte) Kühlschlange stark der Strahlung aus dem Kathodenbecher, die wegen des Kathodenfalles besonders intensiv angenommen werden muß, ausgesetzt.

Soviel uns bekannt ist, existieren über die Absolutwerte der lichtelektrischen Ausbeute ultravioletter Strahlung noch keine sicheren Resultate, und der hier erschlossene Wert erscheint jedenfalls abnorm hoch, wenn man annimmt, daß die in der Metalloberfläche lichtelektrisch ausgelösten Elektronen ihrer Anfangsrichtung nach einigermaßen gleichmäßig verteilt sind. Selbst bei der Austrittsarbeit O könnte

Digitized by Google

ja dann nur die Hälfte der lichtelektrisch ausgelösten Elektronen aus dem Metall entweichen, und man müßte überdies annehmen, daß die ultraviolette Strahlung auf keine andere Weise im Metall absorbiert wird, als eben durch lichtelektrische Anregung eines (freien) Elektrons. Man kann also zwar wohl nicht sagen, daß hier in unserer Deutung ein Widerspruch mit den bisher bekannten Tatsachen vorliegt, aber jedenfalls handelt es sich um ein in seiner Größenordnung unerwartetes Phänomen, das zu weiteren Untersuchungen Stoff geben dürfte.

Für derartige Untersuchungen müßten natürlich die Bedingungen wesentlich einfacher gewählt werden, insbesondere dürfte nicht, wie es bei unserem Apparat der Fall ist, die bestrahlte Oberfläche aus 2 Metallen in unbekanntem Flächenverhältnis, nämlich dem Eisen der Gefäßwand und dem darauf sich kondensierenden und niedertropfendem Quecksilber bestehen. Daß Eisen an sich auf die Linie 2537 lichtelektrisch reagiert, scheint aus den Untersuchungen von Franck und Einsporn (l. c. S. 20, Fig. 1) hervorzugehen, wo das Auftreten dieser Linie durch den lichtelektrischen Effekt an einer Eisenelektrode beobachtet wurde. Wir halten es aber für wahrscheinlich, daß die beobachtete große Ausbeute doch nur zu erklären ist, wenn im wesentlichen das leichter Elektronen abgebende flüssige Quecksilber als lichtelektrische Elektronenquelle in Frage kommt; man wird also wohl in unserem Falle, besonders bei den hohen Gleichstromwerten J_{gl}, die ganze Gefäßwand mit Quecksilbertropfen überzogen bzw. amalgamiert zu denken haben.

Hiermit ist zugleich eine mögliche Erklärung der in Fig. 2 wiedergegebenen Abhängigkeit der lichtelektrischen Sättigungsströme von der Intensität des Betriebsstromes J_{gl} angedeutet. Wie man aus Fig. 2 erkennt, ist bei kleinen Betriebsstromstärken der lichtelektrische Strom relativ viel kleiner als bei großen, und da eine wesentliche Veränderung des Verhältnisses von Strahlungsenergie zu Betriebsstromstärke wegen der konstanten Gesamtspannung von etwa 25 Volt kaum in Frage kommt, möchten wir die Ursache dieses wechselnden Verhältnisses in einer mit dem Betriebsstrom veränderliche Oberflächenbeschaffenheit der Gefäßwand suchen; vielleicht spielt auch die Temperatur der Gefäßwand für den lichtelektrischen Effekt eine gewisse Rolle.

Für die durch Fig. 5 wiedergegebenen etwas abweichenden Verhältnisse bei der kleineren Metallgleichrichtertype möchten wir sekundäre Umstände[1]) zur Erklärung heranziehen. Wie man sieht, beginnt hier der lichtelektrische Strom erst bei höheren Betriebsstromstärken überhaupt merklich zu werden und bleibt auch bei $J_{gl} = 200$ A noch unter der Hälfte des betreffenden Stromes J_{gef} bei der größeren Type. Die etwas veränderten Abmessungen des freien Bogens relativ zu dem geführten Teil genügen jedenfalls zur Erklärung dieses Unterschiedes nicht.

Bevor wir zu einer kurzen Diskussion der bei den Sonden erhaltenen Ergebnisse übergehen, sei noch mit ein paar Worten auf die starke plötzlich einsetzende Gefäßwandentladung eingegangen, die bei kleineren Gefäßstromstärken bei etwa — 30 Volt gegen die Kathode, bei größeren immer früher einsetzt, um schließlich bei den höchsten beobachteten Gefäßströmen sogar zu positiven Zündpotentialen, wenig unter dem Potential des freien Bogens, hinüber zu wandern. Das Einsetzen einer solchen selbsttätigen Entladung ist durch den von uns postulierten Transport positiver Ionen auf die Gefäßwand zu und die Ansammlung von Quecksilber auf der Gefäßwand ohne weiteres begründet; liegen doch die Verhältnisse hier dann ganz analog wie in der

[1]) Es fehlt dort die Kühlschlange.

Digitized by Google

Hauptentladung, und bedarf es nur eines zufälligen Zusammenströmens größerer Mengen von positiven Ionen zu irgend einem Quecksilbertropfen, um durch Erhitzung des Quecksilbers, vermehrte Elektronenemission, wiederum vermehrte elektrostatische Heranziehung positiver Ionen usw., einen explosionsartig sich steigernden Entladungsvorgang hervorzurufen. Für die hohen hierbei an der Gefäßwand auftretenden Temperaturen scheint der an solchen Stellen auftretende Silberglanz des Eisens (vgl. S. 254) ein direkter Beweis zu sein.

Es bleiben nun noch die Ergebnisse der Stromspannungsmessungen an den in die Bogenladung eintauchenden Hilfsanoden (Fig. 6 und 7), zu besprechen. In Fig. 6, die sich auf eine Hilfsanode aus Graphit von etwa 1,5 qcm freier Oberfläche bezieht, welche sich etwa 6 cm über dem oberen Rande des Kathodenbechers befindet und ihrerseits in ein Porzellanrohr eingesenkt ist, wird kein merklicher lichtelektrischer Strom (jedenfalls unter $^2/_{1000}$ A) wahrgenommen. Der Strom beträgt also weniger als $^1/_{1000}$ des unter den Betriebsbedingungen an dem Apparat gemessenen Gehäusestromes. Aus dem Verhältnis der auffallenden Strahlungsmengen würde ein Stromverhältnis von etwa 1: 2000 folgen, es läßt sich also aus dem Versuch noch nicht z. B. auf eine spezifische Verschiedenheit der lichtelektrischen Empfindlichkeit von Graphit und Eisen und Quecksilber für die in Betracht kommenden Wellenlängen schließen.

In Fig. 7, die die Verhältnisse bei einem Glasgleichrichter mit unbedeckter Hilfsanode aus Graphit darstellt, wird ein lichtelektrischer Strom von etwa $^4/_{100}$ A bei 6 A Betriebsstrom gemessen. Daß der Strom hier größer ist als bei dem Großgleichrichter, kann — annähernd gleiche Stromdichten vorausgesetzt — mit der größeren Oberfläche der Hilfsanode zusammenhängen; möglich ist jedoch auch, daß die Hilfsanode, die sich hier nur wenige cm über dem Kathodenquecksilber befindet, von Quecksilbertröpfchen getroffen und dadurch lichtempfindlicher gemacht wird.

Von einem positiven Potential von 6 bis 8 Volt an zeigt sich bei dem kleineren Großgleichrichter (Fig. 6), dem wir jetzt allein unsere Aufmerksamkeit zuwenden, der Übergang zu positiven Strömen, in denen die Hilfsanode wirklich als Anode wirkt, also Elektronen aus der Entladung herauszieht, und es folgt dann der entsprechende rasche Stromanstieg wie bei dem Gehäusestrom.

Dieser Stromverlauf, der im übrigen gegenüber dem Gehäusestrom nichts auffallendes bietet, gibt Anlaß zu einer Bemerkung über Sondenmessungen in Quecksilberdampfentladungen. Mit einer Sonde mißt man bei den üblichen Meßmethoden offenbar dasjenige Potential, bei dem der zur Sonde abfließende Strom durch Null hindurchgeht. Wie weit stimmt im Quecksilberdampfbogen dieses Potential mit dem mittleren Potential des Bogens an der betreffenden Stelle überein?

Wir sagten oben, daß bei einem Quecksilberdampfdruck von einigen mm und Potentialgradienten von Bruchteilen von 1 Volt pro cm die mittlere Elektronengeschwindigkeit an jeder Stelle der Entladungsbahn außer unmittelbar an der Kathode und Anode etwa 5 Volt betrage; fast alle Elektronen vermögen also, zumal da sie infolge der (elastischen) Zusammenstöße mit Gasmolekülen gelegentlich auch in der in bezug auf die Sondenoberfläche günstigsten Richtung fließen werden, ein Potential zu überwinden, das 5 Volt tiefer liegt als das mittlere Potential des Bogens an der betreffenden Stelle. Erst bei Gegenpotentialen von über 5 Volt ist ein rapides Absinken des auf die Sonde auftreffenden Elektronenstromes zu erwarten, der dann bald von dem durch Reflexion der auftreffenden Elektronen und durch den licht-

Digitized by Google

elektrischen Effekt ausgelösten Gegenstrom kompensiert wird, während die Anziehung positiver Ionen aus der Entladung, die ja bei der Stromspannungskurve der Sonden einen mit abnehmender Spannung dauernd wachsenden Gegenstrom ergeben müßte, nach unseren Messungen (vgl. hier Fig. 7) offenbar gegen diese Effekte zu vernachlässigen ist.

Hieraus würde hervorgehen, daß alle bisher durch Sondenmessungen ermittelten Potentiale[1]) im mittleren Teil der Entladung unter den geschilderten Bedingungen um etwa 5 Volt zu niedrig liegen; während das auf die Größe des gemessenen Potentialgradienten im Bogen keinen Einfluß haben würde, wäre der Kathodenfall um 5 Volt größer als bisher anzunehmen und somit etwa gleich der Ionisierungsspannung des Quecksilbers. Dieses Resultat, das eine früher von J. Stark unter anderen Annahmen über die Ionisierungsspannung des Quecksilberdampfes ausgesprochene Vermutung wiederhergestellt, ist nicht ganz unwahrscheinlich, wenn man bedenkt, daß der im Vergleich zum Elektronenstrom so außerordentlich kleine positive Strom, der, von der Anode kommend, den Bogen durchfließt, wohl kaum ausreichen dürfte, um die starke für die Aufrechterhaltung der Entladung offenbar notwendige Erhitzung des kathodischen Quecksilbers hervorzurufen. Wir haben also vielleicht unmittelbar vor der Kathode die Neubildung einer gegen diesen „durchgehenden Transport" sogar großen Menge von positiven Ionen durch Stoß anzunehmen, womit zugleich die Möglichkeit gegeben ist, daß ein nicht unerheblicher Teil[2]) der an der Entladung teilnehmenden Elektronen nicht aus der flüssigen Kathode, sondern durch Stoß aus der ihr unmittelbar vorgelagerten Dampfschicht entstanden zu denken ist.

Der wahre Anodenfall, über den übrigens die Angaben in der Literatur sehr schwankend sind, würden sich entsprechend erniedrigen. Wenn man bedenkt, daß zur Erzeugung der für die raumladungsfreie Entladung notwendigen positiven Ionen nur etwa $^1/_{400}$ der Elektronen an der Anode ein positives Ion zu bilden hat, und daß sich das Potentialgefälle und damit die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen im Bogen automatisch so regulieren, daß ein kleiner Bruchteil der Elektronen immer (zum Ausgleich der insbesondere durch Wanddiffusion entstandenen Verluste) zur Ionisation kommen muß, so ist schon von vornherein einzusehen, daß eine nicht sehr erhebliche Steigerung der mittleren Geschwindigkeit der Elektronen aus der Dampfschicht unmittelbar vor der Anode[3]) die benötigte Zahl der positiven Ionen durch Stoßionisation in Freiheit zu setzen imstande sein wird. Nach dieser Anschauung müßte übrigens mit abnehmendem Röhrendurchmesser, also steigendem Potentialgradienten und steigender mittlerer Geschwindigkeit der Elektronen, der wahre Anodenfall sinken.

Um aus den Sondenmessungen Fig. 6 das wahre Potential über dem Kathodenbecher zu bestimmen, müßten wir also zu dem Potential von 6 bis 8 Volt, bei dem der Sondenstrom 0 zu werden scheint, noch etwa 5 Volt addieren und erhielten so ein wahres Potential von 11 bis 13 Volt. (Dabei scheint das Übergreifen der Kurven

---

[1]) Einschließlich der Ringmethode von Mathies, Verh. d. D. Phys. Ges. 1911, S. 552, die uns keinen prinzipiellen Unterschied gegenüber den üblichen Sondenmessungen zu bieten scheint.

[2]) Wenn etwa zehnmal mehr positive Ionen vor der Kathode durch Stoß erzeugt würden als von der Anode aus durchgewandert sind, so würde der entsprechende Elektronenstrom wegen des Verhältnisses von ca. 1:400 der durchgehenden positiven und negativen Ströme allerdings erst ca. $10 \cdot \frac{1}{400} = \frac{1}{40}$ des ganzen Elektronenstromes betragen.

[3]) Daß die Elektronen nicht durch Stoß oder thermische Energiezufuhr aus der festen Anode positive Teilchen zu befreien vermögen, ist als erwiesen anzusehen.

Digitized by Google

übereinander — die 150 A-Kurve liegt am weitesten rechts, dann kommt die 200 A-Kurve, dann die 100 A-Kurve — mit dem analogen Gang des Gesamtpotentials, das bei 100 A ein Minimum hat, zusammenzuhängen.) Daß wir oben nicht mit diesen Potentialwerten, sondern, entsprechend den „scheinbaren Sondenpotentialen", mit etwa 8 Volt am Rande des Kathodenbechers gerechnet haben, rechtfertigt sich dadurch, daß auch bei den Messungen des Gehäusestromes, wenigstens zum Teil, nicht das wahre mittlere Potential des freien Lichtbogens, sondern das dort herrschende „Potential der Elektronen" (wahres Potential — Voltgeschwindigkeit der Elektronen [1]) in Frage kommt. Natürlich dürfte bei einer genaueren Betrachtung dieser Vorgänge der Lichtbogen überhaupt nicht durch eine Elektrode von konstantem Potential ersetzt gedacht werden, sondern es wäre das für die Raumladungserscheinungen und die Geschwindigkeit der von der Gefäßwand kommenden Elektronen maßgebende wahre Potential von dem für die Umkehr des Stromes ausschlaggebenden Potential der Elektronen im Bogen zu trennen.

Von den technischen Folgerungen, zu denen das Studium der hier behandelten Erscheinungen führt, sind im ersten Teil unserer Abhandlung schon einige angedeutet worden. Die Auffassung der negativen Gefäßentladung als eines lichtelektrischen Effektes legt natürlich auch den Gedanken nahe, die Metallwand und den Außenteil der Kathode gegen die ultraviolette Strahlung der Betriebsentladung durch Abschirmung mittels Isolatoren zu schützen, wodurch gegen das Einsetzen der — allein gefährlichen — selbständigen (autogenen) Entladungen ein doppelter Schutz, sowohl in bezug auf die Einleitung wie in bezug auf die Aufrechterhaltung des Vorganges, gewonnen wird. Auch gewisse den Charakter der Betriebsentladung berührende Ergebnisse, die sich aus unseren Versuchen und ihrer Deutung folgern lassen, dürften zu technischen Konsequenzen führen. Was endlich den vermutlichen Anteil des lichtelektrischen Effektes an der Elektronenerzeugung an der Kathode selbst betrifft, so glauben wir, daß hier mit einem zwar erheblichen, aber nicht ausschlaggebenden Betrag gerechnet werden muß.

Zusammenfassung.

1. An metallischen Großgleichrichtern der S. S. W. wurden Versuche über die während der Betriebsentladung von der isolierten Gefäßwand abfließenden Ströme gemacht, wobei Stromstärken bis über 100 Amp. beobachtet wurden, wenn die Gefäßwand dasselbe Potential besaß wie die Kathode.

2. Durch Variation des Gefäßwandpotentials wurde festgestellt, daß diese Nebenentladung einen streng polaren Charakter besitzt, indem ein mit der Spannung außerordentlich rasch ansteigender Strom beobachtet wird, wenn die Gefäßwand gegenüber dem frei brennenden Teil des Quecksilberdampfbogens als Anode wirkt, dagegen ein von der Spannung fast unabhängiger (entgegengesetzt gerichteter) Strom, wenn die Gefäßwand als Kathode wirkt.

3. Die „Zündgefahr", die in einer Kombination beider Entladungsarten nach der Anoden- und Kathodenseite hin begründet ist, wird diskutiert und technische Maßnahmen zu ihrer Beseitigung werden besprochen.

[1]) Daß hier das Minuszeichen, nicht das Pluszeichen, steht, ist durch das negative Vorzeichen der Elektronenladung bedingt.

Digitized by Google

4. Die ausführliche, theoretische Diskussion der beobachteten Nebenentladungskurven führt zu dem Ergebnis, daß es sich in dem Sättigungsgebiet des beobachteten Stromes nur um einen durch nicht thermische Fremderregung an der Gefäßwand erzeugten Elektronenstrom handeln kann; in erster Linie kommt hierbei die Resonanzstrahlung (2537) der durch die Hauptentladung angeregten Quecksilberatome als auslösende Ursache in Frage.

5. Aus allgemeinen raumladungstheoretischen und gaskinetischen Betrachtungen läßt sich schließen, daß die üblichen Quecksilberdampfentladungen (große Stromdichten, kleines Spannungsgefälle) ganz überwiegend von Elektronen, und nur zu einem kleinen Bruchteil (etwa $^1/_{400}$) von positiven Ionen getragen sind. Zu diesem allgemeinen Resultat kommt, aus der Stromspannungskurve der Nebenentladung erschlossen, nunmehr noch das ebenso allgemein gültige Resultat hinzu, daß es sich bei genügend weiten Entladungsbahnen fast ausschließlich um einen „durchgehenden Elektrizitätstransport" handeln muß, bei dem praktisch alle Elektronen an der Kathode, praktisch alle positiven Ionen an der Anode der betreffenden Entladung entstehen, und ohne merkliche Rekombination oder Neubildung von Trägern die ganze Entladungsbahn durchwandern.

6. Es wird bei der Gelegenheit auf eine Erklärungsmöglichkeit des beobachteten automatischen Zusammenhanges zwischen Röhrenweite und Potentialgradienten in einer Quecksilberdampfentladung hingewiesen, indem angenommen wird, daß als einzige maßgebende Störung des „durchgehenden Transportes" der Elektrizitätsverlust durch Diffusion an die Gefäßwände in Frage kommt. Der Potentialgradient muß sich dann nach der Theorie automatisch so einstellen, daß die Zahl der zur Ionisierung der Quecksilberatome fähigen Elektronen (mit Geschwindigkeiten über 10,4 Volt) zum Ausgleich des entstandenen Wandverlustes durch Ionisierung neuer Atome eben ausreicht. Optische Folgerungen hieraus werden besprochen.

7. Die abnorme Größe der beobachteten lichtelektrischen Ströme (bis 100 Amp. und bis ca. $^1/_6$ des Hauptentladungsstromes) wird unter dem Gesichtswinkel des Einsteinschen Äquivalentgesetzes besprochen. Wenn man annimmt, daß die Elektronen aus der Gefäßwand im wesentlichen durch die Resonanzstrahlung des Quecksilberdampfes ausgelöst werden, ergibt sich zwar kein direkter Widerspruch in der Energiebilanz, aber immerhin eine so auffallend hohe „Ausbeute" an lichtelektrisch ausgelösten Elektronen, daß weitere Untersuchungen über diesen Punkt zur Klärung dieser Ergebnisse notwendig erscheinen.

8. Die Parallelversuche mit in die Entladung eingeführten Sonden (an Stelle der Gefäßwand, die als große „Außensonde" betrachtet werden kann) ergeben keine prinzipiell neuen Effekte, veranlassen jedoch, im Zusammenhang mit atomtheoretischen Betrachtungen zu einer Kritik der Sondenmethode für Potentialmessungen überhaupt. Es wird wahrscheinlich gemacht, daß im Quecksilberdampfbogen von geringem Potentialgefälle die Sondenmessungen durchweg ein etwa 5 Volt zu niedriges Potential ergeben, so daß nunmehr der Kathodenfall im Quecksilberdampfbogen etwa gleich der Ionisierungsspannung (ca. 10 Volt) anzusetzen wäre, während der Anodenfall kleiner sein müßte als bisher angenommen wurde. Diese Schlüsse werden durch theoretische Betrachtungen, insbesondere über die Wärmeentwicklung an der Kathode, gestützt.

Digitized by Google

Vektorverhältnisse und Vektorprodukte.

Von **Friedrich Natalis.**

Mit 24 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Charlottenburger Werk der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H.

Eingegangen am 9. Juni 1922.

In früheren Arbeiten („Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern, 1921, Bd. I, Heft 2, S. 65 und „Berechnung von Gleich- und Wechselstrom systemen", J. Springer, 1920) hat der Verfasser ein neues Verfahren zur Behandlung von Wechselstromproblemen angegeben, welches — unter Vermeidung der Verwendung komplexer Größen — eine einfache und übersichtliche Lösung derartiger Aufgaben gestattet.

Die Grundlage bildeten dabei zwei neueingeführte Begriffe: das Vektorverhältnis und das Vektorprodukt. Durch das Vektorverhältnis werden alle Aufgaben, die die Ermittlung von Strom- und Spannungsvektoren und ihre Beziehungen zueinander betreffen, auf die Konstruktion oder Berechnung ähnlicher Dreiecke zurückgeführt. Durch das Vektorprodukt werden alle Aufgaben erfaßt, die die Leistungsaufnahme von Stromverzweigungen, Maschinen usw. betreffen. Das Vektorprodukt wird durch ein Parallelogramm dargestellt.

In den früheren Arbeiten des Verfassers waren bereits einige Eigenschaften des Vektorverhältnisses und Vektorproduktes entwickelt; in der vorliegenden sind diese Grundlagen wesentlich erweitert, und eine größere Reihe von Umwandlungen, die man zur Lösung der jeweiligen Aufgabe mit diesen neuen Grundbegriffen vornehmen kann, entwickelt. An einigen praktischen Beispielen ist die Anwendung der Formeln erläutert. Ähnlich wie bei anderen Berechnungsmethoden, wie z. B. der Trigonometrie, der Differential- und Integralrechnung, kann man auch für diese neue Berechnungsweise eine Reihe häufig wiederkehrender Formeln entwickeln, welche die Arbeit erleichtern. Das ist in der vorliegenden Arbeit geschehen, wie die am Schluß gegebene Sammlung von Formeln zeigt.

Das Vektorverhältnis.

Ein Vektorverhältnis z. B. $\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{e}}$ — entsprechend einer Leitfähigkeit (bzw. $\frac{\mathfrak{e}}{\mathfrak{i}}$ entsprechend einem Scheinwiderstand) — ist gekennzeichnet durch ein Größenverhältnis $\frac{|\mathfrak{i}|}{|\mathfrak{e}|}\left(\frac{A}{V}\right)$ und den Winkel φ zwischen $\mathfrak{i}$ und $\mathfrak{e}$.

Digitized by Google

Das Vektorverhältnis bleibt unverändert, wenn Zähler und Nenner mit demselben reellen Zahlenwert α multipliziert werden.

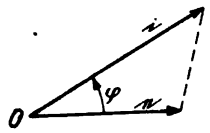


Fig. 1.

$$\frac{i}{e} = \frac{\alpha i}{\alpha e} \quad \text{Fig. 1 und 2.} \qquad (1)$$

Da αi bzw. αe dieselbe Richtung wie i bzw. e haben, so bleibt dabei nicht nur das Größenverhältnis $\frac{i}{e}$, sondern auch der

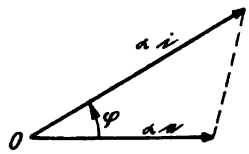


Fig. 2.

Phasenwinkel φ unverändert. Das Vektorverhältnis bleibt ferner unverändert, wenn beide Vektoren um die gleichen Winkel gedreht werden. Es ist daher unabhängig vom Koordinatensystem.

Ferner ist:

$$\frac{i}{e} f = i \frac{f}{e} = \frac{f}{e} i = f \frac{i}{e}, \qquad (2)$$

d. h. bei der Multiplikation eines Vektors mit einem Vektorverhältnis dürfen die Faktoren im Zähler und Nenner in ihrer Reihenfolge vertauscht werden.

Ebenso kann auch

$$i \frac{f}{e} \frac{h}{g} = i \frac{h}{e} \frac{f}{g} \qquad (3)$$

gesetzt werden.

Wird ein Vektor e um 180° nach —e, Fig. 3, verdreht, so kann man auch sagen,

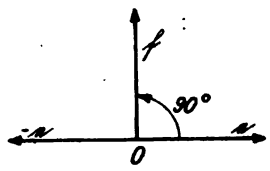


Fig. 3.

daß er mit dem Vektorverhältnis $\frac{-e}{+e}$ multipliziert ist. Bezeichnet man einen um 90° gegen e verdrehten gleich großen Vektor mit f, so kann man die Verdrehung von e um 180° auch durch zweimalige Drehung um je 90° bewirken. Dann ist aber:

$$e \cdot \frac{f}{e} \cdot \frac{f}{e} = -e, \qquad (4)$$

folglich:

$$\frac{f}{e} = \sqrt{\frac{-e}{e}} = \sqrt{-1}. \qquad (5)$$

Eine Verdrehung um 90° entspricht daher einer Multiplikation mit einem Vektorverhältnis: $\sqrt{-1}$; $f = e\sqrt{-1}$,

eine Verdrehung um 180° einer Multiplikation mit -1,

„ „ „ 270° „ „ „ $-\sqrt{-1}$.

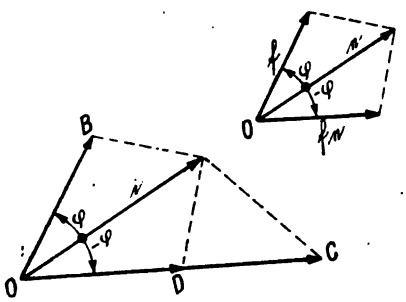


Fig. 4.

Wird ein Vektor i mit einem beliebigen Vektorverhältnis $\frac{f}{e}$ (Fig. 4) multipliziert, so wird er einerseits um den Winkel φ zwischen f und e verdreht, andererseits im Verhältnis $\frac{|f|}{|e|}$ in seiner Größe verändert. Wird dagegen der Vektor i mit dem Verhältnis $\frac{e}{f}$ multipliziert, $OC = i\frac{e}{f}$, so wird er um den Winkel $-\varphi$ verdreht und im reziproken Ver-

Digitized by Google

hältnis $\frac{|e|}{|f|}$ in seiner Größe verändert. Soll der Vektor um den Winkel $-\varphi$ verdreht werden, aber dieselbe Größe wie $OB = i\frac{f}{e}$ behalten, d. h. OD das Spiegelbild von OB in bezug auf i sein, so ist:

$$OD = i\frac{f_e}{e} = i\frac{e}{f}\left(\frac{|f|}{|e|}\right)^2 = i\frac{e}{f}\frac{f^2}{e^2}. \tag{6}$$

Hierin ist f_e das Spiegelbild von f in Bezug auf e und $\left(\frac{|f_e|}{|e|}\right)^2 = \frac{f^2}{e^2}$ ein reiner Skalar, d. h. ein reiner Zahlenwert.

Sind mehrere Vektoren e, f, g, ... (Fig. 5) mit gegeneinander konstanten Phasenwinkeln α, β vorhanden und sind die Spiegelbilder dieser Vektoren gegenüber einem Vektor x mit einem unbekannten oder veränderlichen Phasenwinkel φ gegenüber einem Strahl, z. B. e des erstgenannten Vektorstrahlenbüschels zu bilden, so kann man die Spiegelbilder von e, f, g auf das Spiegelbild e_x eines Vektors e gegen x zurückführen. Die Spiegelbilder werden nachfolgend mit einem Index versehen, der den spiegelnden Vektor anzeigt. Es ist daher e_x der Spiegelvektor von e in bezug auf den Vektor x und f_e der Spiegelvektor von f in bezug auf den Vektor e.

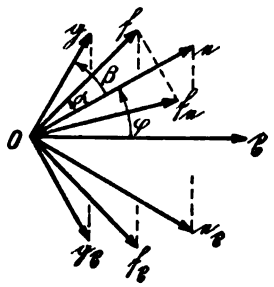


Fig. 5.

Wie Fig. 5 zeigt, kann man aus dem Vektor f durch schrittweise Multiplikation mit den Vektorverhältnissen $\frac{e}{f}$, $\frac{e_x}{e}$, $\frac{f_x}{e_x}$ den Vektor f_x bilden.

$$f_x = f\frac{e}{f}\frac{e_x}{e}\frac{f_x}{e_x}. \tag{7}$$

Hierin ist aber:
$$\frac{f_x}{e_x} = \frac{f_e}{e}, \tag{8}$$

daher ist
$$f_x = f_e\frac{e_x}{e} \quad \text{und} \quad g_x = g_e\frac{e_x}{e}. \tag{9}$$

Dadurch sind die Spiegelvektoren f_x bzw. g_x durch die bekannten Spiegelvektoren f_e bzw. g_e und das unbekannte oder veränderliche Vektorverhältnis $\frac{e_x}{e}$ ausgedrückt.

Sind 2 Vektoren e, f und ihre beiderseitigen Spiegelbilder e_f, f_e vorhanden, von denen weitere Spiegelbilder $(e_f)_e = e_{(fe)}$, $(f_e)_f = f_{(ef)}$ gebildet werden können, so ist nach Fig. 6:

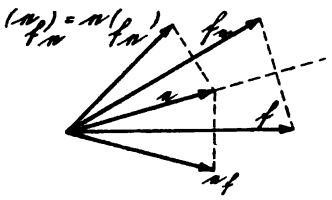


Fig. 6.

$$\frac{e}{e_f} = \frac{f_e}{f} = \frac{(e_f)_e}{e} = \frac{f}{f_{(ef)}}. \tag{10}$$

Das Vektorprodukt.

Das Vektorprodukt, mit $\{i \cdot e\}$ bezeichnet, stellt die gesamte Leistungsaufnahme in einem Stromzweige dar, es ist daher die komplexe Summe der Wirkleistung und Blindleistung und wird gekennzeichnet durch das Produkt zweier Skalaren $|i| \cdot |e|$ und den Winkel φ zwischen i und e.

$$\{i \cdot e\} = (i\,e) + [i\,e], \tag{11}$$

Digitized by Google

oder

$$\mathfrak{N} = \mathfrak{N}_w + \mathfrak{N}_b , \tag{12}$$

wenn

$$\mathfrak{N} = \{\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{e}\}$$

die gesamte Leistungsaufnahme des Stromzweiges,

$$\mathfrak{N}_w = (\mathfrak{i}\,\mathfrak{e})$$

die Wirkleistung und

$$\mathfrak{N}_b = [\mathfrak{i}\,\mathfrak{e}]$$

die Blindleistung bezeichnen. Ferner ist:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\mathfrak{N}_b}{\mathfrak{N}_w} . \tag{13}$$

Das Vektorprodukt bleibt unverändert, wenn der eine Faktor mit einem Zahlenwert α multipliziert, und der andere durch α dividiert wird. Fig. 7 und 8

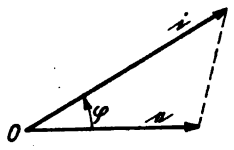


Fig. 7.

$$\{\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{e}\} = \left\{\alpha\,\mathfrak{i} \cdot \frac{\mathfrak{e}}{\alpha}\right\} . \tag{14}$$

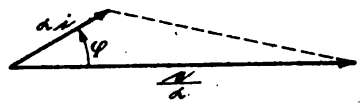


Fig. 8.

Der Punkt zwischen den beiden Faktoren soll die Trennung zwischen den beiden Vektoren bedeuten. Die Faktoren des Vektorproduktes dürfen jedoch nicht in ihrer Reihenfolge miteinander vertauscht werden, denn es ist:

$$\{\mathfrak{e} \cdot \mathfrak{i}\} = (\mathfrak{e}\,\mathfrak{i}) + [\mathfrak{e}\,\mathfrak{i}] = (\mathfrak{i}\,\mathfrak{e}) - [\mathfrak{i}\,\mathfrak{e}] , \tag{15}$$

also von $\{\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{e}\}$ Gleichung (11), völlig verschieden. Nur wenn $\mathfrak{i} \parallel \mathfrak{e}$ oder $\mathfrak{i} \perp \mathfrak{e}$ steht, kann man $\{\mathfrak{e} \cdot \mathfrak{i}\}$ durch $\{\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{e}\}$ ausdrücken, da

$$\{\mathfrak{e} \cdot \mathfrak{i}\}_{\parallel} = \{\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{e}\}_{\parallel}$$

und

$$\{\mathfrak{e}\,\mathfrak{i}\}_{\perp} = -\{\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{e}\}_{\perp}$$

ist.

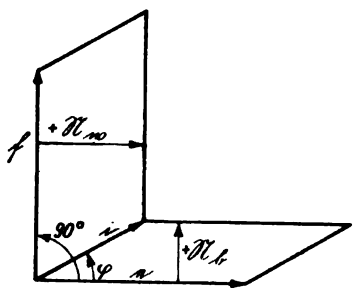


Fig. 9.

Die beiden Komponenten des Vektorproduktes werden durch die beiden Parallelogramme

$$\mathfrak{N}_b = ie \sin\varphi \tag{16}$$

und

$$\mathfrak{N}_w = ie \cos\varphi = if \sin(90° - \varphi) \tag{17}$$

(Fig. 9) dargestellt.

Dabei ist $|\mathfrak{f}| = |\mathfrak{e}|$ und $\mathfrak{f} \perp \mathfrak{e}$ im positiven Drehsinn gegen $\mathfrak{e}$ verdreht. $\mathfrak{N}_b$ ist positiv, wenn $\mathfrak{e}$ mit der x-Achse zusammenfällt und $\mathfrak{i}$ im ersten oder zweiten Quadranten, $\mathfrak{N}_w$ dagegen ist positiv, wenn $\mathfrak{i}$ im ersten oder vierten Quadranten liegt (siehe die + Pfeile neben $\mathfrak{N}_b$ und $\mathfrak{N}_w$). Die Verdrehung von $\mathfrak{e}$ nach $\mathfrak{f}$ um 90° wird vorgenommen, um das skalare Produkt $(\mathfrak{i}\,\mathfrak{e})$ ebenso wie das vektorielle $[\mathfrak{i}\,\mathfrak{e}]$ durch eine Fläche darstellen zu können. Hierdurch wird das innere Vektorprodukt $(\mathfrak{i}\,\mathfrak{e})$ in ein äußeres $[\mathfrak{i}\,\mathfrak{f}]$ verwandelt mit dem neuen Grundvektor $\mathfrak{f}$. Die Darstellung der Wirkleistung durch ein äußeres (vektorelles) Produkt hat den weiteren Vorteil, daß der Unterschied zwischen der Leistungsaufnahme eines Motors und der Leistungsabgabe eines Generators in der Richtung des Vektors, d. h. in dem Vorzeichen zum Aus-

Digitized by Google

druck kommt. Statt durch die Flächeninhalte der Parallelogramme kann man auch durch ihre Höhen die Werte $\mathfrak{N}_b$ und $\mathfrak{N}_w$ messen, da die Parallelogramme die gleiche Basis $|\mathfrak{e}| = |\mathfrak{f}|$ besitzen. Es genügt im allgemeinen, nur die Blindleistung durch ein Parallelogramm unter Berücksichtigung des Winkels φ darzustellen — wobei wir die Spannung stets in die positive X-Achse legen —, da sich die Wirkleistung daraus ohne weiteres ergibt, wenn man $\mathfrak{e}$ um 90° im positiven Sinne dreht und das entsprechende Parallelogramm für die Wirkleistung entwickelt. Mehrere Parallelogramme (Blindleistungen) sind aneinanderzufügen, nachdem man sie auf die gleiche Basis gebracht hat, wie die nachfolgenden Figuren zeigen.

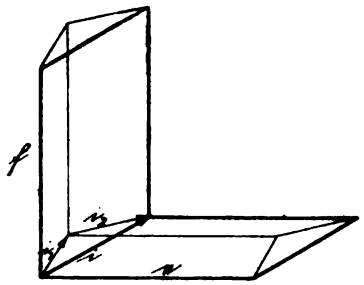


Fig. 10.

Besteht ein Faktor des Vektorproduktes aus der Summe zweier Vektoren z. B. $\mathfrak{i} = \mathfrak{i}_1 + \mathfrak{i}_2$, so ist

$$\{\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{e}\} = \{(\mathfrak{i}_1 + \mathfrak{i}_2) \cdot \mathfrak{e}\} = \{\mathfrak{i}_1 \cdot \mathfrak{e}\} + \{\mathfrak{i}_2 \cdot \mathfrak{e}\}, \qquad (18)$$

denn die Summe der beiden Parallelogramme $\mathfrak{i}_1 \cdot \mathfrak{e}$ und $\mathfrak{i}_2 \cdot \mathfrak{e}$ bzw. $\mathfrak{i}_1\mathfrak{f}$ und $\mathfrak{i}_2\mathfrak{f}$ ist gleich $\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{e}$ bzw. $\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{f}$, wie die Fig. 10 ohne weiteres zeigt.

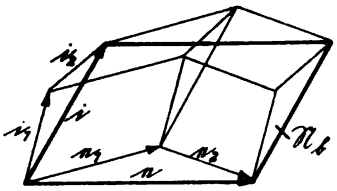


Fig. 11.

Besteht auch der zweite Faktor $\mathfrak{e}$ des Vektorproduktes aus der Summe zweier Vektoren $\mathfrak{e} = \mathfrak{e}_1 + \mathfrak{e}_2$, so ist, wie in Fig. 11 nur für die Blindleistung $\mathfrak{N}_b$ dargestellt:

$$\mathfrak{N}_b = [\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{e}] = [(\mathfrak{i}_1 + \mathfrak{i}_2) \cdot (\mathfrak{e}_1 + \mathfrak{e}_2)] = [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{e}_1] + [\mathfrak{i}_2 \mathfrak{e}_1] + [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{e}_2] + [\mathfrak{i}_2 \mathfrak{e}_2]. \qquad (19)$$

Ebenso ergibt sich für die Wirkleistung:

$$\mathfrak{N}_w = [\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{f}] = [(\mathfrak{i}_1 + \mathfrak{i}_2) \cdot (\mathfrak{f}_1 + \mathfrak{f}_2)] = [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{f}_1] + [\mathfrak{i}_2 \mathfrak{f}_2] + [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{f}_2] + [\mathfrak{i}_2 \mathfrak{f}_1],$$

wenn $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{f}_1$, $\mathfrak{f}_2$ die um 90° verdrehten Vektoren $\mathfrak{e}$, $\mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{e}_2$ darstellen.

Es ist noch nachzuweisen, daß das Vektorprodukt ebenso wie das Vektorverhältnis unabhängig von dem Koordinatensystem ist, d. h. daß bei einer Verdrehung von $\mathfrak{i}$ und $\mathfrak{e}$ um den gleichen Winkel das Verhältnis zwischen Wirk- und Blindleistung unverändert bleibt. Wir zerlegen zu diesem Zweck $\mathfrak{i}$ in $\mathfrak{i}_1 + \mathfrak{i}_2$ und $\mathfrak{e}$ in $\mathfrak{e}_1 + \mathfrak{e}_2$ (Fig. 12) und ziehen durch C eine Parallele zu $\mathfrak{e}$ und $\triangle BDL \simeq OCA$, dann ist $CDBO = -[\mathfrak{i}_1\mathfrak{e}_2] = EFBO$ und $GHJK = [\mathfrak{i}_2\mathfrak{e}_1] = EFLA$, daher $[\mathfrak{i}\mathfrak{e}] = OBLA = EFLA - EFBO$

$$= [\mathfrak{i}_2 \mathfrak{e}_1] + [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{e}_2]$$
$$= [\mathfrak{i}_2 \mathfrak{e}_1] - [\mathfrak{e}_2 \mathfrak{i}_1]$$
$$\mathfrak{N}_b = [\mathfrak{i}\mathfrak{e}] = [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{e}_2] + [\mathfrak{i}_2 \mathfrak{e}_1]. \qquad (20)$$

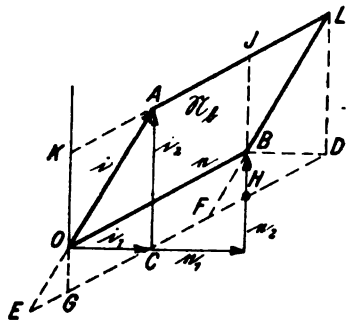


Fig. 12.

In gleicher Weise ist noch nachzuweisen, daß

$$\mathfrak{N}_w = (\mathfrak{i}\,\mathfrak{e}) = [\mathfrak{i}\,\mathfrak{f}] = [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{f}_1] + [\mathfrak{i}_2 \mathfrak{f}_2] \qquad (21)$$

ist.

Zu dem Zweck wird in Fig. 13, $\mathfrak{e}$ mit seinen Komponenten $\mathfrak{e}_1\mathfrak{e}_2$ um 90° in die Lage $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{f}_1$, $\mathfrak{f}_2$ gedreht. Dann ist

$(\mathfrak{i}_1\mathfrak{e}_1) = [\mathfrak{i}_1\mathfrak{f}_1] = ODEC$ und, da $CF = EG$ ist,
$(\mathfrak{i}_2\mathfrak{e}_2) = [\mathfrak{i}_2\mathfrak{f}_2] = DABE$, daher $OABC = ODEC + DABE$, d. h.

$$\mathfrak{N}_w = (\mathfrak{i}\,\mathfrak{e}) = (\mathfrak{i}_1\,\mathfrak{e}_1) + (\mathfrak{i}_2\,\mathfrak{e}_2). \qquad (22)$$

Digitized by Google

Daher ist allgemein, d. h. unabhängig vom Koordinatensystem:

$$\{i \cdot e\} = \{(i_1 + i_2) \cdot (e_1 + e_2)\} = \{i_1 \cdot e_1 + i_2 \cdot e_2 + i_1 \cdot e_2 + i_2 \cdot e_1\}. \quad (23)$$

Während Strom- und Spannungsvektoren geometrisch zusammenzusetzen sind, superponieren sich die Wirkleistungen und ebenso die Blindleistungen, wie die vorstehenden Gleichungen und Figuren zeigen, algebraisch. Da aber ihr Verhältnis gleich $\operatorname{tg}\varphi$ ist, so muß man Wirk- und Blindleistungen, nachdem man sie auf dieselbe Basis gebracht hat, geometrisch addieren, wenn man sie zum Vektorprodukt zusammensetzen will. Ebenso werden Vektorprodukte geometrisch zusammengesetzt. Dieses geschieht in der Weise, daß man die Parallelogramme auf die gleiche Basis reduziert und die zweiten Seiten derselben unter ihrem Phasenwinkel zusammensetzt.

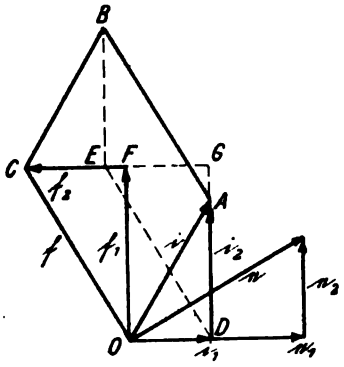


Fig. 13.

Ist

$$\{i \cdot e\} = (\mathfrak{k}\, e) + [\mathfrak{l}\, e] = \mathfrak{N}_w + \mathfrak{N}_b \quad (24)$$

ein Vektorprodukt und $\mathfrak{k}$ der Wirkstrom, $\mathfrak{l}$ der Blindstrom und i_e der Spiegelstromvon i in bezug auf e, so ist, wie Fig. 14 graphisch zeigt:

$$\{i_e \cdot e\} = (\mathfrak{k}\, e) - [\mathfrak{l}\, e] = \mathfrak{N}_w - \mathfrak{N}_b. \quad (25)$$

Daher ist auch

$$\{i \cdot e\} + \{i_e \cdot e\} = \{(i + i_e) \cdot e\} = 2\,\mathfrak{N}_w \quad (26)$$

und

$$\{i \cdot e\} - \{i_e \cdot e\} = \{(i - i_e) \cdot e\} = 2\,\mathfrak{N}_b. \quad (27)$$

$\{i\, e\}$ und $\{i_e \cdot e\}$ sind daher voneinander verschieden, sofern nicht i und e gleiche Phase haben. Wenn $i \perp e$ steht, ist $\{i \cdot e\}_\perp$ gleich $-\{i_e \cdot e\}_\perp$.

Dagegen ist ganz allgemein

$$\{i_e \cdot e\} = \{i \cdot e_i\}, \quad (28)$$

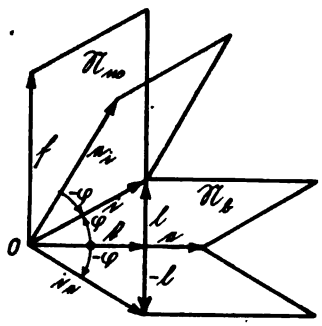


Fig. 14.

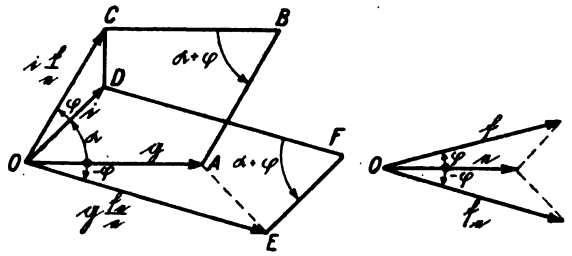


Fig. 15.

worin e_i die Spiegelspannung von e gegenüber i ist, da die beiden Parallelogramme, welche obige Vektorprodukte darstellen, nach Fig. 14 sich durch Drehung um 0 zur Deckung bringen lassen.

Besteht ein Faktor des Vektorproduktes $\left\{i\frac{f}{e} \cdot g\right\}$ aus einem Vektor i, der mit einem Vektorverhältnis $\frac{f}{e}$ (Fig. 15) multipliziert ist, bei dem Zähler und Nenner die gleiche Bezugseinheit $\frac{\text{Volt}}{\text{Volt}}$ oder $\frac{\text{Amp.}}{\text{Amp.}}$ besitzen, so hat man, um nach Fig. 15 $i\frac{f}{e}$ zu bilden, das Dreieck *ODC* ähnlich ef zu konstruieren. Das Vektorprodukt ist dann durch das Parallelogramm *OABC* mit dem Winkel $\alpha + \varphi$ dargestellt.

Digitized by Google

Statt den Vektor i im Verhältnis $\frac{f}{e}$ in seiner Größe zu verändern und um den Winkel φ zu verdrehen, hätte man auch den Vektor g im gleichen Größenverhältnis verändern, aber um den negativen Winkel $-\varphi$ verdrehen können. Dieses geschieht, wenn man das Dreieck *OAE* ähnlich ef_e konstruiert, worin f_e das Spiegelbild von f in bezug auf e ist. Dann ist *OEFD* inhaltsgleich *OABC* und der Winkel *DOE* gleich dem Winkel $COA = \alpha + \varphi$. Daher ist:

$$\left\{i\frac{f}{e}\cdot g\right\} = \left\{i\cdot g\frac{f_e}{e}\right\} = \left\{i\cdot g\frac{f}{e_f}\right\}. \tag{29}$$

Hat das Vektorprodukt die spezielle Form:

$$\left\{i\frac{e_g}{e}\cdot g\right\},$$

so ist

$$\left\{i\frac{e_g}{e}\cdot g\right\} = \left\{i\frac{g}{g_e}\cdot g\right\} = \{i\cdot g_e\}. \tag{29a}$$

Hat dagegen das Vektorverhältnis des einen Faktors ungleiche Bezugseinheiten im Zähler und Nenner, also $\frac{\text{Amp.}}{\text{Volt}}$ oder $\frac{\text{Volt}}{\text{Amp.}}$, z. B. $\left\{\frac{i}{e}f\cdot g\right\}$, worin i ein Stromvektor und efg Spannungsvektoren sind, so ist nach Fig. 16:

$$\left\{\frac{i}{e}f\cdot g\right\} = \left\{\frac{i}{e}g\cdot f_g\right\} = \left\{\frac{i}{e}g_f\cdot f\right\}, \tag{30}$$

worin f_g bzw. g_f die entsprechenden Spiegelbilder sind. Vektoren mit verschiedenen Bezugseinheiten (Amp., Volt) dürfen daher auch nicht unter Benutzung von Spiegelvektoren gegeneinander vertauscht werden!

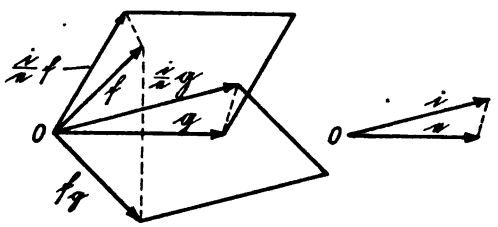


Fig. 16.

Einfacher gestaltet sich die Entwicklung des Vektorproduktes, wenn die beiden Faktoren desselben nicht unabhängig voneinander, sondern einander proportional sind; ein Fall, der bei der Leistungsaufnahme eines Stromzweiges, wenn keine eingeprägte oder induzierte *EMK* in demselben vorhanden ist, die Regel ist. Ist die Leistungsaufnahme eines Stromzweiges, dessen Leitfähigkeit durch das Vektorverhältnis $\frac{j}{\mathfrak{E}}$ gegeben ist:

$$\mathfrak{N} = \{i\cdot e\} = \left\{j\frac{e}{\mathfrak{E}}\cdot e\right\}, \tag{31}$$

Fig. 17, so wird dieselbe durch das Parallelogramm *OABC* dargestellt, dessen Winkel *COA* gleich dem Winkel φ zwischen j und $\mathfrak{E}$ ist. Ändert e seine Größe, so bleibt dieser Winkel unverändert. Aber auch bei einer Verdrehung von e nach e_1 bleibt der Winkel *FOD* konstant $= \varphi$. Der Inhalt des Parallelogrammes *OABC* ist, da $|i|$ proportional $|e|$ ist, proportional e^2. Man kann daher auch schreiben:

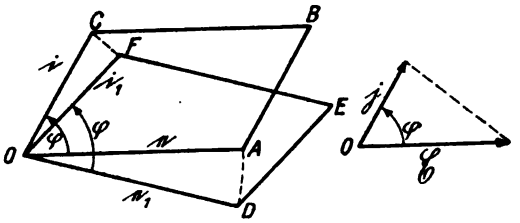


Fig. 17.

$$\mathfrak{N} = \{i\cdot e\} = \left\{j\frac{e}{\mathfrak{E}}\cdot e\right\} = \left\{\frac{j}{\mathfrak{E}}\cdot e^2\right\} = \left\{\frac{i}{e}\cdot e^2\right\}, \tag{32}$$

worin e^2 ein (positiver) Skalar mit der Einheit 1 (Volt)^2 ist. Das Vektorprodukt

Digitized by Google

ist daher auch gleich einem Vektorverhältnis $\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{e}}$, welches mit dem Skalar $\mathfrak{e}^2 = |\mathfrak{e}|^2$ multipliziert ist, und man kann folgende Ordnungsreihe aufstellen:

1.	2.	3.
Vektorverhältnis	Vektor	Vektorprodukt
$\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{e}}$	$\mathfrak{i} = \frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{e}}\|\mathfrak{e}\|$	$\{\mathfrak{i}\cdot\mathfrak{e}\} = \left\{\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{e}}\cdot\mathfrak{e}^2\right\}$. (33)

Man kann somit alle 3 Vektorfunktionen in der gleichen Weise darstellen, nämlich durch ein Vektorverhältnis unter Hinzufügung einer entsprechenden Bezugsgröße. Im ersten Fall ist die Einheit der Bezugsgröße 1, im zweiten 1 Volt und im dritten 1 (Volt)^2. Die Einheit der Bezugsgröße könnte daher auch ganz unterdrückt werden. Der bisher benutzten Darstellungsweise der Vektorprodukte durch Flächen wird aber der Vorzug gegeben, daß sie jederzeit die Maßeinheiten plastisch vor Augen führt, also weniger abstrakt ist.

Bisher wurde nachgewiesen, daß bei dem Vektorprodukt, d. h. der Leistungsaufnahme eines Stromzweiges, bei dem $\mathfrak{i}$ und $\mathfrak{e}$ proportional sind, weder durch eine Verdrehung, noch durch eine Größenänderung von $\mathfrak{e}$ der Winkel φ des Vektorproduktes sich ändert, d. h., daß von den 2 Parametern ie und φ des Vektorproduktes nur einer veränderlich ist. Dasselbe gilt naturgemäß auch bei gleichzeitiger Verdrehung und Größenänderung von $\mathfrak{e}$ oder wenn sich $\mathfrak{e}$ um einen beliebigen Zusatzvektor $\mathfrak{f}$ in $\mathfrak{e}+\mathfrak{f}$ ändert (Fig. 18). Aus dieser Figur ist ohne weiteres zu ersehen, daß der Winkel FOD des neuen Vektorproduktes

$$\{(\mathfrak{i}+\mathfrak{k})\cdot(\mathfrak{e}+\mathfrak{f})\} = ODEF$$

(da $\mathfrak{i}:\mathfrak{e} = \mathfrak{k}:\mathfrak{f}$ und somit die Dreiecke OAD und OCF ähnlich sind), gleich dem Winkel COA des Vektorproduktes $\{\mathfrak{i}\cdot\mathfrak{e}\} = OABC$ ist und daß der Flächeninhalt des ersteren proportional $(\mathfrak{e}+\mathfrak{f})^2$ ist. Es ist daher:

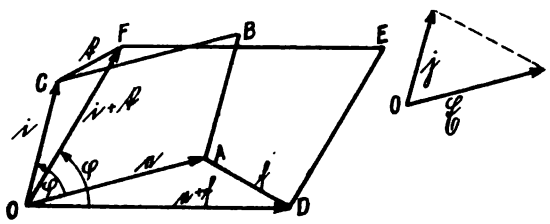


Fig. 18.

$$\mathfrak{N}_{(\mathfrak{e}+\mathfrak{f})} = \left\{\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{E}}(\mathfrak{e}+\mathfrak{f})\cdot(\mathfrak{e}+\mathfrak{f})\right\} = \left\{\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{E}}\cdot(\mathfrak{e}+\mathfrak{f})^2\right\}. \quad (34)$$

Hierbei sind aber $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{f}$ geometrisch zusammenzusetzen. Statt $(\mathfrak{e}+\mathfrak{f})^2$ kann man auch $\mathfrak{e}^2 + 2(\mathfrak{e}\mathfrak{f}) + \mathfrak{f}^2$ setzen, muß dabei aber beachten, daß $(\mathfrak{e}\mathfrak{f}) = |\mathfrak{e}|\cdot|\mathfrak{f}|\cdot\cos(\mathfrak{e}\mathfrak{f})$ ist.

Aufstellung der Vektor-Gleichungen für einen Gleichgewichtszustand (Knotenpunkt).

Als allgemeines Beispiel eines Knotenpunktes behandeln wir ein in Sternschaltung belastetes Drehstromnetz (Fig. 19). Im Anschluß daran soll der einfachste denkbare Fall der Bildung eines Knotenpunktes — die Hintereinanderschaltung zweier Scheinwiderstände, die an einer Wechselspannung $\mathfrak{E}$ liegen — untersucht werden. Man kann bei der Lösung dieser Aufgaben zwei verschiedene Wege einschlagen.

1. Man stellt die Knotenpunktsströme als Funktion einer der Sternspannungen dar, setzt ihre Summe nach dem Kirchhoffschen Gesetz gleich Null und berechnet aus dieser Beziehung die veränderlich angenommene Sternspannung.

Digitized by Google

2. Man stellt die Summe der Leistungsaufnahmen aller Zweige dar und untersucht die Änderung der Leistungsaufnahme bei einer Verschiebung des Knotenpunktes unter Berücksichtigung des von dem Verfasser aufgestellten zweiten Leistungsgesetzes (siehe „Die Berechnung von Gleich- und Wechselstromsystemen", Fr. Natalis, J. Springer 1920). Die Berechnung führt zwar zu der gleichen Lösung wie der erste Weg, die Lösung ist aber viel allgemeiner, da sie auch auf Maschinen angewendet werden kann, bei denen elektrische Leistungen in mechanische umgewandelt werden oder umgekehrt. Mit Hilfe der vorstehend behandelten Umwandlungen, die man mit Vektorprodukten vornehmen kann, ist es daher möglich, tiefer in das Wesen der Leistungsgesetze einzudringen und neue Schlußfolgerungen daraus zu ziehen.

1. Lösung mit Hilfe der Kirchhoffschen Gesetze (Fig. 19).

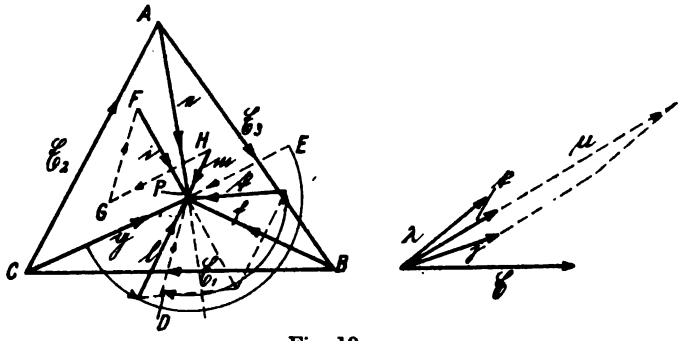


Fig. 19.

$\mathfrak{E}_1$, $\mathfrak{E}_2$, $\mathfrak{E}_3$ sind die bekannten Spannungen des Drehstromnetzes, $\mathfrak{e}$, $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{g}$ die zu ermittelnden Sternspannungen und $\mathfrak{i}$, $\mathfrak{k}$, $\mathfrak{l}$ die zugehörigen Knotenpunktsströme. Die Leitwerte der 3 Stromzweige werden dargestellt durch $\mathfrak{j}$, $\varkappa$, λ mit der Basis $\mathfrak{E}$:

$$\frac{\mathfrak{j}}{\mathfrak{E}} = \frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{e}}; \qquad \frac{\varkappa}{\mathfrak{E}} = \frac{\mathfrak{k}}{\mathfrak{f}}; \qquad \frac{\lambda}{\mathfrak{E}} = \frac{\mathfrak{l}}{\mathfrak{g}}. \tag{35}$$

Ferner ist $\mathfrak{f} = \mathfrak{e} - \mathfrak{E}_3$; $\mathfrak{g} = \mathfrak{e} + \mathfrak{E}_2$ und $\mathfrak{i} + \mathfrak{k} + \mathfrak{l} = 0$. Daraus ergibt sich:

$$O = \mathfrak{i} + \mathfrak{k} + \mathfrak{l} = \frac{\mathfrak{j}}{\mathfrak{E}}\mathfrak{e} + \frac{\varkappa}{\mathfrak{E}}\mathfrak{f} + \frac{\lambda}{\mathfrak{E}}\mathfrak{g} = \frac{\mathfrak{j}}{\mathfrak{E}}\mathfrak{e} + \frac{\varkappa}{\mathfrak{E}}(\mathfrak{e} - \mathfrak{E}_3) + \frac{\lambda}{\mathfrak{E}}(\mathfrak{e} + \mathfrak{E}_2). \tag{36}$$

$$\mathfrak{e} = \frac{\varkappa\mathfrak{E}_3 - \lambda\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{j} + \varkappa + \lambda}; \qquad \mathfrak{i} = \frac{\mathfrak{j}}{\mathfrak{E}}\mathfrak{e}. \tag{37}$$

Hiermit lassen sich die übrigen Spannungen und Ströme berechnen oder konstruieren (näheres siehe oben genannte Literaturstelle).

2. Lösung mit Hilfe des zweiten Leistungsgesetzes.

Die Leistungsaufnahme der drei Stromzweige (Fig. 20), (worin die Ströme der Übersichtlichkeit halber nicht eingetragen sind,) im Gleichgewichtszustande ist:

$$\mathfrak{N} = \{\mathfrak{i} \cdot \mathfrak{e} + \mathfrak{k} \cdot \mathfrak{f} + \mathfrak{l} \cdot \mathfrak{g}\}. \tag{38}$$

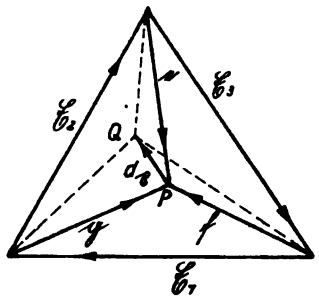


Fig. 20.

Wird der Knotenpunkt P durch Anlegen einer entsprechenden Spannung um den unendlich kleinen Spannungsvektor $d\mathfrak{x}$ nach Q verschoben, so entstehen die neuen Sternspannungen $\mathfrak{e} + d\mathfrak{x}$, $\mathfrak{f} + d\mathfrak{x}$; $\mathfrak{g} + d\mathfrak{x}$. Die Ströme verändern sich dabei in $\mathfrak{i}\frac{\mathfrak{e} + d\mathfrak{x}}{\mathfrak{e}}$; $\mathfrak{k}\frac{\mathfrak{f} + d\mathfrak{x}}{\mathfrak{f}}$; $\mathfrak{l}\frac{\mathfrak{g} + d\mathfrak{x}}{\mathfrak{g}}$. Während sich da-

Digitized by Google

her die Spannungen vektoriell um den gleichen Betrag dx ändern, ändern sich die Ströme um ungleiche Beträge, nämlich um:

$$di = i\frac{dx}{e}; \qquad d\mathfrak{k} = \mathfrak{k}\frac{dx}{f}; \qquad dl = l\frac{dx}{g}. \tag{39}$$

Die Summe der Ströme, die durch die Hilfsspannung dx abgeführt werden, ist:

$$di + d\mathfrak{k} + dl = \left(\frac{i}{e} + \frac{\mathfrak{k}}{f} + \frac{l}{g}\right) dx = \frac{i + \varkappa + \lambda}{\mathfrak{E}} dx = \frac{\mu}{\mathfrak{E}} dx. \tag{40}$$

Wenn $|dx|$ als konstant angenommen und nur die Richtung von dx verändert wird, so hat der abgeführte Strom, da $\frac{i + \varkappa + \lambda}{\mathfrak{E}} = \frac{\mu}{\mathfrak{E}}$ ein konstantes Vektorverhältnis ist, eine konstante Größe und seine Phasendifferenz gegen dx ist gleichfalls konstant. Das gleiche gilt auch für eine endliche Verschiebung x.

Durch Differentation der Gleichung (38) sowohl nach den Spannungen wie nach den Strömen erhält man:

$$d\mathfrak{N} = d\{i \cdot e + \mathfrak{k} \cdot f + l \cdot g\} = \{(i + \mathfrak{k} + l) \cdot dx\} + \{di \cdot e + d\mathfrak{k} \cdot f + dl \cdot g\} = d\mathfrak{N}_e + d\mathfrak{N}_i, \tag{41}$$

worin $d\mathfrak{N}_e$ die Leistungsänderung durch die Spannungsänderungen und $d\mathfrak{N}_i$ die Leistungsänderung durch die Stromänderungen bedeutet.

Da $i + \mathfrak{k} + l = 0$ ist, so ist das erste Glied $= 0$. Daher ist:

$$\frac{d\mathfrak{N}_e}{dx} = i + \mathfrak{k} + l = 0. \tag{42}$$

Dieses ist der Ausdruck des zweiten Leistungsgesetzes, mit dessen Hilfe sich in gleicher Weise wie nach dem Kirchhoffschen Gesetze die Vektorgleichungen für die Knotenpunkte entwickeln lassen. Zu dem Zweck wird die Leistungsaufnahme nach Gleichung (38) aufgestellt, die Spannungen f, g als Funktionen von e dargestellt, und darauf die Differentiation von $\mathfrak{N}$ lediglich nach der Spannung dx ausgeführt, diejenige nach den Strömen aber unberücksichtigt gelassen.

Die Differentiation von $\mathfrak{N}$ nach den Strömen gibt im allgemeinen einen von Null verschiedenen Wert $d\mathfrak{N}_i$, denn es ist nach Gleichung (39, 41 und 30):

$$\begin{aligned} d\mathfrak{N}_i &= \left\{i\frac{dx}{e} \cdot e + \mathfrak{k}\frac{dx}{f} \cdot f + l\frac{dx}{g} \cdot g\right\} \\ &= \left\{i\frac{e_x}{e} \cdot dx + \mathfrak{k}\frac{f_x}{f} \cdot dx + l\frac{g_x}{g} \cdot dx\right\}, \end{aligned} \tag{43}$$

worin e_x, f_x, g_x die Spiegelspannungen von e, f, g gegen d_x sind. Es ist daher:

$$d\mathfrak{N}_i = \left\{\left(i\frac{e_x}{e} + \mathfrak{k}\frac{f_x}{f} + l\frac{g_x}{g}\right) \cdot d_x\right\}. \tag{44}$$

Setzt man hierin nach Gleichung (9), Fig. 5, $f_x = f_e\frac{e_x}{e}$ und $g_x = g_e\frac{e_x}{e}$, so erhält man unter weiterer Berücksichtigung von Gleichung (29a):

$$\begin{aligned} d\mathfrak{N}_i &= \left\{\left(i + \mathfrak{k}\frac{f_e}{f} + l\frac{g_e}{g}\right)\frac{e_x}{e} \cdot dx\right\} = \left\{m\frac{e_x}{e} \cdot dx\right\} = \left\{m \cdot dx_e\right\}, \\ \frac{d\mathfrak{N}_i}{dx_e} &= m, \end{aligned} \tag{45}$$

Digitized by Google

worin

$$\mathfrak{m} = \mathfrak{i} + \mathfrak{k}\frac{\mathfrak{f}_e}{\mathfrak{f}} + \mathfrak{l}\frac{\mathfrak{g}_e}{\mathfrak{g}} \tag{46}$$

ein neuer konstanter, d. h. von $\mathfrak{x}$ unabhängiger Stromvektor ist, der sich unschwer darstellen läßt. Die Konstruktion ist in Fig. 19 durchgeführt. Ist $DP = \mathfrak{k}\frac{\mathfrak{f}_e}{\mathfrak{f}} = GF$ und $EP = \mathfrak{l}\frac{\mathfrak{g}_e}{\mathfrak{g}} = HG$, so ist $HP = \mathfrak{m}$. Nur wenn die Belastung in allen drei Stromzweigen induktionsfrei ist, wird $\mathfrak{m} = 0$, denn in diesem Falle bilden $\mathfrak{k}\frac{\mathfrak{f}_e}{\mathfrak{f}}$ bzw. $\mathfrak{l}\frac{\mathfrak{g}_e}{\mathfrak{g}}$ die Spiegelbilder von $\mathfrak{k}$ bzw. $\mathfrak{l}$ gegen $\mathfrak{e}$, und geben mit $\mathfrak{i}$ zusammen den Wert Null.

Bei der Entwicklung der Gleichung (45) haben wir den Vektor $\mathfrak{e}$ als veränderlich angenommen und haben einen neuen Vektor $\mathfrak{m}$ erhalten. Ebenso hätten wir auch $\mathfrak{f}$ bzw. $\mathfrak{g}$ veränderlich annehmen können und hätten dann einen Vektor $\mathfrak{n}$ bzw. $\mathfrak{p}$ erhalten. Nach Gleichung (44) muß

$$\left\{\mathfrak{m}\frac{\mathfrak{e}_x}{\mathfrak{e}}\cdot d\mathfrak{x}\right\} = \left\{\mathfrak{n}\frac{\mathfrak{f}_x}{\mathfrak{f}}\cdot d\mathfrak{x}\right\} = \left\{\mathfrak{p}\frac{\mathfrak{g}_x}{\mathfrak{g}}\cdot d\mathfrak{x}\right\} \quad \text{sein, oder} \quad \mathfrak{m}\frac{\mathfrak{e}_x}{\mathfrak{e}} = \mathfrak{n}\frac{\mathfrak{f}_x}{\mathfrak{f}} = \mathfrak{p}\frac{\mathfrak{g}_x}{\mathfrak{g}},$$

$$\frac{\mathfrak{m}}{\mathfrak{n}} = \frac{\mathfrak{e}}{\mathfrak{e}_x}\cdot\frac{\mathfrak{f}_x}{\mathfrak{f}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\mathfrak{m}}{\mathfrak{p}} = \frac{\mathfrak{e}}{\mathfrak{e}_x}\cdot\frac{\mathfrak{g}_x}{\mathfrak{g}}$$

oder nach Gleichung (9) und (10)

$$\frac{\mathfrak{m}}{\mathfrak{n}} = \frac{\mathfrak{e}}{\mathfrak{e}_\mathfrak{f}}; \qquad \frac{\mathfrak{m}}{\mathfrak{p}} = \frac{\mathfrak{e}}{\mathfrak{e}_\mathfrak{g}},$$

oder allgemein

$$\mathfrak{m}:\mathfrak{n}:\mathfrak{p} = \mathfrak{e}:\mathfrak{e}_\mathfrak{f}:\mathfrak{e}_\mathfrak{g} = \mathfrak{f}_\mathfrak{e}:\mathfrak{f}:\mathfrak{f}_\mathfrak{g} = \mathfrak{g}_\mathfrak{e}:\mathfrak{g}_\mathfrak{f}:\mathfrak{g} \quad \text{und} \quad |\mathfrak{m}| = |\mathfrak{n}| = |\mathfrak{p}|. \tag{47}$$

Wird der Sternpunkt P nicht um einen unendlich kleinen, sondern um einen endlichen Betrag, nämlich den Spannungsvektor $\mathfrak{x}$ verschoben, so ist:

$$\begin{aligned}\mathfrak{N}_x &= \left\{\mathfrak{i}\frac{\mathfrak{e}+\mathfrak{x}}{\mathfrak{e}}\cdot(\mathfrak{e}+\mathfrak{x}) + \mathfrak{k}\frac{\mathfrak{f}+\mathfrak{x}}{\mathfrak{f}}\cdot(\mathfrak{f}+\mathfrak{x}) + \mathfrak{l}\frac{\mathfrak{g}+\mathfrak{x}}{\mathfrak{g}}\cdot(\mathfrak{g}+\mathfrak{x})\right\}\\ &= \{\mathfrak{i}\cdot\mathfrak{e} + \mathfrak{k}\cdot\mathfrak{f} + \mathfrak{l}\cdot\mathfrak{g}\} + \{(\mathfrak{i}+\mathfrak{k}+\mathfrak{l})\cdot\mathfrak{x}\} + \left\{\mathfrak{i}\frac{\mathfrak{x}}{\mathfrak{e}}\cdot\mathfrak{e} + \mathfrak{k}\frac{\mathfrak{x}}{\mathfrak{f}}\cdot\mathfrak{f} + \mathfrak{l}\frac{\mathfrak{x}}{\mathfrak{g}}\cdot\mathfrak{g}\right\}\\ &+ \left\{\left(\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{e}} + \frac{\mathfrak{k}}{\mathfrak{f}} + \frac{\mathfrak{l}}{\mathfrak{g}}\right)\cdot\mathfrak{x}^2\right\}.\end{aligned} \tag{48}$$

Das erste Glied ist gleich der Leistungsaufnahme $\mathfrak{N}$ im Gleichgewichtszustand, das zweite ist gleich Null, da $\mathfrak{i}+\mathfrak{k}+\mathfrak{l} = 0$ ist.

Daher ist:

$$\mathfrak{N}_x - \mathfrak{N} = \left\{\mathfrak{i}\frac{\mathfrak{x}}{\mathfrak{e}}\cdot\mathfrak{e} + \mathfrak{k}\frac{\mathfrak{x}}{\mathfrak{f}}\cdot\mathfrak{f} + \mathfrak{l}\frac{\mathfrak{x}}{\mathfrak{g}}\cdot\mathfrak{g}\right\} + \left\{\left(\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{e}} + \frac{\mathfrak{k}}{\mathfrak{f}} + \frac{\mathfrak{l}}{\mathfrak{g}}\right)\cdot\mathfrak{x}^2\right\}, \tag{49}$$

oder nach Gleichung (29):

$$\mathfrak{N}_x - \mathfrak{N} = \left\{\mathfrak{i}\frac{\mathfrak{e}_x}{\mathfrak{e}}\cdot\mathfrak{x} + \mathfrak{k}\frac{\mathfrak{f}_x}{\mathfrak{f}}\cdot\mathfrak{x} + \mathfrak{l}\frac{\mathfrak{g}_x}{\mathfrak{g}}\cdot\mathfrak{x}\right\} + \left\{\left(\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{e}} + \frac{\mathfrak{k}}{\mathfrak{f}} + \frac{\mathfrak{l}}{\mathfrak{g}}\right)\cdot\mathfrak{x}^2\right\}. \tag{50}$$

In dem ersten Glied dieser Gleichung können die Unbekannten $\frac{\mathfrak{f}_x}{\mathfrak{f}}$, $\frac{\mathfrak{g}_x}{\mathfrak{g}}$ in gleicher

Digitized by Google

Weise wie in Gleichung (44—46) durch $\frac{e_x}{e}$ bzw. $\mathfrak{m}$ ausgedrückt werden. Der erste Faktor des zweiten Gliedes kann einfacher geschrieben werden durch

$$\frac{i}{e} + \frac{\mathfrak{k}}{f} + \frac{l}{g} = \frac{j + \varkappa + \lambda}{\mathfrak{E}} = \frac{\mu}{\mathfrak{E}},$$

worin $\mu = j + \varkappa + \lambda$ ist. Dadurch erhält man:

$$\mathfrak{N}_x - \mathfrak{N} = \left\{\left(i + \mathfrak{k}\frac{f_e}{f} + l\frac{g_e}{g}\right)\frac{e_x}{e} \cdot \mathfrak{x}\right\} + \left\{\frac{\mu}{\mathfrak{E}} \cdot \mathfrak{x}^2\right\} = \{\mathfrak{m} \cdot \mathfrak{x}_e\} + \left\{\frac{\mu}{\mathfrak{E}} \cdot \mathfrak{x}^2\right\}. \tag{51}$$

Da aber $\mathfrak{x}^2 = \mathfrak{x}_e^2$ ist, so kann man auch schreiben:

$$\mathfrak{N}_x - \mathfrak{N} = \{\mathfrak{m} \cdot \mathfrak{x}_e\} + \left\{\frac{\mu}{\mathfrak{E}} \cdot \mathfrak{x}_e^2\right\} = \left\{\left(\mathfrak{m} + \frac{\mu}{\mathfrak{E}}\mathfrak{x}_e\right) \cdot \mathfrak{x}_e\right\}. \tag{52}$$

Für $\mathfrak{x}_e = 0$ ergibt sich, wie zu erwarten, $\mathfrak{N}_x - \mathfrak{N} = 0$.

Es ist nun von Interesse zu untersuchen, wie sich die Leistungsaufnahme sowohl

1. für eine unendlich kleine Spannungsänderung $d\mathfrak{x}$ nach Gleichung (45) wie auch

2. für eine endliche Änderung $\mathfrak{x}$ nach Gleichung (52) verändert.

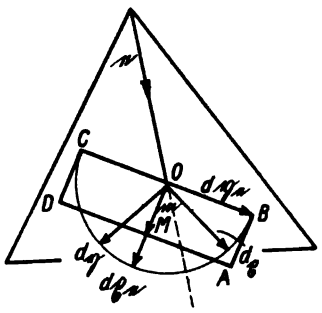


Fig. 21.

ad 1. Da nach Gleichung (45) $d\mathfrak{N} = \{\mathfrak{m} \cdot d\mathfrak{x}_e\}$ ist, so enthält $d\mathfrak{N}$ nur dann lediglich eine Wirkleistung, wenn $d\mathfrak{x}_e$ dieselbe Richtung hat, wie $\mathfrak{m}$. Dieser Fall ist in Fig. 21 und die Wirkleistung selbst durch das Rechteck $OMAB$ dargestellt. Aus der Richtung $d\mathfrak{x}_e$ läßt sich dann durch Spiegelung an e die Richtung von $d\mathfrak{x}$ feststellen. Dreht man den Vektor $d\mathfrak{x}_e$ um 90° in die Richtung $d\mathfrak{y}_e$, so steht $d\mathfrak{y}_e$ senkrecht auf $\mathfrak{m}$. Erfolgt daher die Spannungsverschiebung in der Richtung des Spiegelbildes $d\mathfrak{y}$, von $d\mathfrak{y}_e$, so enthält $d\mathfrak{N}$ lediglich eine Blindleistung. Da aber der Strom $\mathfrak{m}$ gegen die Spannung $d\mathfrak{y}_e$ im negativen Sinne verschoben ist, wird die Blindleistung durch das Rechteck $OCDM$ dargestellt. Es gibt daher zwei bevorzugte, aufeinander senkrecht stehende Richtungen. In der ersten Richtung $d\mathfrak{x}$ ist die Änderung der Blindleistung in der zweiten $d\mathfrak{y}$ die der Wirkleistung gleich Null.

ad 2. Wir wollen nunmehr dieselbe Untersuchung bei Gleichung (52) vornehmen und den geometrischen Ort aller Punkte aufsuchen, in denen die Änderung der Blindleistung gleich Null ist, Fig. 22, und ebenso die Kurve konstanter Wirkleistung bestimmen. Gleichung (52)

$$\mathfrak{N}_x - \mathfrak{N} = \left\{\mathfrak{m} \cdot \mathfrak{x}_e\right\} + \left\{\frac{\mu}{\mathfrak{E}} \cdot \mathfrak{x}_e^2\right\} = \left\{\left(\mathfrak{m} + \frac{\mu}{\mathfrak{E}}\mathfrak{x}_e\right) \cdot \mathfrak{x}_e\right\}$$

wird gleich Null einerseits für $\mathfrak{x}_e = 0$, entsprechend dem Punkt P, andererseits für $\mathfrak{m} + \frac{\mu}{\mathfrak{E}}\mathfrak{x}_e^1 = 0$ oder für:

$$\mathfrak{x}_e^1 = -\mathfrak{m}\frac{\mathfrak{E}}{\mu}. \tag{53}$$

In diesem durch $\mathfrak{x}_e^1$ bestimmten singulären Punkte P_1 ist also sowohl die Wirk-

Digitized by Google

leistung wie auch die Blindleistung unverändert. Führen wir den in Gleichung (53) ermittelten Wert in Gleichung (52) ein, so können wir schreiben:

$$\mathfrak{N}_x - \mathfrak{N} = \left\{\left(\mathfrak{x}_e + \mathfrak{m}\frac{\mathfrak{E}}{\mu}\right)\frac{\mu}{\mathfrak{E}}\cdot\mathfrak{x}_e\right\} = \left\{(\mathfrak{x}_e - \mathfrak{x}_e^1)\frac{\mu}{\mathfrak{E}}\cdot\mathfrak{x}_e\right\}. \tag{54}$$

Soll die Blindleistung dieses Vektorproduktes gleich Null sein, so muß $(\mathfrak{x}_e - \mathfrak{x}_e^1)\frac{\mu}{\mathfrak{E}} = \alpha\,\mathfrak{x}_e$ sein, worin α ein veränderlicher Skalar mit der Bezugseinheit $\frac{1\text{ Amp}}{1\text{ Volt}}$ ist. Hieraus ergibt sich:

$$\frac{\mathfrak{x}_e - \mathfrak{x}_e^1}{\mathfrak{x}_e} = \frac{\alpha\,\mathfrak{E}}{\mu}. \tag{55}$$

Dieses ist aber nach Band I, Heft 2, S. 70 der Wissenschaftlichen Veröffentlichungen die Gleichung eines Kreises, der durch P und P_1 geht und dessen Peripheriewinkel gleich dem Winkel zwischen $\mathfrak{E}$ und μ ist.

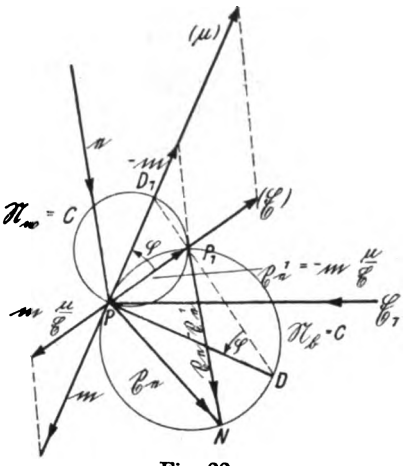


Fig. 22.

Fig. 22 (gegenüber Fig. 21 dreifach vergrößert) zeigt die einfache Konstruktion dieses Kreises. $\mathfrak{m}$ ist der bekannte nach Gleichung (46) ermittelte Vektor, $\frac{\mu}{\mathfrak{E}}$ das gleichfalls gegebene Vektorverhältnis. Dasselbe ist so eingezeichnet, daß (μ) mit $\mathfrak{m}$ zusammenfällt. Aus $\mathfrak{m}$ und $\frac{\mu}{\mathfrak{E}}$ wird in bekannter Weise der Vektor $\mathfrak{m}\frac{\mathfrak{E}}{\mu}$ und $PP_1 = -\mathfrak{m}\frac{\mathfrak{E}}{\mu} = \mathfrak{x}_e^1$ konstruiert. Zeichnet man nunmehr $PD \perp \mathfrak{m}$ und $P_1D \perp PP_1$, so ist PD der Durchmesser des gesuchten Kreises, dessen Peripheriewinkel $P_1DP = \varphi$ ist. Für den wandernden Punkt N dieses Kreises ergibt sich die Beziehung Gleichung (55)

$$\frac{P_1N}{PN} = \frac{\mathfrak{x}_e - \mathfrak{x}_e^1}{\mathfrak{x}_e} = \frac{\alpha\,\mathfrak{E}}{\mu}.$$

Der Kreis PP_1D ist daher der geometrische Ort für alle Punkte gleicher Blindleistung $N_b = \text{Const.}$

Verlängert man DP_1 bis D_1, so ist der Kreis PP_1D_1 mit dem Peripheriewinkel $90° - \varphi$ der geometrische Ort für alle Punkte gleicher Wirkleistung $\mathfrak{N}_w = \text{Const.}$ Die beiden Kreise schneiden sich senkrecht.

Da die Leistungsaufnahme, und zwar nicht nur die Wirkleistung, sondern auch die Blindleistung, bei einer Verschiebung des Punktes P nach P_1 die gleiche ist wie im Punkte P, so besteht im Punkte P_1 eine zweite Gleichgewichtslage. Der im Punkt P_1 abgeführte Strom ist aber keineswegs gleich Null, sondern nach Gleichung (40):

$$\triangle\mathfrak{i} + \triangle\mathfrak{k} + \triangle\mathfrak{l} = \left(\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{e}} + \frac{\mathfrak{k}}{\mathfrak{f}} + \frac{\mathfrak{l}}{\mathfrak{g}}\right)\mathfrak{x} = \frac{\mathfrak{j} + \varkappa + \lambda}{\mathfrak{E}}\,\mathfrak{x} = \frac{\mu}{\mathfrak{E}}\,\mathfrak{x},$$

worin $\mathfrak{x} = \mathfrak{x}_e' = -\mathfrak{m}\frac{\mathfrak{E}}{\mu}$ zu setzen ist. Daher ist

$$\triangle\mathfrak{i} + \triangle\mathfrak{k} + \triangle\mathfrak{l} = -\mathfrak{m}.$$

Digitized by Google

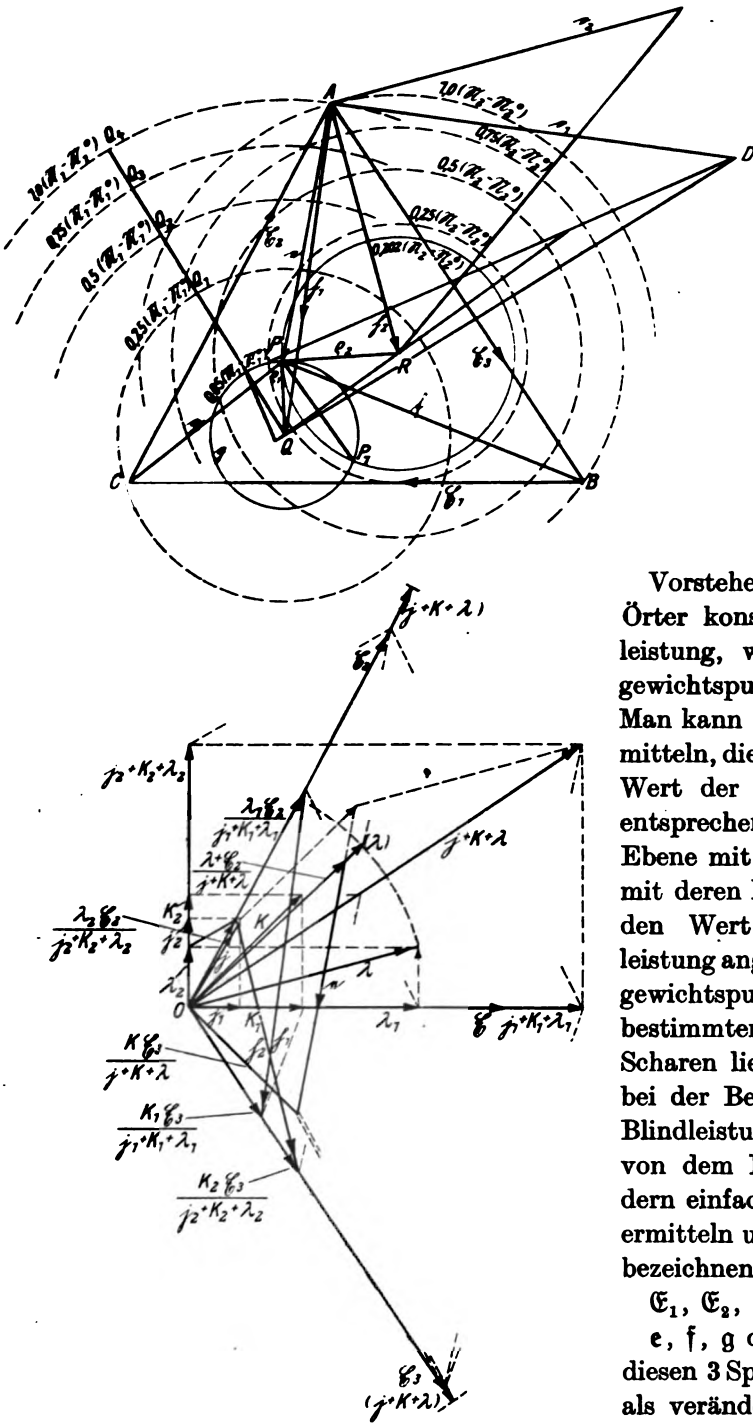


Fig. 23.

Die im Punkte P_1 abgeführte Leistung

$$\{-\mathfrak{m}\cdot\mathfrak{x}_e\}$$

muß gleich der zusätzlichen Leistung

$$\{\triangle\mathfrak{i}\cdot\mathfrak{e}+\triangle\mathfrak{k}\cdot\mathfrak{f}+\triangle\mathfrak{l}\cdot\mathfrak{g}\}$$

sein, die in den Punkten ABC zugeführt wird. Der Punkt P_1 entspricht daher einer labilen Gleichgewichtslage, die nach Abschaltung der Spannung $\mathfrak{x}_e^1$ nicht bestehen bleiben kann.

Vorstehend sind die geometrischen Örter konstanter Blind- bzw. Wirkleistung, welche durch den Gleichgewichtspunkt P gehen, ermittelt. Man kann aber weiterhin Kurven ermitteln, die einem anderen konstanten Wert der Wirk- bzw. Blindleistung entsprechen. Dadurch wird die ganze Ebene mit 2 Kurvenscharen bedeckt, mit deren Hilfe man für jeden Punkt den Wert der Wirk- bzw. Blindleistung angeben kann. Da der Gleichgewichtspunkt P nur auf zwei ganz bestimmten Kurven dieser beiden Scharen liegt, so ist es unpraktisch, bei der Bestimmung der Wirk- oder Blindleistung eines beliebigen Punktes von dem Punkt P auszugehen, sondern einfacher, den Betrag direkt zu ermitteln und konstant zu setzen. Wir bezeichnen nach Fig. 23 mit

$\mathfrak{E}_1$, $\mathfrak{E}_2$, $\mathfrak{E}_3$ die Phasenspannungen,

$\mathfrak{e}$, $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{g}$ die Sternspannungen. Von diesen 3 Spannungen betrachten wir $\mathfrak{e}$ als veränderlich und setzen:

$$\mathfrak{f}=\mathfrak{e}-\mathfrak{E}_3 \quad \text{und} \quad \mathfrak{g}=\mathfrak{e}+\mathfrak{E}_2. \qquad (56)$$

Die Leitwerte der Stromzweige sind gegeben durch die Vektorverhältnisse:

$$\frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{E}};\quad \frac{\varkappa}{\mathfrak{E}};\quad \frac{\lambda}{\mathfrak{E}}. \qquad (57)$$

Digitized by Google

Diese Leitwerte zerlegen wir in solche der

$$\text{Wirkleistung} \quad \frac{j_1}{\mathfrak{E}}; \quad \frac{\varkappa_1}{\mathfrak{E}}; \quad \frac{\lambda_1}{\mathfrak{E}}; \tag{58}$$

und der $$\text{Blindleistung} \quad \frac{j_2}{\mathfrak{E}}; \quad \frac{\varkappa_2}{\mathfrak{E}}; \quad \frac{\lambda_2}{\mathfrak{E}}. \tag{59}$$

Die Werte (58), (59) sind aber reine Skalare[1]) mit der Bezugseinheit $\frac{1\ \text{Amp}}{1\ \text{Volt}}$.

Die Vorzeichen von $j_1 \varkappa_1 \lambda_1$ werden im allgemeinen positiv sein, da ein Widerstand Wirkleistung nur aufnimmt, aber nicht angibt. Nur wenn die Stromkreise transformatorisch mit anderen Stromkreisen verkettet sind oder wenn sie Teile von Maschinenwicklungen sind, können sie Wirkleistung abgeben. In diesem Fall müssen die obigen Koeffizienten mit negativem Vorzeichen eingesetzt werden. Bei $j_2 \varkappa_2 \lambda_2$ sind dagegen die Vorzeichen zu beachten, je nachdem es sich um induktive (—) oder kapazitive (+) Belastung handelt.

In gleicher Weise zerlegen wir die Ströme

$$\mathfrak{i} = \frac{j}{\mathfrak{E}} \mathfrak{e}; \quad \mathfrak{k} = \frac{\varkappa}{\mathfrak{E}} \mathfrak{f}; \quad \mathfrak{l} = \frac{\lambda}{\mathfrak{E}} \mathfrak{g} \tag{60}$$

in die

$$\text{Wirkströme} \quad \mathfrak{i}_1 = \frac{j_1}{\mathfrak{E}} \mathfrak{e}; \quad \mathfrak{k}_1 = \frac{\varkappa_1}{\mathfrak{E}} \mathfrak{f}; \quad \mathfrak{l}_1 = \frac{\lambda_1}{\mathfrak{E}} \mathfrak{g} \tag{61}$$

und die

$$\text{Blindströme} \quad \mathfrak{i}_2 = \frac{j_2}{\mathfrak{E}} \mathfrak{e}; \quad \mathfrak{k}_2 = \frac{\varkappa_2}{\mathfrak{E}} \mathfrak{f}; \quad \mathfrak{l}_2 = \frac{\lambda_2}{\mathfrak{E}} \mathfrak{g}. \tag{62}$$

Dann ist die Wirkleistung:

$$\mathfrak{N}_1 = \frac{j_1}{\mathfrak{E}} \cdot \mathfrak{e}^2 + \frac{\varkappa_1}{\mathfrak{E}} \mathfrak{f}^2 + \frac{\lambda_1}{\mathfrak{E}} \mathfrak{g}^2 \tag{63}$$

und die Blindleistung:

$$\mathfrak{N}_2 = \frac{j_2}{\mathfrak{E}} \mathfrak{e}^2 + \frac{\varkappa_2}{\mathfrak{E}} \mathfrak{f}^2 + \frac{\lambda_2}{\mathfrak{E}} \mathfrak{g}^2. \tag{64}$$

Wir wollen nachstehende Untersuchungen zunächst nur auf die Wirkleistung erstrecken, da offenbar die Blindleistung lediglich durch Vertauschung des Index 1 gegen den Index 2 zu bestimmen ist.

Für Gleichung (63) kann man nach Gleichung (56) schreiben:

$$\mathfrak{E}\mathfrak{N}_1 = j_1 \mathfrak{e}^2 + \varkappa_1 (\mathfrak{e} - \mathfrak{E}_3)^2 + \lambda_1 (\mathfrak{e} + \mathfrak{E}_2)^2 = (j_1 + \varkappa_1 + \lambda_1) \mathfrak{e}^2 - 2(\varkappa_1 \mathfrak{E}_3 - \lambda_1 \mathfrak{E}_2) \mathfrak{e} + (\varkappa_1 \mathfrak{E}_3^2 + \lambda_1 \mathfrak{E}_2^2). \tag{65}$$

$$\frac{\mathfrak{E}\mathfrak{N}_1}{j_1 + \varkappa_1 + \lambda_1} = \mathfrak{e}^2 - \frac{2(\varkappa_1 \mathfrak{E}_3 - \lambda_1 \mathfrak{E}_2)}{j_1 + \varkappa_1 + \lambda_1} \mathfrak{e} + \frac{\varkappa_1 \mathfrak{E}_3^2 + \lambda_1 \mathfrak{E}_2^2}{j_1 + \varkappa_1 + \lambda_1}. \tag{66}$$

Das erste und dritte Glied dieser Gleichung ist ohne weiteres als Skalar zu erkennen, da $\mathfrak{e}^2$ und $\frac{\varkappa_1 \mathfrak{E}_3^2 + \lambda_1 \mathfrak{E}_2^2}{j_1 + \varkappa_1 + \lambda_1}$ als Quadrate von Vektoren Skalare sind. Aber auch das zweite Glied ist als Skalar aufzufasen, da

$$\mathfrak{e}(\varkappa_1 \mathfrak{E}_3 - \lambda_1 \mathfrak{E}_2) = |\mathfrak{e}| \cdot |\varkappa_1 \mathfrak{E}_3 - \lambda_1 \mathfrak{E}_2| \cdot \cos \mathfrak{e}(\varkappa_1 \mathfrak{E}_3 - \lambda_1 \mathfrak{E}_2)$$

zu setzen ist.

[1]) $j_2 \varkappa_2 \lambda_2$ stehen zwar $\perp \mathfrak{E}$. Führt man aber einen um 90° gegen $\mathfrak{E}$ gedrehten Basis-Vektor $\mathfrak{F}$ ein, so sind $\frac{j_2}{\mathfrak{F}}$, $\frac{\varkappa_2}{\mathfrak{F}}$, $\frac{\lambda_2}{\mathfrak{F}}$ reine Skalare.

Digitized by Google

Da aber sowohl dieser cos wie auch e unbekannt sind, so ist es erforderlich, dieses zweite Glied zu eliminieren, was durch folgenden Kunstgriff (s. Gl. 69) möglich ist. Wir setzen:

$$\frac{\mathfrak{E}\mathfrak{N}_1}{\mathfrak{j}_1+\varkappa_1+\lambda_1}=x_1^2 \qquad \text{und} \qquad \frac{\varkappa_1\mathfrak{E}_3^2+\lambda_1\mathfrak{E}_2^2}{\mathfrak{j}_1+\varkappa_1+\lambda_1}=c_1^2 \tag{67}$$

(x_1 und c_1 in Volt gemessen) und ferner:

$$\frac{\varkappa_1\mathfrak{E}_3-\lambda_1\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{j}_1+\varkappa_1+\lambda_1}=\mathfrak{h}_1 \text{ [1]} \tag{68}$$

$$\mathfrak{e}=\mathfrak{h}_1+\varrho_1, \tag{69}$$

worin $\mathfrak{h}_1$ und ϱ_1 Spannungsvektoren sind.

Dann verwandelt sich Gleichung (66) in

$$x_1^2=(\mathfrak{h}_1+\varrho_1)^2-2(\mathfrak{h}_1+\varrho_1)\mathfrak{h}_1+c_1^2=\mathfrak{h}_1^2+2\mathfrak{h}_1\varrho_1+\varrho_1^2-2\mathfrak{h}_1^2-2\mathfrak{h}_1\varrho_1+c_1^2=c_1^2-\mathfrak{h}_1^2+\varrho_1^2. \tag{70}$$

$$\varrho_1^2=x_1^2-(c_1^2-\mathfrak{h}_1^2). \tag{71}$$

Gleichung (71) ist eine quadratische Gleichung in ϱ. Setzt man:

$$x_{1\,\min}{}^2=c_1^2-\mathfrak{h}_1^2, \tag{72}$$

so werden die beiden Wurzeln von ϱ_1 gleich Null. Für diesen Wert von x_1 schrumpft daher der geometrische Ort in einen durch durch den Vektor $\mathfrak{h}_1$ bestimmten Punkt Q zusammen und für alle anderen Werte von x_1 sind die geometrischen Örter konzentrische Kreise um Q.

x_1 min entspricht der geringsten Wirkleistungsaufnahme, denn für kleinere oder gar negative Werte von x_1 würde nach Gleichung (71) ϱ_1 imaginär werden. Durch den Vektor $\mathfrak{h}_1=AQ=\frac{\varkappa_1\mathfrak{E}_3-\lambda_1\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{j}_1+\varkappa_1+\lambda_1}$ ist der Punkt Q eindeutig bestimmt.

Wird die gleiche Untersuchung für die Blindleistung angestellt, so ergibt sich ein durch einen Vektor $\mathfrak{h}_2=\frac{\varkappa_2\mathfrak{E}_3-\lambda_2\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{j}_2+\varkappa_2+\lambda_2}$ bestimmter Punkt R, in dem die Blindleistung ein Minimum ist, und alle Kurven konstanter Blindleistung sind konzentrische Kreise um R.

Es interessiert nun zu wissen, in welchem Maße mit wachsendem ϱ_1 bzw. ϱ_2 die Wirkleistung bzw. Blindleistung ansteigt.

Wir bezeichnen die Wirkleistung für den Punkt Q mit $\mathfrak{N}_1^0$ und diejenige des Kreises mit dem Radius $\mathfrak{h}_1$, welcher durch den Punkt A geht, mit $\mathfrak{N}_1$. Wir wollen ferner die Steigerung der Wirkleistung $(\mathfrak{N}_1-\mathfrak{N}_1^0)$ in vier gleiche Teile 0,25 $(\mathfrak{N}_1-\mathfrak{N}_1^0)$ 0,5 $(\mathfrak{N}_1-\mathfrak{N}_1^0)$; 0,75 $(\mathfrak{N}_1-\mathfrak{N}_1^0)$ und 1,0 $(\mathfrak{N}_1-\mathfrak{N}_1^0)$ einteilen und die zugehörigen Werte von ϱ bestimmen:

$$\text{für } \varrho_1=\mathfrak{h}_1 \text{ ist } \mathfrak{N}_1=c_1^2+\mathfrak{h}_1^2+\mathfrak{h}_1^2$$

$$\text{für } \varrho_1=0 \text{ ist } \mathfrak{N}_1^0=c_1^2+\mathfrak{h}_1^2$$

daher $\mathfrak{N}_1-\mathfrak{N}_1^0=\mathfrak{h}_1^2$ und

$$z(\mathfrak{N}_1-\mathfrak{N}_1^0)=z\mathfrak{h}_1^2=\varrho_{1z}^2, \tag{73}$$

worin z ein beliebiger Zahlenwert >0 ist.

---

[1]) Von Interesse ist der ganz gleichartige Aufbau der Formeln 37 für den Vektor e und derjenigen für $\mathfrak{h}_1$ und $\mathfrak{h}_2$ nach Gleichung 68:

$$\mathfrak{e}=\frac{\varkappa\mathfrak{E}_3-\lambda\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{j}+\varkappa+\lambda}; \qquad \mathfrak{h}_1=\frac{\varkappa_1\mathfrak{E}_3-\lambda_1\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{j}_1+\varkappa_1+\lambda}; \qquad \mathfrak{h}_2=\frac{\varkappa_2\mathfrak{E}_3-\lambda_2\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{j}_2+\varkappa_2+\lambda_2}.$$

Digitized by Google

$$\varrho_{1z} = \sqrt{z}\,\mathfrak{h}_1 \tag{74}$$

für $z = 0 \quad 0{,}25 \quad 0{,}50 \quad 0{,}75$ und $1{,}0$

ergibt sich daher $\varrho_{1z} = 0 \quad 0{,}5\mathfrak{h}_1 \quad 0{,}707\mathfrak{h}_1 \quad 0{,}866\mathfrak{h}_1 \quad 1{,}0\mathfrak{h}_1$

Für den durch P gehenden Kreis mit dem Radius $\varrho_1 = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{e}$ ist ferner die Zunahme der Wirkleistung zu 0,05 $(\mathfrak{N}_1 - \mathfrak{N}_1^0)$ bestimmt.

Will man nicht nur die Leistungszunahme von Q bis A und darüber hinaus, sondern die Leistung selbst bestimmen, so muß man auch den Wert

$$c_1 = \sqrt{\frac{\varkappa_1 \mathfrak{E}_3^2 + \lambda_1 \mathfrak{E}_2^2}{\mathfrak{j}_1 + \varkappa_1 + \lambda_1}} \tag{75}$$

ermitteln. Das geschieht am einfachsten durch Rechnung. In der Fig. 23 ist der so bestimmte Wert $c_1 = AD$ senkrecht zu $\mathfrak{h}_1$ angetragen, so daß $(QD)^2 = \mathfrak{h}_1^2 + \mathfrak{c}_1^2$ ist. Zieht man nun noch $QQ_4 \perp QD$, so ist die Wirkleistung durch $\mathfrak{h}_1^2 + \mathfrak{c}_1^2 + \varrho_z^2$ also durch $(DQ_1)^2$, $(DQ_2)^2$ .... dargestelt.

Die gleichen Erwägungen führen zu den in Fig. 23 dargestellten Kreisen gleicher Blindleistung, die durch den Vektor $\mathfrak{h}_2$ und den Skalar c_2 bestimmt sind.

Durch die Schnittpunkte der beiden Kreisscharen ist nunmehr für jeden Punkt der Ebene die Wirk- und Blindleistung und damit auch ihre geometrische Summe, d. h. die Gesamtleistung bestimmt.

Treffen in einem Knotenpunkt mehr als 3 Ströme zusammen, so sind die Formeln (56) bis (68) entsprechend zu ergänzen.

Für den einfachsten Fall einer Knotenpunktsbildung, bei dem nur 2 Ströme dem Knotenpunkt zufließen (Fig. 24), nämlich bei der Hintereinanderschaltung zweier Widerstände, die an einer Spannung $\mathfrak{E}$ liegen, vereinfacht sich dagegen die Gleichung (68) erheblich. In diesem Fall ist, wenn $\mathfrak{E}_3 = \mathfrak{E}$ und $\lambda = 0$ gesetzt wird,

$$\mathfrak{h}_1 = \frac{\varkappa_1}{\mathfrak{j}_1 + \varkappa_1}\,\mathfrak{E} \tag{76}$$

und

$$\mathfrak{h}_2 = \frac{\varkappa_2}{\mathfrak{j}_2 + \varkappa_2}\,\mathfrak{E}\,. \tag{77}$$

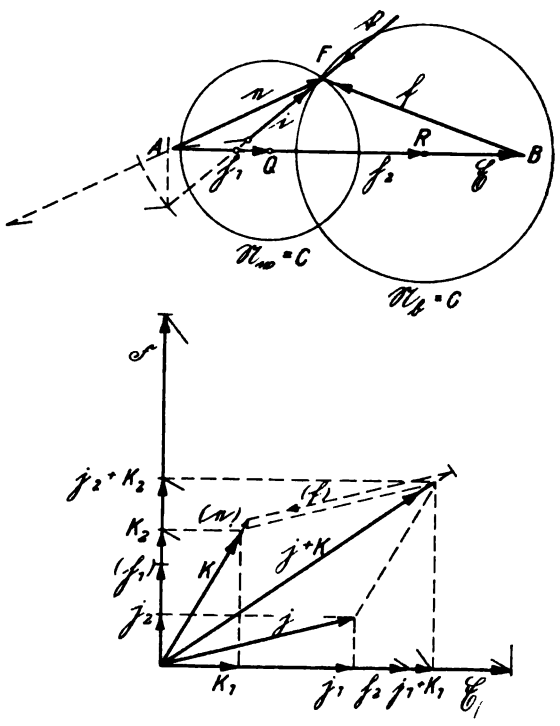


Fig. 24.

Da $\mathfrak{h}_1$ und $\mathfrak{h}_2$ proportional $\mathfrak{E}$ sind, so liegen somit die beiden Punkte Q und R auf $\mathfrak{E}$. Um diese beiden Punkte zu finden, ist daher der Strecke $\mathfrak{E}$ im Verhältnis $\frac{\varkappa_1}{\mathfrak{j}_1 + \varkappa_1}$ bzw. $\frac{\varkappa_2}{\mathfrak{j}_2 + \varkappa_2}$ zu teilen.

Da $\mathfrak{j}_1$ und $\varkappa_1$, von den oben erwähnten Ausnahmen abgesehen, stets positiv sind, so liegt der Punkt Q stets zwischen A und B. Der Punkt R liegt dagegen, wenn $0 < \frac{\varkappa_2}{\mathfrak{j}_2 + \varkappa_2} < 1$ ist, zwischen A und B, anderenfalls aber links von A oder rechts von B.

Digitized by Google

Schlußbetrachtung.

Nachdem im Vorstehenden die Grundlagen für die Behandlung von Vektorverhältnissen und Vektorprodukten gegeben und auf Beispiele von Stromverzweigungen angewendet sind, erscheint es nunmehr möglich, mit ihrer Hilfe die Berechnung von Maschinen und Transformatoren ganz allgemein in Angriff zu nehmen. Es ist zu erwarten, daß sich dadurch die Durchführung sonst schwieriger Berechnungen erheblich vereinfacht und die Anschaulichkeit gesteigert wird. Dem Ingenieur liegt das abstrakte mathematische Denken im allgemeinen nicht. Er verlangt plastische Vorstellungen von den in den Rechnungen vorkommenden Grundbegriffen. Daher wird die Darstellung der Vektorprodukte in Gestalt von Flächeninhalten ebenso fruchtbringend wirken, wie die Darstellung der Leistung durch die Fläche eines Indikatordiagrammes bei einer Dampfmaschine. Diese Darstellungsweise erleichtert nicht nur das Verständnis, sondern bewahrt auch vor Rechnungsfehlern, da man jederzeit den Gang der Rechnung kontrollieren kann.

Zum Schluß sei noch eine Zusammenstellung der wichtigsten Formeln gegeben, die in vorstehendem aufgestellt wurden.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Theorie des Phasen- und Periodenvergleichers.

Von Carl Michalke.

Mit 16 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Charlottenburger Werk der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H.

Eingegangen am 10. Juni 1922.

Um Erreger periodischer Schwingungen möglichst stoßfrei zum Parallellauf bringen zu können, müssen die Schwingungen auf nahezu gleichen Synchronismus gebracht werden; die Schwingungsphasen und möglichst auch die Schwingungsweiten (Amplituden) müssen übereinstimmen. Für das Parallelschalten von Wechselstrommaschinen, Ein- oder Mehrphasenmaschinen, benutzt man Phasen- und Periodenvergleicher, an die noch besondere Anforderungen gestellt werden, wenn das Parallelschalten selbsttätig erfolgen soll.

In einfachster Weise werden zum Zweck des Erkennens von Phasen- und Periodengleichheit (Frequenzgleichheit) zwischen Leitungen, die zum Zweck des Parallelschaltens verbunden werden sollen, Glühlampen geschaltet. Durch diese fließt bei ungleicher Frequenz der zu verbindenden Maschinen ein Interferenzstrom. In ähnlicher Weise, wie bei nicht abgestimmten Stimmgabeln Schwebungen auftreten, deren Dauer von dem Unterschied der Schwingungszahl abhängt, können aus dem Wechsel des Erglühens der Lampen auf den Frequenzunterschied und aus dem Glühgrad auf den Phasenunterschied Schlüsse gezogen werden.

Soll das Meßgerät nicht bloß Anzeigevorrichtung sein, sondern auch zum selbsttätigen Festhalten eines Schwingungszustandes dienen, bei dem kein Phasen- und Frequenzunterschied vorhanden ist, oder soll ein solcher Schwingungszustand durch das Gerät erzwungen werden, so muß die Vorrichtung sich mit großer Richtkraft einstellen, damit unter allen Umständen der Zeitpunkt des Kommandos für das selbsttätige Parallelschalten genau eingehalten wird. Vergeht zwischen dem Geben des Kommandos und der Ausführung eine bestimmte Zeit, was vorkommen kann, wenn Schaltrelais zwischengeschaltet sind, so kann es erwünscht sein, daß das Kommando bei langsamer Änderung des Phasenunterschiedes schon vor dem Erreichen der Phasengleichheit gegeben wird. Das Meßgerät muß daher auch in den von der Nullstellung abweichenden Stellungen genügende Richtkraft besitzen. Beim Parallelschalten von Wechselstromerzeugern von Hand wartet der Schalttafelwärter die Zeit ab, in der die parallel zu schaltende Maschine dem Zustand der Phasengleichheit mit dem Netz zustrebt, und schaltet kurze Zeit, bevor dieser Zeitpunkt erreicht ist, die Maschine an das Netz. Dies muß durch das Meßgerät selbsttätig gemacht werden können.

Haben zwei Schwingungssysteme nicht gleiche Frequenz, laufen zwei Wechselstromerzeuger nicht synchron, so ändert sich dauernd der Phasenunterschied zwischen

Digitized by Google

den Spannungen der beiden Maschinen. Die Änderung erfolgt in dem einen oder anderen Sinne, von positiver Phasenverschiebung zu negativer oder umgekehrt, je nachdem die eine oder die andere Maschine höhere Frequenz gibt. Der Phasenunterschied ändert sich um so rascher, je größer der Frequenzunterschied ist. Der Phasenvergleicher ist demnach auch Periodenvergleicher. Periodenvergleicher können daher als Anzeiger eines veränderlichen Phasenunterschiedes angesehen werden. Umgekehrt können Änderungen von Phasenunterschieden durch Frequenzunterschiede bedingt erklärt werden. Für Betrachtung der Vorgänge in den Spannungskreisen zweier nicht parallel geschalteter unabhängig voneinander angetriebener Wechselstrommaschinen genügt es daher zumeist, nur Zeitpunkte mit bestimmter Phasenverschiebung herauszugreifen. Unter dieser Voraussetzung können die Beziehungen zwischen den einzelnen Vektoren graphisch in einer Ebene dargestellt werden. Im Zustand der Frequenzgleichheit, wie er für das Parallelschalten nahezu gefordert wird, gilt die Darstellung genau. Für die Schwingungen wird der Einfachheit wegen Sinusform angenommen, für die das ebene Spannungsdiagramm gilt. Die Schwingungsweiten der erregten Schwingungen, das sind die Spannungen der parallel zu schaltenden Maschinen, werden als gleich angenommen. Diese Annahme läßt sich in der Praxis stets verwirklichen. Um sich die Vorgänge bei ungleichen Spannungen der beiden parallel zu schaltenden Maschinen vor Augen zu führen, kann man die eine Spannung zerlegen in einen der anderen Spannung gleichen Teil und eine positive oder negative Zusatzspannung. Für den ersteren Teil gelten dann die Beziehungen wie für Maschinen gleicher Spannung. Die Zusatzspannung erzeugt Sondervorgänge im Meßgerät, die im allgemeinen unschwer zu übersehen sind, da sie nur von einer Maschine ausgehen.

Eine bekannte einfache Anordnung eines Phasen- und Periodenvergleichers gibt beispielsweise eine dynamometrische Anordnung mit zwei rechtwinklig gekreuzten Spannungsspulen, von denen die eine fest, die andere drehbar ist. Sind die Spannungen zweier parallel zu schaltenden Maschinen E_1 und E_2 (Mittelwerte), so ist die Drehkraft proportional $E_1 E_2 \cos\alpha$, wenn α der Phasenwinkel zwischen E_1 und E_2 ist. Da $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ ist, ist die Drehkraft gleichsinnig unabhängig, ob der Strom im Spannungskreis der beweglichen Spule gegenüber dem in der festen Spule voreilend oder nacheilend ist. Wird die Phase des Meßstroms in dem einen Spannungskreis um 90° verschoben, z. B. durch Einschalten eines Kondensators, so ist die Drehkraft proportional $E_1 E_2 \sin\alpha$. Je nachdem α positiv oder negativ ist, wird die bewegliche Spule in dem einen oder anderen Drehsinne gedreht. Für $\alpha = 0$ ist die Drehkraft 0. Das Meßgerät stellt sich demnach auf die Nullstellung ein, wenn die Phasenverschiebung der beiden Spannungen Null ist. Das Drehmoment ist aber auch für $\alpha = 180°$ Null, d. h. auch in Phasenopposition stellt sich das Meßgerät auf die Nullstellung ein. Bei derartigen Meßgeräten ist daher eine elektrische Verriegelung erforderlich, um ein gefährliches Parallelschalten in Phasenopposition zu verhüten. Dies geschieht z. B. durch Glühlampen in Hellschaltung, die bei Phasengleichheit aufleuchten und so nur in diesem Zustand die Zeigerstellung kenntlich machen. Bei Ungleichheit der Frequenz ändert sich α von 0 bis 360°. Im Bereich von 0 bis 180° ist die Drehkraft $E_1 E_2 \sin\alpha$ positiv, im Bereich von 180 bis 360° negativ. Bei Übersynchronismus geht daher der bewegliche Zeiger von der Stellung entsprechend dem negativen Wert von $\sin\alpha$ in die Stellung über, die dem positiven Wert von $\sin\alpha$ entspricht. Bei Untersynchronismus ist die Zeigerbewegung im entgegengesetzten

Digitized by Google

Sinne. Aus der Zeigerbewegung kann daher geschlossen werden, ob die ans Netz zu schließende Maschine zu schnell oder zu langsam läuft. [Eine solche Schaltung hat zwar den Vorteil, daß die Einstellung nicht vollkommene Spannungsgleichheit fordert, es kann aber bei dieser Schaltung vorkommen, daß durch irgendwelche Störung der Strom in einem der beiden Meßkreise ausbleibt. Das Meßgerät kann sich dann in die Nullage einstellen, auch wenn keine Phasengleichheit besteht, was zu fehlerhaftem Parallelschalten führen kann. Den Phasenunterschied zeigt ein solches Meßgerät nicht an, es läßt nur erkennen, ob Phasengleichheit besteht oder nicht[1]).]

Vervollkommnet wird die angegebene Schaltungsart, wenn Mehrphasenstrom zur Verfügung steht oder, falls es sich um Parallelschalten von Einphasenstromerzeugern handelt, wenn die Spannungen der parallel zu schaltenden Maschinen in Mehrphasenspannungen gespalten werden können. Werden allgemein bei n-Phasenstrom mit n um $\frac{360}{n}$ Grad versetzten Spulen[2]) und ebensoviel in gleicher Weise angeordneten beweglichen Spulen letztere sich selbst überlassen, d. h. werden sie nicht etwa durch Federkraft in eine Nullstellung gebracht, so stellt sich das bewegliche Spulensystem so ein, daß der räumliche Winkel gleich dem Phasenwinkel ist, da die Drehkraft Null wird, wenn der räumliche Winkel zwischen den Windungebenen der festen Spulen und denen der entsprechenden beweglichen gleich dem Phasenwinkel zwischen den entsprechenden Spannungen der beiden Maschinen ist. Ein solches Meßgerät kann also als Phasenmesser dienen. Werden die feststehenden Spulen von einer der parallel zu schaltenden Maschinen, die beweglichen von der anderen gespeist, so stellt sich der bewegliche Teil auf den Unterschied der Phasenwinkel ein. In Fig. 1 ist eine derartige Anordnung angegeben, bei der die drei in Sternschaltung verketteten Wicklungen des äußeren Ringes (Ständer) an das Drehstromnetz $R_1\ S_1\ T_1$, die drei gleichfalls in Sternschaltung verketteten Wicklungen des inneren Ringes (Läufers) an das Drehstromnetz $R_2\ S_2\ T_2$ angeschlossen sind. Die Läuferwicklung stellt sich gegenüber der Ständerwicklung auf den $\sphericalangle \alpha$ ein, der dem Phasenunterschied der beiden Netze entspricht. Solange die Frequenzen der beiden Netze $R\ S_1\ T_1$ und $R_2\ S_2\ T_2$ noch verschieden sind, d. h. die Maschinen noch nicht parallel laufen, ändert sich dauernd der Phasenunterschied. Entsprechend ändert der Läufer seine Stellung. Er dreht sich mit gleicher Winkelgeschwindigkeit, mit der sich der Unterschied der Phasenwinkel ändert. Durch den Drehsinn gibt der Läufer an, ob die Frequenz der einen Maschine höher oder tiefer als die der anderen ist, durch die Drehzahl, wie groß der Frequenzunterschied ist, und durch die Stellung, welcher Phasenunterschied vorhanden ist[3]).

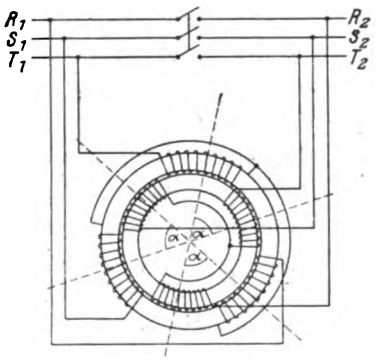


Fig. 1.

Phasen- und Periodenvergleicher, die nur an je 2 Leitungen von Drehstromnetzen oder -maschinen angeschlossen zu werden brauchen, werden wegen Ersparnis von Leitungen zuweilen den Geräten vorgezogen, die Anschluß an alle 3 Leitungen

[1]) Vgl. Werner Skirl: Meßgeräte und Schaltungen zum Parallelschalten von Wechselstrommaschinen. S. 35. Berlin 1921.

[2]) Archiv der Elektrotechnik 8, 205 ff. 1919.

[3]) Vgl. Siemenspatent, D.R.P. 93 912/1896, Verfahren zum Übertragen von Bewegungen.

Digitized by Google

erfordern. Hierbei muß darauf geachtet werden, daß die dritte Phase unter allen Umständen unbelastet bleibt. Sind beispielsweise (Fig. 2) $u_1 v_1 w_1$ die Klemmen der einen, $u_2 v_2 w_2$ die Klemmen der anderen Maschine, so können Anzeigevorrichtungen etwa Glühlampen g in Dunkelschaltung (Fig. 2a) oder Hellschaltung (Fig. 2b) angeschlossen sein. Die beiden Maschinen können parallel geschaltet werden, wenn u_1 und u_2, v_1 und v_2, w_1 und w_2 gleiches Wechselpotential haben. Die Spannung an den Glühlampen g ist in Dunkelschaltung (Fig. 2a) bei Phasengleichheit der Maschinen Null unabhängig ob und wie der Stromkreis zwischen w_1 und w_2 geschlossen ist. Anders ist dies bei der Hellschaltung (Fig. 2b). Bei Phasengleichheit ist die Spannung an den Glühlampen g abhängig von dem Widerstand R. Für $R = \infty$, d. h. wenn nur die Glühlampen zwischen u_1 und v_2, zwischen v_1 und u_2 angeschlossen sind, oder die Phasenlampen g nur an einen Einphasentransformator angeschlossen sind, ist die Glühlampenspannung oder die Spannung parallel angeschlossener Relais oder Meßgeräte gleich der Netzspannung an den Klemmen $u_1 v_1$ oder $u_2 v_2$. Der Phasenunterschied in den beiden Lampenstromkreisen beträgt 180°. Sind die 3 Drehstromkreise gleichbelastet, ist also der Widerstand R gleich dem der Glühlampen, so steigt die Spannung der Glühlampen auf den Wert $\frac{2E}{\sqrt{3}}$, die Phasenverschiebung beträgt 120°. Für $R = 0$ steigt die Glühlampenspannung auf den Wert $2E$, der Phasenunterschied ist 60°. Die Glühlampenspannung hängt also von der Größe des Widerstandes R ab, sie geht mit abnehmendem Widerstand R von BD, CD auf BO, CO (Fig. 3) und schließlich auf BA, CA über. Wird dies nicht berücksichtigt, so können Fehler auftreten, indem nicht vorhandene Phasengleichheit vorgetäuscht werden kann.

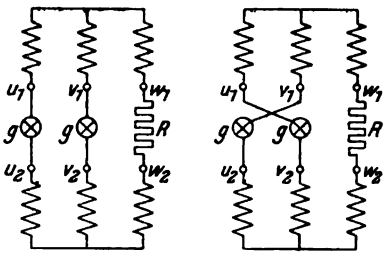


Fig. 2a.

Fig. 2b.

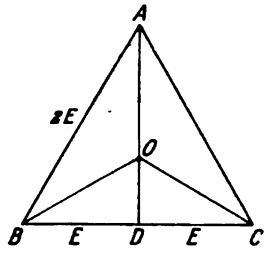


Fig. 3.

Von den erwähnten Fehlern sind Meßgeräte frei, die dreiphasig ans Netz angeschlossen sind, wie ein Gerät nach Fig. 1. Für die Wirksamkeit eines solchen Meßgerätes genügt es, wenn es nur an das eine Netz dreiphasig und an das andere Netz zweiphasig angeschlossen wird[1]). In dieser Weise ist das Siemens-Synchronoskop[2]) geschaltet. Auch in dieser Schaltung stellt sich, wie bei Speisung von Ständer und Läufer mit Drehstrom, der Läufer so ein, daß bei zweipoliger Ausführung der räumliche Winkel zwischen Ständer- und Läuferfeld den Unterschied der Phasenwinkel der parallel zu schaltenden Netze oder Maschinen anzeigt. Der Zeiger des Meßgerätes dreht sich also mit gleicher Winkelgeschwindigkeit, wie sich der Phasenwinkel zwischen den Spannungen der parallel zu schaltenden Maschinen ändert. Die Einstellung ist eindeutig für alle Phasenunterschiede. Ein solches Meßgerät, das dem Verwendungszweck angepaßt gebaut wird, ist einfach und übersichtlich. Es könnte jeder beliebige asynchrone Mehrphasenstrommotor mit Schleifringanker

[1]) Vgl. D.R.P. 93 912.
[2]) Skirl, l. c. S. 39.

Digitized by Google

benutzt werden. Die Richtkraft, mit der sich der Zeiger des Läufers einstellt, hängt von der Größe und Magnetisierung des Motors ab.

Wird in einem asynchronen Einphasenmotor der Läufer bei erregtem Ständer einphasig kurzgeschlossen, so stellt sich der Läufer auf geringsten Strom, d. i. in die Stellung ein, bei der Ständer- und Läuferwicklung sich kreuzen. Die Drehkraft zwischen festem und beweglichem Teil mit den Strömen i_1 und i_2 ist (Fig. 4) proportional $i_1\, i_2 \cos\varphi \sin\psi$, wenn φ der Phasenverschiebungwinkel zwischen den Strömen i_1 und i_2 und ψ der Winkel ist, den die Spulenebenen oder die von den Strömen $i_1\, i_2$ geschaffenen Felder f_1 und f_2 einschließen. Ist i_1 der Strom in der Erregerspule, so ist der Strom i_2 in der kurzgeschlossenen Läuferspule proportional $i_1 \cos\psi$ und angenähert phasengleich i_1. Die Drehkraft ist demnach proportional $i_1 \cos\psi \sin\psi$ oder proportional $i_1 \sin 2\psi$. In der Nähe von $\psi = 90°$ also $\sin 2\psi = 0$ sind die Änderungen des Wertes bei Änderung des Winkels ψ groß, daher ist auch die Richtkraft groß.

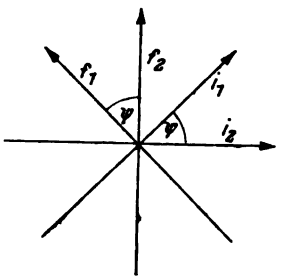


Fig. 4.

Schaltungsanordnungen mit Erzeugung eines einphasigen Feldes im Stator und kurzgeschlossener einphasiger Läuferwicklung haben sich beispielsweise für Apparate zur Übertragung von Bewegungen [Kommandoapparate[1])] aber auch für Phasen- und Periodenvergleicher als vorteilhaft erwiesen.

Um einen nach Art eines asynchronen Wechselstrommotors bewickelten mit kurzgeschlossener einphasiger Läuferwicklung versehenen Apparat zum Anzeigen eines Phasenunterschiedes geeignet zu machen, ist es erforderlich, im Ständer ein Wechselfeld zu schaffen, das nicht entsprechend der Frequenz des Wechselstromes umläuft, sondern unabhängig von der Frequenz bei feststehendem Phasenunterschied feststeht, bei veränderlichem Phasenunterschied sich der Änderung dieses Unterschiedes entsprechend dreht. Der Läufer mit der kurz geschlossenen einphasigen Wicklung folgt der Drehung des Ständerfeldes und zeigt so durch seine Stellung den Phasenunterschied an. Um das wandernde Feld im Ständer zu erhalten, muß dieser mehrere wie bei Mehrphasenmotoren verteilte Wicklungen erhalten. Die Wicklungen müssen, damit kein Drehfeld entsteht, durch gleichphasige Ströme gespeist werden, deren Stärke in den einzelnen Wicklungen wechselt, so daß die Einzelfelder sich zu einem entsprechend dem Phasenunterschied wandernden Feld zusammensetzen. Ist dieses resultierende Feld stets von gleicher Stärke, so bleibt die Richtkraft in allen Stellungen gleich. Dies ist z. B. bei zwei um 90° versetzten Wicklungen der Fall, wenn sich das eine Teilfeld wie der Sinus, das andere wie der Cosinus eines Winkels ändert (vgl. Fig. 14).

Wird in der beschriebenen Weise im Ständer ein wanderndes Einphasenfeld erzeugt, so kann bei langsamem Wandern ein Eisenkern mit ausgeprägten Polen mitgenommen werden, da sich der Kern auf geringsten magnetischen Widerstand einzustellen sucht. Bei Wechselfeldern können die Drehkräfte hierbei nur gering sein, so daß die Einstellung ungenau wird und derartige Meßgeräte daher für selbsttätige Parallelschaltung, die genaue Einstellung bei großer Richtkraft erfordern, nicht geeignet sind.

Für zwei parallel zu schaltende Drehstromerzeuger kann unter Verwendung der beiderseitigen 3 Spannungen eine Schaltung gewählt werden (Fig. 5), bei der

[1]) Siemenspatent, D.R.P. 99 862/97, Einrichtungen zum Übertragen von Bewegungen.

Digitized by Google

in dem Schaltmotor SM mit kurzgeschlossener Einphasenwicklung im Läufer die oben gestellten Forderungen erfüllt werden. Es seien (Fig. 6) $OA = OB = OC = e$ die Nullpunktspannungen der einen Maschine, die ans Netz $R_1\, S_1\, T_1$ angeschlossen sei, $OD = OE = OF = e$ seien die entsprechenden Spannungen einer anderen parallel zu schaltenden Maschine, die an das Netz $R_2\, S_2\, T_2$ angeschlossen sei. Das Diagramm gilt für einen Zustand, bei dem der Unterschied der Phasenwinkel $AOD = BOE = COF = \alpha$ ist. Die Spannungen $DA = OA - OD$, $FB = OB - OF$, $EC = OC - OE$ sind phasengleich, da $AD // BF // CE$ ist. Es sind dies die im Schaltmotor (Fig. 5) wirksamen Spannungen. Es ist

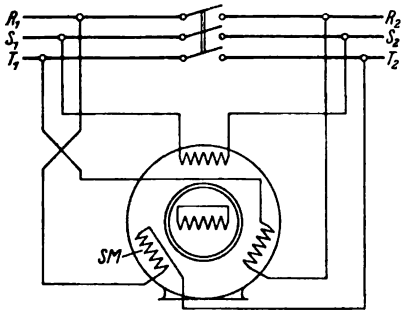


Fig. 5.

$$DA = e \sin \frac{\alpha}{2},$$

$$FB = -e \sin\left(60 + \frac{\alpha}{2}\right),$$

$$EC = e \sin\left(60 - \frac{\alpha}{2}\right).$$

(Die Summe der 3 Spannungen ist unter Berücksichtigung der Richtungen Null.)

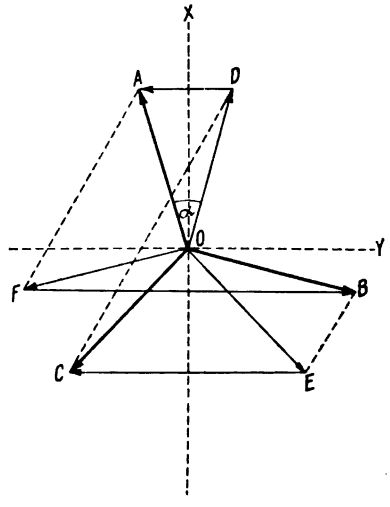


Fig. 6.

Diese 3 Spannungen erzeugen in den 3 Drehstromwicklungen 3 Teilfelder, deren Stärke mit dem Winkel α sich ändert. Der Einfachheit wegen möge für die Darstellung der Felder das gleiche Diagramm (Fig. 6) benutzt werden. Wenn diese Teilfelder $f_1\, f_2\, f_3$ auf die Achsen OX und OY eines rechtwinkligen Koordinatensystems projiziert werden, so setzen sich die auf die Y-Achse projizierten Felder zusammen zu dem Feld $f_1 + f_2 \cos 120° + f_3 \cos 240°$ also proportional

$$e \sin \frac{\alpha}{2} - e \sin\left(60 + \frac{\alpha}{2}\right) \cos 120° + e \sin\left(60 - \frac{\alpha}{2}\right) \cos 240° = \frac{3e}{2} \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Die auf die X-Achse projizierten Felder setzen sich zusammen zu dem Feld $f_2 \cos 210° + f_3 \cos 330°$ also proportional

$$-e \sin\left(60 + \frac{\alpha}{2}\right) \cos 210^0 + e \sin\left(60 - \frac{\alpha}{2}\right) \cos 330° = \frac{3e}{2} \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Das aus beiden rechtwinkligen Komponenten resultierende Feld ist demnach proportional $\frac{3e}{2}$, d. h. die Richtkraft der Einstellung ist gleichbleibend unabhängig von der Phasenstellung.

Ein zuverlässiger Phasen- und Periodenvergleicher darf auch bei Störungen, z. B. Unterbrechung der Zuleitungen sich nicht in die Nullstellung, die der Phasengleichheit der beiden Maschinen entspricht, einstellen, weil sonst fehlerhaftes Parallelschalten vorkommen könnte, das die Maschinen schädigt. Dem kann man entgehen, wenn etwa durch einen Zwischentransformator die Phasen der 3 Spannungen des einen Drehstromerzeugers um einen beliebigen Winkel verschoben werden. Die der Phasengleichheit entsprechende Stellung verschiebt sich daher entsprechend diesem Winkel. Vorteilhaft, weil leicht durchführbar, ist es im vorliegenden Falle, die

Digitized by Google

Spannungen der einen Maschine umzukehren, so daß statt der Differenz der Spannungen $OA - OD$ usw. die Summe der betreffenden Spannungen $OA + OD$ gewählt wird. Es entstehen so die Spannungen (Fig. 7)

$$HA = OA + OD, \quad KB = OB + OF, \quad IC = OC + OE.$$

Da die Summe zweier phasenverschobener Spannungen stets senkrecht auf der Differenz dieser Spannungen steht[1]), so ist $DA \perp HA$, $FB \perp KB$, $EC \perp JC$.

Für die Spannungen HA, KB, JC gilt das gleiche wie für die Spannungen DA, FB, EC. Sie sind phasengleich und erzeugen im Schaltmotor (Fig. 5) ein Feld, das mit Änderung des $\sphericalangle \alpha$ nur die Lage, nicht die Stärke wechselt. In dieser Schaltung stellt sich der Läufer bei Phasengleichheit der parallel zu schaltenden Maschinen in eine Stellung ein, die keiner der Stellungen entspricht, die der Läufer bei Unterbrechung irgendeiner Meßstromleitung einnimmt[2]).

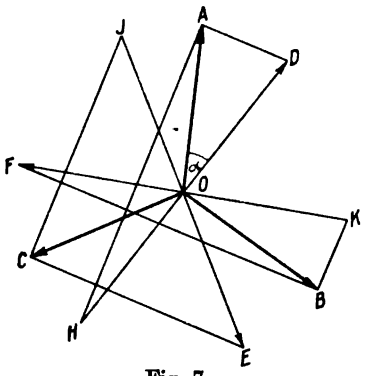


Fig. 7.

Läßt man den Vektor $OA = e \sin \varphi$ (Augenblickswert) im Sinne des Uhrzeigers umlaufen bis zur Stellung OD, so ist $OD = e \sin(\varphi + \alpha)$. Es ist nun

$$DA = 2e \sin\frac{\alpha}{2} \cos\left(\varphi + \frac{\alpha}{2}\right), \quad HA = 2e \cos\frac{\alpha}{2} \sin\left(\varphi + \frac{\alpha}{2}\right).$$

Während also der Vektor OA sich um den $\sphericalangle \alpha$ gedreht hat, verschieben sich die Vektoren DA oder HA nur um den $\sphericalangle \frac{\alpha}{2}$. Während also die eine Maschine die andere um den $\sphericalangle \alpha$ überholt, dreht sich das Einphasenfeld im Schaltmotor um den halben Winkel. Das Feld im Schaltmotor, demnach der Läufer, dreht sich nur mit der halben Winkelgeschwindigkeit, mit der sich α ändert. Ist der Schaltmotor zweipolig, so macht der Läufer eine halbe Umdrehung, wenn die eine Maschine die andere um eine volle Periode überholt.

Einrichtungen der beschriebenen Art erfordern für den Schaltmotor auf beiden Seiten, also für die beiden parallel zu schaltenden Netze oder Maschinen Drehstrom. Steht nur Einphasenstrom zur Verfügung, so kann ein mehr oder minder vollkommener Drehstrom durch Erzeugung von Kunstphasen, z. B. durch Verwendung von induktiven und induktionsfreien Widerständen, oder durch einen umlaufenden Asynchronmotor mit Drehstromwicklung od. dgl. erzeugt werden. Für Einphasennetze hat sich in verschiedenen Schaltungen die Verwendung eines Zweiphasenmotors mit einphasiger kurzgeschlossener Läuferwicklung als brauchbar erwiesen.

Bei Verwendung eines Zweiphasenmotors müssen zwei gleichphasige Wechselströme erzeugt werden, von denen der eine mit dem Cosinus, der andere mit dem

---

[1]) Ist $e_1 = e \sin \varphi$, $e_2 = e \sin(\varphi - \alpha)$,

so ist
$$e_1 + e_2 = 2e \cos\frac{\alpha}{2} \sin\left(\varphi + \frac{\alpha}{2}\right)$$
$$e_1 - e_2 = 2e \sin\frac{\alpha}{2} \cos\left(\varphi + \frac{\alpha}{2}\right)$$

d. h. $e_1 + e_2$ und $e_1 - e_2$ sind gegeneinander um 90° verschoben. Die Amplituden sind $2e \cos\frac{\alpha}{2}$ und $2e \sin\frac{\alpha}{2}$, wenn e die Amplitude der Grundspannungen ist.

[2]) Diese „Hellschaltung" für Schaltmotoren wurde von Herrn Biarowsky-Prüffeld des Charl. Werkes der SSW für die selbsttätige Parallelschaltvorrichtung angegeben.

Digitized by Google

Sinus eines Winkels sich ändert. Solche Spannungänderung tritt ein bei zwei Spannungen, die aus der Summe und der Differenz zweier gleicher phasenverschobener Spannungen gebildet werden. Sind diese Spannungen (Fig. 8) $OA = OB = e$, so ändern sich $BA = OA - OB$ und $CA = OA + OB$ entsprechend dem Sinus und Cosinus von $\frac{\alpha}{2}$, die beiden Spannungen stehen aber senkrecht aufeinander. Würden diese Spannungen unmittelbar dem Zweiphasenmotor zugeführt werden, so würde ein Drehfeld entstehen, bei dem die Phasenfolge wechselt, wenn die eine der parallel zu schaltenden Maschinen die andere um eine halbe Periode überholt hat. Der Motor würde sich wechselnd rechts oder links herumdrehen. Um die beiden Spannungen für einen Phasen- und Periodenvergleicher verwendbar zu machen, muß die eine Spannung um 90° gedreht werden. Wird die Spannung AB um 90° gedreht, so erhält man die Spannung AD. Während sich bei veränderlichem α Punkt C der Spannung CA auf einem Kreise mit OH um O bewegt, liegen die Endpunkte D der Spannung DA auf einem Kreise von gleichem Durchmesser, der den

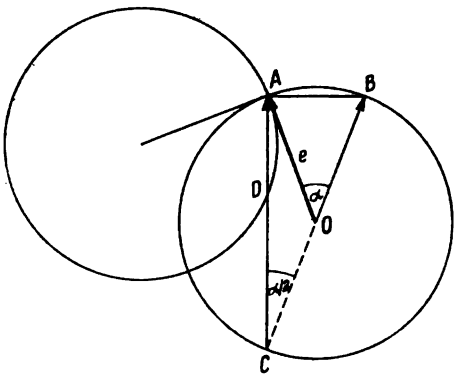


Fig. 8.

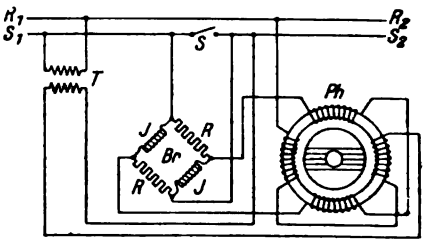


Fig. 9.

ersteren in A senkrecht schneidet. Die beiden Spannungen CA und DA genügen, an die Wicklungen eines Zweiphasenmotors angelegt, der Bedingung, ein resultierendes Feld zu erzeugen, das unabhängig von dem Phasenwinkel α gleich stark bleibt und mit Änderung des $\sphericalangle \alpha$ wandert.

Eine Schaltung hiernach gibt Fig. 9. Parallel zu schalten sind die Einphasennetze $R_1 S_1$ und $R_2 S_2$. Um einen Motor normaler Ausführung mit nur vier herausgeführten Wicklungsenden verwenden zu können, ist zum Bilden der Summenspannung die eine Netzspannung durch den Spannungswandler T transformiert. Mittels der Brücke B mit den beiden induktiven Widerständen J und den induktionsfreien Widerständen R wird die Differenzspannung (Differenz der Spannungen zwischen $R_1 S_1$ und $R_2 S_2$), die von den Klemmen des Schalters S abgenommen ist, um 90° verschoben. Dem Meßgerät Ph werden die Summen- und Differenzspannungen zugeführt. Der Läufer des Phasenvergleichers Ph mit der einphasigen kurzgeschlossenen Wicklung stellt sich entsprechend der Phasenverschiebung der beiden Netze $R_1 S_1$ und $R_2 S_2$ ein.

Für die graphische Darstellung wurde, wie es für die Klärung der Schaltungen genügt, ein Augenblick herausgegriffen, in dem eine bestimmte Phasenverschiebung zwischen den beiden parallel zu schaltenden Maschinen vorhanden ist. Aus Fig. 10 ist zu ersehen, wie der Phasenunterschied zweier Spannungen von verschiedener Frequenz sich dauernd ändert. Zur Zeit $t = 0$ mögen die beiden Spannungen phasengleich sein. $e_1 = e \sin 2 n_1 \pi t$, $e_2 = e \sin 2 n_2 \pi t$, wenn n_1 und n_2 die Frequenzen der

Digitized by Google

beiden Spannungen e_1 und e_2 sind, deren Amplitude e ist. T_1 T_2 sind Zeitdauer einer Periode. Der Phasenunterschied zur Zeit t ist $2(n_1 - n_2)\pi t$. Zur Zeit $t = \frac{1}{2(n_1 - n_2)}$ gehen beide Kurvenzüge bei A durch Null, der folgende Teil der beiden Kurvenzüge bildet das Spiegelbild des vorhergehenden. Zur Zeit $t = \frac{1}{n_1 - n_2}$ (bei B) ist wieder der Anfangzustand der Zeit t = 0 erreicht. e_1 hat in dieser Zeit $\frac{n_1}{n_1 - n_2}$,

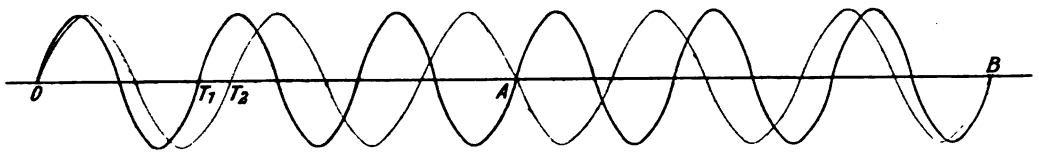


Fig. 10.

e_2 hat $\frac{n_2}{n_1 - n_2}$ Perioden vollführt, wobei die eine Maschine die andere um 1 Periode überholt hat. Es ist

$$e \sin 2 n_1 \pi t \pm e \sin 2 n_2 \pi t = 2 e \sin (n_1 \pm n_2) \pi t \cos (n_1 \mp n_2) \pi t .$$

Die Summenkurve Σ (Fig. 11) wird hiernach Null für $(n_1 + n_2)\pi t = a\pi$, wobei für a der Reihe nach alle ganzzahligen Werte zu setzen sind.

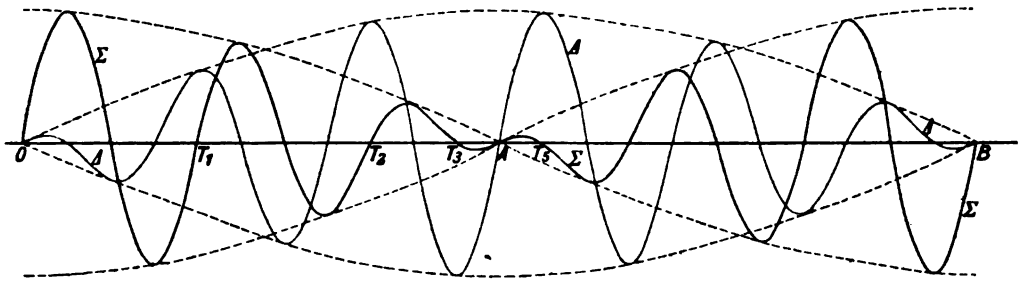


Fig. 11.

Die Summenkurve geht durch Null für:

$$t = \frac{1}{n_1 + n_2}, \quad \frac{2}{n_1 + n_2}, \quad \frac{3}{n_1 + n_2}, \ldots .$$

Die Zeitdauer einer Periode in der Interferenz-Summenkurve ist demnach $T_1 = \frac{2}{n_1 + n_2}$, also die Frequenz $\frac{n_1 + n_2}{2}$ gleich dem Mittel der beiden Grundfrequenzen n_1 und n_2. Nach der Zeit $\frac{1}{2(n_1 - n_2)}$ erhält man negativ das Spiegelbild des Kurvenzuges vor dieser Zeit. Nach der Zeit $\frac{1}{n_1 - n_2}$ wiederholt sich der Kurvenzug. Außer den Zeiten t, für die der Sinuswert der Summenkurve Null wird, erhält man in jeder Halbzeit des periodischen Verlaufes der Interferenzkurve einen Nullwert für $t = \frac{2a - 1}{n_1 - n_2}$, also für $t = \frac{1}{2(n_1 - n_2)}, \frac{3}{2(n_1 - n_2)} \ldots$, für die der Cosinus in der Summenformel Null wird. Es sind dies Ausnahmestellen im periodischen Verlauf, wo die Interferenzschwingung die Richtung wechselt. Während die Schwingungsdauer von 0 bis T_1 trotz Änderung der Amplitude gleich der von T_1 bis T_2 (Fig. 11) ist, sind durch die Ausnahmestellen scheinbar schnellere Schwingungen von doppelter

Digitized by Google

Frequenz in der Nähe von A eingeschaltet. Diese stören aber nicht, zumal sie bei niedrigen Amplitudenwerten eintreten.

Ähnlich verläuft die Interferenzkurve Δ (für die Differenz der Spannungen). Die Differenzkurve Δ entspricht im Verlauf von 0 bis A der Summenkurve Σ von A bis B, im Verlauf von A bis B der Summenkurve von 0 bis A. Da die Ausnahmestellen der Nullwerte für die Σ- und Δ-Kurve versetzt sind, treten bei der Δ-Kurve die Höchstwerte auf, wenn die Σ-Kurve die Niedrigstwerte hat. Nullwerte treten bei der Δ-Kurve auf für

$$t = \frac{1}{2(n_1 + n_2)}, \qquad \frac{3}{2(n_1 + n_2)}, \qquad \frac{5}{2(n_1 + n_2)}, \ldots$$

und Ausnahmestellen für

$$t = \frac{1}{n_1 - n_2}, \qquad \frac{2}{n_1 - n_2}, \ldots.$$

Die Nullpunkte der Δ-Kurve liegen also, von den Ausnahmestellen abgesehen, in der Mitte zwischen den Nullpunkten der Summenkurve, d. h. mit einer Phasenverschiebung von $^1/_4$ Periode.

Die einhüllende Kurve, die die Höchstwerte der Schwebungskurve berührt, bildet eine Sinuslinie von der Frequenz $\frac{n_1 - n_2}{2}$. Entsprechend dieser Frequenz

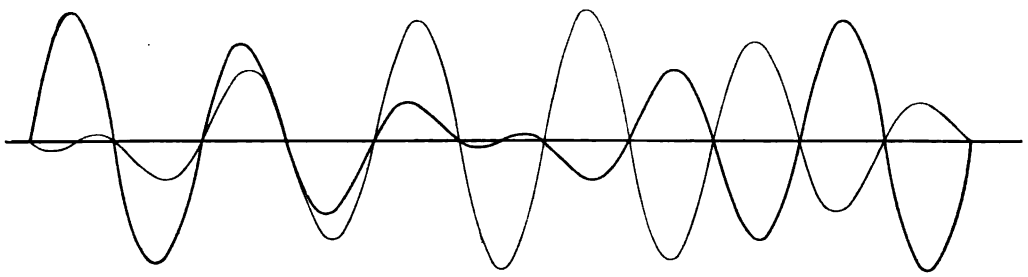


Fig. 12.

dreht sich der Läufer des Phasenvergleichers. Die Hüllkurve der Summenkurve ist gegen die der Differenzkurve um $^1/_4$ Periode verschoben, so daß die eine Hüllkurve steigt, wenn die andere fällt, wie dies für das Wandern des Feldes im Phasenvergleicher erforderlich ist.

Wie schon erwähnt, sind die Σ- und Δ-Kurven in der Lage, wie sie in Fig. 11 dargestellt sind, wegen ihrer gegenseitigen Phasenverschiebung nicht unmittelbar verwendbar. Verschiebt man die Phase der einen Kurve, etwa der Δ-Kurve um $^1/_4$ Periode der Interferenzschwingung (Fig. 12), so fallen (bis auf die Ausnahmestellen) die Nullpunkte der beiden Kurvenzüge zusammen. In dieser Lage sind sie für den Phasenvergleicher brauchbar.

Die Teilschwingungen der Interferenzkurven sind keine reinen Sinuskurven. Würde man die gleichwertigen Sinuskurven unter Berücksichtigung von Amplitude und Phase einzeichnen, so würden Kurven entstehen, deren Nullpunkte nicht mehr übereinstimmen. Dieser Einfluß ist aber nicht so bedeutend, daß die Wirksamkeit des Meßgerätes wesentlich geschädigt wird.

Um die Richtkraft des Meßgerätes zu verstärken, könnte man der Meinung sein, daß dies dadurch erreicht werden könnte, daß auch der Läufer Strom von außen

Digitized by Google

erhält. Strom von einer der beiden parallel zu schaltenden Maschinen kann hierfür nicht genommen werden, da das im Ständer erzeugte Wechselfeld eine Frequenz hat, die gleich dem Mittelwert der Frequenzen ist. Nur bei Frequenzgleichheit ist eine Speisung der Läuferwicklung von außen unter Berücksichtigung der Phase möglich.

Die Eigentümlichkeit zweier phasenverschobenen Spannungen, daß die Summenspannung senkrecht auf der Differenzspannung steht[1]), kann in verschiedenartiger Schaltung verwandt werden, um zwei Spannungen zu erhalten, die für Phasenvergleicher geeignet sind. Sind E und e die gleich großen Spannungen zweier getrennter Netze mit dem Phasenwinkel α (Fig. 13), so kann E in die rechtwinklig aufeinanderstehenden Vektoren $OA = E_1$ und $OB = E_2$, e in die beiden Vektoren $OC = e_1$ und $OD = e_2$ gespalten werden. Die Spannungen $E_1 E_2$ können mit den Spannungen $e_1 e_2$ additiv oder subtraktiv verbunden werden. (In Zweiphasenanlagen stehen zwei um 90° verschobene Spannungen zur Verfügung, die nachfolgenden Erwägungen gelten daher sinngemäß für Zweiphasenstromanlagen.)

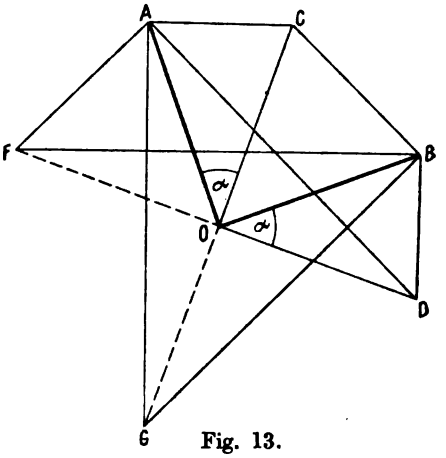


Fig. 13.

Es ist (Fig. 13):

$$
\begin{aligned}
OA - OC &= E_1 - e_1 = CA,\\
OA + OC &= E_1 + e_1 = GA,\\
OA - OD &= E_1 - e_2 = DA,\\
OA + OD &= E_1 + e_2 = FA,\\
OB - OC &= E_2 - e_1 = CB,\\
OB + OC &= E_2 + e_1 = GB,\\
OB - OD &= E_2 - e_2 = DB,\\
OB + OD &= E_2 + e_2 = FB.
\end{aligned}
$$

Wie leicht nachzuweisen ist, ist $AC//FB$, $AG//BD$, $AD//CB$, $AF//BG$. Es ist ferner $AC = BD = 2OA \sin\frac{\alpha}{2}$, $FB = AG = 2OA \cos\frac{\alpha}{2}$, $AF = BC = 2OA \sin\frac{R-a}{2}$, $BG = AD = 2OA \cos\frac{R-\alpha}{2}$.

Die Bedingungen der Verwendbarkeit für den Phasenvergleicher sind erfüllt. Die Spannungen $e_1 - E_1$ und $E_2 + e_2$, $E_1 + e_1$ und $E_2 - e_2$, $E_1 - e_2$ und $e_1 - E_2$, $E_1 + e_2$ und $E_2 + e_1$ sind phasengleich. Werden diese Spannungen an die beiden Ständerwicklungen eines Zweiphasenmotors gelegt, so entstehen zwei räumlich rechtwinklig zueinander stehende, gleichphasige Wechselfelder, die sich zu einem resultierenden Felde gleichbleibender Stärke zusammensetzen. Ist beispielsweise das von der Spannung $e_1 - E_1$ herrührende Feld f_1, das von der Spannung $E_2 + e_2$ herrührende Feld f_2 (Fig. 14),

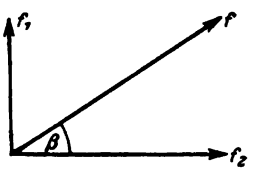


Fig. 14.

[1]) Die Anregung, die Summe und die Differenz zweier in Phase verschobenen Spannungen in Phasen- und Periodenvergleichern zu verwenden, ging von Herrn Dr. Natalis aus.

Digitized by Google

so ist $f_1 \sim 2OA \sin\frac{\alpha}{2}$, $f_2 \sim 2OA \cos\frac{\alpha}{2}$. Das resultierende Feld $f \sim 2OA$, $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ also $\beta = \frac{\alpha}{2}$.

Das resultierende Feld f läuft demnach mit halber Winkelgeschwindigkeit von α um.

Für die durch die Spannungen $AF - BG$ und $AD - CB$ erzeugten Spannungen ist $f_1 \sim 2OA \sin\frac{R-\alpha}{2}$, $f_2 \sim 2OA \cos\frac{R-\alpha}{2}$, $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\frac{R-\alpha}{2}$, $\beta = 45° - \frac{\alpha}{2}$, d. h. die Einstellung des Läufers ist um 45° gegen die erstere verschieden.

In Fig. 15 ist beispielsweise ein Meßgerät dargestellt, das als Anzeigegerät für den Phasen- oder Frequenzunterschied der beiden Einphasennetze $R_1 S_1$ und $R_2 S_2$ dient. Durch die Spannungwandler T_1 und T_2 werden passende Niederspannungen erzeugt, die durch induktive und induktionsfreie Widerstände in die Spannungen $E_1 E_2$ und $e_1 e_2$ gespalten werden. Die eine Wicklungsabteilung des Phasenvergleichers wird durch die Spannung $E_1 + e_2$, die andere durch die Spannung $E_2 + e_1$ gespeist. Der Läufer mit der kurz geschlossenen Einphasenwicklung stellt sich dem Unterschied der Phasenwinkel beider Netze entsprechend ein und folgt bei Frequenzunterschied der Änderung des Phasenunterschiedes.

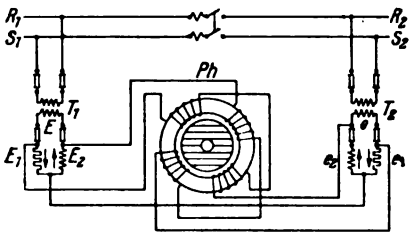


Fig. 15.

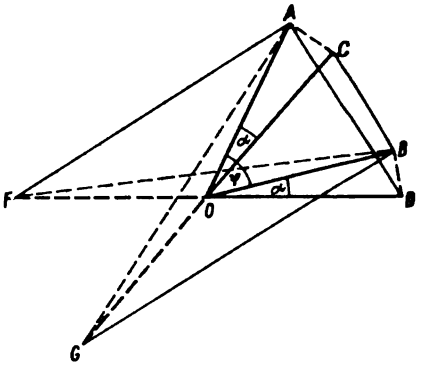


Fig. 16.

Es ist nicht unbedingt erforderlich, die beiden Spannungen E und e so zu spalten, daß der Phasenunterschied genau 90° beträgt. Der Phasenunterschied von $OA = E_1$ (Fig. 16) und $OB = E_2$ ebenso von $OC = e_1$ und $OD = e_2$ sei ψ ($OA = OB = OC = OD$), OC sei gegen OA um α verschoben. Es ist $DA = E_1 - e_2 // CB = E_2 - e_1$, ebenso sind die hierauf senkrechten Vektoren parallel $FA = E_1 + e_2 // GB = E_2 + e_1$.

Dagegen schließen DB und GA_1 ebenso die auf diesen beiden Vektoren senkrecht stehenden Vektoren CA und FB einen Winkel $R - \psi$ ein, sind also nur für $\psi = R$ parallel. Für Phasen- und Periodenvergleicher können also nur die phasengleichen Spannungen AD und BC oder AF und BG benutzt werden. Das mit Änderung des Phasenunterschiedes wandernde Einphasenfeld hat in diesem Falle nicht gleich bleibende Stärke. Es ist

$$DA = E_1 - e_2 = 2E \sin\frac{\psi + \alpha}{2},$$

$$CB = E_2 - e_1 = 2E \sin\frac{\psi - \alpha}{2},$$

$$FA = E_1 + e_2 = 2E \cos\frac{\psi + \alpha}{2},$$

$$GB = E_2 + e_1 = 2E \cos\frac{\psi - \alpha}{2},$$

Digitized by Google

wenn E die Vektorgröße für die Spannungen E_1, E_2, e_1, e_2 ist. Die Stärke des resultierenden Feldes ändert sich in den Grenzen $2E\sqrt{2}\sin\frac{\psi}{2}$ und $2E\sqrt{2}\cos\frac{\psi}{2}$. Der Unterschied des Höchstwertes und des Geringstwertes des Feldes ist um so größer, je kleiner der Winkel ψ ist, unter dem die Gründspannungen gespalten sind. Da $\frac{\psi}{2} < \frac{\pi}{4}$ also ψ spitz angenommen ist, so ist $\sin\frac{\psi}{2} < \cos\frac{\psi}{2}$ d. h. $2E\sqrt{2}\sin\frac{\psi}{2}$ bildet den Niedrigstwert, $2E\sqrt{2}\cos\frac{\psi}{2}$ bildet den Höchstwert des Feldes. Der Niedrigstwert tritt für $\alpha = 0$ auf, wenn die Zusammenstellung $E_1 - e_2$ und $E_2 - e_1$ gewählt wird. Die Schaltung entspricht der Dunkelschaltung. Bei der Zusammenstellung $E_1 + e_2$ und $E_2 + e_1$ tritt für $\alpha = 0$ das stärkste Ständerfeld auf. Die Schaltung entspricht der Hellschaltung. Im allgemeinen ist für den Zustand der Phasengleichheit ($\alpha = 0$) die größte Genauigkeit, also die größte Richtkraft erwünscht. Diese erhält man in der der Hellschaltung entsprechenden Schaltung.

Die Vektoren AF und BG stehen senkrecht auf AD und BC. Wird eine der Spannungen um 90° verschoben und werden alsdann DA und FA oder CB und GB zur Speisung des Zweiphasenmotores verwandt, so erhält man ein resultierendes Feld, das für alle Werte von α gleich stark bleibt.

Nach den gegebenen Richtlinien lassen sich für das Parallelschalten von einphasigen oder mehrphasigen Netzen auf sehr vielerlei Art einphasige Wechselfelder herstellen, deren Stellung in einem Ständer mit Mehrphasenwicklung einem bestimmten Phasenwinkel oder Winkelunterschied entspricht, so daß sich der einphasig bewickelte Kurzschlußläufer entsprechend einstellt und den Phasenwinkel anzeigt. Solange die Frequenzen der beiden zu vergleichenden Netze nicht übereinstimmen, der Phasenwinkel sich also dauernd ändert, zeigt der sich drehende Läufer durch Drehsinn und Drehzahl Größe und Richtung des Frequenzunterschiedes an. Bei gleicher Frequenz der zu vergleichenden Stromkreise stellt sich der Läufer auf eine der Phasenverschiebung der Stromkreise entsprechenden festen Stellung ein. Er kann so als Phasenmesser dienen, wenn die Spannungen in den beiden Stromkreisen gleich sind.

Wird in dem einen Stromkreise eines Wechselstromnetzes die Phase künstlich verschoben, z. B. durch Drehen des Läufers eines Drehstrom-Drehtransformators oder durch stufenweises Verbinden von Teilspannungen verschiedener Phase durch geeigneten Umschalter[1]), so folgt der Läufer des Meßgerätes der Phasenänderung. Bei der großen Richtkraft, die Meßgeräte in den beschriebenen Schaltungen haben, ist die Einstellung genau. Derartige Meßgeräte können daher zur zuverlässigen Bewegungsübertragung dienen. Als Kommandoapparate u. dgl. haben sich einzelne Schaltungen bewährt. Es kann eine Schaltung gewählt werden, bei der nur dem nach Art von Zwei- oder Dreiphasenmotoren hergestellten Ständer Wechselstrom zugeführt wird, während der Läufer kurz geschlossene Einphasenwicklung erhält oder es wird auch dem Läufer Wechselstrom zugeführt.

Zusammenfassung.

Es werden die Bedingungen, die an einen Phasen- und Periodenzeiger, insbesondere auch für die Eignung zum selbsttätigen Parallelschalten zweier Wechsel-

[1]) Vgl. Siemenspatent, D.R.P. 98 053/1897, Einrichtung zum Übertragen von Bewegungen.

Digitized by Google

strommaschinen zu stellen sind, aufgestellt. Als verwendbar werden Meßgeräte behandelt, die nach Art von Mehrphasenstrommotoren hergestellte Wicklungen im Ständer und ebensolche oder stromdurchflossene oder kurzgeschlossene Einphasenwicklungen im Läufer haben. Die verschiedenen möglichen Schaltungen werden für Mehrphasen- und Einphasenbetrieb, unter Berücksichtigung der gemeinsamen Forderungen, die an die zu erzeugenden Felder zu stellen sind, gegeben. Die inneren Vorgänge im Meßgerät in der Zeit, in der die parallel zu schaltenden Maschinen noch nicht im Synchronismus sind, werden auf Grund der Interferenzkurven theoretisch behandelt und es werden die Folgerungen gezogen. Es zeigt sich, daß als Phasen- und Periodenvergleicher Phasenmesser zu verwenden sind, die in den behandelten Schaltungen infolge der großen Richtkraft auch zum Übertragen von Bewegungen (Kommandoapparate) zu verwenden sind.

Digitized by Google

Über eine Funkenüberschlagserscheinung an Transformatoren mit reiner Luftisolation.

Von **K. M. Kohler.**

Mit 13 Textfiguren und 1 Lichtbild.

Mitteilung aus dem Transformatorenberechnungsbureau der Österreichischen Siemens-Schuckertwerke in Wien.

Eingegangen am 10. Dezember 1921.

Die Idee, bei Isolation elektrischer Maschinen und Apparate, insbesondere bei Transformatoren, von jedem materiellen Isolationsmittel abzusehen und bloß Luft an Stelle der üblichen Isolierstoffe treten zu lassen, ist nicht neu, u. a. haben schon die Siemens-Schuckertwerke im Jahre 1910 für die Bayerischen Stickstoffwerke in Schalchen bei Trostberg einen Transformator nach diesem Prinzip gebaut.

Nun hat Professor Dr. M. Vidmar neuerdings, offenbar unabhängig von dem erwähnten Falle, auf die Möglichkeit, Transformatoren mit reiner Luftisolation zu bauen, hingewiesen, welcher Hinweis allerdings nur ganz kurz und allgemein gehalten ist[1]); in der Literatur hat Vidmar jedoch keine weitergehenden Angaben hierüber gemacht. Hingegen meldete er eine besondere Form im Jahre 1915 beim österreichischen Patentamt unter dem Titel „Einrichtung zur Luftkühlung von Transformatoren" zum Patent[2]) an, welches Patent im Oktober 1920 erteilt wurde.

Der Gedanke der reinen Luftisolation hat insofern manches für sich, als alle Betriebsstörungen durch Verletzung der Isolation, sei es durch schleichende oder disruptive Überschläge in Wegfall kommen, da sich das Luftdielektrikum nach jedem Durchschlag in seiner ursprünglichen Festigkeit wieder herstellt, wobei vorausgesetzt wird, daß der Überschlag durch eine anormale, nicht den Betriebsverhältnissen entsprechende Überspannung eintrat, während für die betriebsmäßige Spannung die vorhandene Luftisolation genügende Festigkeit bietet.

Allerdings muß dieser Vorteil durch einen bestimmten, der Betriebsspannung und Festigkeit der Luft entsprechenden Abstand der Spulen voneinander erkauft werden, wodurch zwar die Streuverhältnisse derartiger Transformatoren ungünstiger, die Abkühlungsverhältnisse aber sowohl für das Kupfer, als auch für das Eisen wesentlich günstiger werden als für Transformatoren der üblichen Bauart mit materiellen Isolierstoffen von höherer Dielektrizitätskonstante als Luft, die gleichzeitig wärmeisolierend wirken.

Behufs Erprobung ließ nun Prof. Vidmar im Jahre 1919 nach seinen Angaben einen derart nur mit reiner Luftisolation versehenen Transformator bauen,

[1]) Dr. Milan Vidmar, „Die Transformatoren", S. 483. Berlin: Jul. Springer 1921.

[2]) Österreichisches Patent Nr. 81583 vom 23. Oktober 1920 mit Beginn der Patentdauer vom 15. November 1917. Tag der Anmeldung 16. August 1915.

Digitized by Google

dessen nebenstehende Fig. 1 deutlich die in freiem Abstand voneinander montierten Spulen erkennen läßt. Die Ausführung erfolgte bei den Österreichischen Siemens-Schuckertwerken, eine andere etwas später auch in einem anderen Werke (Gesellschaft für elektrische Industrie).

Es möge hierbei zum richtigen Verständnis des Nachfolgenden bemerkt werden, daß sowohl die konstruktiven als auch die Wickelangaben für den Transformator ausschließlich von Prof. Vidmar herrühren und die Werke lediglich die genaue Ausführung übernahmen, ohne irgendwelchen Einfluß auf die Dimensionierung, Formgebung und Anordnung der Teile und des Ganzen genommen zu haben. Insbesondere gilt dies auch für den Abstand der blanken Spulen voneinander, welcher, wie Prof. Vidmar im Anschluß an das Versuchsergebnis bemerkte, etwas größer bemessen wurde, als die Überschlagsweite für Spitzen bei der entsprechenden Prüfspannung.

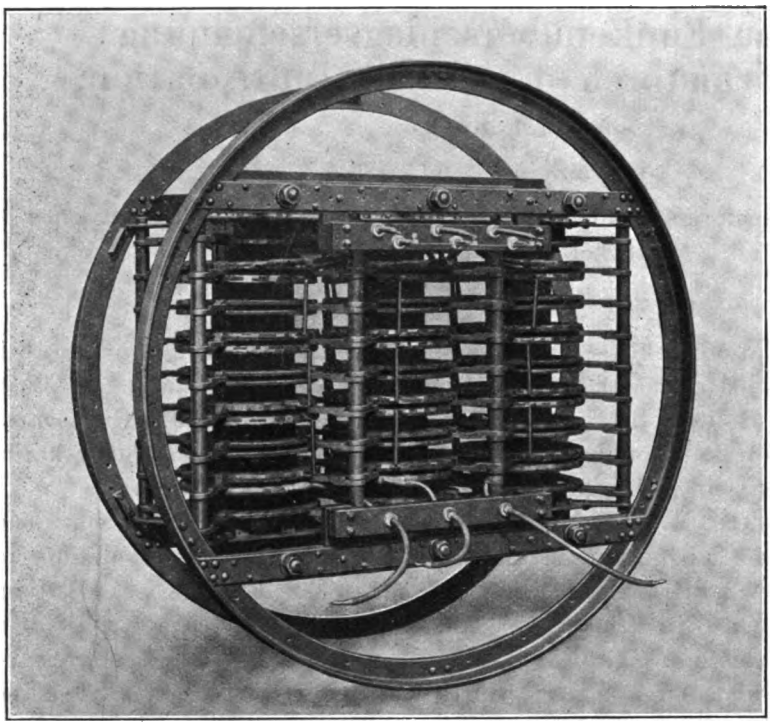


Fig. 1. Ansicht des Transformators mit Luftisolation.

Als nun der Transformator im Versuchsraum der Österreichischen Siemens-Schuckertwerke der Spannungsprobe unterzogen wurde, zeigte es sich, daß an den flachringförmigen Spulen jeweils zwischen Ober- und Unterspannungsseite schon Überschlagfunken bei einer Prüfspannung auftraten, die noch unter jener Überschlagspannung liegt, die erforderlich ist, um für die gleiche Schlagweite zwischen Spitzen Überschläge eintreten zu lassen.

Die gleichen Erscheinungen wurden auch, wie Prof. Vidmar bekannt gab, bei dem zweiten von ihm in Ausfühsung gegebenen Transformator (Ges. f. el. Ind.) beobachtet. Sie wurden zunächst als Wirkung von Staubteilchen, zackigen Stellen in der blanken Oberfläche der Flachringspulen u. dgl. gehalten. Aber keine dieser Erklärungen erwies sich als stichhaltig, da das Überspringen der Funken auch nach kräftigem Durchblasen der Spulen mit Luft, welche allen etwa anhaftenden Staub entfernte, an allen möglichen Stellen der Windungen auftrat, ohne daß irgendeine ausgezeichnete Stelle des Funkenüberschlages erkennbar war. Dadurch wurde auch die zweite vermutete Ursache des Überschlages, rauhe und zackige Stellen (die auch tatsächlich nicht vorhanden waren), hinfällig. Ebenso mußte die Annahme einer etwa thermisch hervorgerufenen Luftströmung als begünstigendes Moment für

Digitized by Google

den Funkenüberschlag verworfen werden, als sich ergab, daß der Überschlag ganz gleichmäßig längs der Flachkupferringwicklung auch dann und ebenso häufig auftrat, wenn der Transformator in eine andere Lage gebracht (umgelegt) wurde. Ferner zeigte sich das Schutzgehäuse aus perforiertem Blech, welches zum Schutz gegen Berührung der Wicklungen, sowie gegen zufälliges Eindringen von Fremdkörpern (Vögel, Mäuse usw.) vorgesehen ist, und das einen wesentlichen Bestandteil der patentrechtlich geschützten Anordnung bildet, von keinerlei Einfluß auf das Auftreten der Überschlagsfunken, da sich diese ganz gleicherweise einstellten, ob das Schutzgitter den Transformator umgab oder entfernt wurde.

Da die für diese Klasse von Erscheinungen grundlegende Arbeit von W. Weicker[1]) damals weder Herrn Prof. Vidmar noch dem Schreiber dieses bekannt war[2]), und die bei den Österreichischen Siemens-Schuckertwerken gemachten Beobachtungen auch durch von anderer Seite (Ges. f. el. Ind.) gewonnenen Erfahrungen bestätigt wurden, so wurde angenommen, daß es sich im vorliegenden Falle nicht um eine durch zufällig sich häufende sekundäre Ursachen bewirkte Einzelerscheinung handelte, sondern eine physikalische Erscheinung von grundsätzlicher Bedeutung vorlag.

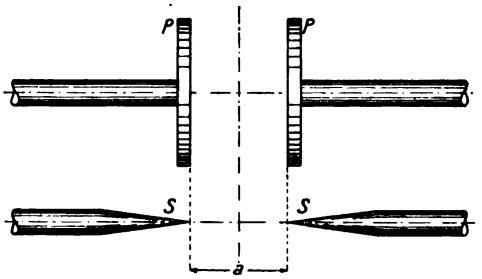


Fig. 2. Elektrodenformen.

Es wurde daher zunächst die Annahme gemacht, daß der Funkenüberschlag zwischen Spitzen bzw. Platten (Fig. 2) bei gleichen Abständen und Spannungen keineswegs zuerst zwischen den Spitzen und erst bei weiterer Spannungssteigerung zwischen den Platten erfolgt, sondern daß die Überschlagsspannung zwischen Spitzen bzw. Platten wahrscheinlich eine noch zu ermittelnde Funktion dieser Gebilde sei. Auf Grund dieser Voraussetzung wurde nun eine Versuchsreihe durchgeführt, bei welcher der zum Überschlag erforderliche Potentialunterschied e als Funktion der Überschlagweite a, also die Spannung e als Funktion der Spannweite a, d. h.:

$$e = f(a) \tag{1}$$

sowohl zwischen je zwei Spitzen S als auch zwischen je zwei Platten P bestimmt wurde.

Die Versuche wurden mit Wechselstrom von $\sim = 50$ vorgenommen. Es wird ausdrücklich vorausgesetzt, daß durch die Veränderlichkeit der Spannung bei dieser Frequenz keine wesentliche Änderung im Vergleich zu einer aufgedrückten Gleichstromspannung von der gleichen Maximalhöhe bewirkt wird, nur daß die Voltmeterangaben, die ja effektive Mittelwerte der Wechselstromspannung anzeigen, mit $\sqrt{2}$ zu multiplizieren sind. Hingegen ist die Dauer τ des Funkenüberschlages für eine Schlagweite a von 3 cm, rund $\frac{3}{3 \cdot 10^{10}} = 10^{-10}$ Sekunden, im Vergleich zur

[1]) Dr. William Weicker, Beitrag zur Kenntnis von Funkenspannungen an technischem Wechselstrom. Dissertation, Berlin 1910.

[2]) Der Verfasser wurde erst kurz vor Drucklegung vorliegender Arbeit auf die angezogene Schrift von geschätzter Seite aufmerksam gemacht, und es sei erwähnt, daß die in Buchform (Springer 1911) erschienene Weickersche Untersuchung in Wien in folgenden Bibliotheken nicht vorhanden ist: Bibliothek der Technischen Hochschule, des Elektrotechnischen Institutes, Universitätsbibliothek, Bibliothek des physikalischen Institutes der Universität, National- (ehemalige Hof-)Bibliothek. — Erst in der Bücherei des Österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins wurde dann ein Heft der im Druck (Berlin 1910) erschienenen Dissertation von W. Weicker gefunden.

Digitized by Google

Dauer einer Halbperiode von 10^{-2} Sekunden (ein Zehntel hiervon also 10^{-3} Sekunden, während welcher Dauer sich der Maximalwert nicht merklich ändert), so klein, nämlich rund 10^{-7} mal so lang (etwa wie sich die Dauer eines Funkenüberschlages von einer Sekunde zu einem Zeitraum von mehr als 4 Monaten verhielte), daß tatsächlich die Wechselstromspannung von dieser Makroperiodenzahl sich ganz wie die einer Gleichstromspannung verhält (Fig. 3).

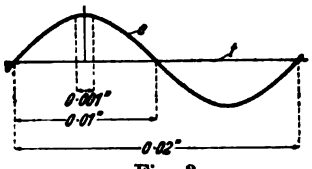


Fig. 3.

Das Resultat, das die Versuche ergaben, bestätigte die Richtigkeit der Annahme, indem die durch Gleichung (1) symbolisierte Überschlagfunktion für die beiden Elektrodengebilde S (Spitzen) bzw. P (Platten) folgenden charakteristischen durch Fig. 4 dargestellten Verlauf aufweisen. Wie die beiden Überschlagcharakteristiken P bzw. S zeigen, ist nämlich bei den untersuchten Gebilden bis zu einer Überschlagweite a von ca. $4^1/_2$ cm eine Überschlagspannung e erforderlich, die, wie der üblichen Annahme entspricht, für Platten P größer als für Spitzen S ist, also:

$$e_P > e_S \text{ bis } 28 \backsim 30 \text{ kV}.$$

Dagegen hat sich gezeigt, und dies ist das entscheidende Ergebnis des Versuches, daß für Überschlagweiten a über $4^3/_4$ cm hinaus die erforderliche Überschlagspannung e, also über 29 $\backsim$ 30 kV hinaus, für Platten P kleiner ist als für Spitzen S, d. h.:

$$e_P < e_S \text{ von } 28 \backsim 30 \text{ kV}.$$

Ein nachträglicher Vergleich der experimentell gewonnenen und in Fig. 4 dargestellten Überschlagkurven P und S mit den von W. Weicker in dessen Dissertation gegebenen Überschlagcharakteristiken, insbesondere den auf Kugelelektroden bezogenen, zeigen eine gute formale Übereinstimmung.

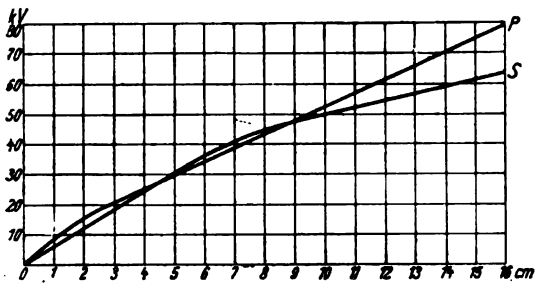


Fig. 4. Überschlagkurven.

Das umfassende von W. Weicker aufgestellte Kurvenmaterial ist zwar ebenfalls rein experimentell, aber unter Beachtung aller Nebeneinflüsse wie Temperatur, Luftdruck und Feuchtigkeit erhoben worden, und demgegenüber können natürlich die hier unter weit einfacheren Versuchsbedingungen gewonnenen Kurven keinen Anspruch auf gleiche Genauigkeit mit denen von W. Weicker machen. Doch werden die nachstehend angestellten qualitativen (nicht quantitativen) Betrachtungen, die, wie ausdrücklich hervorgehoben sei, ursprünglich ohne vorherige Kenntnis der Weickerschen Kurvenbilder entworfen wurden, eine jedenfalls das Wesen des Sachverhaltes erfassende Analyse bieten und insbesondere die von Weicker aufgestellten Begriffe, der nahezu linear verlaufenden „Büschelgrenzspannung" und der charakteristischen „Anfangsspannung" in ihrer physikalischen Bedeutung erscheinen lassen.

Indem sich diese beiden Spannungsarten übereinander lagern, und erstere als ein kapazitiver Anteil, letztere als ein von „zufälligen" Umständen abhängiger Wahrscheinlichkeitsanteil sich erweisen wird, liefern diese beiden Anteile die resultierende Überschlagkurve. Für jene kritische Schlagweite a_g, für welche das Verhältnis des kapazitiven Spannungsanteils zur Gesamtspannung ein Minimum ist, tritt die

Digitized by Google

Bedeutung des Wahrscheinlichkeitsanteils derart hervor, daß für diesen Schlagweitenbereich die Erscheinung des Überschlages unausgeprägt, unscharf, labil wird, für welchen Bereich Weicker die Bezeichnung „Glimmgrenzspannung" einführte. Im Anschluß an die analytische Darstellung der beiden Spannungsanteile wird dieser Sachverhalt dann noch deutlicher zum Ausdruck kommen.

Das Ergebnis des Versuches schien nämlich zu lehren, daß die Bedingung für das Eintreten des Überschlages in Teilbedingungen zerlegt werden muß, d. h. die beiden Kausalitätsanteile für das Zustandekommen des Überschlages in folgender Weise aus dem Verlauf der Kurven entnommen werden können.

Die nächstliegende Voraussetzung wäre, daß zwischen Überschlagspannung e und Überschlagweite a Proportionalität herrscht, indem einfach

$$e = K_1 a \tag{2}$$

ist, d. h., daß die Kurven gerade Linien dnrch den Ursprung sind.

Wie die Kurven zeigen, ist dies jedoch nicht der Fall, sondern es ist der linearen Funktion (2) noch eine weitere Funktion überlagert, die den charakteristischen Verlauf der meisten in der Natur vorkommenden, auf Materialeigenschaften bezügliche Funktionen, aufweisen, und als deren Hauptrepräsentant auf mechanischem Gebiete die in der Festigkeitslehre vorkommende Kurve zwischen Dehnung und Beanspruchung, auf elektromagnetischem Gebiete die bei der Magnetisierung sich ergebende Kurve zwischen magnetomotorischer Kraft $\frac{4\pi}{10} nJ$[1]) und Induktion $\mathfrak{B}$ angeführt werden können; diese Kurven entsprechen letzten Endes, da sie immer die Durchschnittswirkung vieler nach dem Prinzip der Wahrscheinlichkeit verteilten Einzelbedingungen von verschiedener Intensität darstellen, alle der Form des Gaußschen Wahrscheinlichkeitsintegrales

$$y = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx , \tag{3}$$

das, ausgedrückt in den Koordinaten e (Überschlagspannung) für y und a (Überschlagweite) für x bei Einführung einer Konstanten K_2 die Form annimmt:

$$e = K_2 \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} \int_0^a e^{-ha^2} da . \tag{3'}$$

Die Summe dieser beiden Funktionen gibt dann die tatsächlich für das Zustandekommen des Überschlagfunkens erforderliche Spannung:

$$e = K_1 a + K_2 \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} \int_0^a e^{-ha^2} da . \tag{4}$$

Diese Gleichung soll nun als ganz allgemein gültig vorausgesetzt werden, indem die Form der zur Anwendung kommenden Elektroden, sowie die Natur des zwischen ihnen befindlichen Dielektrikums lediglich auf die Konstanten K_2 und K_1 Einfluß

[1]) Siehe Jos. Kelen, Budapest, „Zeitschrift für Elektrotechnik und Maschinenbau", 1920, S. 466: „Versuch einer mathematischen Fassung der ferromagnetischen Grunderscheinungen", in welcher Arbeit wahrscheinlich zum ersten Male in der Literatur der Versuch gemacht wird, die magnetische Permeabilitätskurve aus der Wirkung der Wahrscheinlichkeit zu erklären.

Digitized by Google

hat, jedoch in der Weise, daß K_1 zum größten Teil von der Art des Dielektrikums und zum kleineren Teil von der Form der Elektroden, K_2 zum größten Teil von der Form der Elektroden und zum kleineren Teil von der Art des Dielektrikums abhängt.

Was nun die Gleichung (4) anbelangt, so geht sie selbstverständlich für sehr große Werte von Überschlagweiten $a \ldots a_g$ in die Form

$$e = K_1 a_g + K_2 \tag{4'}$$

über, da das Wahrscheinlichkeitsintegral

$$\frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-h a^2} da$$

dem Grenzwert „1" zustrebt, und für sehr große Schlagweiten a_g die Form und Abmessung der Elektroden fast nicht mehr in Frage kommt, sondern nur mehr der Abstand a maßgebend ist, und die Form der Elektroden sich immer mehr im Vergleich zum wachsenden Abstand a der Punktform nähert. Eine Betrachtung der beiden Bestandteile der Gleichung (4) wird also zu folgender Überlegung führen:

Der durch Gleichung (2) dargestellte erste Bestandteil der Gleichung (4) hat den Charakter des Ausdruckes für die Kapazitätsgleichung

$$e = \frac{Q}{C}, \tag{5}$$

wobei die Elektrizitätsmenge Q von der Form der Elektroden abhängt und einfach proportional der Spannung e ist, die Kapazität C aber verkehrt proportional der Abmessung a, wodurch die Form des ersten Bestandteiles von Gleichung (4) definiert erscheint.

Dieser kapazitive Anteil der Funktion ist es, welcher also hauptsächlich die Neigung des Kurvenastes für große Werte von a, also, wie aus Gleichung (4) hervorgeht,

$$\frac{de}{da} = K_1 + K_2 \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} e^{-h a^2} \tag{6}$$

bestimmt, da der zweite Teil für große Werte von a verschwindet: Gleichung (5) wird also die Form annehmen

$$e = \frac{\varkappa Q}{\varepsilon_0 f} a, \tag{2'}$$

wenn für die Kapazität C der Elektrodengebilde

$$C = \frac{\varepsilon_0 f}{\varkappa a} \tag{7}$$

eingesetzt wird, wobei unter ε_0 die Dielektrizitätskonstante und unter $\varkappa$ ein Faktor verstanden wird, der die Form der Elektroden berücksichtigt, und wobei die Schlagweite a als Proportionalmaß für den Abstand der „Belegungen", als welche die Elektroden hier betrachtet werden, eingeführt wird, wodurch die Form der Gleichung (2) erklärt ist, welche also die für den Überschlag notwendige „Grundspannung" darstellt.

Der Koeffizient

$$K_1 = \frac{\varkappa Q}{\varepsilon_0 f} \tag{8}$$

Digitized by Google

erweist sich, wie Fig. 4 zeigt, für Platten größer als für Spitzen, was unmittelbar einzusehen ist, da für gleiche Oberflächen f die gegenseitig gebundenen Mengen Q von wahrer Elektrizität bei Platten größer als bei Spitzen sind. — Wie sich zeigt, kommt es also nicht allein auf die Spannung e an, sondern auch auf die Mengen Q, die hinter diesen Spannungen stehen[1]), um gewisse Anomalien im Verhalten der Überschlagspannungen zu erklären: d. h. die potentielle Energie, die hinter der Spannung sitzt, ist bei größeren Ladungsmengen Q größer und außerdem um so größer, je größer die Kapazität des Elektrodengebildes ist.

Weit wichtiger und für kleinere und mittlere Schlagweiten a ausschlaggebend ist der zweite durch Gleichung (3) dargestellte Bestandteil, dem die Form des Gaußschen Wahrscheinlichkeitsintegrales gegeben wurde. Es möge nun im folgenden eine keineswegs exakte Begründung der Wahl dieser Funktion versucht werden, da gewiß noch eine Reihe anderer, analytisch kaum zu beherrschender Bedingungen für das Zustandekommen des Überschlages mitspielen. Jedenfalls dürften Überlegungen folgender Art dem Sachverhalt nahekommen.

Damit zwischen zwei Elektroden, deren Form der Einfachheit halber kugelförmig gedacht werde, ein Funke überspringt, muß im Dielektrikum offenbar ein bestimmter „Weg kleinsten Widerstandes" vorhanden sein, der jedenfalls, ohne zu weit in elektronentheoretische Untersuchungen einzugehen, von der momentanen Lagerung und Stellung der Elektronen und, wenn der Überschlag in Luft (und Staub) stattfindet, von der momentanen Lage und den Anordnungen der Atome des Gasgemisches bzw. der in ihm suspendierten Staubteilchen abhängt. Unter allen möglichen Wegen, die der überspringende Funke einschlagen kann, die im großen und ganzen den Trajektorien der Potentialflächen entsprechen werden, wird nun jener wirklich eingeschlagen, in welchem „zufällig" gerade der kleinste Widerstand herrscht, was offenbar von der zufälligen Anordnung der Elektronen abhängig ist. Dieser Bedingung wird nun nicht gerade immer die kürzeste gerade Trajektorie, sondern u. a. eine weiter abliegende gekrümmte, hierdurch aber längere entsprechen. Die Wahrscheinlichkeit, daß eine gebogene Trajektorie die momentan günstigste Überschlagbahn bietet, wird durch die größere zur Auswahl stehende ringförmige Querschnittsfläche für alle Bahnen gleicher Länge erhöht, durch die hiermit verbundene größere Länge jedoch vermindert (Fig. 5). — Da nun die absolute Größe der Gasatome und Staubteilchen eine durchschnittlich konstante Größe ist, so wird mit abnehmender Größe a der Überschlagsweite bei Annahme ähnlich gekrümmter Überschlagbahnen für alle Werte von a auch die ringförmige Querschnittsfläche immer kleiner (die Überschlagspannung ist sonst nahe proportional zu a), so daß der zweite Wahrscheinlichkeitsanteil weitaus den ersten Proportionalitätsanteil in Gleichung (4) überwiegt. Es wird also dieser zweite

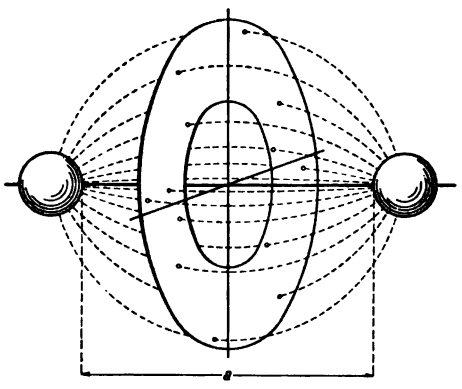


Fig. 5. Überschlagsgebiet, Phasenraum.

[1]) Siehe R. Bauch, Berlin, E. T. Z. 1921, Heft 22, S. 589, woselbst dieser Gedanke wohl zum ersten Male klar ausgesprochen wird, der jedenfalls in der Theorie der elektrischen Festigkeit eine ähnliche Rolle zu spielen berufen sein dürfte, wie die Deformationsarbeit, welche potentiell in mechanisch beanspruchten materiellen Konstruktionsteilen enthalten ist.

Digitized by Google

Funktionsanteil durch die Wahrscheinlichkeitsfunktion dargestellt werden in der Weise, daß sein Wert für Überschlagsweiten $a = \infty$ gegen die Einheit konvergiert, d. h., daß bei unendlich großer Überschlagweite a mit Bestimmtheit mindestens in irgendeinem ihrer Punkte durch Zwischenkunft eines Elektrons, Staubteilchens usw. der kritische Überschlagwiderstand unterschritten wird und der Überschlag eintritt.

Das Eintreten des Überschlages kann infolge des Dazwischentretens eines Staubteilchens zwischen die Elektroden nämlich so aufgefaßt werden, daß die Beanspruchung der Luft mit der Dielektrizitätskonstanten $\varepsilon_0 = 1$ nunmehr durch das Dazwischentreten der Teilchen mit einer Dielektrizitätskonstanten $\varepsilon_1 > 1$ gerade die Festigkeitsgrenze $\left(\text{der Größenanordnung nach ca. } \frac{21 \text{ kV}}{1 \text{ cm}}\right)$ überschritten, und der Eintritt des Teilchens zur auslösenden Ursache des Überschlages wird[1]).

Aus Gleichung (2′) folgt nämlich ganz allgemein für das Spannungsgefälle

$$\frac{de}{da} = \frac{\varkappa Q}{\varepsilon_1 f}, \tag{2″}$$

es wird also um so kleiner, je größer die Dielektrizitätskonstante ε ist. Denkt man sich nun in den Überschlagsweg a ein Teilchen τ mit der Diekletrizitätskonstanten $\varepsilon_1 > \varepsilon_0$ eingebettet, so wird das Gefälle $\frac{de}{da}$ innerhalb dieses Teilchens verkleinert, indem im allgemeinen das Gefälle verkehrt proportional zur Dielektrizitätskonstanten ist. — Wie die Fig. 6 α zeigt, wird also durch das Dazwischentreten des Teilchens τ das bis dahin bestandene Gefälle $\frac{e}{a}$, soweit es im Gebiet des Luftraumes mit der Dielektrizitätskonstante ε_0 verläuft vergrößert, innerhalb des Teilchens mit der Dielektrizitätskonstante ε_1 verkleinert. Die gleiche Vergrößerung des Gefälles im Luftraum wird aber durch das gleichzeitige Eintreten vieler kleiner Teilchen ebenso bewirkt, indem nunmehr im Sinne der Fig. 6 β der Längenanteil des Überschlagweges a, auf welchem die Verkleinerung des Potentialgefälles innerhalb bzw. Vergrößerung außerhalb der Teilchen erfolgt, sich nun auf viele kurze Strecken verteilt. Wird also in dieser Weise durch gleichzeitige Anwesenheit der erforderlichen Anzahl Teilchen längs der Überschlagbahn a das Gefälle im Luftraum über den kritischen Überschlagwert $\left(\frac{21 \text{ kV}}{1 \text{ cm}}\right)$ gesteigert, so tritt der Überschlag daselbst ein.

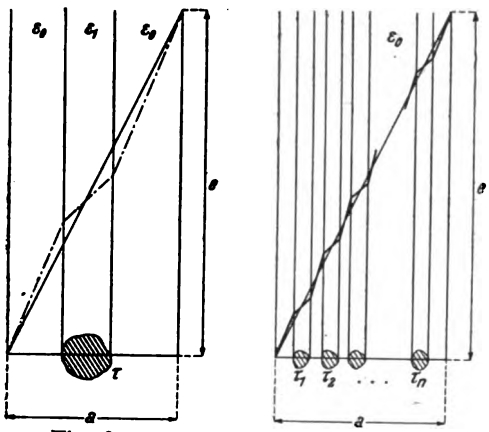


Fig. 6 α. Fig. 6 β.
Gefällssteigerung durch eintretende Teilchen.

Solange nämlich die Elektroden ungeladen sind, ist der Luftraum zwischen ihnen mit wirr durcheinander fliegenden Teilchen durchsetzt, die ursprünglich nach dem allgemeinen Wahrscheinlichkeitsgesetz verteilt, mit zunehmender Ladung der

[1]) Siehe A. Schwaiger, Lehrbuch der elektrischen Festigkeit der Isoliermaterialien, S. 50, 51; Berlin 1919, Jul. Springer.

Digitized by Google

Elektroden aber infolge induktiver Aufladung abgestoßen werden und bei symmetrischen Elektroden in der Halbierungsnormalebene der Strecke a ihre Ladungen (Fig. 7) teilweise kompensieren. Diese Teilchen werden im allgemeinen ihre Flugbahn nach den elektrischen Kraftlinien nehmen, und da die in der gleichen Richtung fliegenden auch gleich geladen sind, werden sie einander abstoßen, so daß zwischen den Elektroden eine Art Selbstreinigung eintritt.

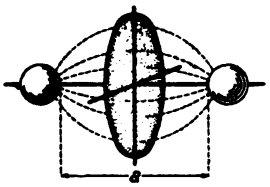


Fig. 7. Selbstreinigung zwischen den Elektroden.

Trotzdem werden aber in den Luftraum zwischen den Elektroden, der also nach dem geschilderten Vorgang im Sinne der Fig. 7 um so staubfreier ist, je näher die Raumteile der Mittellinie liegen, also je größer das Spannungsgefälle ist, immer „zufällig" einzelne Partikel eintreten und die auslösende Ursache für den Durchbruch des Dielektrikums bilden. — Wie sich zeigt, liegt hier ein Problem der geometrischen Wahrscheinlichkeit vor, indem der Eintritt eines Überschlages neben der notwendigen Grundbedingung des Vorhandenseins der dem Überschlagsabstand proportionalen Grenzspannung noch vom zufälligen Eintritte eines oder mehrerer Staubteilchen in den Überschlagraum abhängig ist.

Die Gestalt dieses Überschlagraumes richtet sich nun wesentlich nach der Form der Elektroden. Außerdem sind aber dessen Begrenzungen keine scharfen, sondern es ist richtiger, von einem räumlichen Überschlaggebiet zu sprechen, das von Orten größerer Wahrscheinlichkeit eines Durchschlages immer mehr in solche mit geringerer Wahrscheinlichkeit übergeht.

Die Wahrscheinlichkeit für das Hingelangen eines Teilchens wird nun um so kleiner sein, je größer das Spannungsgefälle $\frac{e}{a}$ ist, und um so größer sein, je größer die Eintrittsfläche ist, durch welche der Eintritt der Teilchen in das kritische Gebiet erfolgen kann. — Um nun mit diesen Aussagen eine geometrische Vorstellung zu verbinden, möge für die beiden betrachteten Elektrodenformen, Spitzen und Platten, das Wahrscheinlichkeitsgebiet des Überschlages untersucht werden. Wenn auch die Form des Feldes, d. h. die Funktion, nach welcher die elektrischen Kraftlinien verlaufen, weder zwischen Spitzen noch zwischen Platten analytisch bekannt und definiert ist, so ist doch bekannt, daß die Feldlinien an den Rändern der Platten nach Fig. 8 anders verlaufen, als zwischen den Spitzen, wenn zwei Linien L_P bzw. L_S von gleicher Länge L also gleichem Spannungsgefälle $\frac{e}{a}$ zwischen Platten bzw. Spitzen miteinander verglichen werden. Die Umdrehungsflächen, welche die beiden Linien L_P bzw. L_S um die geometrische Axe der Elektroden liefern, haben nun einen gewissen Flächeninhalt, und dieser Flächeninhalt wird im Verhältnis zum eingeschlossenen Raum, welcher als Überschlaggebiet bezeichnet werde, maßgebend für die Wahrscheinlichkeit des Überschlages sein. — Daß die Wahrscheinlichkeit für große Werte von a größer ist als für kleine, ist klar, nur fragt es sich:

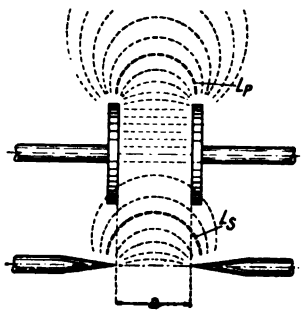


Fig. 8. Begrenzung des Überschlaggebietes.

1. wie die Zunahme der Wahrscheinlichkeit mit zunehmender Schlagweite a bei den verschiedenen Elektrodenformen wächst, d. h., ob in der Wahrscheinlichkeitsfunktion

Digitized by Google

$$y = \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{hx} e^{-hx^2} dx\,, \tag{3}$$

$$y_0' = \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}}, \tag{3'}$$

der sog. Genauigkeitskoeffizient h groß oder klein ist, d. h., ob die Elektrodenform mehr den in Fig. 9 dargestellten steilen Typus α oder den abgeflachten Typus β des Kurvenverlaufes bewirkt, und

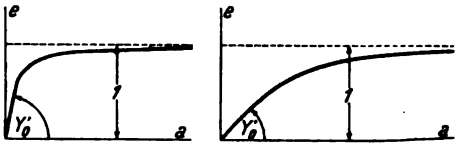


Fig. 9 α. Fig. 9 β.
Einfluß des Genauigkeitskoeffizienten h auf die Kurvengestalt.

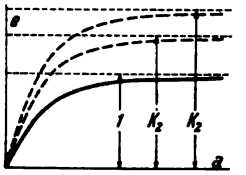


Fig. 10.
Einfluß des „Maßstabs"koeffizienten K_2.

2. ob die Konstante K_2 der Gleichung (4) zwischen zwei Elektrodenformen vergleichsweise groß oder klein ist, d. h., ob die zusätzliche auslösende Spannung K_2 für sehr große Spannweiten a, für welche das Wahrscheinlichkeitsintegral sich der Einheit nähert, für Spitzen- bzw. Plattenelektroden größer oder kleiner ist (Fig. 10). — Leider ist es nicht gelungen, aus der Gestalt der Elektroden Schlüsse auf die Größe von Genauigkeitskoeffizienten h bzw. K_2 zu ziehen, welche eine numerische Bestimmung dieser zwei für die Wahrscheinlichkeitsbedingungen der Auslösungen des elektrischen Überschlages maßgebenden Werte ermöglichten.

Einen interessanten Aufschluß bietet hingegen die Betrachtung des Verhältnisses f der beiden durch die Gleichungen (2) und (3') gegebenen Spannungsanteile. Es möge, wie bereits bei der physikalischen Charakterisierung der drei von Weicker aufgestellten Spannungsbegriffe erwähnt, das Verhältnis f der Büschelspannung zur Gesamtspannung (Büschel- plus Anfangsspannung), nämlich

$$f = \frac{K_1 a}{K_1 a + K_2 \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{h}a} e^{-a h^2} da} \tag{9}$$

betrachtet und untersucht werden, für welchen Wert a_g der Überschlagweite dieses Verhältnis ein Extrem (nämlich ein Minimum) wird, indem dann um diesen Wert a_g als kritische Überschlagweite, wie bereits früher erwähnt, sich der Wahrscheinlichkeitsanteil besonders geltend macht, so daß für diese Schlagweiten die Erscheinung unausgeprägt und „zufällig", die Kurve um diesen Bereich des Argumentes a_g herum verschwommen, unstetig und vieldeutig wird und daselbst die von Weicker als „Glimmgrenze" bezeichnete Erscheinung eintritt.

Aus Gleichung (9) folgt zunächst, wenn zur Abkürzung mit $\Phi(\sqrt{h}a)$ das in den Grenzen Null bis $\sqrt{h}a$ genommene Wahrscheinlichkeitsintegral

$$\Phi(\sqrt{h}a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{h}a} e^{-h a^2} d\sqrt{h}a \tag{3''}$$

Digitized by Google

bezeichnet wird:

$$\frac{df}{da} = \frac{[K_1 a + K_2 \Phi(\sqrt{h}a)]K_1 - K_1 a\left(K_1 + K_2 \frac{d\Phi}{da}\right)}{[K_1 a + K_2 \Phi(\sqrt{h}a)]^2} \tag{10}$$

und hieraus folgt als Bedingung für das Extrem (hier Minimum)

$$K_1^2 a + K_1 K_2 \Phi(\sqrt{h}a) - K_1^2 a - K_1 K_2 \frac{d\Phi}{da} = 0, \tag{11}$$

oder

$$\Phi(\sqrt{h}a) = \frac{d\Phi}{da}. \tag{12}$$

Da nun aus Gleichung (3‴)

$$\frac{d\Phi}{da} = \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} e^{-ha^2}, \tag{13}$$

so folgt aus Gleichung (12) und (13):

$$\frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} e^{-ha^2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{h}a} e^{-ha^2} d\sqrt{h}a \tag{14}$$

als Bedingungsgleichung für den kritischen Wert a_g der Überschlagweite a.

Es ist dies nämlich jener Wert des Argumentes a, wo (Fig. 11) nach Gleichung (12) der Schnitt G der Kurve des Wahrscheinlichkeitsintegrales Φ mit der Kurve ihrer Ableitung, der „Wahrscheinlichkeitskurve" W, stattfindet, und für welchen, wenn $\sqrt{h}a$ als Argument gilt, indem der Genauigkeitskoeffizient h als (reziprokes Flächenmaß) Maßstabsgröße auftritt,

$$\sqrt{h}a_g = 0 \cdot 706, \tag{15}$$

also die kritische Überschlagweite

$$a_g = \frac{0 \cdot 706}{\sqrt{h}} \tag{16}$$

wird. — Für diese Überschlagweite a_g ist der Anteil der linearen kapazitiven Büschelspannung ein Minimum, die Wahrscheinlichkeitsanfangsspannung ein Maximum der Gesamtüberschlagsspannung e_g, welche für diese kritische Überschlagweite a_g von Weicker als „Glimmgrenzspannung" bezeichnet wurde und aus Gleichung (4) hervorgeht, wenn für Überschlagweite a der kritische Wert a_g gesetzt wird.

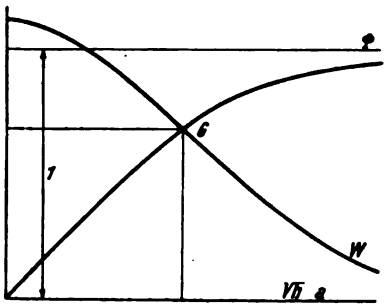


Fig. 11. Schnitt der Wahrscheinlichkeits- mit deren Integralkurve.

Da zur Zeit der experimentellen Aufnahme der Überschlagkurven diese von Weicker aufgestellten charakteristischen Spannungsgrenzen h. o. nicht bekannt waren, so wurde leider damals nicht das Augenmerk auf das Eintreten dieser Erscheinungen insbesondere des Glimmens gelenkt, weshalb in der nachstehenden numerischen Auswertung nur die Größe der kritischen Werte a_g und e_g für Spitzen bzw. Platten angegeben werden, ohne daß jedoch nachträglich eine Übereinstimmung dieser Werte mit den charakterisierten Phasen der Erscheinung, welche an der seither längst wieder abgebauten Versuchsanordnung auftraten, festgestellt werden kann.

Digitized by Google

Die Versuchsanordnung (welche im Versuchsraum der Österreichischen Siemens-Schuckertwerke benutzt wurde) war folgende durch Fig. 12 dargestellte:

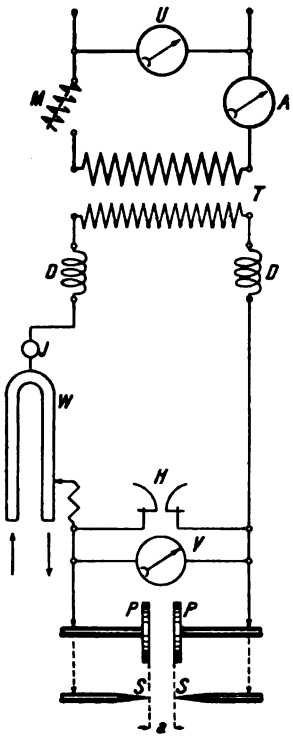


Fig. 12. Schaltschema der Versuchsanordnung.

T Hochspannungstransformator,
U Spannungszeiger
A Stromzeiger } unterspannungsseitig
D Drosselspulen,
I Isolator
W Wasserwiderstand,
H Blitzhorn,
V Statisches Voltmeter,
PP Plattenpaar bzw.
SS Spitzenpaar als Elektroden der
a Funkenstrecke.

Die Zuführung der Spannung erfolgte bei den Platten P sowie bei den Spitzen S axial in der Mitte; bei der Art des Versuches war es allerdings nicht streng erreichbar, daß die Platten P stets vollkommen planparallel eingestellt waren, was aber höchstens 0,5 mm Unterschied im Abstand a verursachte.

Die Ablesung der Spannung beim Überschlag erfolgte stets gleichzeitig sowohl an dem elektrostatischen Voltmeter V auf der Oberspannungsseite als auch an dem elektromagnetischen Voltmeter U auf der Unterspannungsseite.

Die Überschläge traten bei den Platten immer am Rande, und zwar meist in der unteren Hälfte, auf und wanderten in allen Fällen nach oben.

Die Oberfläche der Platten wurde für das freie Auge nicht sichtbar verändert, hingegen schmolzen die Spitzen ganz wenig ab; sie wurden nach je 8 (acht) Überschlägen immer wieder neu poliert.

Die Versuche an den Platten wurden für verschiedene Plattendurchmesser von $d = 25$, 50, 100, 200 und 400 mm durchgeführt, doch zeigen die aufgenommenen Überschlagskurven für die Platten bis $d = 300$ mm keine wesentlichen Unterschiede im Verlaufe, indem die Werte der Konstanten K_1, K_2 und h nicht viel und insbesondere in keiner erkennbaren Abhängigkeit von Plattendurchmesser d voneinander abweichen.

Die ganzen experimentellen Ergebnisse berechtigen also zur Annahme, daß die bei den Versuchen vorgenommenen Änderungen in den Abmessungen der Platten noch von keinem merklichen Einfluß auf die Gestalt der Überschlagskurve bzw. die Funktion

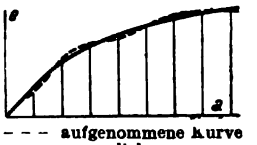
$$e = f(a) \tag{1}$$

waren, weshalb aus den für die vorstehend angegebenen fünf Durchmesser aufgenommenen Kurven die mittlere Kurve aufgestellt wurde. Ein besonderes Ausgleichverfahren wurde hierbei nicht angewendet, da der Verlauf der experimentell punktweise aufgenommenen Kurven ebenfalls nur durch Ausgleich nach Augenmaß gewonnen wurde. Die einzelnen Kurvenpunkte, nämlich beobachtete Überschlagspannung e bei bestimmter Überschlagweite a, wurden stets aus dem Mittel von 7 bis 10 Überschlägen eingesetzt und erfüllen, wie ja in der Natur einer Wahrscheinlichkeitserscheinung liegt, keine wendepunktfreie Kurve, sondern lieferten einen etwa durch Fig. 13 dargestellten Verlauf, der jedoch insbesondere für kleine Werte

Digitized by Google

von a und e ein befriedigend proportionales Ansteigen aufweist, indem eben dort der kapazitive Anteil e_1 (Gleichung 2) den Wahrscheinlichkeitsanteil e_2 (Gleichung 3') weitaus überwiegt.

Diese Schwankungen waren für die Überschlagkurven der Platten weit stärker als für die Überschlagkurven der Spitzen, was insofern einzusehen ist, als der kapazitive Anteil e_1, der keinen Schwankungen unterliegt, an der gesamten erforderlichen Überschlagspannung e für gleiche Überschlagweiten a bei Spitzen kleiner als bei Platten ist, da hierbei die Kapazität der Spitzengebilde ebenfalls kleiner als das der Platten ausfällt. — Es ist daher der anfänglich steilere Anstieg der Überschlagkurven für Platten gegen den für Spitzen, also



- - - aufgenommene Kurve
—— ausgeglichene „
Fig. 13.

$$\frac{de}{da_P} > \frac{de}{da_S} \quad \text{limes } a = 0),$$

begreiflich, wie aus Fig. 4 zu entnehmen ist.

Um nun aus den experimentell aufgenommenen Kurven die Konstanten K_1, K_2 und h zu bestimmen, möge der leichteren analytischen Behandlung wegen für Überschlagspannungen $e \ldots y$, für Überschlagweiten $a \ldots x$ geschrieben werden, womit Gleichung (4) die Form annimmt:

$$y = K_1 x + K_2 \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{h}x} e^{-hx^2} dx \,. \tag{4*}$$

Wie aus Gleichung (4*) hervorgeht, bedeuten die Konstanten K_1 ein Spannungsgefälle $\frac{e}{a}$, K_2 eine Spannung, welche zur „Grundspannung"

$$e_1 = K_1 x \tag{2*}$$

noch hinzutreten muß, um die für den Überschlag entscheidende „Wahrscheinlichkeits"spannung

$$e_2 = K_2 \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{h}x} e^{-hx^2} dx \tag{3*}$$

zu liefern, damit der Überschlag zustande kommt.

Endlich bedeutet h das Reziproke einer Fläche, so daß ha^2 die numerische Variable des Wahrscheinlichkeitsintegrales bildet.

Aus Gleichung (4*) folgt nun

$$y' = K_1 + 2 K_2 \sqrt{\frac{h}{\pi}} e^{-hx^2}, \tag{6*}$$

hieraus folgt für $x = 0$:

$$y'_0 = K_1 + 2 K_2 \sqrt{\frac{h}{\pi}}$$

und weiter für $x = \infty$:

$$y'_\infty = K_1, \tag{8*}$$

und endlich folgt aus Gleichung (4*) für große Werte von x:

$$y_g = K_1 x_g + K_2 \,. \tag{9*}$$

Digitized by Google

Um nun aus den vorliegenden experimentell aufgenommenen Kurven, deren Verlauf deutlich den durch Gleichung (4*) gegebenen Zusammenhang aufweist, indem über die lineare Grundspannungsfunktion e_1 die Wahrscheinlichkeitsspannung e_2 als auslösende Ursache für das Zustandekommen des Funkens hinzutritt, die Konstanten K_1, K_2, h zu entnehmen, werden an Hand der Fig. 14 aus den durch die experimentellen Aufnahmen vorliegenden Kurven die Werte für K_1 und $(K_1 + K_2 \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}}$ als tg-Werte, K_2 als Spannungswert im Voltmaßstab entnommen, der Wert von Konstante h (Reziproke einer Fläche) mittels der untenstehenden Gleichung (10*) berechnet.

Auf Grund dieser Festsetzung möge nun an die nummerische Auswertung der Kurven geschritten werden. Sind die Werte der Konstanten K_1, K_2 und h bestimmt, so lautet die allgemeine Überschlaggleichung (4)

$$e = K_1 a + K_2 \Phi(\sqrt{h}a), \tag{4}$$

wobei $\Phi(\sqrt{h}a)$ das in den Grenzen Null bis $\sqrt{h}a$ genommene Wahrscheinlichkeitsintegral, nämlich

$$\Phi(\sqrt{h}a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{h}a} e^{-h a^2} d\sqrt{h}a \tag{3'''}$$

bedeutet, für das die Werte aus dem vorzüglichen von E. Jahnke und F. Emde herausgegebenen Tafelwerke[1]) S. 33 und folgende für die Argumente $(\sqrt{h}a)$ entnommen wurden.

Numerische Auswertung der Kurven.

Die vorliegenden experimentell aufgenommenen Kurven weisen folgende Maßstäbe auf[2]):

Maßstäbe und Dimensionen			Maßstab für Kurve	Maßstab für Versuch
$x \ldots a \ldots$	Überschlagweite	in Volt	1 cm	1 cm
$y \ldots e \ldots K_2$	Überschlagspannung	in Volt	1 cm	20 kV
$y' \ldots l \ldots K_1$	Spannungsgefälle	in $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$	1 $\frac{\text{cm}}{\text{cm}}$	20 $\frac{\text{kV}}{\text{cm}}$
$h \ldots h \ldots$	Genauigkeitskoeffiz.	in $\frac{1}{\text{cm}^2}$	1 cm^{-2}	1 cm^{-2}

Die Größen K_1, $\left(K_1 + 2 K_2 \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}}\right)$ und K_2 können auf die in Fig. 14 angedeutete Weise aus der Kurve abgelesen werden, der Quotient aus den beiden Ablesungen gibt das Spannungsgefälle K_1 in $\frac{20\,\text{kV}}{1\,\text{cm}}$.

[1]) E. Jahnke und F. Emde, Funktionentafeln mit Formeln und Kurven. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1909

[2]) Die Kurven, aus denen die Konstanten entnommen wurden, liegen in Form von Blaupausen auf Millimeterpauspapier vor und wurden auf Grund der geschilderten Versuchsreihe im Versuchsraum d. Österr. Siemens-Schuckert-Werke, Wien-Leopoldau, festgelegt.

Digitized by Google

Um die Konstante h zu finden werde der aus der Kurve abgelesene (numerische) Wert für

$$K_1 + K_2 \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} = l \qquad (10^*)$$

mit l bezeichnet, dann ist:

$$\sqrt{h} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{l - K_1}{K_2}.$$

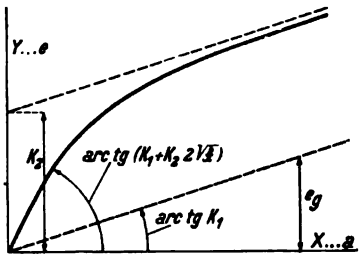


Fig. 14.
Entnahme der Konstanten aus den vorliegenden Kurven.

Nachdem nun an Hand vorstehender Gleichungen die Bedeutung der Konstanten K_1, K_2 und h festgelegt ist, mögen diese Größen nunmehr aus den auf Grund der Versuche sowohl für Spitzen als auch für Platten vorliegenden Kurven entnommen werden.

I. Überschlagskurven für Spitzen.

Für diese Kurven sind folgende numerischen Werte (alles in Zentimeter) ablesbar:

$$K_1 = \frac{0 \cdot 70}{6 \cdot 20} = 0 \cdot 113,$$

$$l = K_1 + K_2 \frac{2\sqrt{h}}{\sqrt{\pi}} = \frac{1 \cdot 6}{5 \cdot 0} = 0 \cdot 320,$$

$$K_2 = 1 \cdot 70.$$

Hieraus folgt dann für

$$\sqrt{h} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{l - K_1}{K_2} = 0 \cdot 886 \frac{0 \cdot 320 - 0 \cdot 113}{1 \cdot 70} = 0 \cdot 886 \frac{0 \cdot 207}{1 \cdot 70} = 0 \cdot 1078.$$

Gleichung (4) für Spitzen lautet dann:

$$e = 0 \cdot 113 a + 1 \cdot 70 \, \Phi(0 \cdot 1078 a).$$

Nach Gleichung (16) ist die kritische Schlagweite a_g

$$a_g = \frac{0 \cdot 706}{0 \cdot 1078} = 6 \cdot 54 \text{ cm},$$

$$e_g = 0 \cdot 113 \cdot 6 \cdot 54 + 1 \cdot 70 \, \Phi(0 \cdot 1078, 6 \cdot 54).$$

II. Überschlagskurven für Platten.

Für diese Kurven sind folgende Werte zu entnehmen:

$$K_1 = \frac{1 \cdot 80}{7 \cdot 70} = 0 \cdot 234,$$

$$l = \frac{3 \cdot 0}{5 \cdot 0} = 0 \cdot 600,$$

$$K_2 = 0 \cdot 33.$$

Hieraus folgt dann für:

$$\sqrt{h} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{l - K_1}{K_2} = 0 \cdot 886 \frac{0 \cdot 600 - 0 \cdot 234}{0 \cdot 33} = 0 \cdot 886 \frac{0 \cdot 366}{0 \cdot 33} = 0 \cdot 982.$$

Gleichung (4) für Platten lautet dann:

$$e = 0 \cdot 234 a + 0 \cdot 330 \, \Phi(0 \cdot 982 a).$$

Digitized by Google

Nach Gleichung (16) ist die kritische Schlagweite a_g:

$$a_g = \frac{0 \cdot 706}{0 \cdot 982} = 0 \cdot 72 \text{ cm},$$

$$e_g = 0 \cdot 234 \cdot 0 \cdot 72 + 0 \cdot 330\, \Phi(0 \cdot 982 \cdot 0 \cdot 72).$$

Die numerische Auswertung vorstehender Gleichungen ist in folgenden Tabellen I und II eingetragen:

Tabelle I (Spitzen).

a	$0{,}118\,a$	$0{,}1078\,a$	$\Phi(0{,}1078\,a)$	$1{,}70\,\Phi$	$0{,}113\,a + 1{,}70\,\Phi$	kV	Δ V	mm
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,000	0,0000	0,000	0,000	0,000	0,000	± 0000	000,00
0,5	0,056	0,0539	0,060	0,102	0,158	3,160	— 2560	009,48
1,0	0,113	0,1078	0,121	0,206	0,319	6,380	— 3820	019,14
1,5	0,169	0,1617	0,181	0,308	0,477	9,540	— 3840	028,62
2,0	0,226	0,2156	0,239	0,406	0,632	12,340	— 3580	037,02
3,0	0,339	0,3234	0,353	0,600	0,939	18,780	— 1860	056,34
4,0	0,452	0,4312	0,458	0,779	1,231	24,620	— 600	073,86
5,0	0,565	0,5390	0,554	0,941	1,506	30,120	+ 120	090,36
6,0	0,678	0,6468	0,639	1,086	1,764	35,280	+ 600	105,84
7,5	0,846	0,8085	0,747	1,271	2,117	42,340	+ 640	127,02
10,0	1,130	1,0780	0,873	1,483	2,613	52,260	— 1140	156,78
12,0	1,356	1,2936	0,932	1,583	2,939	58,780	— 3980	176,34
15,0	1,695	1,6170	0,977	1,661	3,356	67,120	— 9680	201,36

Tabelle II (Platten).

a	$0{,}234\,a$	$0{,}982\,a$	$\Phi(0{,}982\,a)$	$0{,}330\,\Phi$	$0{,}234\,a + 0{,}330\,\Phi$	kV	Δ V	mm
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	± 0000	000,00
0,5	0,117	0,491	0,513	0,169	0,286	5,720	+ 2560	017,16
1,0	0,234	0,982	0,835	0,276	0,510	10,200	+ 3820	030,60
1,5	0,351	1,473	0,963	0,318	0,669	13,380	+ 3840	040,14
2,0	0,468	1,964	0,994	0,328	0,796	15,920	+ 3580	047,76
3,0	0,702	2,946	1,000	0,330	1,032	20,640	+ 1860	061,92
4,0	0,936	3,928	1,000	0,330	1,266	25,220	+ 600	075,66
5,0	1,170	4,910	1,000	0,330	1,500	30,000	— 120	090,00
6,0	1,404	5,892	1,000	0,330	1,734	34,680	— 600	104,04
7,5	1,755	7,365	1,000	0,330	2,085	41,700	— 640	125,10
10,0	2,340	9,820	1,000	0,330	2,670	53,400	+ 1140	160,20
12,0	2,808	11,784	1,000	0,330	3,138	62,760	+ 3980	188,28
15,0	3,510	14,730	1,000	0,330	3,840	76,800	+ 9680	230,40

Werden nun die aus den Gleichungen (I) und (II) sich ergebenden Werte von Überschlagspannungen e als Funktionen von Überschlagweiten a als Kurven aufgetragen, so ergeben sich die in Fig. 4 dargestellten Kurvenzüge, welche sich den experimentell aufgenommenen Kurven sehr nahe anschmiegen.

Die Kurven weisen nun für die Überschlagweite a ca. 4,7 cm, bei Überschlagspannung e ca. 28,5 kV den ersten Schnittpunkt auf, wodurch also die Voraussetzung bestätigt wird, daß über eine kritische Überschlagweite von ca. $4\frac{3}{4}$ cm und ca. $28\frac{1}{2}$ kV-Potentialdifferenz hinaus die Neigung zum Überschlag zwischen Platten größer als zwischen Spitzen ist. Im weiteren Verlaufe tritt jedoch ein weiterer Schnittpunkt für $a = 8{,}8$ cm Überschlagweite und $e = 47$ kV auf, über welchen hinaus wieder das Überwiegen des Spitzenüberschlages gegen Plattenüberschlag auftritt.

Digitized by Google

In diesem experimentell erhobenen Ergebnis, welches durch Einführung der Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen auch bis zu einem gewissen Grade begreiflich gemacht wurde, liegt nun aber insofern eine höchst unwillkommene Tatsache vor, als der an und für sich gute Gedanke der Luftisolation gerade in jenem Gebiete, nämlich für Spannungen von 28 bis 48 kV (effektiven Wechsel-) bzw. von 40 bis 68 kV absolutem Gleichspannungswerte, Luftisolationsabstände (Überschlagweiten) a von mindestens ca. 4,6 bis ca. 8,8 cm erfordert, also gerade für die üblichsten Spannungen und noch möglichen Abstände (wenn anders die Streuungen nicht über jeden technisch noch erträglichen Wert hinausgeben sollen) auf ganz bedeutende Schwierigkeiten stößt, indem die für Spitzen erhobenen Isolationsabstände a keineswegs eine sichere untere Grenze für die zu wählenden Spulenabstände darstellen.

Eine weitergehende Frage wäre nun freilich die, warum der Schnitt der beiden Überschlagkurven gerade bei den gefundenen kritischen Stellen liegt, eine Frage, die vom physikalischen Standpunkt ungefähr zu vergleichen wäre mit der Forderung einer Erklärung, warum ein bestimmtes Material gerade bei 5000 kg/cm² seine Elastizitätsgrenze und z. B. bei 40 000 kg/cm² seine Bruchgrenze besitzt. Solche Fragen führen aber in die Molekularphysik bzw. im vorliegenden Fall zu Untersuchungen elektronentheoretischer Natur und würden den Rahmen dieser Betrachtungen überschreiten, da es ja hier nur auf eine qualitative Begreiflichmachung, nicht aber auf eine quantitative Erklärung ankommen sollte.

Zusammenfassung.

Infolge elektrostatischer Überschlagerscheinungen, die an einem nach Angaben von Prof. Dr. Milan Vidmar im Jahre 1919 bei den Ö. S. S. W. in Wien erbauten Transformator mit reiner Luftkühlung schon bei Prüfspannungen auftraten, die noch ziemlich weit unter der Grenze der vorausgesetzten Überschlagspannung lagen, wurde im Versuchsraum der genannten Werke eine Reihe von Überschlagversuchen zwischen platten- bzw. spitzenförmigen Elektroden durchgeführt und die bereits früher 1910 von Dr. W. Weicker gefundenen Resultate, die zur Zeit der Versuche durch obigen nicht bekannt waren, insbesondere bezüglich der Anomalie, daß über eine gewisse Spannungsgrenze hinaus der Überschlag eher zwischen Platten als Spitzen erfolgt, bestätigt.

In der vorliegenden Arbeit wird dann versucht, diese Anomalie auf Grund von wahrscheinlichkeitstheoretischen Betrachtungen qualitativ zu erklären, wobei insbesondere die von W. Weicker aufgestellten Begriffe der Anfangs-, Büschel- und Glimmgrenzspannung in ihrer analytischen Bedeutung erkannt werden, indem gezeigt wird, daß sich die für das Zustandekommen der Überschlags-Erscheinung erforderliche Spannung sowohl physikalisch, wie analytisch als aus zwei Anteilen bestehend, darstellen läßt.

Die Betrachtung lehrt im Sinne A. Schwaigers die Analogie des elektrischen Durchbruches des zwischen den Elektroden befindlichen Dielektrikums mit der mechanischen Beanspruchung, wobei auf die von R. Bauch erstmals hervorgehobene Bedeutung der auf den Elektroden verteilten Elektrizitätsmengen als maßgebend für den eintretenden Durchschlag hingewiesen wird, die in Analogie zu der in einem mechanisch beanspruchten materiellen Körper aufgestapelten mechanischen Defor-

Digitized by Google

mationsarbeit steht, indem beide „Spannungszustände" zu deren Herstellung einen Arbeitsaufwand erfordern.

Zum Schluß werden die Konstanten der aus den Versuchen vorliegenden Kurven aus diesen durch Messung entnommen, in die aus den Betrachtungen aufgestellten Gleichungen eingesetzt, diese nummerisch ausgewertet und deren punktweise sehr befriedigende Übereinstimmung mit den vorliegenden Kurven festgestellt, wobei insbesondere der Schnitt der beiden Kurven (außer im Nullpunkt, noch an zwei Stellen (Fig. 4) sich von entscheidender Bedeutung erweist, worin die vorerwähnte Anomalie ihren Ausdruck findet und in praktischer Hinsicht hieraus folgt, daß für das Spannungsgebiet von ca. 28 bis 48 kV die Spitzenüberschlagweite nicht als untere Grenze für plattenförmige Elektroden angenommen werden darf.

Digitized by Google

Röhrengalvanometer.

Von **Karl Wilhelm Haußer, Robert Jaeger** und **Wilhelm Vahle.**

Mit 8 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Physikalischen Laboratorium des Wernerwerkes M der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 7. Juni 1922.

Bei der Messung kleiner Luftleitungssättigungsströme (Ionisationsströme), wie sie z. B. zur Bestimmung von Röntgenstrahlen oder von radioaktiven Präparaten zu physikalischen oder röntgentherapeutischen Zwecken verwendet werden, bedient man sich fast ausschließlich der Auf- oder Entlademethode von Elektrometern mit angeschlossenen Kapazitäten. Diese Methoden haben, wie bekannt, außerordentlich große Nachteile. Besonders lästig und zu großen Fehlern führend ist das Ablesen mit der Stoppuhr. Das Arbeiten mit einem „Elektrometer in Galvanometerschaltung" — das Elektrometer parallel zu einem von dem zu messenden Strom durchflossenen Widerstand —, hat den großen Vorzug eines konstanten Ausschlags, bringt aber den Nachteil mit sich, daß hochempfindliche, nicht leicht zu handhabende Quadrantelektrometer oder Binantelektrometer mit Spiegelablesung oder Fadenelektrometer mit Mikroskopablesung verwendet werden müssen. Wir hatten es uns zur Aufgabe gestellt, hierfür eine andere bequeme Meßmethode unter Benutzung einer Verstärkerröhre und eines Zeigerstrommessers zu schaffen. Für den vorliegenden Zweck war es dabei nicht notwendig, die Empfindlichkeit der Strommessung über die bisher bekannte Empfindlichkeitsgrenze hinaus zu steigern.

Bei der Durchführung dieser Aufgabe haben sich Gesichtspunkte ergeben, die ganz unabhängig von dem obengenannten Zweck bei der Konstruktion eines Röhrengalvanometers beachtet werden müssen, und es haben sich darüber hinaus auch Aussichten eröffnet, die bisher bekannte Empfindlichkeitsgrenze der Strom- bzw. Spannungsmessung zu überschreiten. Über den ersten Fall, die Ermöglichung der Messung sehr kleiner Ströme in den bisher bekannten Empfindlichkeitsgrenzen mit einer leicht zu handhabenden Methode wollen wir im folgenden kurz berichten. Auf die Diskussion der zweiten Frage, inwiefern es möglich ist, die bisherige Empfindlichkeitsgrenze zu überschreiten, gedenken wir in einer späteren Mitteilung zurückzukommen.

Bestimmt man den Anoden- bzw. den Gitterstrom einer normalen Verstärkerröhre, wie sie zu Zwecken der Fernmeldetechnik mit so außerordentlichem Erfolg verwendet werden, in Abhängigkeit von der Gitterspannung, so erhält man eine

Digitized by Google

Kurve, wie sie in Fig. 1 dargestellt ist. Eine solche Charakteristik legt den Gedanken nahe, eine Verstärkerröhre als Elektrometer zu verwenden in einer Schaltung, bei der die zu messende Spannung zwischen Gitter und Kathode gelegt wird unter Serienschaltung einer Spannung von etwa 4 Volt und unter Benutzung eines Zeigerstrommessers. Als solchen kann man ein Instrument mit spiegelunterlegter Skala und einer Empfindlichkeit von $2{,}6 \cdot 10^{-7}$ Amp. pro Skalenteil benutzten, wie es handelsüblich ist. Man würde damit nach der Figur eine Empfindlichkeit von etwa 40 Skalenteilen pro Volt erreichen, die bei Kompensation des Anodenstromes und Messung mit einem empfindlicheren Galvanometer noch außerordentlich gesteigert werden könnte[1]). Daß diese Methode nicht angängig ist, ist seit langem bekannt. Mißt man nämlich in dem Gebiet, wo der Gitterstrom Null zu werden scheint (also in einem Gebiet negativer als etwa minus 2 Volt), mit einem empfindlicheren Strommeßgerät, so ergibt sich eine Kurve, wie sie in Fig. 2 dargestellt ist. Dort ist der Maßstab unterhalb der Abszissenachse tausendmal vergrößert aufgetragen. Dabei ist eine Anodenspannung von 100 Volt als die übliche vorausgesetzt. Bei solchen positiven Gitterströmen ist natürlich die Röhre als Elektrometer nicht verwendbar. Bei der Verwendung der Verstärkerröhre als Elektrometer in Galvanometerschaltung würde die Verstärkerröhre, d. h. die Strecke Gitterkathode, einen Nebenschlußwiderstand R_2 darstellen, der sich von Punkt zu Punkt ändert. Es würde dann die für die Empfindlichkeit der Anordnung maßgebende Größe sein: $\frac{dv_R}{dJ_s} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$, wo Js den Sättigungsstrom, v_R die am Gesamtwiderstand liegende Spannung und R_1 den Widerstand bedeuten, zu dem die Röhre parallel gelegt wird. Von einer Benutzung dieser Beziehung haben wir abgesehen, schon deswegen, weil die Gitterströme zeitlich stark variabel sind[2]). Wir mußten also sehen, wie weit sich diese Gitterströme reduzieren lassen. Es ist seit langem bekannt, daß diese Gitterströme im wesentlichen darauf zurückzuführen sind, daß auch bei den bestevakuierten Röhren noch genügend Gasmoleküle vorhanden sind, die durch die Elektronen, sofern sie die nötige Geschwindigkeit haben, durch Abspaltung von Sekundärelektronen zu positiven Elektrizitätsträgern gemacht werden. Diese positiven Träger wandern zu dem negativ

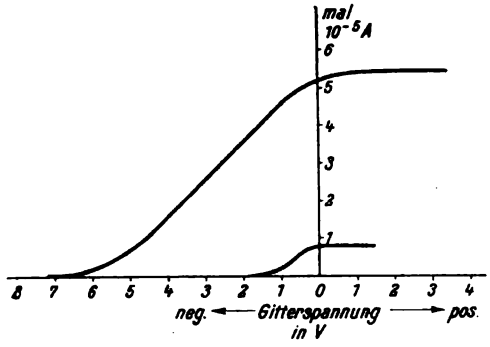


Fig. 1.

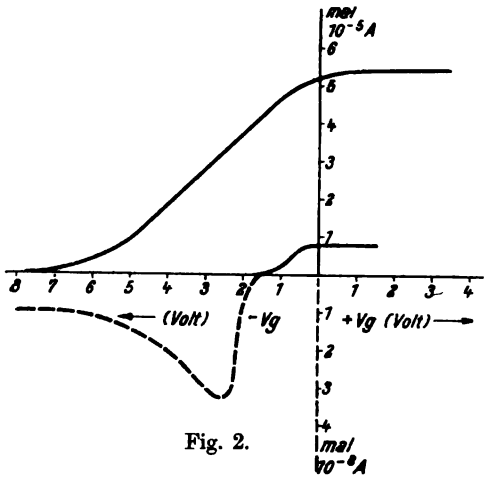


Fig. 2.

[1]) Daß nur eine solche Kompensation und nicht die Benutzung eines empfindlicheren Galvanometers bei kleineren Strömen zu einer Erhöhung der Empfindlichkeit führt, hat Herr Schottky in dieser Zeitschrift, Band I, S. 110 in einer Arbeit „Röhrenvoltmeter und Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung" gezeigt.

[2]) Die Tatsache, daß der Widerstand an manchen Stellen negativ wird, ermöglicht hohe Empfindlichkeiten, auch wenn der absolute Betrag von R_2 nicht groß gegen R_1 ist.

Digitized by Google

geladenen Gitter und geben dort ihre Ladung ab[1]). Die Aussichten, diese Gitterströme durch noch weitgehendere Entgasung um die notwendigen Größenordnungen zu verringern, waren nach unseren Erfahrungen gering. Wir haben deshalb einen anderen Weg beschritten und haben, um eine Verminderung der Gitterströme zu erreichen, das Anodenpotential herabgesetzt. Es ist ja durch Lenard bekannt, daß zur Abspaltung von Sekundärelektronen ein gewisser Mindestwert der Geschwindigkeit der Primärelektronen notwendig ist, Schwellenwert der Trägerbildung genannt. Wir haben an einer großen Zahl von Röhren die Abhängigkeit des Gitterstromes vom Anodenpotential untersucht und fanden Kurven etwa in der Art von Fig. 3. Die einzelnen Kurven zeigten insofern erhebliche Differenzen, als der Schnittpunkt der Verlängerung der Kurve auf der Abszissenachse wesentlich verschieden war und daß ebenso die Krümmung der einzelnen Kurven stark variierte. Immerhin können wir so viel sagen, daß der Schnittpunkt der verlängerten Kurve nicht unterhalb von etwa 7 Volt Anodenspannung lag. Da diese Spannung aber unterhalb des Schwellenwertes der Trägerbildung (häufig Ionisationsspannung genannt) der Gase lag, die man als Restgase annehmen kann, muß man annehmen, daß es sich zum Teil um einen Effekt handelt, der in der Literatur der letzten Jahre ausführlich diskutiert ist. Es werden nämlich schon bei niederen Spannungen, als dem Schwellenwert der Trägerbildung entspricht, die Atome zum Leuchten angeregt, und diese Lichtemission verursacht auf dem Gitter einen lichtelektrischen Effekt[2]). Das Abwandern lichtelektrischer Elektronen vom Gitter führt natürlich zum Strom im selben Sinne wie das Zuwandern positiver Träger[3]). Daß es sich wirklich um diesen Effekt handelt, konnte man daran sehen, daß dieser Strom mit dem Gasdruck stark variierte.

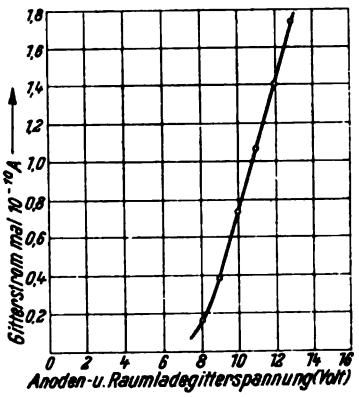


Fig. 3.

Über die Durchführung dieser Versuche soll nur soviel gesagt werden, daß die geringen Ströme, wie sie bei niedriger Anodenspannung übrig bleiben, mit Hilfe eines sehr hochohmigen Widerstandes und eines Fadenelektrometers gewonnen wurden. Es ist klar, daß mit einer normalen Verstärkerröhre solche Messungen nicht durchzuführen sind, da sowohl die gemeinsame Durchführung der Gitterzuleitung mit den Anoden- und Fadenzuleitungen in einem Quetschfuß, vor allem aber die Herausführung der Gitterzuführung durch einen normalen Sockel den notwendigen Anforderungen auf Isolation nicht genügen kann. Wir haben deshalb das Gitter für sich gesondert am oberen Ende der Röhre herausgeführt und auf der Außenseite der

---

[1]) Es wird deshalb die Größe des Gitterstromes in der Technik — zuerst bei der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie „Telefunken" — als Maß für die Güte des Vakuums zu Prüfzwecken der Verstärkerröhre benutzt.

[2]) Eine lichtelektrische Emission, angeregt durch das kurzwellige Spektralende der Strahlung des glühenden Wolframfadens scheint dem oben genannten gegenüber eine kleine Rolle zu spielen. Durch geeignete Wahl der Spannungen an Anode, Gitter und Raumladegitter (alle drei negativ, das Steuergitter am negativsten) ließ sich feststellen, daß diese lichtelektrische Emission zum mindesten klein ist gegen die oben genannte.

[3]) Eine eventuelle positive Fadenemission haben wir nicht näher untersucht. Sie würde in unserer Anordnung nicht stören können, da wir aus später zu diskutierenden Gründen mit einem Rohr mit Raumladegitter gearbeitet haben. Die positive Ladung des Raumladegitters, das der Glühkathode gegenüber steht, läßt die positiven Träger aus dem Faden nicht austreten.

Digitized by Google

Gitterdurchführung einen Glaszylinder anschmelzen lassen, der nach oben bei der Durchführung durch Bernstein isoliert ist und im Innern vermittels eines seitlich angebrachten Trockengefäßes trocken gehalten werden kann. Die Anordnung geht aus Fig. 4 hervor. Wir haben damit Isolationen besser als 10^{14} Ohm erzielt, auch im heißen Zustande der Röhre, d. h. nachdem der Faden längere Zeit gebrannt hatte.

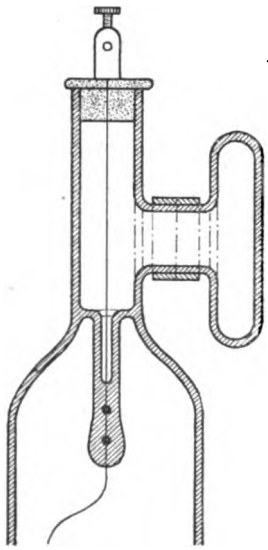


Fig. 4.

In Fig. 5 ist eine Meßreihe dargestellt, die die Anodenstrom- und Gitterstromkurven in Abhängigkeit vom Gitterpotential geben bei 7, 7,5 und 8 Volt Anodenspannung. Man sieht, daß die Anodenstromkurve um so weiter nach der Richtung zu positivem Gitterpotential wandert, je niedriger die Anodenspannung ist. Dadurch kommt man aber bei dem notwendigen Anodenstrom bei normalen Röhren in ein Gebiet, wo das Gitter hohe Elektronenströme bekommt, die man auf jeden Fall vermeiden muß. Es ist deshalb notwendig, für unseren Zweck Röhren mit großem Durchgriff zu verwenden. Die Benutzung niederer Anodenpotentiale ließ es auch angezeigt erscheinen, eine Röhre mit dem von Langmuir eingeführten Raumladegitter zu verwenden[1]). Dauerversuche haben gezeigt, daß sich so günstige Verhältnisse, wie aus dem Obigen hervorgeht, auch bei sehr langer Brenndauer der Verstärkerröhre erzielen lassen. Das Vakuum, infolgedessen die Gitterströme, werden mit wachsender Lebensdauer der Röhre keineswegs ungünstiger, sondern günstiger. Wenn auch vom Wolframfaden im allgemeinen dauernd Gas abgegeben wird, so sind doch gut entgaste Anoden in der Lage, dieses Gas auch wieder aufzunehmen.

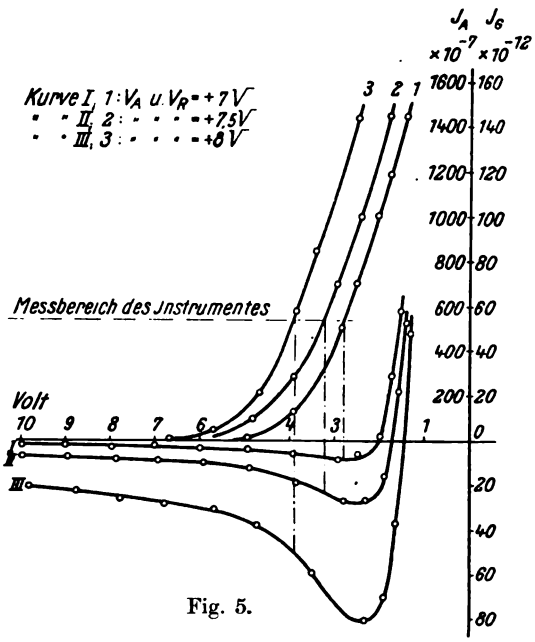


Fig. 5.

Von besonderer Wichtigkeit war die Konstanz der Charakteristik. Es hat sich ergeben, daß der Verlauf der Charakteristik über große Zeiten hinweg völlig konstant ist. Die einzige Störung, die wir ab und zu fanden, war eine parallele Verschiebung in bezug auf den Nullpunkt der Gitterspannung. Diese Verschiebung stört aber dann nicht, wenn man das benutzte Gitterpotential dadurch einstellt, daß man einen gewissen Anodenstrom festhält. Der Verlauf der Kurve, der zeigt, daß der Anodenstrom zuerst schwächer und dann immer stärker ansteigt, veranlaßte uns, die Röhre als Galvanometer so zu verwenden, daß einem wachsenden Meßstrom ein Abfallen

[1]) Ein Nachteil ist mit solchen Röhren verknüpft. Röhren, bei denen zuerst ein beschleunigendes und nachher verzögerndes Potential auf die Elektronen einwirkt, neigen zu Schwingungen. Es zeigt sich dadurch, daß auch bei scheinbar hohem negativen Potential des Gitters Elektronenströme auf das Gitter wandern. Daß dabei tatsächlich elektrische Schwingungen entstehen, konnte Barkhausen durch den Nachweis stehender Wellen zeigen. Barkhausen u. K. Kurz, Phys. Z. S. **21**, 1, 1920, Nr. 1.

Digitized by Google

des Anodenstromes entspricht. Man hat dann bei kleinen zu messenden Strömen den Vorzug höchster Empfindlichkeit, und bei großen Meßströmen einen relativ weiten Bereich. Man bekommt dabei von selbst die meßtechnisch günstigsten Verhältnisse.

An Hand der Fig. 5 wollen wir kurz die Empfindlichkeit diskutieren[1]).

Aus der Kurve ersieht man, daß die maximale Änderung des Gitterstroms bei 7 Volt Anodenspannung $= 4 \cdot 10^{-12}$ Amp. pro Volt Gitterspannungsänderung beträgt. Das entspricht einem Widerstand von $4 \cdot 10^{-12}$ Ohm. Benutzt man also als Widerstand R_1 parallel zur Röhre von 10^{10} Ohm, so wird man nur einen relativ kleinen Fehler machen, der noch außerdem durch Kurzschluß von R_1 und Ablesen der zugehörigen Anodenströme bestimmt und eleminiert werden kann. Bei einem Widerstand von 10^{10} Ohm bekommen wir, da unsere Anodenstromkurve 150 Skalenteile pro Volt ergibt, 150 Skalenteile für 10^{-10} Amp. Die Empfindlichkeit wäre danach etwa $5 \cdot 10^{-13}$ Amp. pro Skalenteil. Wir haben neuerdings Röhren hergestellt, bei denen die Änderung des Gitterstroms um fast eine Größenordnung günstiger ist. Hiermit hatten wir alle Unterlagen, um ein Meßgerät für den eingangs genannten Zweck zu bauen.

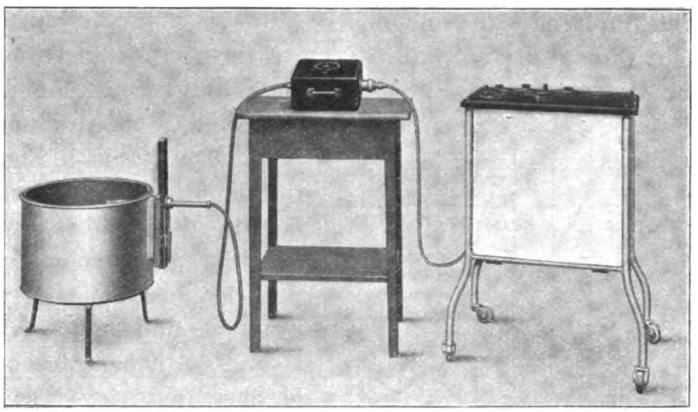


Fig. 6.

Wir haben dies auch ausgeführt, und zwar haben wir einen Röntgendosismesser gebaut. Bei diesem Instrument werden die kleinen, in einer Ionisationskammer bei Röntgenbestrahlung entstehenden Luftleitungssättigungsströme gemessen. Mit dem Meßgerät, das in Fig. 6 abgebildet ist, wurden völlig zufriedenstellende Ergebnisse erzielt. Es stellt eine Kombination einer Luftleitungskammer in einem Wasserphantom mit dem eigentlichen Röhrengalvanometer dar. In Fig. 7 ist eine Schaltskizze gegeben, die wohl ohne nähere Erklärung verständlich ist. Wir wollen auf die Einzelheiten dieses Instrumentes hier nicht näher eingehen, da es von einem von uns an anderer Stelle beschrieben ist[2]).

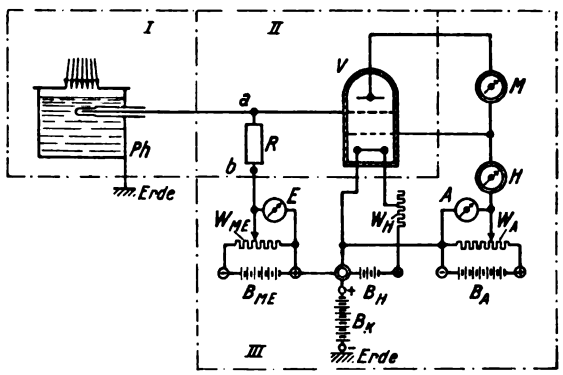


Fig. 7.

[1]) Wir haben für diese Diskussion nicht ein besonders günstiges, sondern ein relativ ungünstiges Rohr gewählt.

[2]) Robert Jaeger, Münch. med. Wochenschr. **69**, 821, 1922, Heft 22. „Über ein neues direkt zeigendes und registrierendes Röntgenstrahlmeßgerät (Siemens-Röntgen-Dosismesser)."

Digitized by Google

Die Dreiteilung des Meßinstrumentes ergibt sich aus dem Verwendungszweck für die Röntgenstrahlendosimetrie. Zwischen der Luftleitungskammer und dem Kästchen, das die Verstärkerröhre und den hohen Widerstand enthält, befindet sich ein biegsames Verbindungskabel. Wir bekamen zu diesem Zweck von unserem Kabelwerk einen Paragummikabel, das wir an den Enden mit Bernsteinisolation versehen haben. Es zeigt auch nach längerer Benutzung einen Widerstand von mehr als 10^{14} Ohm. Das Kästchen, das Verstärkerröhre und hohen Widerstand enthält, ist durch Blei gegen Röntgenstrahlen gesichert. Es ist von dem eigentlichen Meßtisch auf der Abbildung rechts getrennt worden, um eine Ablesung in großer Entfernung von der Röntgenröhre wegen der Gefahr, die mit der Röntgenbestrahlung verknüpft ist, zu ermöglichen.

Die auf der Zeichnung vermerkten vier Meßinstrumente sind in Wirklichkeit nur ein Meßinstrument, die durch Umschalten vermittels eines Walzenschalters wahlweise eingestellt werden können. Als Anwendungsbeispiel des Meßgerätes ist in Fig. 8 eine Kurve wiedergegeben, die die Röntgenstrahlendosis in einem Wasserphantom in Abhängigkeit von der Tiefe der Meßkammer von der Oberfläche des Wassers darstellt. Diese, mit den bisherigen Methoden außerordentlich zeitraubende und unexakt durchzuführende Bestimmung ist mit der neuen Methode in wenigen Minuten ausgeführt, und sie ist so einfach, daß sie auch von ungeübter Hand und bei ungünstigen Raumverhältnissen leicht durchgeführt werden kann. Zu erwähnen bleibt noch die Anwendung des Röhrengalvanometers in der Photometrie bei der Verwendung lichtelektrischer Ströme.

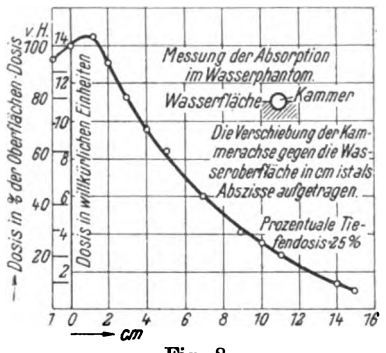


Fig. 8.

Ebenso, wie in der Röntgendosimetrie die Dosis mit einem Registrierinstrument dauernd aufgezeichnet wird (vgl. R. Jaeger l. c.) ist es auch möglich, beispielsweise die Schwankungen der Sonnenhelligkeit automatisch zu registrieren.

Zusammenfassung.

1. Es werden ausführlich die Bedingungen besprochen, die eingehalten werden müssen, wenn man eine Verstärkerröhre als hochempfindliches Gleichstromgalvanometer benutzen will.

2. Es wird gezeigt, daß sich bei einem inneren Widerstand von 10^{10} Ohm ein Galvanometer bauen läßt mit einer Stromempfindlichkeit von etwa $5 \cdot 10^{-13}$ Amp. pro Skalenteil.

3. Es wird kurz eine Apparatur besprochen, die zur Messung von Röntgenstrahlen dient und die in ihrem wesentlichen Teil ein Röhrengalvanometer enthält.

Digitized by Google

Über die Emission von Elektronen bei Bestrahlung verschiedener Substanzen mit Röntgenstrahlen.

Von **Otto Berg** und **Philipp Ellinger**[1]).

Mit 3 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Physikalischen Laboratorium des Wernerwerkes M der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 7. Juni 1922.

Beim Durchgang von Röntgenstrahlen durch Materie wird ein Teil der Strahlung wie in einem trüben Medium zerstreut, ein Teil in andere Energieform umgewandelt und erscheint teilweise als Röntgenstrahlung größerer Wellenlänge (Fluoreszenzstrahlung) teilweise als Elektronenstrahlung, die vermutlich von den einzelnen Atomen ausgeht (Röntgenelektronen). Ob ein Teil der Röntgenstrahlenenergie sich direkt in Wärme umwandelt, ist nicht bekannt. Sicher wird ein Teil der beobachtbaren Wirkungen der Röntgenstrahlen erst durch die Röntgenelektronen vermittelt. Sie erzeugen z. B. beim Auftreffen auf andere Atome oder Moleküle chemische und indirekt biologische Wirkungen, ionisieren Gase oder geben schließlich, wenn sie absorbiert werden, ihre Energie in Form von Wärme ab.

Der eine von uns hat gemeinsam mit O. Gans über die Steigerung und Abgrenzung der biologischen Röntgenstrahlenwirkung durch Injektion von Thoriumnitratlösung berichtet[2]). Die dort beobachtete starke Steigerung der biologischen Wirkung veranlaßte uns, zunächst die Elektronenemission von Thoriumnitratlösungen bei Bestrahlung mit Röntgenstrahlen zu untersuchen. Wir dehnten dann die Versuche des Vergleiches halber auf andere Lösungen aus, ferner auf Salze in festem Zustand und eine größere Reihe von chemisch reinen Elementen. Bei den Versuchen wurde die Luftionisation gemessen, welche durch Röntgenelektronen erzeugt wird, die aus einer ebenen Oberfläche der betreffenden Substanz in die Luft austreten. Die mit dieser Methode erzielten Resultate haben neben der Klärung der obengenannten Steigerung der biologischen Röntgenstrahlenwirkung noch weiteres Interesse, z. B. geben sie Unterlagen für die Konstruktion empfindlicher Ionisationskammern. Sie geben auch einen Anhalt für eine bis jetzt noch außerordentlich wenig untersuchte physikalische Wirkung, nämlich den lichtelektrischen Effekt bei

---

[1]) Herr Ellinger vom Pharmakologischen Institut der Universität Heidelberg hat als Gast des Wernerwerkes an den vorliegenden Untersuchungen gearbeitet, die auf seine Anregung zur Klärung von ihm angestellter biologischer Beobachtungen unternommen wurden. Der Herausgeber.

Herrn Hinze vom Laboratorium des W. W. sind wir für seine Hilfe bei den Messungen zu Dank verpflichtet.

[2]) Ellinger und Gans, Über die Steigerung und Abgrenzung der biologischen Röntgenstrahlenwirkung. Vortrag gehalten im Naturhistorisch-medizinischen Verein Heidelberg. Med. Sekt. Juli 1921 und auf dem Röntgenkongreß Berlin, April 1922.

Digitized by Google

Erregung mit ganz kurzen Wellen — Röntgenstrahlen — auf die verschiedenen Substanzen. Von besonderem Interesse ist dabei die Zahl der für jedes Atom lichtelektrisch ausgelösten Elektronen. Doch liegen bei unserer Meßmethode die Verhältnisse so kompliziert, daß sie sich quantitativ nicht genügend übersehen lassen. Es läßt sich darüber etwa folgendes sagen:

Die Ionisation der Luft ist nicht nur von der Menge, sondern auch von der Geschwindigkeit der austretenden Elektronen abhängig. Über diese Geschwindigkeit wissen wir einiges aus den Untersuchungen von de Broglie und Widdington[1]). Danach scheinen die Geschwindigkeiten durch die bekannten Quantenbeziehungen bestimmt zu sein. Je nach der Wellenlänge der auslösenden Strahlung und je nach der Stellung des ausgelösten Elektrons im Atom (im $K = L = M$-Gebiet) ist dessen Austrittsgeschwindigkeit verschieden. Es tritt ein Geschwindigkeitsspektrum auf, und zwar stets ein Linienspektrum und dazu unter Umständen, oder vielleicht auch immer, ein kontinuierliches Spektrum. Gänzlich unbekannt bleibt aber zunächst die Verteilung der Zahl der Elektronen über die verschiedenen Geschwindigkeiten dieses Spektrums.

Die von einem Atom ausgehenden Elektronen haben je nach der Entfernung des Atoms von der Körperoberfläche verschiedene Wege zu durchlaufen, ehe sie die Oberfläche erreichen; dabei werden die langsamen Elektronen stärker absorbiert als die schnelleren. Diese Absorption ändert also die Verteilung der Elektronen im Geschwindigkeitsspektrum, wenn auch der verzögernde Einfluß der Materie auf ein einzelnes Elektron nach den Untersuchungen von Lenard wenig in Betracht kommt[2]). Beim Austritt der Elektronen aus der Körperoberfläche ist dann eine Arbeit zu leisten, die wiederum die Geschwindigkeit, wenn auch wohl nur wenig, beeinflußt.

Es wird nach diesen Überlegungen nicht möglich sein, aus der ionisierenden Wirkung der austretenden Elektronen einen Rückschluß auf die röntgenelektrische Emission der Atome zu ziehen. Es ist möglich, daß auch an der Oberfläche namentlich von Leitern durch Röntgenstrahlen Elektronen freigemacht werden, die nicht aus den Atom- oder Molekülverbänden losgelöst werden, sondern den freien Leitungselektronen entstammen.

Bei der Loslösung von Röntgenelektronen aus den Atomverbänden handelt es sich im wesentlichen um einen Volumeffekt, nicht um einen Oberflächeneffekt. Zwar werden auch aus der Atomschicht an der Oberfläche Elektronen ausgelöst; jedoch zeigt die folgende Näherungsrechnung, daß deren Menge gegenüber der Gesamtmenge der ausgelösten Elektronen nicht in Betracht kommt. Diese kommen aus dem Inneren einer der Oberfläche anliegenden Schicht, deren Dicke praktisch durch die Absorption der Elektronen begrenzt ist.

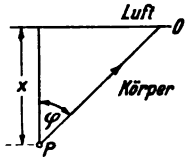


Fig. 1.

Nehmen wir an, daß Röntgenstrahlen durch die Oberfläche 0 in einen Körper eintreten und in einem Punkt P, der den senkrechten Abstand x (Fig. 1) von der ebenen Oberfläche hat, Elektronen auslösen. Die Schwächung der Röntgenstrahlen durch Absorption im Punkte P kann dabei vernachlässigt werden, da der Absorptionskoeffizient der Elektronen (μ) stets groß ist gegen den der Röntgenstrahlen. Die in der Richtung φ gegen das Einfallslot austretenden Elektronen haben bis zur Ober-

[1]) De Broglie, Les phénomènes photoélectriques pour les rayons X (J. de Phys. et le Radium [6] **2**, 265—287. 1921). R. Widdington: X-ray electrons (Phil. Mag. [6] **43**. 1116—1126; 1922).

[2]) Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten (Heidelberg, bei L. Winter, S. 64).

Digitized by Google

fläche den Weg $x/\cos\varphi$ zurückzulegen, werden also im Verhältnis $e^{-\mu \cdot \frac{x}{\cos\varphi}}$ geschwächt. Faßt man die von einem Volumenelement der Grundfläche 1 und der Höhe dx in den Kegelmantelring zwischen den Kegeln mit der Öffnung φ und $\varphi + d\varphi$ entsandten Elektronen ins Auge, so gelangen von diesen an die Oberfläche $n \cdot z \cdot \frac{\sin\varphi}{2} \cdot d\varphi \cdot e^{-\mu \cdot \frac{x}{\cos\varphi}}$ Elektronen, wenn n die pro Atom emittierte Zahl von Elektronen und z die Zahl der Atome pro Volumeneinheit ist. Durch Integration über x und φ erhält man dann die Gesamtzahl der an die Oberflächeneinheit dringenden Atome:

$$N = \frac{n \cdot z}{2} \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} e^{-\mu \cdot \frac{x}{\cos\varphi}} \cdot \sin\varphi \, dx \cdot d\varphi^{1})$$

$$N = \frac{n \cdot z}{4\mu}. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Nun ist die Zahl der an der Oberflächeneinheit befindlichen Atome rund $= z^{2}/_{3}$. Von ihnen kann man annehmen, daß sie die Hälfte aller emittierten Röntgenelektronen ohne Absorptionsverlust durch die Oberfläche entsenden; das sind also $N_0 = \frac{n}{2} \cdot z^{2}/_{3}$ Elektronen. Bezeichnet man mit d die Dichte mit A das Atomgewicht der Substanz, mit $L = 6{,}7 \cdot 10^{23}$ die Avogadrosche Zahl, so ist $z = L \cdot \frac{d}{A}$. Ferner kann nach dem Lenardschen Massenabsorptionsgesetz[2]) als nahezu gültig für die meisten Elemente außer Wasserstoff der Absorptionskoeffizient $\mu = \alpha \cdot d$ gesetzt werden. Darin ist α die nur noch von der Geschwindigkeit der Elektronen abhängige Absorptionskonstante, deren Wert für die hier in Betracht kommenden Geschwindigkeiten zwischen 30 und 3000 liegt. Man sieht nach Einführung der etwa für d und A in Betracht kommenden Werte, daß die Zahl N_0 der von den Oberflächenatomen ausgehenden Elektronen wegen der Größe von L klein ist gegen die Gesamtzahl N der aus der Tiefe kommenden; d. h. daß die Tiefenschicht, die für die Emission der Elektronen in Betracht kommt, die Dicke einer großen Anzahl von Atomabständen hat.

Nach Einführung der Werte für z und μ erhält man aus Gleichung (1) für die Zahl der austretenden Elektronen einer bestimmten Geschwindigkeit:

$$N = \frac{n \cdot L}{4 \cdot \alpha \cdot A}. \quad (2)$$

Diese Gleichung könnte dazu dienen, aus der Zahl N der austretenden Elektronen die Zahl n der vom einzelnen Atom entsandten zu berechnen und umgekehrt, wenn man imstande wäre, die Zahl N oder n für jede einzelne Elektronengeschwindigkeit anzugeben, da α von dieser Geschwindigkeit abhängt. Die hier vorliegenden Messungen reichen dazu nicht aus, da sie nur den Gesamteffekt aller Elektronen geben.

Beobachtungen. In der älteren Literatur finden sich Angaben, nach denen die Stärke der Emission von Röntgenelektronen von dem mehr oder weniger elektropositiven Verhalten der emittierenden Substanz abhängig sein würde[3]). Wir wollten diese Frage durch Untersuchung einer größeren Reihe von Elementen prüfen.

[1]) Zur Vermeidung von Grenzschwierigkeiten bei der Integration genügt es, als obere Grenze statt $\frac{\pi}{2}$ einen $\frac{\pi}{2}$ nahestehenden Wert anzunehmen.

[2]) Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten, S. 73.

[3]) Hahn, Die ladende Wirkung der Röntgenstrahlen, Ann. d. Phys. (4) **18**, 140; 1905. Laub, Über die durch Röntgenstrahlen erzeugten sekundären Kathodenstrahlen. Ann. d. Phys. (4) **26**, 712; 1908.

Digitized by Google

Die Beobachtungen wurden, um möglichst schnell einen Überblick zu gewinnen, an einer vorhandenen Apparatur angestellt, die durch geringe Abänderungen für den vorliegenden Zweck brauchbar gemacht wurde. Sie bestand in ihrem Hauptteil aus einer zylindrischen Ionisationskammer mit einer stabförmigen, der Axe parallel aber exzentrisch angebrachten bernsteinisolierten Innenelektrode B aus Aluminium (s. Fig. 2). Der Außenzylinder A von 15 cm Durchmesser und 20 cm Höhe war ebenso wie seine beiden Deckel aus Aluminium. Die Deckel besaßen axiale Öffnungen von 2 cm Durchmesser, die durch 1 mm dicke Zellonplatten verschlossen waren. Durch diese trat ein Bündel Röntgenstrahlen axial hindurch. Der Aluminiumzylinder war von einem geerdeten Bleischutzzylinder umschlossen, der auf seiner der Röntgen-Coolidgeröhre zugekehrten Seite einen Bleideckel mit zentraler Blende trug. Diese war nach der Röhre zu schwach konisch verengt bis zu einem Durchmesser von 4 mm. Die Antikathode der Röntgenröhre befand sich 45 cm von dieser Blende entfernt.

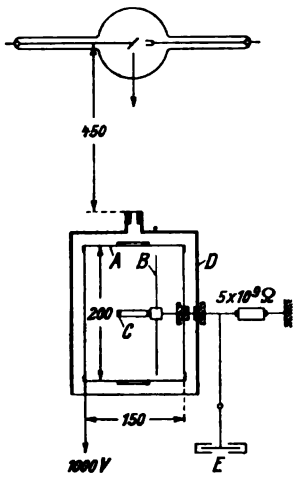


Fig. 2.

Zur Beobachtung der Luftionisation in der Kammer wurde der Aluminiumzylinder A durch eine Spannungsquelle auf das konstante Potential von etwa 1000 Volt gebracht. Die Innenelektrode B war mit einem Quadrantelektrometer (Lichtzeigerablesung) verbunden und über einen Widerstand von etwa $5 \cdot 10^9$ Ohm geerdet. Durch Luftionisation in der Kammer entstand ein Strom vom Außenzylinder A zur Innenelektrode B und von dort über den Widerstand zur Erde. Der dabei an dem Widerstand entstehende Spannungsabfall wurde mit dem Elektrometer gemessen und diente als Maß des Ionisationsstromes. Wir überzeugten uns davon, daß dieser in allen Fällen gesättigt war.

Um diese Ionisationskammer für unsere Zwecke zu verwenden, wurde in der Mitte der Innenelektrode B ein Halter C angebracht. An ihm konnte das zu untersuchende Material derart befestigt werden, daß die Röntgenstrahlen auf dessen ebene Oberfläche auftrafen. Dabei ging von dem getroffenen Oberflächenflecke Röntgenstreustrahlung und Elektronenstrahlung aus. Um diese letztere, auf die es hier ankommt, zu bestimmen, wurde die Oberfläche mit graphitierten Zellondeckeln von zusammen 2 mm Dicke bedeckt, welche die Elektronenstrahlung praktisch vollkommen absorbieren, die Röntgenstrahlung aber ohne in Betracht kommende Absorption hindurchlassen. Die Zellondeckel selbst senden eine Elektronenstrahlung aus, die nach unseren Beobachtungen höchstens 4 bis 5% des „Luftwertes" (s. u.) beträgt. Um einen solchen für jede Spannung konstanten Betrag müßten die unten angegebenen Zahlen für die Elektronenstrahlung vermehrt werden. Wir haben von der Hinzufügung dieser Korrektion abgesehen, da sie nicht ausreichend genau bestimmt ist und an der Beurteilung der Zahlen nichts wesentliches ändert. Die Differenz der Elektrometerablesung mit und ohne Deckel gibt also ein Maß für die Elektronenemission. Um von Ungleichmäßigkeiten in der Röntgenstrahlenemission der Röhre oder der Empfindlichkeit der Meßapparatur unabhängig zu sein, wurde vor und nach jeder Materialbeobachtung eine Beobachtung des Ionisationsstromes ohne Untersuchungssubstanz gemacht („Luftwert"). In den folgenden Tabellen findet sich die durch Elektronenemission bewirkte Luftionisation jeweils in Prozenten dieses „Luft-

Digitized by Google

wertes" angegeben. Bei Erzeugung der Röntgenstrahlen in einer Coolidgeröhre ist es möglich, die Qualität der Strahlung durch Konstanthalten der Röhrenspannung unverändert zu halten. Die Ionisation in der Kammer ist dann stets proportional der Röhrenstromstärke. Die Röhre wurde durch einen Hochspannungstransformator unter Zwischenschaltung einer Glühkathodenventilröhre betrieben. Die Stromstärke im Rohr wurde mit einem Präzisions-Drehspulinstrument auf etwa $^1/_{100}$ mA genau abgelesen; sie lag in den einzelnen Fällen zwischen etwa 2 und 6 mA. Die Spannungen an der Röntgenröhre, bei denen die Messungen angestellt wurden, waren 84, 120 und 148 kV Scheitelspannung. Sie wurden durch Messung der primären Klemmspannung des Transformators eingestellt und kontrolliert, nachdem das Übersetzungsverhältnis mit Hilfe einer zur Röhre parallelen Funkenstrecke mit 25 cm großen Kugeln bestimmt worden war. Um möglichste Gleichmäßigkeit des Betriebes zu erzielen, wurde der Wechselstrom zum Betrieb des Transformators meistens einem durch Akkumulatorenbatterie angetriebenem Umformer entnommen. Dennoch konnte bei den Messungen nur die Spannung genau eingestellt werden; die Röhrenstromstärke wurde gemessen und die Beobachtungszahlen auf eine Röhrenstromstärke von 1 mA umgerechnet. Die Beobachtungen geschahen also folgendermaßen: 1. Bestimmung des „Luftwertes". 2. Bestimmung der Ionisation bei eingebrachter Untersuchungssubstanz. 3. Bestimmung der Ionisation bei Bedeckung der Substanz durch Zellondeckel. 4. Schlußbestimmung des „Luftwertes".

Abhängigkeit vom Vorzeichen der Ladung. Wir untersuchten zunächst an verschiedenen Materialien, ob das Vorzeichen der Ladung der Innenelektrode B (Fig 2) auf die beobachtete Elektronenemission von Einfluß ist. Es wurde z. B. ein Stück 2 mm starkes Wolframblech auf dem Halter C angebracht und den Röntgenstrahlen wie beschrieben ausgesetzt. Dabei wurde einmal der Außenzylinder auf + 1000 Volt geladen, ein anderes Mal auf — 1000 Volt. Ein Unterschied der Elektronenemission in beiden Fällen hat sich hier und bei anderen Materialien nicht feststellen lassen. Daraus ist zu schließen, daß die überwiegende Menge der Elektronen das Metall mit Voltgeschwindigkeiten verläßt, die groß sind gegen 1000 Volt. Bei den folgenden Beobachtungen war der Außenzylinder A stets negativ geladen; die Elektronen mußten also stets gegen ein Feld von 1000 Volt anlaufen, um die auf dem Halter C angebrachte Substanz zu verlassen.

Abhängigkeit vom Einfallswinkel. Ein Bündel Röntgenstrahlen falle auf die ebene Oberfläche eines Körpers, die wesentlich größer sei, als der Querschnitt des Bündels, so wie es in den vorliegenden Versuchen der Fall war. Das von den Strahlen getroffene Oberflächenstück wächst dann mit dem Einfallswinkel φ des Strahlenbündels und zwar proportional mit $1/\cos\varphi$. Kommt die Elektronenstrahlung nun aus einer Schicht von gewisser Tiefe, so muß ihre Gesamtintensität ebenfalls proportional $1/\cos\varphi$ wachsen, da auch das emittierende Volumen der Schicht proportional $1/\cos\varphi$ ist. Ein reiner Oberflächeneffekt würde dagegen von φ unabhängig sein. Es wurden nun an einer Wolframplatte Messungen angestellt, indem der die Platte tragende Halter C (Fig. 2) drehbar eingerichtet wurde, so daß die Platte bis zu 60° aus der Normalstellung herausgedreht werden konnte. Von 10 zu 10° fortschreitend, wurde die Elektronenemission gemessen, indem jedesmal ein Satz von 3 Elektrometerablesungen mit und ohne Zellondeckel gemacht wurde. Vor und nach den Beobachtungen wurde ohne Wolframplatte der „Luftwert" bestimmt (s. S. 334). Die nachfolgende Tabelle 1 enthält die Mittel aus den Beobachtungs-

Digitized by Google

zahlen reduziert auf 1 mA und die Umrechnung in Prozenten des Luftwertes; daneben sind die unter Annahme der Proportionalität mit $1/\cos\varphi$ berechneten Werte gesetzt:

Tabelle 1.

		Emission für 84 kV			120 kV			148 kV		
φ	$\frac{1}{\cos\varphi}$	beobachtet	in % des Luftwertes	berechnet	beobachtet	in % des Luftwertes	berechnet	beobachtet	in % des Luftwertes	berechnet
0°	1,00	64,4	113	113	182	146	146	339	163	163
10°	1,00	62,8	110	—	184	147	—	347	167	—
20°	1,06	64,3	113	120	187	149	154	354	171	173
30°	1,16	71,0	124	131	212	170	169	374	180	179
40°	1,31	74,3	126	148	228	183	190	390	188	214
50°	1,55	88,8	155	175	261	209	225	450	218	254
60°	2,00	106	186	226	317	254	292	552	267	326
Luftwert vor der Messung				58,4			130			216,6
„ nach „ „				55,8			120			197,6
Luftwert Mittel				57,1			125			207,1

Wie man sieht, bleiben die beobachteten Werte hinter den berechneten bei den größeren Winkeln und den höheren Spannungen nicht unwesentlich zurück. Die Abweichungen ließen sich durch Annahme einer Oberflächenemission neben der Tiefenemission erklären. Doch müßte, ehe eine solche Erklärung gerechtfertigt erscheint, das Beobachtungsmaterial nachgeprüft und vermehrt werden. Vielleicht wurde das Röntgenstrahlenbündel bei größeren Einfallswinkeln nicht mehr vollkommen aufgefangen. Eine Abhängigkeit vom Einfallswinkel ist auch von anderen Autoren beobachtet worden[1]).

Abhängigkeit von der Oberflächenform. Aus der starken Abhängigkeit der Elektronenemission vom Einfallswinkel der Röntgenstrahlen kann geschlossen werden, daß das gleiche Material bei rauher Oberfläche eine stärkere Emission zeigen muß, als bei glatter Oberfläche. Das zeigt sich bestätigt durch die in der Tabelle 2 wiedergegebenen Beobachtungsresultate. Die dort aufgeführten Stoffe wurden wie die meisten der später zu nennenden in flache Graphittiegel eingefüllt. Diese bestanden aus einer 5 mm dicken Graphitscheibe von 35 mm Außendurchmesser, die zur Aufnahme der Substanzen eine Vertiefung von 20 cm Durchmesser und etwa $2^1/_2$ mm Tiefe besaßen. „Pulverförmige" Substanzen wurden in die Vertiefung unter schwachem Druck bis zum Rand eingefüllt, „feste" in Form von runden Scheiben eingegossen oder eingelegt, so daß ihre Oberfläche mit dem Rand der Graphitscheibe in einer Ebene lag. Zwischen Substanz und Graphit etwa bleibende Ritzen wurden mit Wachs verstrichen. Die Graphitscheiben konnten bequem in den Halter *C* eingeschoben werden. Durch diese Anordnung waren gleiche Bedingungen bei allen untersuchten Materialien gewährleistet und es war möglich, die Elektronenemission durch Auflegen von Zellondeckeln mit Sicherheit vollkommen abzusperren (s. S. 334).

Die im folgenden als „gepreßt" bezeichneten Substanzen waren Scheiben, die aus Pulvern in einer zylindrischen Stahlform mit hochglanzpoliertem Stempel mit Hilfe einer großen Spindelpresse zusammengepreßt wurden. Sie besaßen eine hochglänzende Oberfläche und meist eine ziemlich große mechanische Festigkeit.

[1]) J. Laub, l. c. Freilich waren die Versuchsbedingungen hier andere.

Digitized by Google

Das Elektrolyteisen war ein Blech mit einer glatten glänzenden und einer grobkristallinisch-rauhen Oberfläche.

Tabelle 2.

Substanz	Form	Emission in % des Luftwertes (S. 336) 84 kV.	120 kV	148 kV.
Elektrolyteisen	Blech, glatte Oberfläche	32,5	36,6	38,6
„	„ rauhe „	34,0	43,8	47,2
Jod	gepreßt	76,5	104	114
„	Pulver	111	122	172
Uranoxyd	gepreßt	100	128	142
„	Pulver	124	163	199
Tantal	Blech (Dichte 16,6)	91,9	124	135
„	gepreßt (Dichte 11,9)	95,6	129	146
„	Pulver	134	195	219

Die Tabelle zeigt, daß Substanzen in Pulverform gegenüber den gepreßten eine außerordentlich starke Steigerung der Elektronenemission aufweisen. Da die Pulverform physikalisch sehr undefiniert ist, hat somit die Untersuchung von Pulvern im allgemeinen wenig Interessen. Eindeutige Resultate könnten sie nicht ergeben. Dagegen zeigt sich beim Tantal, daß durch Pressen mit genügend starkem Druck hergestellte Scheiben fast die normale Emission des reinen Metalls haben können. Daher haben wir in Fällen, wo Substanzen in fester bearbeitbarer Form nicht anders herstellbar waren, gepreßte Pulver zur Untersuchung benutzt. Die Pressung war stets so stark, daß der Stempel beim Aufschlagen der Stanze zum Schluß einen harten metallischen Klang gab.

Elektronenemission einer Reihe von reinen Elementen. Um die Abhängigkeit der Elektronenemission von der Stellung der emittierenden Substanz im periodischen System der Elemente zu prüfen, haben wir eine möglichst große Zahl von reinen Elementen untersucht. Für die Beschaffung einiger seltener Elemente sind wir den Herren Direktor Simpson und Dr. Baumhauer von der Osram G. m. b. H., ehemaliges Glühlampenwerk von Siemens & Halske zu großem Dank verpflichtet.

Die Tabelle 3 enthält die Ergebnisse der Messungen. In Spalte 1 sind die Elemente mit ihren Ordnungsnummern angeführt, in Spalte 2 nähere Angaben über die Form gemacht, in der sie untersucht wurden. Die folgenden 3 Spalten enthalten die Elektronenemission bei den 3 angegebenen Röhrenspannungen. Sie ist, wie in den vorhergehenden Tabellen gemessen, durch die von den Röntgenelektronen hervorgerufene Luftionisation, ausgedrückt in Prozenten der von der gleichen Röntgenstrahlung in der Luft der Ionisationskammer hervorgerufenen Ionisation. Die Zahlen sind in der eben beschriebenen Weise gewonnen. Die Einzelbeobachtungen wurden je 3 bis 5 mal wiederholt und dann das Mittel gebildet.

Eine weitere Umrechnung der Zahlen wurde nicht vorgenommen. Nach Gleichung (2) (s. S. 333) ist die Zahl n der aus einem Atom losgelösten Elektronen („atomare Röntgenelektronenemission") aus der Zahl der aus dem Körper austretenden Elektronen N zu gewinnen, und zwar durch Multiplikation mit dem Atomgewicht A und der Absorptionskonstante α für Elektronen und durch Division mit der Avogadroschen Zahl L. Dabei ist die Austrittsarbeit aus der Oberfläche vernachlässigt. Jedoch ist

Digitized by Google

die Elektronenabsorption α in hohem Grade abhängig von der Geschwindigkeit der Elektronen und nach Lenards Untersuchungen nicht ganz unabhängig von der Substanz. Näheres über diese Abhängigkeit wissen wir jedoch zur Zeit noch nicht, und vor allem ist über die Geschwindigkeitsverteilung der austretenden Elektronen nichts näheres bekannt. Bemerkenswert ist, daß in Fig. 2 die Dichte nicht eingeht. Es würde danach nur in Betracht kommen, die beobachteten Emissionen mit dem Atomgewicht A zu multiplizieren. Doch wäre damit augenscheinlich nichts wesentliches gewonnen.

Bei allen Substanzen wurde Wert auf eine möglichst frische Oberfläche gelegt, die, wo es anging, durch Abschaben kurz vor der Beobachtung hergestellt wurde.

Die durch einen Stern bezeichneten Beobachtungszahlen stammen von einer Versuchsreihe, bei der auf die Gleichmäßigkeit der äußeren Form weniger Wert gelegt war als später, bei der ferner die Betriebsbedingungen weniger gleichmäßig waren und die Stromstärke im Röntgenrohr nur auf 0,1 mA genau abgelesen werden konnte. Bei der Mittelwertbildung wurden diese Zahlen mit halbem Gewicht berücksichtigt.

Die eingeklammerten Werte bei Tantal und Wolfram beziehen sich auf wahrscheinlich nicht ganz reines, evtl. thorhaltiges Material. Der Wert für Wolfram bei 148 kV ist aber augenscheinlich infolge irgendeines Versuchsfehlers zu niedrig.

Die unter „Gold" angeführten Beobachtungen an einer elektrolytisch vergoldeten Messingfläche können vermutlich nicht als die Werte des reinen Goldes angesehen werden, da die Vergoldung nicht dick genug war.

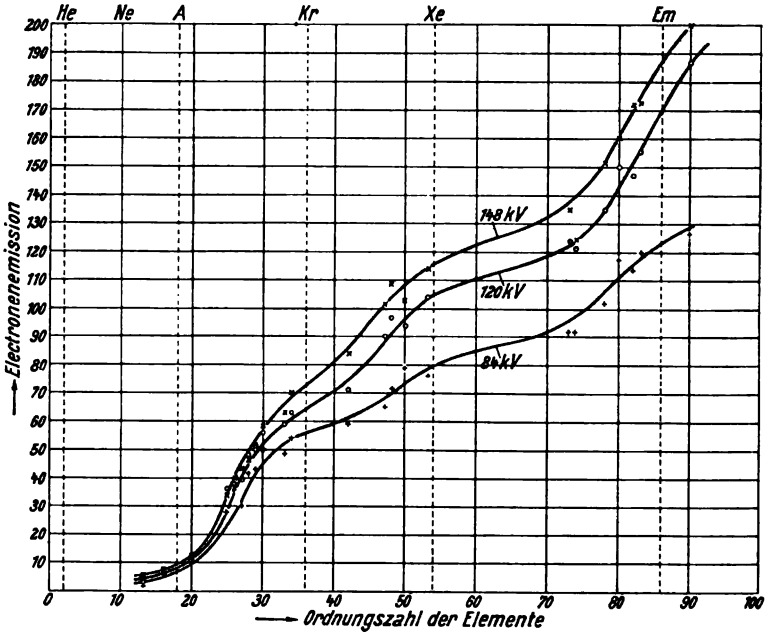


Fig. 3.

Bei Thor zeigte sich eine geringe Ionisationswirkung infolge der Radioaktivität. Der radioaktive Ausschlag wurde für sich bestimmt und von den in Betracht kommenden Beobachtungswerten in Abzug gebracht.

Die in der Tabelle 3 enthaltenen Zahlen sind in Fig. 3 noch einmal in einer Kurventafel dargestellt. Die Ordnungszahlen der untersuchten Elemente sind als

Digitized by Google

Tabelle 3.

1. Element	2. Form	Elektronenemission 3. 84 kV	Mittel	4. 120 kV	Mittel	5. 148 kV	Mittel
13 Al	Blech 2 mm dick, abgedreht	2,5	1,8	2,4	2,8	7,2	5,6
	gegossen, befeilt, geschabt	1,1		3,1		4,0	
16 S	gegossen, Oberfläche rot.	5,6*	5,6	7,3*	7,3	6,8*	6,8
20 Ca	befeiltes und geschabtes Gußstück	12*	12	13*	13	13*	13
25 Mn	gepreßt.	27,5	27,5	36,5	36,5	34, 2	34,2
26 Fe	rein, gedreht (von einer Stange).	34,6	35,5	38,9	38,4	40,8	39,7
	elektrolytisch glatt. . .	32,5		36,6		38,6	
	do. im Vakuum geglüht	39,5		39,8		39,7	
27 Co	gepreßt.	30,0	30,0	39,4	39,4	43,3	43,3
28 Ni	Reinnickel gedreht. . . .	42,8	42,3	49,3	47,5	49,0	46,7
	starke Vernickelung . .	39,3		46,4		42,8	
	auf Messing.	45*		47*		50*	
29 Cu	elektrolytisches Blech von	43,5	43,1	49,6	49,7	52,8	52,5
	2 mm Dicke	42*		50*		52*	
30 Zn	aus chem. reinen . . .	48,9	49,6	55,2	56,2	56,0	57,9
	Stangen gegossen . . .	51*		58*		61*	
33 As	gepreßt.	48,8	48,8	58,7	58,7	62,7	62,7
34 Se	gegossen	55,7	54,2	62,8	62,7	71,0	70,2
		51*		62,5		68,5*	
42 Mo	Blech ca. 2 mm dick . .	57,5	58,7	71,3	70,7	81,5	84,2
	„ „ 0,17 mm dick .	59,3		70,0		86,9	
47 Ag	„ 0,08 mm	67,6	65,4	91,7	90,1	100	102
	Versilberung	62,5		—		102	
	auf Messing.	67*		87*		102*	
48 Cd	chem. rein, gegossen . .	70,6	71,7	94,7	97,1	108	109
	„ „ „ . .	74*		102*		110*	
50 Sn	gegossen	78,8	78,8	93,6	93,6	103	103
53 J	gepreßt.	76,5	76,5	104	104	114	114
73 Ta	Blech ca. 1 mm	91,9	91,9	124	124	135	135
	Stück ca. 4 mm dick. . .	(90)*		(135)*		(158)*	
74 W	Blech ca. $2^1/_2$ mm	92,2	92,2	121	121	124	124
	„ „ $1^1/_2$ „	(116)*		(145)*		(164)*	
78 Pt	„ „ 0,4 „	102	102	135	135	151	151
79 Au	Vergoldung auf Messing	108*		131*		140*	
	vermutl. dünnere Stelle der Schicht	99,5		109		109	
80 Hg	flüssig	117*	117	150*	150	160*	150
82 Pb	Blech.	113	113	147	147	172	172
83 Bi	gegossen	121	120	156	155	172	173
	„	118*		154*		175*	
90 Th	länglich-rundes Gußstück ca. 2 mm dick. . . .	127	127	187	187	200	200

Abszissen aufgetragen und die Röntgenelektronenemission als Ordinaten. Die Lage der Edelgase im periodischen System ist durch gerissene Linien angegeben.

Wie man sieht, steigt die Emission nicht gleichmäßig mit der Ordnungszahl an, vielmehr scheint der Anstieg beim Beginn der Perioden verlangsamt und gegen Ende der Perioden beschleunigt zu sein.

Ob die atomare Elektronenemission dieses Verhalten veranlaßt, ist noch nicht eindeutig zu entscheiden. Es handelt sich hier, wie oben auseinandergesetzt, um eine ziemlich verwickelte Erscheinung. Es wäre sehr wohl denkbar, daß die Geschwindigkeitsverteilung der von einem Atom freigemachten Elektronen von der

Digitized by Google

mehr oder weniger starken Füllung des äußersten Elektronenringes mit Elektronen abhängt, da die Loslösungsarbeit für die Elektronen des äußersten Ringes kleiner ist als für die aller übrigen Ringe, die äußeren Elektronen also mit der größten Geschwindigkeit emittiert werden[1]). Dadurch könnte eine Art Periodizität zustande kommen, obwohl die absorbierte Energie der Röntgenstrahlen, durch welche die Elektronen ausgelöst werden, ungefähr mit der dritten Potenz der Ordnungszahl des absorbierenden Elementes gleichmäßig ansteigt.

Elektronenemission von Salzen und Salzlösungen. Zum Vergleich der Emission reiner Elemente ist in der folgenden Tabelle 4 die Emission von einigen Salzen in gepreßtem Zustand (s. S. 337) angegeben.

Tabelle 4.

Salz	Emission bei 84 kV	120 kV	148 kV
$NaClO_3$	2,5	8,3	7,2
$NaBrO_3$	30,5	34,8	38,9
$NaJO_3$	40,1	51,7	59,2
NaCl	8,6	7,8	10,0
NaBr	24,0	35,8	37,3

Man sieht, daß die Emission vom chlorsauren über das bromsaure zum jodsaurem Natrium stark ansteigt. Obwohl beim jodsauren Salz die Jodatome offenbar die gesamte in Betracht kommende Emission liefern, ist es nicht möglich, aus der Emission des Jodsalzes unter Berücksichtigung des Prozentgehaltes an Jod die Emission des reinen Jods zu berechnen; man würde dabei viel zu kleine Zahlen erhalten, was auch mit der Auffassung übereinstimmt, daß die Elektronenemission aus dem Inneren stammt und durch Absorption der zur Oberfläche dringenden Elektronen modifiziert wird.

Die folgende Tabelle 5 enthält die Elektronenemission von Bleinitratlösungen und Thornitratlösungen verschiedener Konzentration. Die Flüssigkeiten waren in einem zylindrischen Graphittiegel von 35 mm Außendurchmesser und 80 mm Länge und einer zylindrischen Ausbohrung von 20 mm Durchmesser und etwa 50 mm Tiefe eingefüllt. Der Tiegel war außen mit Bleichblech umhüllt und wurde so in der Ionisationskammer angebracht, daß die Oberfläche der Flüssigkeiten an derselben Stelle lag wie die der bestrahlten festen Körper. Die Einzelmessungen sind Mittel aus je 10 Einzelbeobachtungen. Die zum Abschneiden der Elektronenemission dienenden Deckel wurden auf den Rand des Tiegels aufgelegt.

Tabelle 5.

		Emission bei 84 kV	120 kV	148 kV
Bleinitratlösung	10% . .	5,9	7,6	9,3
„	25% . .	13,0	13,2	16,8
„	50% . .	19,1	24,9	31,5
Thornitratlösung	10% . .	8,7	6,0	7,0
„	25% . .	15,5	16,4	19,0
„	50% . .	23,4	38,0	42,4

[1]) Vgl. u. a. Wingärdh, Zeitschr. f. Phys. 8, 363, 1922.

Digitized by Google

Wie man sieht, steigt die Emission nicht genau linear mit der Konzentration der Lösungen, wie man vielleicht erwarten könnte. Außer den bei festen Körpern besprochenen Einflüssen, werden bei Flüssigkeiten noch die kapillaren Oberflächenerscheinungen für die Emission in Betracht kommen.

Zusammenfassung.

Es wurde die Röntgenelektronenemission verschiedener Materialien bei 3 verschiedenen Spannungen (84, 120, 148 k V_{max}) untersucht. Die vorläufigen Ergebnisse sind folgende:

Bei Einfall eines begrenzten Bündels Röntgenstrahlen auf eine ebene Oberfläche steigt die Elektronenemission ungefähr umgekehrt proportional mit dem Kosinus des Einfallswinkels. Dementsprechend ist die Emission stark von der Art der Oberfläche des bestrahlten Körpers abhängig.

Genügend scharf gepreßte Pulver ergeben nahezu dieselben Werte wie massive Materialien.

Die Untersuchung von vierundzwanzig reinen chemischen Elementen ergab, daß die durch Ionisation gemessene Emission stark, aber nicht gleichmäßig mit der Ordnungszahl der Elemente ansteigt; die Geschwindigkeit des Anstiegs schwankt periodisch.

Bei gepreßten Salzen und Lösungen bleibt die nach außen dringende Emission hinter der aus dem Prozentgehalt an emittierenden Atomen berechneten zurück.

Digitized by Google

Über eine elektrische Tonquelle kontinuierlich-veränderlicher Frequenz und reproduzierbarer Schallenergie.

Von **Helmut Sell.**

Mit 10 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Physikalischen Laboratorium des Wernerwerkes M der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 7. Juni 1922.

Einleitung.

Zahlreiche sowohl physikalische als auch besonders physiologische Messungen auf dem Gebiete der Akustik erfordern eine Tonquelle, an die hohe und mit der verlangten Genauigkeit der Messungen wachsende Anforderungen gestellt werden. Diese sind:

1. Reinheit der erzeugten Töne,
2. Konstanz (oft über Stunden),
3. Leichte kontinuierliche Veränderlichkeit der Energie,
4. Veränderlichkeit der Frequenz in weiten Grenzen,
5. Reproduzierbarkeit der Energie,
6. Geringe Abmessung.

Das Problem der Tonquelle ist alt und oft behandelt worden. Aber erst in neuester Zeit war durch die Glühkathodenröhre die Möglichkeit gegeben, die hochgestellten Anforderungen zu erfüllen. Bei der Ausbildung nachfolgend zu beschreibender Apparatur, die hauptsächlich zum Zwecke physiologischer Messungen zusammengestellt wurde, standen die Gesichtspunkte der bequemen und kontinuierlichen Änderung der Frequenz in weitesten Grenzen, sowie die Reproduzierbarkeit der Energie bis herab zu Lautstärken an der Hörbarkeitsschwelle im Vordergrund.

Beschreibung der Apparatur.

Es wurde zu Erzeugung der Töne ein mit einer Glühkathodenröhre angestoßener elektrischer Schwingungskreis mit angeschlossenem Telephon als Tonquelle benutzt. Für eine kontinuierliche Änderung der Frequenz in weiten Grenzen stehen prinzipiell zwei Wege offen.

1. Änderung der Kapazität des Schwingungskreises,
2. Änderung der Selbstinduktion.

Da der Frequenzbereich bis herab zu tiefen Tönen ausgedehnt werden sollte, so würde eine kontinuierliche Änderung der Frequenz ohne Umschaltung durch Änderung der Kapazität einen sehr großen Aufwand an Drehkondensatoren bedingen.

Digitized by Google

Aus diesem Grunde kam praktisch nur die Frequenzänderung durch Änderung der Selbstinduktion in Frage. Versuche, diese Änderung durch Änderung des Luftspalts einer eisengeschlossenen Selbstinduktion zu bewirken, befriedigte nicht aus folgenden Gründen:

a) Die Änderung erfolgt nicht gleichmäßig. Die Hauptänderung erfolgt im Bereiche kleiner Luftspalte.

b) Der bestreichbare Frequenzbereich ist zu klein.

c) Der magnetische Widerstand und somit der Kopplungsgrad der auf dem gleichen Kern angeordneten Gitter- und Anodenkreiswicklung ändert sich stark in Abhängigkeit von der Frequenz.

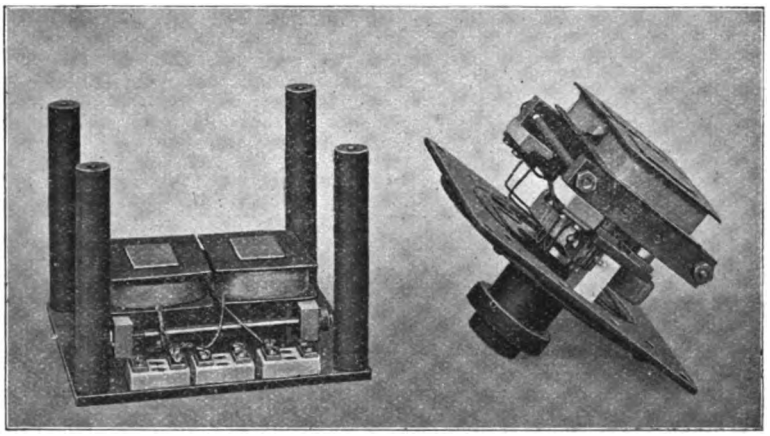


Fig. 1.

Diese Übelstände ließen sich nahezu vollkommen durch eine Anordnung vermeiden, deren Prinzip das folgende ist:

Die wirksame Selbstinduktion des Schwingungskreises besteht aus zwei Elementen, die sich gegenseitig derart beeinflussen, daß bei einer Drehung derselben gegeneinander bei zwei bestimmten um 180° verschiedenen Stellungen die Selbstinduktionen sich addieren bzw. nahezu aufheben. Die Selbstinduktionselemente besitzen einen U-förmigen Eisenschnitt von sehr geringer Schenkellänge bei relativ großem Querschnitt (s. Fig. 1). Durch diese Maßnahmen wird der Streufluß auf ein möglichst geringes Maß herabgedrückt, der im anderen Fall der Verkleinerung der Selbstinduktion entgegenwirken und so den Frequenzbereich vermindern würde. Auf jedem Schenkel ist eine Spule mit zwei getrennten Wicklungen für den Anoden- und Gitterkreis angeordnet. Das eine Element steht fest, während das andere in geringem Abstande (0,2 mm) über demselben drehbar gelagert ist. Die Schaltung dieses Variometers zeigt Fig. 2. Zur Vergrößerung der Kopplung zwischen Gitter- und Anodenkreis der Röhre ist ein Kondensator eingeschaltet, der gleichzeitig die Frequenz beeinflußt und zum Zwecke der Erweiterung des Frequenzbereiches zwei Stufen besitzt. Zum Betrieb dient eine kleine Verstärkerröhre. Mit dieser Anordnung kann ein Frequenzbereich von ca. $n = 200$ bis $n = 15000$ Schwingungen in 2 Stufen überstrichen werden. Fig. 3 zeigt die Änderung der Frequenz für die beiden Bereiche in Abhängigkeit vom Drehungswinkel. Die Bestimmung der Frequenz erfolgte für tiefe Töne bis $n = 2000$ mit

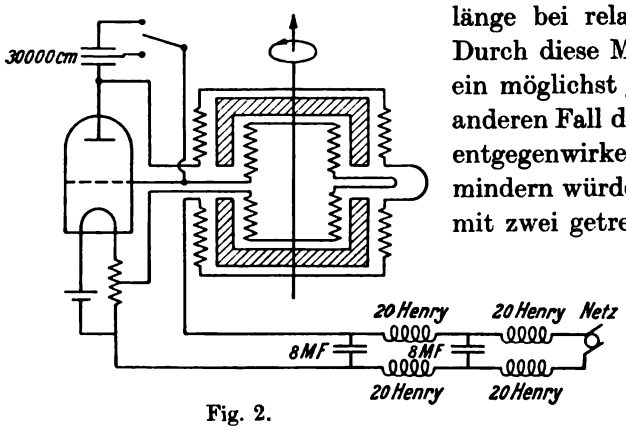


Fig. 2.

Digitized by Google

Stimmgabeln, darüber hinaus mit der Seebeckschen Interferenzröhre. Die durch ein angeschlossenes Telephon erzeugten Töne sind sehr rein, was durch gute Unterteilung des Eisenkerns und durch Wahl des Querschnittes, der im Vergleich zu den

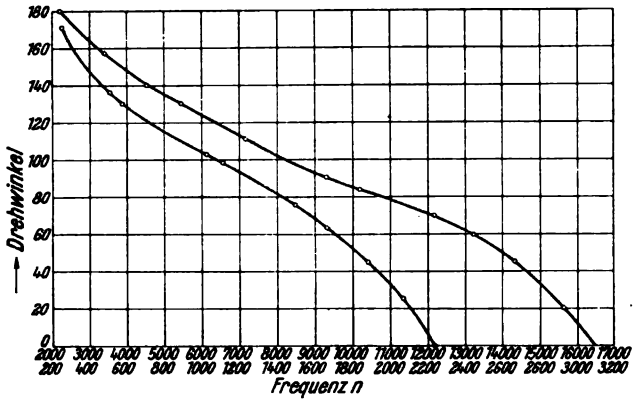


Fig. 3.

Frequenz	Skala 110 Volt	Skala 220 Volt
512	149,1	149,0
557	144,3	144,1
576	141,8	141,4
640	134,0	134,0
768	121,9	121,8
1024	103,2	103,0
1111	98,2	98,4
1496	75,9	76,3
1910	36,3	37

geringen Magnetisierungen sehr groß bemessen wurde, erreicht ist. Die Kopplung zwischen Gitter- und Anodenkreis wurde überdies sehr lose gewählt. Bedingung für eine reine Schwingungsform ist natürlich auch ein richtiges Gittervorpotential, das geeignet gewählt werden muß und direkt von der Heizspannung abgegriffen wird (s. Fig. 2). Fig. 4 zeigt ein Oszillogramm für die Frequenz 300. Zur Reproduzierung der Frequenzskala ist lediglich der Heizstrom derart einzustellen, daß bei einer bestimmten Stellung des Variometers eine bestimmte Frequenz auftritt. Hierdurch ist die ganze Frequenzskala unabhängig von der gewählten Anodenspannung reproduziert. Obenstehende Tabelle zeigt die so erzielten Einstellungen für 110 und 220 Volt[1]). Den Einfluß der Größe des Luftspalts auf die Frequenzskala zeigt die Kurve Fig. 5. Mit zunehmendem Luftspalt wird die Kurve gleichmäßiger und die Frequenzänderung annähernd proportional dem Drehungswinkel, aber auch der Frequenzbereich verringert. Eine Gesamtansicht der Wechselstromquelle zeigt Fig. 6. Es ist noch zu erwähnen, daß zur Ausschließung von Netzgeräuschen bei direktem Anschluß des Apparates an ein Gleichstromnetz ein zweifacher Drosselsatz angeordnet wurde, durch welchen Netzgeräusche völlig ausgeschaltet werden (s. Fig. 2).

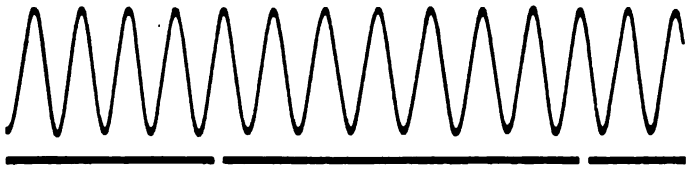


Fig. 4.

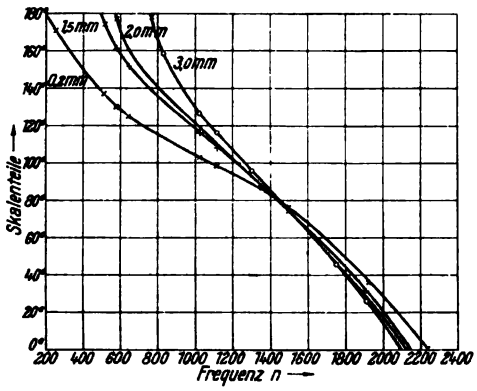


Fig. 5.

Die beschriebene Apparatur stellt einen selbständigen Apparat dar, der außer der Verwendung für den Betrieb von Telephonen als Tonquelle, zum Zwecke akusti-

[1]) Der Generator kann auch durch eine Zusatzapparatur direkt von einem Wechselstromnetz betrieben werden. Hierzu wurde eine Gleichrichterschaltung mit zwei Glühkathodenröhren (Greinacherschaltung) benutzt, die sich bei entsprechender Dimensionierung für diesen Zweck gut bewährt hat.

Digitized by Google

scher Messungen, auch für eine große Zahl anderer physikalischer Messungen mit Vorteil benutzt werden kann, bei denen ein konstanter sinusförmiger Wechselstrom beliebiger Frequenz benötigt wird.

Für die Erzeugung von Tönen und die Reproduzierung ihrer Energie und Frequenz wurde eine zweite für sich ebenfalls selbständige Apparatur durchgebildet. Der vom Wechselstromgenerator abgenommene Strom wird einem in einer Schallschutzbüchse aus Blei befindlichen Telephon zugeführt. Mit dem Schallweg des Telephons können wahlweise eine Mehrzahl von mechanischen Resonatoren (Federn) derart in Verbindung gebracht werden, daß sie im Falle der Resonanz zu einer relativ großen Amplitude angeregt werden, die mit Hilfe eines Mikroskops gemessen wird (Fig. 7). Die Herstellung von genügend leicht ansprechenden Federn bereitete zunächst Schwierigkeiten. Die Federn müssen nämlich verhältnismäßig breit gewählt werden, um durch Verengung des Schallweges nicht zu große Verluste zu erhalten. Hierdurch wird aber andererseits die Anregung wegen der größeren Starrheit breiter Federn wesentlich erschwert. Besondere Schwierigkeiten aber bereitet die Herstellung von Federn hoher Eigenschwingung, da dieselben in diesem Fall sehr kurz werden und sich schwer anregen lassen. Beiderseitig eingespannte Federn ergeben zwar leicht hohe Eigenschwingungen, sind mechanisch aber noch wesentlich starrer. Beide genannten Schwierigkeiten ließen sich dadurch überwinden, daß schmale Federn benutzt wurden, die zum Zwecke der Anregung an ihrem freien Ende mit einer Glimmerscheibe versehen sind. An die Glimmerscheibe ist außerdem ein Quarzfaden in Richtung der Verlängerung der Feder angekittet, der durch die Schwingung der Feder zu stehenden Schwingungen angeregt wird. Durch diese Anordnung ergibt sich der Vorteil, daß man im Mikroskop ein Schwingungsbild mit parallelen Begrenzungslinien erhält. Außerdem beträgt die Amplitude des Quarzfadens ein Vielfaches der Amplitude der Feder. Bei einseitiger Beleuchtung des Fadens wirkt dieser als Zylinderlinse, wodurch das Licht zu einer dünnen Linie großer Helligkeit zusammengezogen wird. Bei Erregung entsteht ein scharf begrenztes sehr helles Schwingungsbild, das eine sehr genaue Ablesung mit dem Okularmikrometer gestattet. Das System besitzt zwei ausgesprochene Eigenschwingungen, entsprechend den Eigenschwingungen der Feder und des Quarzfadens, welche bei geeigneter Dimensionierung beide für die Messung ausreichende Amplituden ergeben.

Fig. 6.

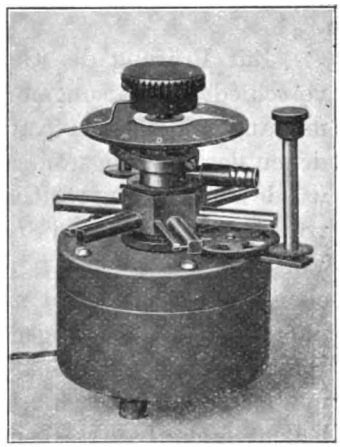


Fig. 7.

Digitized by Google

Die Anordnung der einzelnen Resonatoren zeigt die Fig. 7. Die Federn sind an den Stirnseiten eines Sechskantklotzes angeordnet, der mit radialen Bohrungen versehen ist. Der Klotz sitzt drehbar auf einem Rohrstutzen, der mit einer zentralen Bohrung versehen ist, die in ein seitliches Loch einmündet. Durch Drehung des Klotzes mit Hilfe der im Bilde sichtbaren Hartgummischeibe unter Vermittlung eines Zahngetriebes können die einzelnen zu den Federn führenden Bohrungen wahlweise mit der Schallaustrittsöffnung des Rohrstutzens in Verbindung gebracht werden. Der Apparat besitzt überdies zwei Hähne, die sich vor bzw. hinter der Resonanzanordnung befinden. Durch den vor der Resonanzanordnung liegenden Hahn, welcher durch den in Fig. 8 sichtbaren seitlichen Knopf betätigt werden kann, läßt sich eine bestimmte Federamplitude einstellen, während durch den zweiten Hahn die mit Hilfe der Resonanzanordnung reproduzierte Schallenergie geschwächt werden kann. Die Schwächung der Schallenergie durch einen Hahn hat gegenüber einer elektrischen Schwächung der Energie neben dem Vorzug großer Einfachheit den Vorteil, daß keine Rückwirkung auf den Sender und somit keine Frequenzänderung auftritt, was bei Benutzung einer elektrischen Schwächung, z. B. durch Widerstände, schwer erreichbar ist. Die bei der Schwächung der Schallenergie durch einen Hahn sich ergebende Rückwirkung auf den Sender ist wegen des schlechten akustischen Wirkungsgrades des Telephons so gering, daß sich hierdurch eine merkliche Störung nicht ergibt.

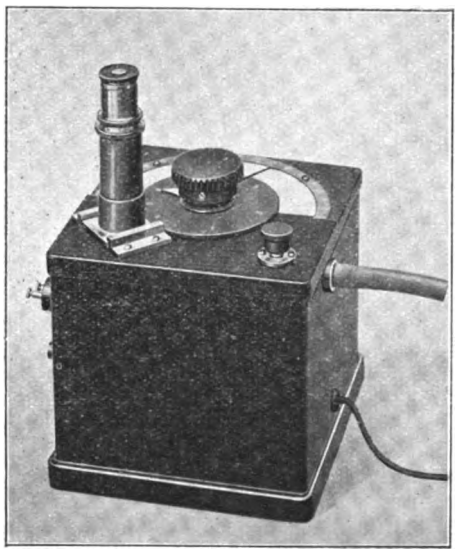


Fig. 8.

Zur Prüfung der Genauigkeit der Reproduzierung der Schallenergien wurden verschiedene Messungen ausgeführt. Hierbei wurde als Empfänger ein Telephon mit angeschlossenem Kathodenverstärker benutzt, der aus 4 Verstärkerröhren, von denen das Ausgangsrohr als Gleichrichter geschaltet war, bestand. Diese Anordnung wurde zunächst auf relative Intensitäten wie folgt geeicht: Mit einem Telephon werden von einem Widerstand Spannungsstufen abgegriffen. Der Spannungsteiler liegt unter Vorschaltung eines sehr großen Widerstandes an einer Wechselstromquelle, als welche ebenfalls ein Generator mit Glühkathodenröhre benutzt wurde. Die von dem Telephon in diesem Fall abgegebenen Schallenergien sind dem Quadrate der abgegriffenen Widerstände proportional unter der Voraussetzung, daß der Nutzeffekt des Telephons unabhängig von der erregenden Stromstärke ist. Diese Bedingung ist bis zu ziemlich bedeutenden Lautstärken hinreichend erfüllt. Überdies gestattete die sehr große Empfindlichkeit der Empfängeranordnung die Verwendung sehr kleiner Lautstärken, besonders dann, wenn das Empfangstelephon und das Sendetelephon durch einen Schlauch gekoppelt wurden. Zur Prüfung der Abhängigkeit der von der Tonquelle abgegebenen Schallenergie von der Amplitude des angeregten Resonators wurde das offene Ende eines mit dem Empfangstelephon verbundenen Schlauches der Glimmerscheibe in einem Abstand von wenigen Millimetern gegenübergestellt. Das Resultat der Messung zeigt Fig. 9.

Digitized by Google

Man sieht, daß die von der Tonquelle abgegebene Schallenergie mit guter Annäherung dem Quadrat der Amplitude des Resonators proportional ist. Zur Prüfung der absoluten Reproduzierbarkeit der Schallenergie wurden eine große Zahl von Beobachtungen gemacht, die zeitlich mehr oder weniger auseinanderlagen und bei denen jedesmal die gesamte Apparatur (Anodenspannung, Heizspannung, Variometer usw.) verstellt wurde. Wurde dann wieder auf Resonanz desselben Resonators eingestellt, und durch den primären Hahn die Amplitude auf den alten Betrag ge-

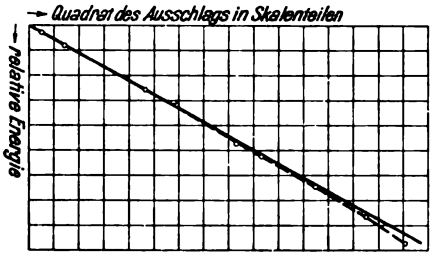


Fig. 9.

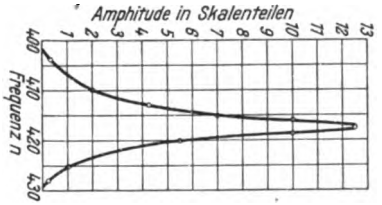


Fig. 10.

bracht, so ergaben sich Schallenergien, die im Mittel nur um 3% voneinander abweichen. Die Reproduzierbarkeit der Frequenz ist noch wesentlich besser, da die Resonatoren eine sehr ausgesprochene Eigenschwingung besitzen. Fig. 10 zeigt eine solche Resonanzkurve. Der Einfluß der Temperatur auf die Eigenschwingung der Federn ist jedenfalls nur gering, da die Federn nur einseitig eingespannt sind, und daher größere Spannungsveränderungen nicht auftreten. Die durch Änderung der Temperatur bewirkte Längenänderung der Feder ist so klein, daß sie praktisch nicht in Frage kommt und ließe sich überdies durch Verwendung von Invar völlig vermeiden. Über die Abhängigkeit der Federamplitude vom Luftdruck wurden keine Messungen angestellt, da, nicht zu große Luftdruckschwankungen vorausgesetzt, dieser Einfluß noch innerhalb der Fehlergrenze liegt.

Der oben aufgestellten Forderung der geringen Abmessung der Tonquelle, deren Erfüllung besonders für physikalische Messungen wichtig sein kann, läßt sich dadurch genügen, daß man an die Tonquelle eine Rohrleitung anschließt, durch welche hindurch eine geeignete Membran kleiner Abmessung in Schwingung versetzt wird. Für diesen Zweck ist eine Gummimembran besonders geeignet, die entweder direkt die Rohröffnung verschließen kann, oder über ein geeignet geformtes Ansatzstück gespannt wird.

Zusammenfassung.

Es wird eine Anordnung zur Erzeugung reiner Töne kontinuierlich veränderlicher Frequenz beschrieben. Die Apparatur besteht aus zwei Teilen, einem Röhrengenerator zur Erzeugung sinusförmiger Wechselströme kontinuierlich veränderlicher Frequenz und einer Tonquelle mit Meßvorrichtung zur Reproduzierung der Frequenz und Intensität. Der Röhrengenerator besteht im wesentlichen aus einem elektrischen Schwingungskreis, der durch eine Glühkathodenröhre durch Rückkoppelung erregt wird. Eine kontinuierliche Änderung der Frequenz wird durch Änderung der Selbstinduktion des Schwingungskreises bewirkt. Zu diesem Zweck besteht die Selbstinduktion aus zwei sich gegenseitig beeinflussenden gegeneinander

Digitized by Google

drehbar angeordneten Elementen. In zwei bestimmten Stellungen addieren sich die Selbstinduktionen bzw. heben sich die Selbstinduktionen nahezu auf, so daß sich eine sehr große Änderung der Eigenschwingung des Schwingungskreises ergibt.

Die Tonquelle besteht aus einem geeigneten Telephon, welches schalldicht in eine Bleibüchse eingebaut ist. Zur Reproduzierung der Schallenergien dient eine Resonanzanordnung, die aus einem Satz mechanischer Resonatoren besteht, die wahlweise in den Schallweg des Telephons eingeschaltet werden können und deren Amplitude mit einem Mikroskop gemessen wird. Eine reproduzierbare Schwächung der Schallenergien wird durch einen geeigneten Hahn bewirkt.

Digitized by Google

Bestimmung der Resonanzkurven von Membranen.

Von **Helmut Sell.**

Mit 4 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Physikalischen Laboratorium des Wernerwerkes M der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 7. Juni 1922.

In vorliegender Arbeit soll allgemein das Problem der Bestimmung der Resonanzkurven von Membranen behandelt werden. Die nachfolgend beschriebenen Methoden gestatten auch die Aufnahme der Resonanzkurven beliebiger Membrankombinationen. Auch Membranen mit vorgeschalteten schwingungsfähigen Luftsäulen — Membran mit angesetztem Trichter bzw. Luftresonator — können mit Hilfe der Methode untersucht werden. Bedingung für die Aufnahme derartiger Resonanzkurven ist eine Erregerquelle kontinuierlich veränderlicher Frequenz. Als solche wird ein Röhrensender benutzt, wie er in der vorhergehenden Arbeit beschrieben wurde. Da eine derartige Tonquelle wegen der Resonanzeigenschaften des als Tonquelle dienenden Telephons und der Frequenzabhängigkeit der elektrischen Apparatur über einen größeren Frequenzbereich keine konstante Energie liefert, so muß entweder die jeweilige Energie des erregenden Schalles bestimmt werden, oder der Einfluß der Intensitätsschwankungen in Abhängigkeit von der Frequenz durch geeignete Mittel eliminiert werden. Der letztere Weg ist hier gewählt worden, da eine fortlaufende Kontrollierung der erregenden Schallintensität verhältnismäßig kompliziert ist. Das Prinzip der Methode geht aus dem Schaltschema Fig. 1 hervor. Durch den Röhrengenerator wird zunächst ein Telephon betrieben, das aber nicht direkt als Tonquelle dient, sondern vermittels eines Schlauches ein zweites geeignetes Telephon durch Luftkopplung anregt. Dieses Telephon ist die eigentliche Tonquelle. Es befindet sich gegenüber der Membrane bzw. Membrankombination, deren Resonanzeigenschaften untersucht werden sollen. Sowohl hinter der Membran des Erregertelephons, als auch hinter der Membrananordnung, befindet sich je ein Magnetsystem, in welchem durch die Schwingungen der Membranen Ströme induziert werden. Zu diesem Zweck besteht die Membran des Erregertelephons aus Eisen und ebenso die dem Magnetsystem der Membrankombination zunächstliegende Membran. Soll die Untersuchung auch auf nicht magnetische Membranen ausgedehnt werden, so wird die Membran bzw. Membrankombination durch eine Hilfsmembran aus Eisen mit dem Magnetsystem gekoppelt. Sowohl das Magnetsystem des Erregertelephons, als auch das System der zu untersuchenden Anordnung kann über einen Umschalter

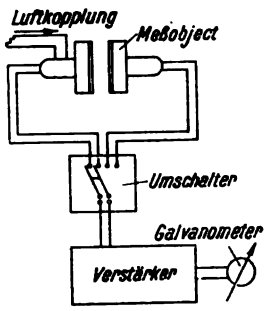


Fig. 1.

Digitized by Google

an ein zur Messung der induzierten Ströme dienendes Instrument gelegt werden. Für diesen Zweck wurde, wenn es sich um relativ große Intensitäten handelte, ein hochempfindliches Drehspulzeigergalvanometer mit vorgeschaltetem Detektor bzw. Glühkathodenröhre als Gleichrichter benutzt. Nötigenfalls wurde der induzierte Strom zunächst durch einen Verstärker verstärkt.

Wirkungsweise: Durch die Schwingungen der Membran des Erregertelephons werden in dem dahinter befindlichen Magnetsystem Ströme induziert, deren Quadrate der ausgesandten Schallenergie direkt proportional sind. Diese Beziehung gilt herauf bis zu relativ großen Amplituden, jedoch war die Empfindlichkeit der Anordnung so groß, daß die nötigen Amplituden noch in einem Gebiet lagen, in welchem diese Beziehung mit großer Genauigkeit erfüllt ist. Befände sich das Magnetsystem der zu untersuchenden Anordnung ebenfalls gegenüber der Membran des Erregertelephons, so würden in ihm Ströme induziert, die zwar von anderer Größenordnung sind, deren Quadrate aber ebenfalls der Schallintensität proportional ist. Dies ist nicht mehr der Fall, wenn das Magnetsystem sich hinter der zu untersuchenden Membrananordnung befindet, weil in diesem Fall die Resonanzeigenschaft der Anordnung zur Geltung kommt. Ist überhaupt keine Resonanz vorhanden, d. h. gleiche Empfindlichkeit über den ganzen Frequenzbereich, so bleibt der Quotient der jeweils induzierten Ströme konstant unabhängig von der erregenden Frequenz. Besitzt das System innerhalb des Frequenzgebietes Eigenschwingungen, so ändert sich der Quotient der Stromintensitäten entsprechend. Die relative Intensität des Mitschwingens läßt sich aus dieser Messung noch nicht ohne weiteres ermitteln. Hierzu muß die Meßanordnung, die im Falle der Benutzung eines Verstärkers mit Übertragern frequenzabhängig ist, auf relative Intensitäten geeicht werden. Das kann dadurch erfolgen, daß man mit Hilfe eines Telephons von einem von Wechselstrom, der jeweilig zur Messung dienenden Frequenz durchflossenen Widerstand Spannungsstufen abgreift. Die Lautstärken des Telephons sind dann proportional dem Quadrat des abgegriffenen Widerstandes. Natürlich muß vor den Spannungsteiler ein großer Widerstand gelegt werden, damit die Belastung der Stromquelle nicht geändert wird. Ebenfalls muß der Widerstand des Telephons groß sein im Vergleich zum Abgreifwiderstand. Sind auf diese Weise die Ausschläge auf relative Intensitäten bezogen, so läßt sich für beliebige Frequenzen die relative Intensität des Mitschwingens der Membrankombination direkt angeben.

Für den Fall der Untersuchung von Membranen aus nichtmagnetischem Material bzw. der Eigenschwingung von Luftsäulen — Trichtern, Luftresonatoren — wird eine eiserne Hilfsmembran benutzt. Die Resonanzkurve der Hilfsmembran wird aufgenommen und dann die zu untersuchende Membrankombination bzw. Luftsäule — Trichter usw. — vor die Hilfsmembran gesetzt derart, daß eine Erregung der Hilfsmembran nur durch das zu untersuchende System hindurch erfolgen kann. Die Resonanzkurve des zu bestimmenden Systems ergibt sich dann aus den Differenzen der Resonanzkurve mit und ohne System. Die Anordnung gestattet auch, die Aufnahme von Resonanzkurven bei verschiedener Dämpfung des zu untersuchenden Systems. Die Fig. 2 gibt hierfür ein Beispiel. Fig. 2 zeigt die Resonanzkurve einer normalen Telephonmembran eines Posthörers und zwar für zwei verschiedene Dämpfungen. Eine Änderung der Dämpfung wurde dadurch erzielt, daß vor das Telephon Blenden von verschiedener Öffnung gesetzt wurden. Die Aufnahme von Resonanzkurven ohne jede zusätzliche Dämpfung ist durch die Methode nicht aus-

Digitized by Google

führbar, da das erregte System Energien zur Erzeugung des induzierten Stromes abgeben muß. Die sich hieraus ergebende Nutzdämpfung kann aber bei der mit einem Verstärker erzielbaren großen Empfindlichkeit der Meßapparatur sehr klein gemacht werden. Bei Untersuchung von nichtmagnetischen Membranen ist die zur Messung erforderliche Dämpfung naturgemäß größer, da die zur Kopplung benutzte Hilfsmembran einen Energieverlust bedingt. Die in diesem Fall gemessenen Werte entsprechen den Eigenschwingungen des ganzen gekoppelten Systems, die nur im Fall extrem loser Kopplung mit den Eigenschwingungen der Teile des Systems zusammenfallen. Immerhin liefert die Methode den ungefähren Verlauf der Resonanzkurve, was für die meisten Fälle ausreicht. In den Fig. 2 bis 4 sind Anwendungsbeispiele der beschriebenen Methoden gegeben. Fig. 21 ist die Resonanzkurve einer großen Telephonmembran eines Posthörers von 197 mm Durchmesser und 0,25 mm Stärke. Fig. 3 zeigt die Resonanzeigenschaften zweier solcher hintereinander geschalteter Membranen, die durch Luft miteinander gekoppelt sind. Fig. 4 zeigt die Resonanzkurve einer gleichen Membran, die in der Mitte durch Auflöten eines Messingplättchens belastet ist. Hierbei stellen die Abszissen die Frequenz n Schwing/sek die Ordinaten relative Energien dar.

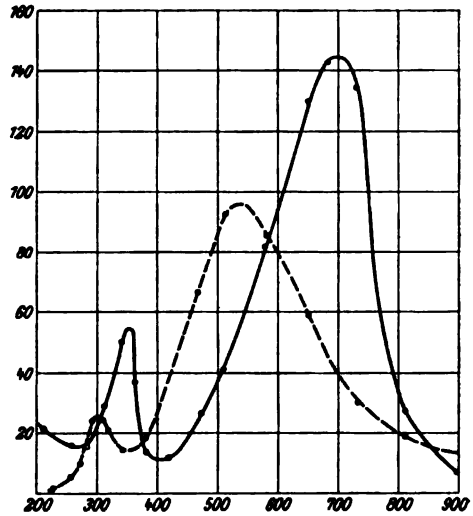


Fig. 2.

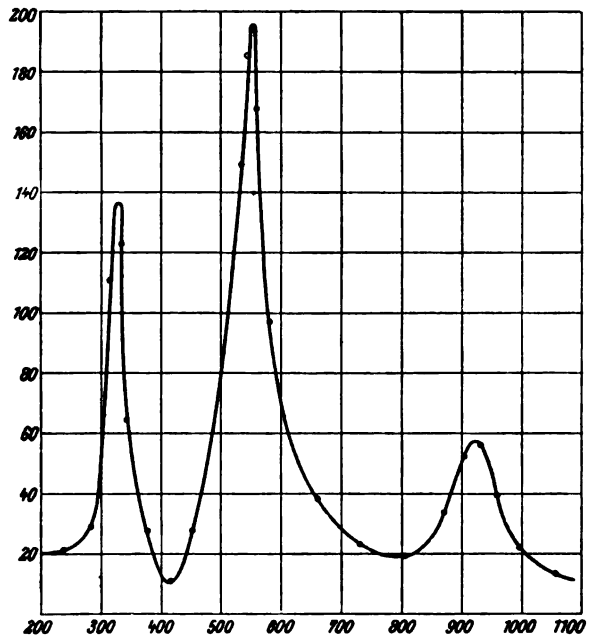


Fig. 3.

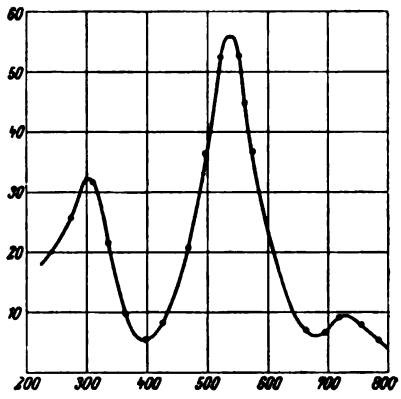


Fig. 4.

Zusammenfassung.

Es wird eine Methode zur Bestimmung der Resonanzkurven von Membranen bzw. Membrankombinationen beschrieben. Die Methode beruht auf dem Vergleich der durch die Schwingungen ihrer Membranen erzeugten Ströme zweier Telephone,

Digitized by Google

von denen das eine durch eine elektrische Tonquelle (Telephon) vermittels eines Schlauches durch Luftkoppelung angeregt wird, während das zweite Telephon vom ersteren erregt wird. Die in dem Magnetsystem des ersten Telephons induzierten Ströme sind der Wurzel der von seiner Membran abgegebenen Schallintensität proportional, während der im Magnetsystem des zweiten Telephons induzierte Strom außerdem von den Resonanzeigenschaften der davor befindlichen Membran abhängt. Durch Vergleich der jeweilig induzierten Ströme für verschiedene Frequenzen läßt sich die Resonanzkurve der Membran des zweiten Telephons, welche das Meßobjekt darstellt, bestimmen. Die Methode ist auch anwendbar auf beliebige Membrankombinationen. Es werden einige Beispiele derartiger Messungen gegeben.

Digitized by Google

Methoden zur Ausmessung von Schallfeldern[1]).

Von **Helmut Sell.**

Mit 7 Textfiguren und 1 Bild.

Mitteilung aus dem Physikalischen Laboratorium des Wernerwerkes M der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 7. Juni 1922.

Die Ausmessung von Schallfeldern ist ein in der Akustik ziemlich häufig auftretendes Problem, wenn es sich z. B. um die Bestimmung des Schallfeldes von Stimmgabeln und Telephonen usw. handelt. Die Hauptschwierigkeit einer solchen Messung besteht darin, daß die Ausmessung des Schallfeldes von Punkt zu Punkt erfolgen muß. Aus diesem Grunde muß der Schallempfänger eine sehr kleine Abmessung besitzen, im anderen Falle könnte er höchstens Integralwerte liefern und würde überdies das Schallfeld in unkontrollierbarer Weise deformieren. Außerdem darf der Empfänger dem Schallfeld nur sehr wenig Energie entziehen, weil durch eine Energieentziehung ebenfalls Rückwirkungen auf das Schallfeld eintreten. Ein mehr praktischer Gesichtspunkt ist die leichte Beweglichkeit der Apparatur, sowie Unempfindlichkeit gegen mechanische Erschütterungen. Ferner ist es wichtig, daß die Apparatur auch gegen sonstige störende Einflüsse unempfindlich ist. Hier kommen in erster Linie Nebengeräusche in Betracht, als welche alle akustischen Einflüsse bezeichnet werden mögen, deren Frequenz außerhalb der jeweilig zur Messung dienenden Frequenzen liegt, ferner elektrische Einflüsse irgendwelcher Art.

Diesen mannigfaltigen Anforderungen konnte durch die nachfolgend beschriebene Methode fast vollkommen genügt werden.

Beschreibung der Methode. Wegen der Bedingung äußerster Empfindlichkeit kommen allein elektrische Methoden in Betracht, bei denen durch Verstärkung der auftretenden Ströme die Möglichkeit einer fast unbegrenzten Steigerung der Empfindlichkeit gegeben ist. Mikrophone müssen hierbei als Empfänger ausschalten, da der Mikrophoneffekt kein quantitativer und reproduzierbarer Vorgang ist. Überdies besitzen alle Mikrophone eine mehr oder weniger hochliegende Reizschwelle, die durch den toten Raum zwischen Membran- und Kontaktkörper bedingt ist, nach dessen Überwindung überhaupt erst eine Stromschwankung auftreten kann. Aus diesem Grunde versagt auch bei Mikrophonen das Mittel der Verstärkung. Allein in Betracht kommen daher Anordnungen, die keine oder nur eine äußerst tiefliegende Reizschwelle besitzen und außerdem quantitative Messungen gestatten. In erster Linie kommen hier Telephone in Betracht. Es muß von vornherein ausgeschlossen erscheinen, mit der Dimension eines solchen Empfängers, soweit wie die Messung

[1]) Ein Teil dieser Arbeiten wurde in der Physikalisch-technischen Reichsanstalt ausgeführt und für eine Dissertation „Methoden zur Messung kleiner Schallintensitäten" benutzt.

Digitized by Google

es erfordert, herunterzugehen, da in diesem Fall die Membran immer unempfindlicher wird und zugleich ihre Eigenschwingung in Richtung wachsender Frequenz verschoben wird. Die notwendige äußerste Empfindlichkeit des Empfängers erfordert aber auch die Ausnützung der Resonanzeigenschaften der Empfängermembran. Die hier benutzte Methode gestattet die Verwendung beliebig großer elektromagnetischer Empfänger, welche, da hinsichtlich ihrer Ausdehnung keine Beschränkung besteht, sehr empfindlich gemacht werden können. Der Bedingung der geringen Abmessung des Empfängers wird nun in der Weise genügt, daß das Telephon nicht unmittelbar als Empfänger benutzt wird, sondern mit dem eigentlichen Empfangsorgan durch eine beliebig lange Rohrleitung gekoppelt wird. Als Empfangsorgan kann entweder eine dünne Membran benutzt werden, die über ein geeignet geformtes Ansatzstück gespannt ist, oder auch eine feine Düse, in welche das Rohr einmündet.

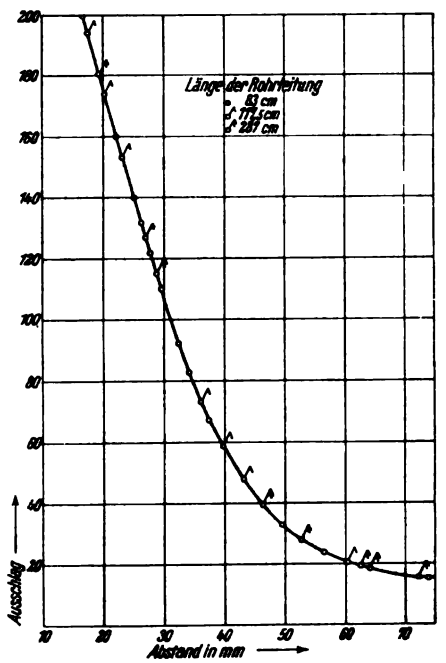


Fig. 1.

Beide Anordnungen ergeben eine Unabhängigkeit von der Länge der Rohrleitung in dem Sinne, daß zwar andere absolute, jedoch die gleichen relativen Werte erhalten werden.

Ein Beispiel einer solchen Messung gibt die Fig. 1, die die Abnahme der Energie in Abhängigkeit von der senkrechten Entfernung des Empfängers von der Membran eines Telephons darstellt. Die Werte, die für ganz willkürliche Längen der Rohrleitung bestimmt und natürlich aufeinander reduziert wurden, liegen vollkommen auf einer Kurve.

Beschreibung der Apparatur. Als Empfänger wurde ein Telephon mit sehr starkem permanenten Magnet und Polschuhen aus unterteiltem Eisen benutzt. Die Membran des Telephons war sowohl durch Verspannung, als auch durch Aufsetzen von Gewichten in weiten Grenzen abstimmbar. Das Telephon wurde zum Schutz gegen Nebengeräusche in einem mit zwei Millimeter starkem Bleiblech ausgeschlagenen Kasten aufgehängt. An dem Telephon befand sich ein kurzer Rohrstutzen, der im Innern des Kastens zur Vermeidung einer Schallübertragung durch Leitung mittels eines Gummischlauches mit einem in der Vorderwand des Kastens befindlichen Schlauchansatzstück verbunden war, welches zum Anschluß der Rohrleitung diente. Als Verstärker wurde ein Dreiröhrenverstärker von Siemens & Halske benutzt. Der Verstärker wurde jeweils auf die zu messende Frequenz durch Abstimmung der Übertrager der einzelnen Röhren abgestimmt. Zu diesem Zweck wurde jeder Röhre ein Schwingungskreis zugeordnet. Die Verstärkerröhren waren Röhren mit Gitter- und Raumladenetz. Das Raumladenetz ist besonders bei Verstärkung tiefer Frequenzen wichtig. Das letzte Rohr des Verstärkers wurde als Gleichrichter geschaltet, was durch Wahl eines geeigneten Vorpotentials seines Gitters geschah. Der Anodenstrom der letzten Verstärkerröhre wurde über ein hochempfindliches Drehspulzeigergalvanometer geschlossen. Da zur Erreichung der notwendigen Empfindlichkeit der Anodenstrom nicht völlig durch das Gittervorpotential

Digitized by Google

kompensiert werden darf, so mußte der Ausschlag des Galvanometers durch einen zusätzlichen Kompensationsstrom auf Null gebracht werden. Fig. 2 zeigt die Schaltung der Anordnung. Je nach Wahl des Gittervorpotentials ergeben sich andere Empfindlichkeiten. Beispielsweise läßt sich eine Charakteristik einstellen, bei welcher die Empfindlichkeit mit wachsender Intensität der Erregung abnimmt. Eine solche Charakteristik ist geeignet, wenn es sich um Messungen über einen großen Energiebereich handelt, andererseits erfordern manche Messungen eine sehr große Empfindlichkeit gegenüber Energieänderungen. Hierfür ist eine möglichst steile Charakteristik günstig. Das Vorpotential läßt sich überdies in der Regel so wählen, daß der Ausschlag des Galvanometers der erregenden Intensität proportional ist. Die Eichung der Apparatur auf relative Schallintensitäten kann in der verschiedensten Weise ausgeführt werden. Am einfachsten dadurch, daß man als Tonquelle ein Telephon benutzt, welches mit Strömen verschiedener Intensität beschickt wird. Im Bereiche kleiner Amplituden ist in diesem Fall die vom Telephon abgegebene Schallenergie dem Quadrate der erregenden Ströme proportional. Zum Betrieb des Telephons wurde ein Röhrengenerator benutzt, der dem in einer vorhergehenden Arbeit beschriebenen Röhrensender ähnlich war. Kontrollmessungen wurden auch nach anderen später zu beschreibenden Methoden ausgeführt. Die so auf relative Schallintensitäten geeichte Empfangsapparatur kann direkt zur Ausmessung von Schallfeldern benutzt werden. Für Energiemessungen müssen die Werte auf absolutes Maß bezogen werden. Für diese Messung wurde eine Normaltonquelle benutzt, welche bekannte reproduzierbare Schallintensitäten beliebiger Frequenz abgibt. Diese Tonquelle zeigt Fig. 3. Der wirksame Teil ist eine beiderseitig eingespannte Feder, die in der Mitte durch eine Eisenscheibe beschwert ist und durch ein dahinter befindliches Magnetsystem zu Schwingungen angeregt werden kann. Die Eigenschwingung der Feder ist durch Spannung in weiten Grenzen veränderlich. Die Eisenscheibe besitzt an ihrer oberen Kante eine Aussparung, in welche ein Quarzfaden eingesetzt ist. Der Quarzfaden erzeugt bei geeigneter Beleuchtung im Okular eines zur Beobachtung dienenden Mikroskops eine helle Lichtlinie, da er als Zylinderlinse wirkt. Bei Erregung der

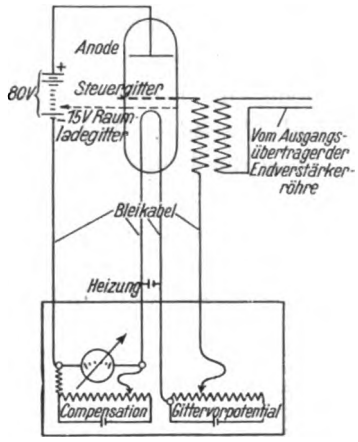


Fig. 2.

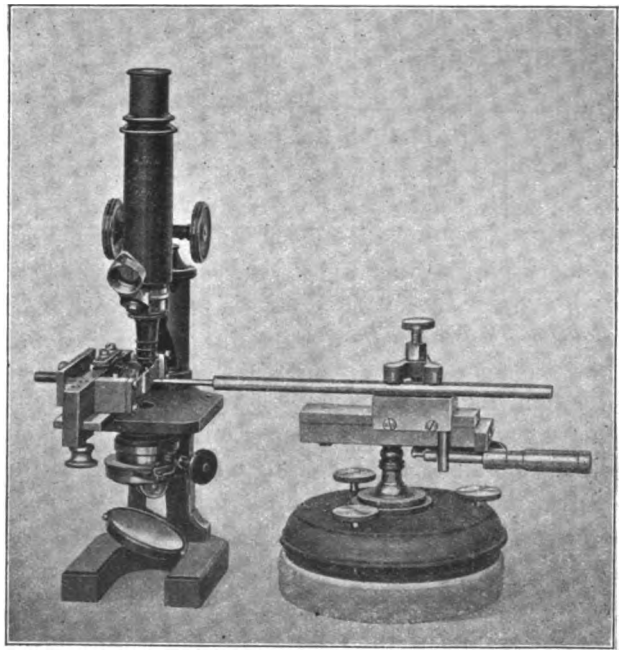


Fig. 3.

Digitized by Google

Feder wird die Linie zu einem Schwingungsbild mit sehr scharfen parallelen Begrenzungskanten auseinandergezogen, so daß eine sehr genaue Messung mit Hilfe des Okularmikrometers möglich ist. Da bei geeigneter Anregung der Feder wegen der Starrheit der aufgesetzten Scheibe alle Punkte derselben die gleiche Schwingungsamplitude besitzen, so kann die Amplitude irgendeines Punktes der Oberfläche der Scheibe direkt gemessen werden. Hierdurch ist die Möglichkeit der Reproduzierung von Schallenergien gegeben, wenn als weitere Bestimmungsgröße noch die Frequenz der Schwingung hinzukommt. Zur Eichung der Apparatur auf absolutes Maß wird die Düse des dünnen Ansatzrohres der Empfangsanordnung der Feder gegenübergestellt und die Abhängigkeit der Galvanometerausschläge von dem Abstand der Düse von der Scheibe gemessen. Bei kleinen Abständen ist nur ein kleines, der Düse senkrecht gegenüberstehendes Flächenelement der schwingenden Scheibe allein akustisch wirksam. Dieser Umstand ist wichtig, da im anderen Fall Reflexionen des Raumes die Messung beeinflussen würden. Die Fläche der Feder kann also bei kleinen Abständen der Empfängerdüse als unendlich groß betrachtet werden, wobei nur jeweils ein Flächenelement bekannter Amplitude wirksam ist, dessen Größe sich mit abnehmendem Abstand des Empfängers verringert. Zur Ausführung der Messung wurde das Ansatzstück des Empfängers auf einem Meßschlitten befestigt, der mit Hilfe einer Mikrometerschraube bewegt werden konnte (s. Fig. 3). Fig. 4 zeigt die Abhängigkeit der Schallenergie von dem Abstand des Empfängers von der schwingenden Scheibe. Die Werte stellen relative Intensitäten dar, die aus der vorher aufgenommenen Eichkurve ermittelt wurden. Der Verlauf der Kurve gestattet ein Extrapolieren bis zu sehr kleinen Abständen, da erst im letzten Stück der Kurve eine Änderung des Verlaufes eintritt, die zweifellos auf eine Rückwirkung auf die Empfindlichkeit des Empfängers infolge Dämpfung zurückzuführen ist. Durch diese Messung kann also der Empfänger auf Amplituden geeicht werden, so daß sich bei Ausmessung eines Schallfeldes die Galvanometerausschläge in Millimeter Luftamplitude umrechnen lassen. Hierdurch ist aber die Möglichkeit der Bestimmung der absoluten Energie eines Schallfeldes gegeben, da sich aus der Frequenz und der Messung der Amplituden des Schallfeldes an verschiedenen Punkten die Energie desselben durch Intregation berechnen läßt. Selbstverständlich ist bei Schallfeldern stark räumlich veränderlicher Intensität eine große Anzahl von Punkten zu bestimmen. Für fort-

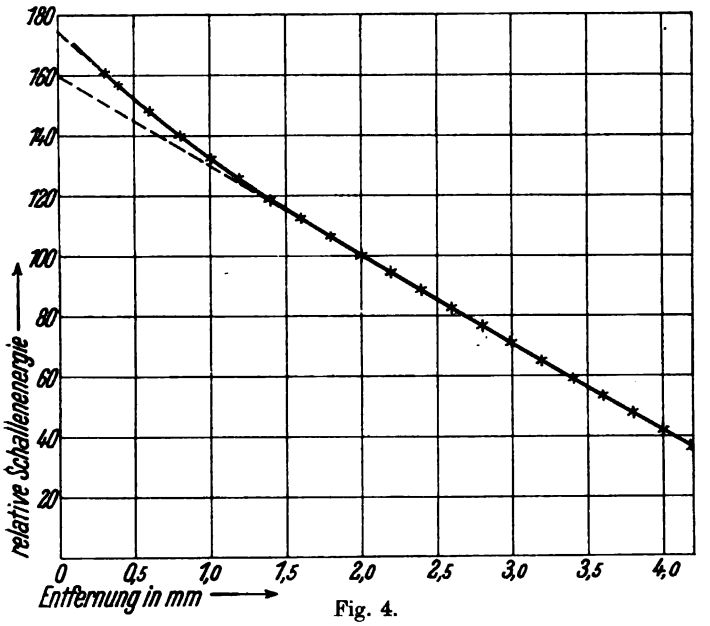


Fig. 4.

Digitized by Google

schreitende Wellen ergibt sich die ausgesandte Schallintensität aus folgender Formel:

$$J = \frac{1}{2} u\, s\, \pi^2 N^2 \sum f, A,^2 \frac{\text{Erg}}{\text{cm}^2\,\text{sek.}}$$

N = Frequenz. f = Flächenelement.
u = Schallgeschwindigkeit. A = Zugehörige Amplitude.
s = Dichte der Luft.

in der alle Bestimmungsstücke bekannt sind.

Die Normaltonquelle bietet überdies ebenfalls die Möglichkeit, die Apparatur auf relative Schallintensitäten zu eichen, da bei gleicher Frequenz die abgegebenen Schallintensitäten dem Quadrat der gemessenen Amplituden proportional sind. Die Ausführung dieser Messung ergab eine völlige Übereinstimmung mit der schon vorher nach der oben beschriebenen Methode gewonnenen Eichkurve. Mit Hilfe dieser Methode kann natürlich auch die Abhängigkeit der Amplitude einer Telephonmembran vom erregenden Strom bis herauf zu beliebig hohen Amplituden untersucht werden.

Als Anwendungsbeispiel der beschriebenen Methode wurde eine Bestimmung des Entfernungsgesetzes des Schalles ausgeführt. Natürlich ist das Gesetz der Energieausbreitung des Schalles von der Form der Schallquelle abhängig. Es würde kaum von Interesse sein, das Ausbreitungsgesetz des Schalles für eine ganz spezielle nicht reproduzierbare Tonquelle zu untersuchen. Der Kernpunkt der Frage ist vielmehr der, wie das Ausbreitungsgesetz für die gedachte ideale punktförmige Schallquelle, die natürlich nicht realisierbar ist, aussieht.

Die Abhängigkeit des Ausbreitungsgesetzes von der Form der Schallquelle beruht darauf, daß in unmittelbarer Nähe der Schallquelle die Energieverteilung sehr ungleichmäßig ist und von den geometrischen Größen des Empfängers abhängt, während mit zunehmender Entfernung die Schallwellen in stetig wachsender Annäherung kugelförmig werden. Man darf daher nicht die Abnahme des Schalles in einer bestimmten Richtung, d. h. den linearen Gradienten, bestimmen, sondern man muß das ganze Schallfeld auf einer Kugelfläche, die die Schallquelle umgibt, für verschiedene Durchmesser bestimmen. Die Änderung der Gesamtenergie von Kugelfläche zu Kugelfläche gibt dann das gesuchte Gesetz. Natürlich ist die Messung der Energieverteilung auf einer Kugelfläche sehr schwierig und wohl kaum durchführbar. Jedenfalls müßte eine ganz ungeheure Zahl von Beobachtungen gemacht werden. Man kann aber die Ausmessung der ganzen Kugelfläche umgehen, wenn man der Tonquelle eine geeignete symmetrische Form gibt, beispielsweise die im Bild 5 unter 1 dargestellte. Es genügt in diesem Fall die Ausführung der Messung auf einem Kreise, der im Membranenmittelpunkt sein Zentrum hat. Die Energieverteilung auf dem dazu senkrechten Kreise ist wegen des Zuführungsrohres, das einen Schatten wirft, natürlich eine andere, jedoch ergeben sich bei tiefen Frequenzen keine merklichen Fehler. Man kann nun die Messung noch weiter dadurch vereinfachen, daß man nicht den Empfänger um die Tonquelle herumführt, sondern diese dreht. Ist der Raum in bezug auf die Schallquelle unsymmetrisch, so hat man hierbei gleichzeitig ein Kriterium dafür, ob die Messung durch Schallreflexionen an den Wänden des Raumes wesentlich beeinflußt wird. Ist nämlich die Tonquelle vollkommen symmetrisch, so müssen, wenn man dieselbe über das Maximum hinaus dreht, für gleiche Drehung im positiven wie im negativen Sinn, vom Maximum aus gerechnet, die gleichen Energiewerte durchschritten werden. Die Messung muß

Digitized by Google

selbstverständlich in einem vom Beobachter getrennten Raum ausgeführt werden, da alle im Raum befindlichen Gegenstände die Schallverteilung beeinflussen und durch Bewegung des Beobachters, zumal in größerer Nähe der Tonquelle, große Änderungen der Energieverteilung eintreten. Dieser Umstand macht eine Ferneinstellung der Tonquelle und des Empfängers notwendig.

Die Drehung der Tonquelle von einer entfernten Stelle aus ließ sich verhältnismäßig bequem ausführen. Es diente dazu eine Anordnung, die im Bilde 5 schematisch dargestellt ist.

Die Verschiebung des Empfängers vom Beobachtungsort aus, die mit einer Einstellungsgenauigkeit von 0,1 mm erfolgen mußte, wurde folgendermaßen bewirkt:

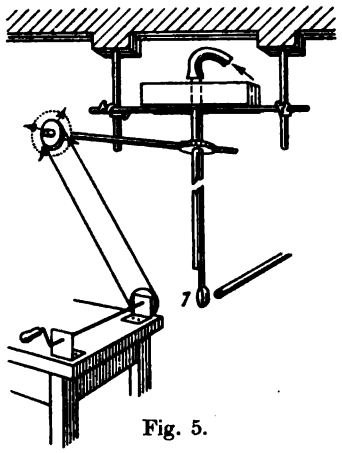


Fig. 5.

Der Schlitten wurde mit einer Schneide versehen, welche auf einem über einer Teilung ausgespannten Widerstandsdraht gleiten konnte.

Die Enden des Widerstandsdrahtes waren zu einer Meßbrücke geführt. An die beiden Enden des Brückendrahtes, also auch parallel zu dem Meßdraht, wurde eine Stromquelle gelegt, und zwischen die beiden Gleitkontakte ein Meßinstrument eingeschaltet. Dieses zeigt immer dann 0, wenn das Verhältnis der auf beiden Drähten abgegriffenen Widerständen das gleiche ist. Durch Benutzung eines langen Drahtes für die Gleitbahn des Schlittens und eines kurzen Drahtes für die Meßbrücke läßt sich die Ablesegenauigkeit sehr steigern. Befindet sich der Schlitten über dem Meßdraht an einer bestimmten Stelle desselben, so kann diese sehr genau mit Hilfe des Schlittens der Meßbrücke bestimmt werden, indem diese solange verschoben wird, bis das Instrument 0 zeigt. Man kann an dem Brückendraht eine Skala anbringen, welche direkt den genauen Ort des Meßschlittens abzulesen gestattet.

Mit dieser Methode konnte eine sehr große Meßgenauigkeit erzielt werden, nur besitzt sie den Nachteil, daß die Ablesung der einzelnen Einstellungen nicht so schnell erfolgen kann, wie es bei der sehr großen Zahl der zu machenden Messungen unbedingt erforderlich ist. Deswegen wurde diese Methode nur gelegentlich benutzt, im wesentlichen aber von einer anderen Methode Gebrauch gemacht, welche zwar nicht eine kontinuierliche Einstellung ermöglichte, dafür aber ein außerordentlich rasches Arbeiten gestattet. Diese Methode bestand im folgenden (vgl. Fig. 6).

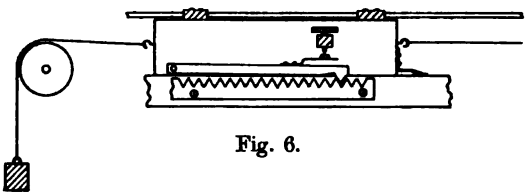


Fig. 6.

An dem Meßschlitten ist ein um eine Achse drehbarer längerer Hebel angebracht, der an seinem freien Ende mit einem keilförmigen Ansatz versehen ist, welcher in eine Zahnstange eingreift. Der Hebel trägt auf seiner Oberseite eine Blattfeder mit aufgesetztem Platinkontakt, dem eine verstellbare Kontaktschraube gegenübersteht. Bei Bewegung des Schlittens, folgt der Hebel dem Profil der Zahnstange und schließt an bestimmten Stellen periodisch durch die Blattfeder über die Kontaktschraube einen Stromkreis, in den ein Zeigerinstrument eingeschaltet ist. Da die Zähne der Zahnstange ziemlich steil sind, so erfolgt die Kontaktgebung nach Über-

Digitized by Google

schreitung der Zahnlücke schon bei einer sehr geringen Verschiebung des Schlittens. Der Modul der Zahnstange wurde so gewählt, daß der Abstand für die einzelnen Stromschließungen ca. 5 mm betrug. Eine wiederholt mit größeren Zwischenräumen ausgeführte Eichung des Meßschlittens ergab immer wieder dieselben Einstellungen. Die Bewegung des Schlittens aus der Entfernung erfolgte durch einen an demselben befestigten Draht, der am Beobachtungsort auf eine Rolle gewunden wurde. Die rückläufige Bewegung wurde durch ein Gewicht bewirkt, das an dem einen Ende eines Drahtes befestigt war, dessen anderes Ende ebenfalls am Schlitten befestigt war. Die 1 m lange Gleitbahn für den Schlitten war auf einer langen eisernen sehr starken Winkelschiene befestigt, die hinter dem Versuchsraum auf einem Holzbock festgeschraubt war und 2 m frei in den Versuchsraum hineinragte. Diese Anordnung macht die Verwendung von Tischen entbehrlich, durch welche störende Reflexionen des Schalles auftreten würden. In den Versuchsraum ragte also nur das dünne Zuführungsrohr der Tonquelle und die Eisenschiene mit dem Empfänger hinein. Dieser bestand aus einem auf dem Schlitten befestigten 6 mm starken Stahlrohr mit Düse und dem Empfangstelephon, das mit einem Schlauch an das Rohr angeschlossen und unterhalb der Schiene an einem Faden aufgehängt war. Der Winkel des Empfängerrohres mit der Wellennormale ist ohne Einfluß auf das Meßergebnis.

Für die Versuche ist es selbstverständlich wesentlich, daß Reflexionen des Schalles durch die Wände des Raumes bzw. durch in demselben befindliche Gegenstände nach Möglichkeit herabgedrückt werden, da durch dieselben das Meßergebnis wesentlich beeinflußt wird, was um so mehr ins Gewicht fällt, da es unmöglich erscheint, den durch Reflexion verursachten Einfluß auch nur angenähert in Rechnung zu setzen. Zur Verminderung der Reflexion wurde daher durch Stoffbahnen, die über ein im Raum befindliches rundes Eisengerüst gehängt wurden, das auch nach oben hin mit Stoff überdeckt wurde, ein allseitig abgeschlossener Raum hergestellt, wobei darauf geachtet wurde, daß der Stoff — 80 cm breites Segeltuch — in möglichst losen Falten vom Gerüst herabhing. Die Behängung geschah in der Weise, daß das Gerüst mit Stoff spiralig unwickelt wurde, derart, daß ein vollkommen geschlossener seitlicher Behang aus einer großen Anzahl von sich eng aneinanderschmiegenden Stoffschlaufen gebildet wurde. Der so geschaffene Beobachtungsraum war ein zylindrischer Raum von ca. 6 m Durchmesser und ca. 3 m Höhe. Die Fußbodenbekleidung des Raumes war Linoleum mit dämpfender Unterlage.

Für diese Versuche wurde als Tonquelle eine dünne Gummimembran benutzt, die über ein geeignet geformtes Ansatzstück gespannt wurde und einen Durchmesser von 2 cm besaß. Die Gummimembran wurde durch Luftkopplung von einem Telephon aus erregt, das an einen Schwingungsgenerator angeschlossen war. Zur Änderung der Intensität wurde in die Rohrleitung ein Hahn eingeschaltet, der eine äußerst feine Abstufung der Schallintensitäten gestattete. Um die Messungsergebnisse auszuwerten, ist nun die Gesamtenergie auf den einzelnen Kugelflächen zu bestimmen. Unter Annahme geometrischer Symmetrie genügt es, die unter verschiedenen Winkeln um die Tonquelle herum gemessenen Energiewerte mit der betreffenden unendlich schmalen Kugelzone zu multiplizieren und eine Integration über die ganze betreffende Kugelfläche durch Summation der Beiträge der differentiellen Kugelzonen auszuführen. Die für verschiedene Kugelflächen berechneten Werte sind in nachstehender Tabelle angegeben:

Digitized by Google

Relative Energien verschiedener zur Tonquelle symmetrischer Kugelflächen	
Radius	Relative Energie
3,83 cm	139,90
4,33 „	147,76
4,88 „	144,64
5,42 „	146,20
8,12 „	132,20

Die Energien der verschiedenen Kugelflächen sind fast konstant. Eine größere Abweichung ist zwischen den beiden innersten Kugelflächen vorhanden.

Hier ist das Schallfeld noch stark unsymmetrisch, weshalb eine weit größere Anzahl von Punkten hätte bestimmt werden müssen, so daß sich allein dadurch die Differenz erklären läßt. Interessant ist, daß schon in verhältnismäßig geringer Entfernung von der Tonquelle das Schallfeld nahezu kugelförmig ist, was auf Wirkung des Huygensschen Prinzips beruht. Fig. 7 zeigt die Messung in graphischer Darstellung. Die benutzte Frequenz war in diesem Fall 300 Schwingungen pro Sekunde.

Mit Hilfe der beschriebenen Methoden lassen sich auch Schallfelder von Telephonen bestimmen, die zu einer Bestimmung des elektrisch-akustischen Wirkungsgrades benutzt werden können. Um die gesamte von einem Telephon abgegebene Schallenergie zu bestimmen, ist es erforderlich, die Energie einer um das Telephon geschlossenen Fläche zu bestimmen. Diese Messung würde aber wegen der zur Bestimmung nötigen außerordentlich großen Anzahl von Meßpunkten sehr viel Zeit in Anspruch nehmen. Sie läßt sich aber wesentlich dadurch vereinfachen, daß vor das Telephon eine Blende gesetzt wird. Es läßt sich zeigen, daß bei nicht zu geringer Öffnung der Blende die gesamte Schallenergie des Telephons ohne einen merklichen Verlust aus dieser austritt. Dies geschieht am einfachsten dadurch, daß an das Rohr des Empfängers ein konisches Ansatzstück aus Gummi angesetzt wird, welches fest gegen das Telephon gepreßt wird. Werden vor die Schallaustrittsöffnung des Telephons Blenden verschiedener Öffnung gesetzt, so ergeben sich bis herab zu kleinen Öffnungen nahezu gleiche Ausschläge des Galvanometers, d. h. die gesamte Schallenergie wird durch die Blende hindurch herausreflektiert. Das gilt aber nur für Frequenzen, die außerhalb der Eigenschwingung der Telephonmembran liegen, da sich im anderen Fall eine Dämpfung durch die Blenden bemerkbar macht, durch welche die Lage der Resonanz verschoben wird. Durch diese Anordnung wird weiter der Vorteil erzielt, daß das austretende Schallstrahlenbündel hinsichtlich seiner Energieverteilung vollkommen kreissymmetrisch ist. Eine durch Partialschwingungen der Membran etwa bewirkte Unsymmetrie der Energieverteilung wird durch die ungeordnete Reflexion in dem schmalen Hohlraum zwischen Blende und Membran

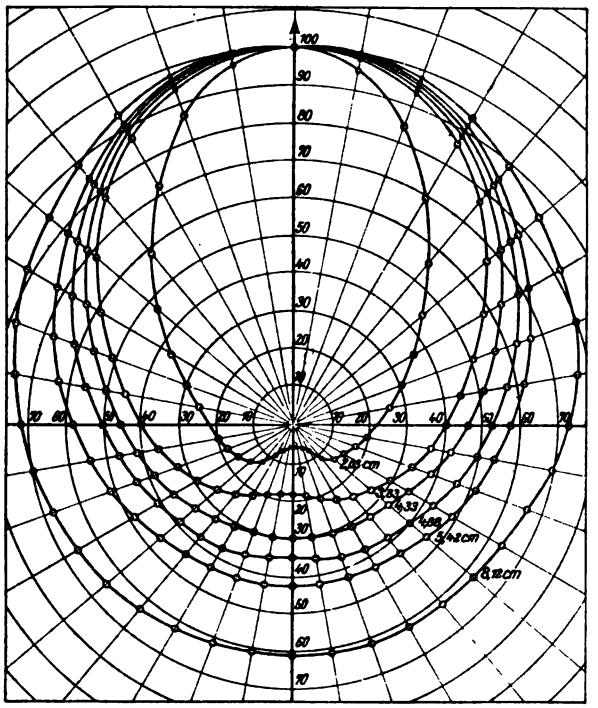


Fig. 7.

Digitized by Google

vollkommen aufgehoben. Zur Bestimmung der Energieverteilung genügt es daher, die Messung längs eines beliebigen Durchmessers der Öffnung auszuführen und zwar am zweckmäßigsten in einem so geringen konstanten Abstand von der Blende, daß die Schallenergie außerhalb der Öffnung 0 ist. Die Schallenergie greift natürlich um die Öffnung herum und zwar um so weiter, je größer der senkrechte Abstand des betreffenden Punktes von der Blende ist. Bei größeren Abständen greift die Schallenergie um das ganze Telephon herum und wenn für diesen Fall die Schallenergie des Telephons bestimmt werden soll, so muß die ganze um das Telephon geschlossene Fläche ausgemessen werden, während bei geringen Abständen die Messung auf einer ebenen unmittelbar vor der Blende befindlichen Fläche von um so kleinerer Ausdehnung genügt, je näher diese sich an der Blende befindet. Die Energie dieser Fläche stellt natürlich ebenfalls die Gesamtenergie des Telephons dar, wenn man von der geringen Energie absieht, die durch das Gehäuse des Telephons heraustritt und überdies in der Regel nicht als Nutzenergie in Frage kommt. Eine in dieser Weise vorgenommene Ausmessung der Schallenergie eines Telephons bei Benutzung von Blenden verschiedenen Durchmessers zeigt die Fig. 8. Wie aus untenstehender Tabelle ersichtlich, ergibt die Integration über die Gesamtenergie für die verschiedenen Blenden annähernd gleiche Werte. Die Integration erfolgte in der Weise, daß die mittlere Energie zwischen je zwei im Abstande von 0,5 mm befindlichen Punkten des Durchmessers, für welchen die Messung stattfand, bestimmt wurde. Die Gesamtenergie ergibt sich dann aus der Summation aller Produkte aus den schmalen Kreisringen und der betreffenden mittleren Energie und zwar lückenlos fortschreitend bis zu Kreisringen, deren Energie so gering ist, daß sie nicht mehr berücksichtigt zu werden braucht.

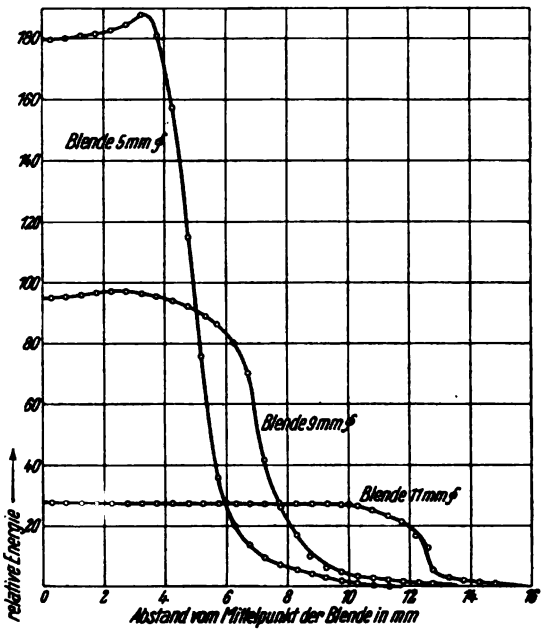


Fig. 8.

Die Energie der weiter nach außen gelegenen Flächenelemente läßt sich leicht durch eine Näherungsrechnung abschätzen.

Relative Energien für verschiedene Blendendurchmesser

Blendendurchmesser	relative Energie
5 mm	41343
9 „	41773
11 „	41620

Zusammenfassung.

Es wird eine Methode zur Ausmessung von Schallfeldern beschrieben. Benutzt wird ein Telephon als Empfänger mit angeschlossenem Verstärker und Galvano-

Digitized by Google

meter. Die Ausmessung des Schallfeldes erfolgt vermittelst eines Rohres mit feiner Düse, das durch eine Rohrleitung mit dem Telephon gekoppelt ist. Die Methode liefert unmittelbar die relativen Werte der Schallintensität in beliebigen Punkten des Schallfeldes, kann aber durch Eichung mittelst einer Normaltonquelle auch zur Bestimmung der absoluten Intensität von Schallfeldern und so z. B. zur Bestimmung des Nutzeffektes eines Telephons benutzt werden. Eine zu dieser Messung geeignete Normaltonquelle wird beschrieben.

Digitized by Google

Über eine Nullmethode zur elektrostatischen Messung sehr kleiner Ströme und sehr großer Widerstände.

Von **O. Berg.**

Mit 1 Textfigur.

Mitteilung aus dem Physikalischen Laboratorium des Wernerwerkes M der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 1. Juli 1922.

Bei Ionisationsmessungen, die zur Bestimmung der Intensität von Röntgenstrahlen und ähnlichen Zwecken vorgenommen werden, ist man wegen der geringen Stärke des zu messenden Stromes zu einem elektrostatischen Verfahren gezwungen. Man bestimmt die Zeit, die nötig ist, um mit Hilfe des zu messenden Stromes das Potential der Ladung einer kleinen Kapazität um einen bestimmten Betrag zu ändern.

Statt dieser zeitraubenden Methode ist in Fällen, wo inkonstante Betriebsverhältnisse vorliegen, eine Nullmethode erwünscht, die Momentanwerte zu messen gestattet. Für Relativmessungen kommt man mit folgender Anordnung zum Ziel (s. Fig.). 2 Kondensatoren C_1 und C_2 werden auf das gemeinsame Anfangspotential v_0 geladen. Der auf konstante Hilfsspannung geladene Faden eines Wulfschen Elektrometers E, dessen Schneiden mit C_1 und C_2 verbunden sind, zeigt dann keinen Ausschlag. Die Kondensatoren entladen sich, indem durch die Ionisationskammern J_1 und J_2 die Ströme i_1 bzw. i_2 abfließen. Dann sind die Potentialänderungen der Kondensatoren pro Zeiteinheit $\frac{i_1}{C_1}$ bzw. $\frac{i_2}{C_2}$, und man kann den verstellbaren Kondensator C_2 so einregulieren, daß $\frac{i_1}{C_1} = \frac{i_2}{C_2}$ wird, also die Potentiale von C_1 und C_2 einander gleichbleiben. Man erkennt das daran, daß der Elektrometerfaden trotz Stromabfluß in seiner Ruhelage verbleibt. Die Skalenteilung des Drehkondensators gibt dann durch eine an der ungeänderten Apparatur leicht auszuführende Eichung direkt das Kapazitätsverhältnis $\frac{C_1}{C_2}$ und damit das gesuchte Verhältnis der Ströme $\frac{i_1}{i_2}$.

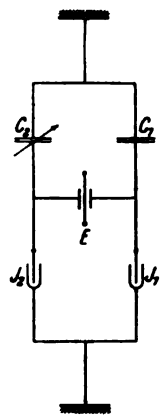


Fig. 1.

Die Methode wurde zur Bestimmung der „prozentualen Tiefendosis" der Röntgenstrahlen an einem Wasserphantom ausgearbeitet[1]) und hat sich gut bewährt. Dort

[1]) Die Anregung hierzu gab Herr Dr. Großmann. Die Ergebnisse dieser Messungen bilden einen Teil des Beobachtungsmaterials, das den Betrachtungen seiner Abhandlung zugrunde lag: „Physikalische und technische Gesichtspunkte für die Erzielung eines rationellen Therapiebetriebs." (Forschg. auf dem Geb. d. Röntgenstrahlen XXIX, 337; Juni 1922.)

Digitized by Google

handelte es sich darum, das Verhältnis der Ionisationsströme zweier kleiner Ionisationskammern zu bestimmen, deren eine sich an der Wasseroberfläche, deren andere sich 10 cm unter der Oberfläche eines großen mit Wasser gefüllten Gefäßes befand.

Auf dieselbe Art lassen sich auch zwei sehr große Widerstände vergleichen. Denkt man sich in der Figur die Ionisationskammern J_1, J_2 durch zwei Widerstände w_1, w_2 ersetzt und bezeichnet man mit v_0 das gemeinsame Anfangspotential der Kondensatoren C_1 und C_2, so ist ihr Potential nach der Zeit t $v_0 \cdot e^{-\frac{t}{C_1 w_1}}$ bzw. $v_0 \cdot e^{-\frac{t}{C_2 w_2}}$. Man kann es durch Einstellung von C_2 wieder erreichen, daß die Potentiale beider Kondensatoren einander gleich bleiben; dann ist $C_1 w_1 = C_2 w_2$, also diesmal

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{w_2}{w_1}.$$

Als Nullinstrument ist außer dem Wulfschen Elektrometer auch ein Quadrantelektrometer ohne weiteres verwendbar. Die ladungtragenden Teile des Elektrometers, der nötigen Schalter und Leitungen müssen mit Isolationsträgern aus Bernstein oder einem anderen gleichwertigen Material versehen sein.

Digitized by Google

Wechselstrombrücke für Temperaturmessungen an elektrischen Maschinen.

Von **Heinrich Kafka.**

Mit 4 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Wernerwerk der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 29. Mai 1922.

Für die Temperaturmessung an elektrischen Maschinen und Transformatoren werden neuerdings wechselstromgespeiste Widerstandsthermometer verwendet. Die Ausführung der Firma Siemens & Halske besteht aus mäanderförmig ausgestanzten und entsprechend armierten Nickelbändern, die an geeigneten Stellen der Maschinen- bzw. Transformatorwicklungen eingebaut werden (siehe auch den Aufsatz von Gg. Keinath in E. u. M. 1922, Heft 9 und 10). Um einen Übertritt der Hochspannung von den Wicklungen zu der eigentlichen Meßeinrichtung zu verhindern, ist jedes Widerstandsthermometer in den Sekundärkreis eines Isolierwandlers geschaltet, dessen Primärwicklung mit der Meßeinrichtung verbunden wird.

Die der Temperaturerhöhung proportionale Widerstandserhöhung der Nickelbänder kann mit einem Wechselstrom-Kreuzspulinstrument oder mit einer Wechselstrombrücke bestimmt werden. Im folgenden soll die letztere Methode etwas eingehender untersucht werden.

Die prinzipielle Schaltung der Wechselstrombrücke ist aus Fig. 1 zu ersehen. In den Zweigen 1, 3 und 4 der Brücke liegen konstante Widerstände, während sich der Scheinwiderstand des Brückenzweigs 2 und damit die Spannung $\mathfrak{E}_{cd}$[1]) zwischen den Punkten c und d der Brücke mit der Temperaturerhöhung des Widerstands r_x ändert. Die Änderungen des Widerstands r_x werden durch ein nach Temperaturgraden geeichtes dynamometrisches Instrument angezeigt, das aus einer festen Feldwicklung und einer beweglichen Drehspule besteht. Die Feldwicklung liegt zwischen den Punkten a und b, die mit der Meßspannung verbunden sind. Die Drehspule liegt an der nach Größe und Phase veränderlichen Spannung $\mathfrak{E}_{cd}$.

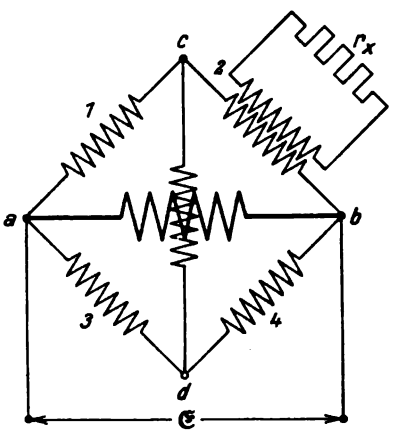


Fig. 1.

[1]) Durch deutsche Buchstaben soll der vektorielle Charakter der bezeichneten Größen zum Ausdruck gebracht werden. Die absoluten Werte der betr. Größen werden durch lateinische Buchstaben bezeichnet.

Digitized by Google

Wir wollen uns zunächst mit der durch die Temperaturerhöhung des Widerstands r_x verursachten Änderung der Widerstandsverhältnisse des Brückenzweigs 2 beschäftigen. Zu diesem Zweck gehen wir von der in Fig. 2 dargestellten Ersatzschaltung des Isolierwandlers aus, die in bekannter Weise durch Umrechnung der sekundären Größen auf primär erhalten werden kann. Dabei bedeuten:

$r_{\mathrm{I}}, jx_{\mathrm{I}_\sigma}$ Wirkwiderstand und Streuungs-Blindwiderstand der Primärwicklung des Wandlers;

$r'_{\mathrm{II}}, jx'_{\mathrm{II}_\sigma}$ Wirk- und Streuungs-Blindwiderstand der Sekundärwicklung auf primär umgerechnet;

r'_{II_x} Wirkwiderstand des Nickelbands auf primär umgerechnet;

r_{ei} fiktiver Wirkwiderstand, der die Eisenverluste des Wandlers berücksichtigt;

jx_μ Magnetisierungs-Blindwiderstand.

Diese Ersatzschaltung läßt sich in dem vorliegenden Fall wesentlich vereinfachen. Zunächst überwiegt im Sekundärkreis des Wandlers der Wirkwiderstand $r'_{\mathrm{II}} + r'_{\mathrm{II}_x} = r'_x$, so daß der Streuungs-Blindwiderstand jx'_{II_σ} vernachlässigt werden kann. Ferner ist der Belastungszustand, den der Wandler durch das Widerstandsthermometer erfährt, nur wenig vom Leerlauf verschieden, so daß auch der geringe

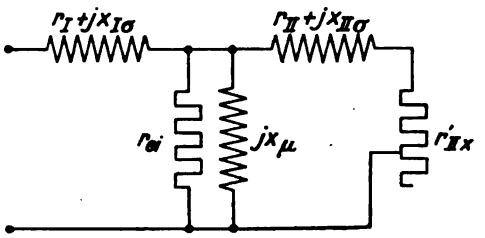


Fig. 2.

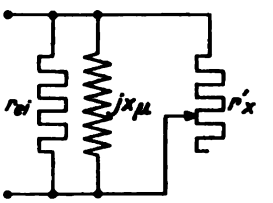


Fig. 3.

Spannungsabfall in der Primärwicklung vernachlässigt werden kann. Wir erhalten auf diese Weise die vereinfachte Ersatzschaltung (Fig. 3).

Der Leitwert dieser Ersatzschaltung ist:

$$1) \quad \ldots \ldots \ldots \quad \mathfrak{y}_{2x} = \left(\frac{1}{r_{ei}} + \frac{1}{r'_x}\right) - j\frac{1}{x_\mu} = g_{2x} - jb_2 .$$

Wenn wir uns die Komponenten dieses Scheinleitwerts in ein Koordinatensystem eingetragen denken, so beschreibt der Endpunkt von $\mathfrak{y}_{2x}$ bei veränderlichem r'_x eine Gerade. Um diese einfache Gesetzmäßigkeit analytisch zu verwerten, empfiehlt es sich, auch für die übrigen Zweige der Brücke mit den Leitwertgrößen zu rechnen. Die Leitwerte der anderen Brückenzweige sollen mit $\mathfrak{y}_1 = g_1 - jb_1$, $\mathfrak{y}_2 = g_2 - jb_2$ und $\mathfrak{y}_3 = g_3 - jb_3$ bezeichnet werden; es sei ferner $\mathfrak{y}_f = g_f - jb_f$ der Leitwert der an der Meßspannung $\mathfrak{E}$ liegenden Feldwicklung und $\mathfrak{y}_{sp} = g_{sp} - jb_{sp}$ der Leitwert des Drehspulzweigs.

Das auf die Drehspule des Anzeigeinstruments wirkende Drehmoment wird durch das skalare Produkt $\mathfrak{J}_f \cdot \mathfrak{J}_{sp}$ des in der Feldwicklung fließenden Stroms $\mathfrak{J}_f$ und des Drehspulstroms $\mathfrak{J}_{sp}$ bestimmt. Es ist

$$2) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \mathfrak{J}_f = \mathfrak{E}\,\mathfrak{y}_f$$

und

$$3) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \mathfrak{J}_{sp} = \mathfrak{E}_{c\,d}\,\mathfrak{y}_{sp} .$$

Digitized by Google

Bei konstanter Meßspannung und Frequenz ist auch der Feldstrom $\mathfrak{J}_f$ konstant. Der Drehspulstrom $\mathfrak{J}_{sp}$ dagegen wird durch die Spannung $\mathfrak{E}_{cd}$ bestimmt, die sich mit der Temperatur des Widerstands r_x ändert. Wie bereits bemerkt, drückt sich diese Änderung in einer Änderung der Wirkkomponente g_{2x} des Scheinleitwerts $\mathfrak{y}_{2x}$ aus.

Es ist nun von Interesse, zu untersuchen, welchen geometrischen Ort der Spannungsvektor $\mathfrak{E}_{cd}$ beschreibt, wenn die genannte Wirkkomponente geändert wird. Der Vollständigkeit halber sollen im folgenden auch die geometrischen Orte der Spannungen $\mathfrak{E}_{bc}$ und $\mathfrak{E}_{ca}$ bzw. $\mathfrak{E}_{bd}$ und $\mathfrak{E}_{da}$ ermittelt werden, so daß für jeden Wert des Wirkleitwerts g_{2x} das zugehörige Spannungspolygon der Brücke konstruiert werden kann.

Es bestehen folgende Spannungsgleichungen:

$$4) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_{bc} + \mathfrak{E}_{ca} = \mathfrak{E}_{bd} + \mathfrak{E}_{da} = \mathfrak{E}, \\ \mathfrak{E}_{bc} + \mathfrak{E}_{cd} = \mathfrak{E}_{bd}, \\ \mathfrak{E}_{ca} = \mathfrak{E}_{cd} + \mathfrak{E}_{da}. \end{cases}$$

Für die Knotenpunkte c und d gelten weiters die Stromgleichungen:

$$\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_{sp},$$
$$\mathfrak{J}_4 + \mathfrak{J}_{sp} = \mathfrak{J}_3.$$

Wenn wir die Ströme durch die entsprechenden Spannungen und Leitwerte ausdrücken, erhalten wir die Gleichungen

$$\mathfrak{E}_{bc}\,\mathfrak{y}_2 = \mathfrak{E}_{ca}\,\mathfrak{y}_1 + \mathfrak{E}_{cd}\,\mathfrak{y}_{sp},$$
$$\mathfrak{E}_{bd}\,\mathfrak{y}_4 + \mathfrak{E}_{cd}\,\mathfrak{y}_{sp} = \mathfrak{E}_{da}\,\mathfrak{y}_3,$$

die sich mit Benützung von (4) wie folgt umformen lassen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_{bc}(\mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 + \mathfrak{y}_{sp}) \quad &- \mathfrak{E}_{bd}\,\mathfrak{y}_{sp} \quad &= \mathfrak{E}\,\mathfrak{y}_1, \\ -\mathfrak{E}_{bc}\,\mathfrak{y}_{sp} \quad &+ \mathfrak{E}_{bd}(\mathfrak{y}_3 + \mathfrak{y}_4 + \mathfrak{y}_{sp}) \quad &= \mathfrak{E}\,\mathfrak{y}_3. \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich für die Spannungen $\mathfrak{E}_{bc}$ und $\mathfrak{E}_{bd}$ die folgenden Ausdrücke:

$$5) \quad \mathfrak{E}_{bc} = \mathfrak{E}\,\frac{\begin{vmatrix} \mathfrak{y}_1 & , -\mathfrak{y}_{sp} \\ \mathfrak{y}_3 & , \mathfrak{y}_3 + \mathfrak{y}_4 + \mathfrak{y}_{sp} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 + \mathfrak{y}_{sp} & , -\mathfrak{y}_{sp} \\ -\mathfrak{y}_{sp} & , \mathfrak{y}_3 + \mathfrak{y}_4 + \mathfrak{y}_{sp} \end{vmatrix}}, \quad \mathfrak{E}_{bd} = \mathfrak{E}\,\frac{\begin{vmatrix} \mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 + \mathfrak{y}_{sp} & , \mathfrak{y}_1 \\ -\mathfrak{y}_{sp} & , \mathfrak{y}_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 + \mathfrak{y}_{sp} & , -\mathfrak{y}_{sp} \\ -\mathfrak{y}_{sp} & , \mathfrak{y}_3 + \mathfrak{y}_4 + \mathfrak{y}_{sp} \end{vmatrix}},$$

oder ausgeschrieben:

$$5a) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_{bc} = \mathfrak{E}\,\dfrac{\mathfrak{y}_1(\mathfrak{y}_3 + \mathfrak{y}_4 + \mathfrak{y}_{sp}) + \mathfrak{y}_3\,\mathfrak{y}_{sp}}{(\mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 + \mathfrak{y}_{sp})(\mathfrak{y}_3 + \mathfrak{y}_4 + \mathfrak{y}_{sp}) - \mathfrak{y}_{sp}^2}, \\ \mathfrak{E}_{bd} = \mathfrak{E}\,\dfrac{(\mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 + \mathfrak{y}_{sp})\,\mathfrak{y}_3 + \mathfrak{y}_1\,\mathfrak{y}_{sp}}{(\mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 + \mathfrak{y}_{sp})(\mathfrak{y}_3 + \mathfrak{y}_4 + \mathfrak{y}_{sp}) - \mathfrak{y}_{sp}^2}. \end{cases}$$

Aus diesen beiden Spannungen ergibt sich die den Drehspulstrom bestimmende Spannung:

$$6) \quad \mathfrak{E}_{cd} = \mathfrak{E}_{bd} - \mathfrak{E}_{bc} = \mathfrak{E}\,\frac{\mathfrak{y}_2\,\mathfrak{y}_3 - \mathfrak{y}_1\,\mathfrak{y}_4}{(\mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 + \mathfrak{y}_{sp})(\mathfrak{y}_3 + \mathfrak{y}_4 + \mathfrak{y}_{sp}) - \mathfrak{y}_{sp}^2}.$$

Die Ausdrücke (5a) und (6) sollen noch etwas umgeformt werden. Wir setzen zur Abkürzung

$$7) \quad \mathfrak{y}_3 + \mathfrak{y}_4 + \mathfrak{y}_{sp} = \mathfrak{y}_d$$

Digitized by Google

und dividieren Zähler und Nenner der genannten Bruchausdrücke durch diesen Summenleitwert:

$$8) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{E}_{bc} &= \mathfrak{E}\,\frac{\eta_1 + \eta_{sp}\dfrac{\eta_3}{\eta_d}}{\eta_1 + \eta_{sp}\dfrac{\eta_3+\eta_4}{\eta_d} + \eta_{2x}}, \\ \mathfrak{E}_{bd} &= \mathfrak{E}\,\frac{\eta_1\dfrac{\eta_3+\eta_{sp}}{\eta_d} + \eta_{sp}\dfrac{\eta_3}{\eta_d} + \eta_{2x}\dfrac{\eta_3}{\eta_d}}{\eta_1 + \eta_{sp}\dfrac{\eta_3+\eta_4}{\eta_d} + \eta_{2x}}, \\ \mathfrak{E}_{cd} &= \mathfrak{E}_{bd} - \mathfrak{E}_{bc} = \mathfrak{E}\,\frac{\eta_{2x}\dfrac{\eta_3}{\eta_d} - \eta_1\dfrac{\eta_4}{\eta_d}}{\eta_1 + \eta_{sp}\dfrac{\eta_3+\eta_4}{\eta_d} + \eta_{2x}}. \end{aligned} \right.$$

Nach diesen Gleichungen können die Spannungen $\mathfrak{E}_{bc}$, $\mathfrak{E}_{bd}$ und $\mathfrak{E}_{cd}$ aus der Meßspannung $\mathfrak{E}$ durch Multiplikation mit den durch die Bruchausdrücke dargestellten Leitwertverhältnissen erhalten werden.

Aus der Form der Ausdrücke (8) ist schon zu erkennen, daß die Endpunkte der Spannungsvektoren Kreise beschreiben, wenn die Wirkkomponente g_{2x} des Scheinleitwerts η_{2x} geändert wird. Am einfachsten läßt sich dies für die Spannung $\mathfrak{E}_{bc}$ beweisen. Der Zähler

$$\eta_1 + \eta_{sp}\frac{\eta_3}{\eta_d} = \mathfrak{Y}_z = G_z - jB_z$$

des Bruchausdrucks ist konstant; der Nenner setzt sich aus dem konstanten Leitwert

$$\eta_1 + \eta_{sp}\frac{\eta_3+\eta_4}{\eta_d} = \mathfrak{Y}_n = G_n - jB_n$$

und dem veränderlichen Leitwert $\eta_{2x} = g_{2x} - jb_2$ zusammen, so daß wir auch schreiben können:

$$\mathfrak{E}_{bc} = \mathfrak{E}\,\frac{G_z - jB_z}{(G_n + g_{2x}) - j(B_n + b_2)}.$$

Wenn wir uns den Leitwert im Nenner des Bruchs in einem Koordinatensystem dargestellt denken, so beschreibt derselbe bei veränderlichem g_{2x} eine Gerade. Durch Inversion dieser Geraden ergibt sich ein Kreis, der den geometrischen Ort des Scheinwiderstands

$$\frac{1}{(G_n + g_{2x}) - j(B_n + b_2)}$$

darstellt. Die Multiplikation dieses Kreises mit dem Zählerleitwert $G_z - jB_z$ führt schließlich auf den Ortskreis für den Bruchausdruck, der bei konstanter Meßspannung $\mathfrak{E}$, in einem entsprechenden Maßstab gemessen, gleichzeitig auch den geometrischen Ort für die Spannung $\mathfrak{E}_{bc}$ darstellt.

In den Ausdrücken (8) für die Spannungen $\mathfrak{E}_{bd}$ und $\mathfrak{E}_{cd}$ tritt auch im Zähler der veränderliche Leitwert η_{2x} auf. Durch einen Kunstgriff lassen sich die betreffenden Bruchausdrücke in einen konstanten Wert (welcher dem Fall $\eta_{2x} = \infty$, also dem

Digitized by Google

Kurzschluß des Brückenzweigs 2 entspricht) und einen Bruchausdruck zerlegen, dessen Zähler konstant ist:

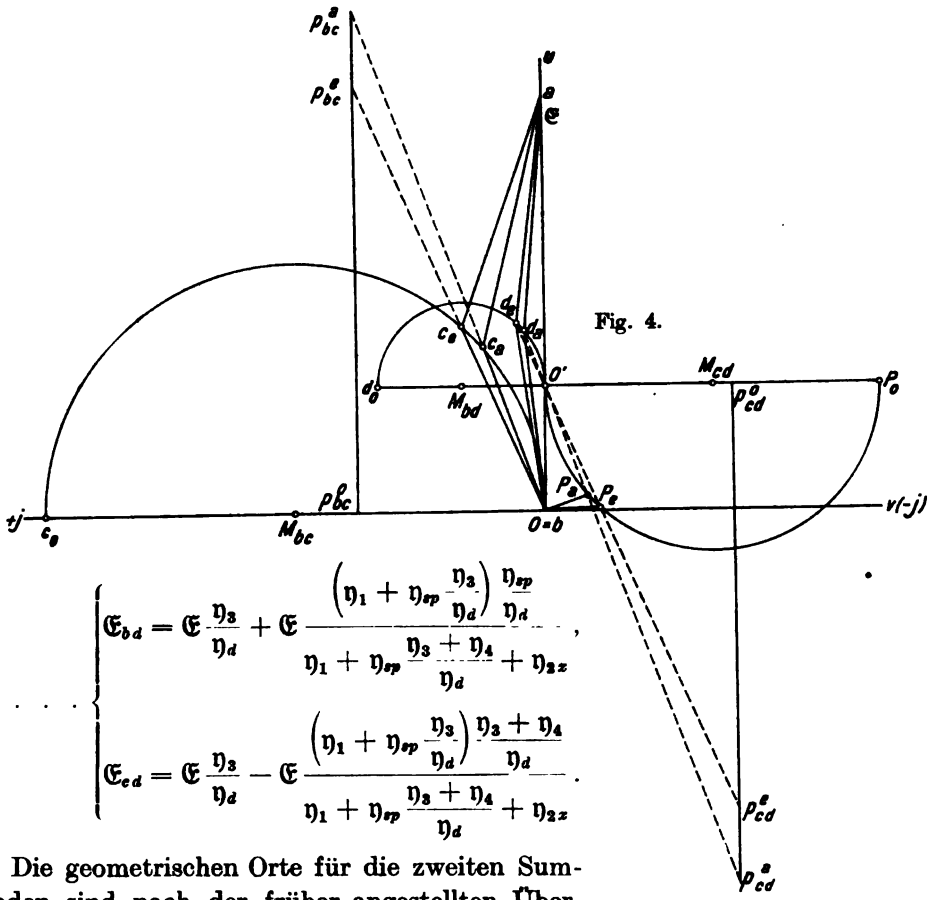


Fig. 4.

$$8a)\quad \begin{cases} \mathfrak{E}_{bd} = \mathfrak{E}\dfrac{\eta_3}{\eta_d} + \mathfrak{E}\dfrac{\left(\eta_1 + \eta_{sp}\dfrac{\eta_3}{\eta_d}\right)\eta_{sp}}{\eta_1 + \eta_{sp}\dfrac{\eta_3+\eta_4}{\eta_d} + \eta_{2x}}\cdot\dfrac{}{\eta_d}, \\ \mathfrak{E}_{cd} = \mathfrak{E}\dfrac{\eta_3}{\eta_d} - \mathfrak{E}\dfrac{\left(\eta_1 + \eta_{sp}\dfrac{\eta_3}{\eta_d}\right)\dfrac{\eta_3+\eta_4}{\eta_d}}{\eta_1 + \eta_{sp}\dfrac{\eta_3+\eta_4}{\eta_d} + \eta_{2x}}. \end{cases}$$

Die geometrischen Orte für die zweiten Summanden sind nach der früher angestellten Überlegung wieder Kreise.

Die Ermittelung der Ortskreise für die Spannungen $\mathfrak{E}_{bc}$, $\mathfrak{E}_{bd}$ und $\mathfrak{E}_{cd}$ soll an einem Beispiel in Fig. 4 gezeigt werden. Zur Vereinfachung wollen wir annehmen, daß die Brückenzweige 1, 3 und 4 reine Wirkleitwerte enthalten, und daß der Blindleitwert b_{sp} des Drehspulzweigs vernachlässigt werden kann. Unter diesen Voraussetzungen vereinfachen sich die Ausdrücke für die Spannungen [siehe (8) und (8a)] wie folgt:

$$9)\quad \begin{cases} \mathfrak{E}_{bc} = \mathfrak{E}\dfrac{g_1 + g_{sp}\dfrac{g_3}{g_d}}{\left(g_1 + g_{sp}\dfrac{g_3+g_4}{g_d} + g_{2x}\right) - jb_2} = \mathfrak{E}\dfrac{G_z}{(G_n + g_{2x}) - jb_2}, \\ \mathfrak{E}_{bd} = \mathfrak{E}\dfrac{g_3}{g_d} + \mathfrak{E}\dfrac{\left(g_1 + g_{sp}\dfrac{g_3}{g_d}\right)\dfrac{g_{sp}}{g_d}}{\left(g_1 + g_{sp}\dfrac{g_3+g_4}{g_d} + g_{2x}\right) - jb_2} = \mathfrak{E}\dfrac{g_3}{g_d} + \mathfrak{E}\dfrac{G_z\dfrac{g_{sp}}{g_d}}{(G_n + g_{2x}) - jb_2}, \\ \mathfrak{E}_{cd} = \mathfrak{E}\dfrac{g_3}{g_d} - \mathfrak{E}\dfrac{\left(g_1 + g_{sp}\dfrac{g_3}{g_d}\right)\dfrac{g_3+g_4}{g_d}}{\left(g_1 + g_{sp}\dfrac{g_3+g_4}{g_d} + g_{2x}\right) - jb_2} = \mathfrak{E}\dfrac{g_3}{g_d} - \mathfrak{E}\dfrac{G_z\dfrac{g_3+g_4}{g_d}}{(G_n + g_{2x}) - jb_2}. \end{cases}$$

Digitized by Google

Den numerischen Rechnungen legen wir folgende Zahlenwerte zugrunde:

$g_1 = g_3 = g_4 = g_{zp} = 500\,(M\Omega)^{-1}$ (entspricht einem Wirkwiderstand von 2000 Ω)

$g_d = g_3 + g_4 + g_d = 1500\ (M\Omega)^{-1}$,

$g_{2x} = g_{2a} \div g_{2e} = 500 \div 300\,(M\Omega)^{-1}$ (g_{2a} Wirkleitwert des Brückenzweigs 2 bei der Anfangstemperatur des Widerstandselements, g_{2e} Wirkleitwert bei der Endtemperatur),

$b_2 = 500\,(M\Omega)^{-1}$.

Die Werte g_{zp} und b_2 sind abweichend von den wirklichen Verhältnissen gewählt, um die geometrischen Beziehungen anschaulicher zu gestalten.

Die geometrische Darstellung in Fig. 4 ist auf ein Koordinatensystem u, v (v Wirkachse, u Blindachse) bezogen und der Vektor der Meßspannung $\mathfrak{E}$ in die Richtung der positiven Wirkachse gelegt.

1. Ortskreis für die Spannungen $\mathfrak{E}_{bc}$. Dieser Kreis ergibt sich, wie bereits ausgeführt, durch Inversion des Scheinleitwerts

$$(G_n + g_{2x}) - jb_2 = 833 + (500 \div 300) - j\,500\,(M\Omega)^{-1},$$

der eine Gerade parallel zur Wirkachse im Abstand b_2 darstellt. Diese Gerade ist in Fig. 4 spiegelbildlich eingetragen; dabei ist:

$$\overline{O\overset{\circ}{p}_{bc}} = b_2 = 500\,(M\Omega)^{-1},$$

$$\overline{\overset{\circ}{p}_{bc}\overset{a}{p}_{bc}} = G_n + g_{2a} = 1333\,(M\Omega)^{-1},$$

$$\overline{\overset{\circ}{p}_{bc}\overset{e}{p}_{bc}} = G_n + g_{2e} = 1133\,(M\Omega)^{-1}.$$

Die Inversion der genannten Leitwertgeraden in bezug auf den Pol $0 \equiv b$ ergibt einen Kreis mit dem Durchmesser $j\frac{1}{b_2}$, den wir uns mit $\mathfrak{E}G_z$ multipliziert denken. Wir erhalten auf diese Weise einen Kreis mit dem Durchmesser

$$\overrightarrow{Oc_0} = j\mathfrak{E}\frac{G_z}{b_2} = j\mathfrak{E}\,1{,}333\,,$$

dessen Mittelpunkt M_{bc} auf der $+j$-Achse liegt (da $\mathfrak{E}$ in der Richtung der Wirkachse angenommen wurde).

Der einem bestimmten Wert von g_2 entsprechende Punkt c des Kreises liegt auf dem zugehörigen Polstrahl $0\,p_{bc}$ nach der Leitwertgeraden; dem Punkt p^a_{bc} entspricht der Punkt c_a, dem Punkt p^e_{bc} der Punkt c_e des Kreises.

Die Vektoren $\overrightarrow{Oc}$ stellen nach Größe und Richtung die Spannungen $\mathfrak{E}_{bc}$ dar. Bei Veränderung des Wirkleitwerts g_2 innerhalb der angenommenen Grenzen bewegt sich der Spannungsvektor von der Anfangsstellung $\mathfrak{E}^a_{bc} = \overrightarrow{bc_a}$ bis zur Endstellung $\mathfrak{E}^e_{bc} = \overrightarrow{bc_e}$. Die Vektoren von den Kreispunkten innerhalb des Bereichs $\overset{\frown}{c_a c_e}$ nach dem Punkt a stellen die Spannungen $\mathfrak{E}_{ca}$ dar, da nach (4) $\mathfrak{E}_{bc} + \mathfrak{E}_{ca} = \mathfrak{E}$.

2. Ortskreis für die Spannungen $\mathfrak{E}_{bd}$. Dieser geometrische Ort wird durch die zweite Gleichung (9) bestimmt. Wir tragen in Fig. 4 zunächst den konstanten Summanden $\mathfrak{E}\frac{g_3}{g_d}$ in Phase mit $\mathfrak{E}$, also in Richtung der positiven Wirkachse auf. In unserem Fall ist:

$$\overrightarrow{OO'} = \mathfrak{E}\frac{g_3}{g_d} = \mathfrak{E}\,0{,}333\,.$$

Der geometrische Ort des zweiten Summanden von $\mathfrak{E}_{bd}$ läßt sich prinzipiell in der

Digitized by Google

gleichen Weise ermitteln, wie der Ortskreis für $\mathfrak{E}_{bc}$, wobei der Punkt O' als Inversionspol zu betrachten ist. Die zu inversierende Gerade fällt hier in die Richtung der Leitwertgeraden für den Kreis M_{bc}; die den einzelnen Werten von g_2 entsprechenden Punkte p_{bd} dieser Geraden (in Fig. 4 nicht eingetragen) sind um den Betrag $\overline{OO'}$ nach oben verschoben. Die Polstrahlen $0'p_{bd}$ sind dementsprechend parallel zu den entsprechenden Polstrahlen Op_{bc}. Der Durchmesser des Ortskreises für die Spannung $\mathfrak{E}_{bd}$ ist:

$$\overrightarrow{O'd_0} = j\mathfrak{E}\frac{G_z\frac{g_{ep}}{g_d}}{b_2} = j\mathfrak{E}\,0{,}444\left(\text{im Verhältnis }\frac{g_{ep}}{g_d}\text{ kleiner als }\overrightarrow{Oc_0}\right).$$

Um den einem bestimmten Wert von g_2 entsprechenden Punkt d des Kreises M_{bd} zu finden, brauchen wir hier nur durch den Pol O' eine Parallele zu dem entsprechenden Polstrahl Op_{bc} des Kreises M_{bc} zu ziehen, die den Kreis M_{bd} in dem gesuchten Punkt d schneidet. Die Vektoren $\overrightarrow{bd}$ stellen dann nach Größe und Richtung die Spannungen $\mathfrak{E}_{bd}$ und die Vektoren $\overrightarrow{da}$ die Spannungen $\mathfrak{E}_{da}$ dar.

Durch die Spannungen $\mathfrak{E}_{bc}$ und $\mathfrak{E}_{bd}$ sind auch die Spannungen $\mathfrak{E}_{cd}$ bestimmt, da $\mathfrak{E}_{cd} = \mathfrak{E}_{bd} - \mathfrak{E}_{bc}$. Die beiden Kreise M_{bc} und M_{bd} ermöglichen demnach die Konstruktion des Spannungspolygons der Brücke für jeden Wert von g_2. Für die Bestimmung des Drehspulstroms ist der Verlauf der Spannung $\mathfrak{E}_{cd}$ von besonderem Interesse und kann der Ortskreis für diese Spannung nach der 3. Gleichung (9) auch direkt ermittelt werden.

3. Ortskreis für die Spannungen $\mathfrak{E}_{cd}$. Wir schreiben die dritte Gleichung (9) in der Form:

$$\mathfrak{E}_{cd} = \mathfrak{E}\frac{g_3}{g_d} + \mathfrak{E}\frac{G_z\frac{g_3+g_4}{g_d}}{-(G_n+g_{2z})+jb_2}.$$

Der konstante Summand ist der gleiche wie bei der Spannung $\mathfrak{E}_{bd}$ ($\overrightarrow{OO'}$ in Fig. 4). Den geometrischen Ort des zweiten Summanden erhalten wir durch Inversion der Leitwertgeraden

$$-(G_n+g_{2z})+jb_2,$$

die in Fig. 4 spiegelbildlich eingetragen ist. Dabei ist:

$$\overline{O'p^0_{cd}} = b_2,$$

$$\overline{p^0_{cd}p^a_{cd}} = G_n + g_{2a},$$

$$\overline{p^0_{cd}p^e_{cd}} = G_n + g_{2e}.$$

Durch Inversion dieser Leitwertgeraden in bezug auf den Pol O' bei gleichzeitiger Multiplikation mit $\mathfrak{E}G_z\frac{g_3+g_4}{g_d}$ erhalten wir einen Kreis mit dem Durchmesser:

$$\overrightarrow{O'P_0} = -j\mathfrak{E}\frac{G_z\frac{g_3+g_4}{g_d}}{b_2} = -j\mathfrak{E}\,0{,}889\left(\text{im Verhältnis }\frac{g_3+g_4}{g_d}\text{ kleiner als }\overrightarrow{Oc_0}\right).$$

Der einem bestimmten Wert von g_2 entsprechende Punkt P des Kreises ergibt sich im Schnitt des zugehörigen Polstrahls $O'p_{cd}$ mit dem Kreis. Die Vektoren $\overrightarrow{OP}$ stellen die Spannungen $\mathfrak{E}_{cd}$ dar. Wenn sich der Leitwert g_2 innerhalb der Grenzen g_a und g_e verändert, bewegt sich der Spannungsvektor $\mathfrak{E}_{cd} = \overrightarrow{OP}$ auf dem Kreis von P_a nach P_e.

Digitized by Google

Unter der gemachten Voraussetzung, daß die Blindkomponente des Drehspulzweigs vernachlässigt werden kann, ist der Drehspulstrom

$$\mathfrak{J}_{sp} = \mathfrak{E}_{cd} g_{sp}$$

in Phase mit der Spannung $\mathfrak{E}_{cd}$ und dieser direkt proportional. Die Vektoren von O nach dem Kreisbogen $\widehat{P_a P_e}$ stellen daher, in einem entsprechenden Strommaßstab gemessen, auch die Drehspulströme $\mathfrak{J}_{sp}$ dar.

Bei der Anfangstemperatur des Widerstandsthermometers fließt der Strom $\mathfrak{J}^a_{sp}$ in der Drehspule. Soll dabei die Richtkraftfeder des Anzeigeinstruments vollständig entspannt sein, so muß das auf die Drehspule wirkende Drehmoment gleich Null werden. Das ist der Fall, wenn das skalare Produkt $\mathfrak{J}_f \cdot \mathfrak{J}_{sp} = O$ ist, oder mit anderen Worten, wenn der Vektor des Feldstroms auf dem Vektor des Drehspulstroms senkrecht steht. Durch die Richtung von $\mathfrak{E}^a_{cd}$ bzw. $\mathfrak{J}^a_{sp}$ ist demnach die Richtung von $\mathfrak{J}_f$ und damit das Verhältnis von Wirk- und Blindleitwert der Feldwicklung festgelegt. Bei den der Fig. 4 zugrunde gelegten Zahlenwerten, die von den wirklichen Verhältnissen abweichen, müßte der Feldstrom der Meßspannung $\mathfrak{E}$ voreilen. In Wirklichkeit ist der Leitwert des Drehspulzweigs bedeutend größer und der Blindleitwert b_2 des Brückenzweigs 2 bedeutend kleiner, wobei sich für den Feldstrom eine andere Phasenlage ergibt.

Die Durchmesser der Ortskreise für die Spannungen $\mathfrak{E}_{bc}$, $\mathfrak{E}_{bd}$ und $\mathfrak{E}_{cd}$ sind in Wirklichkeit auch bedeutend größer als in Fig. 4; es wird sich daher in praxi die rechnerische Ermittelung der benötigten Kreispunkte auf Grund der Gleichungen (9) [bzw. (8) und (8a) im allgemeinen Fall] empfehlen. Die abgeleiteten prinzipiellen Beziehungen werden dadurch selbstverständlich nicht beeinflußt.

Die Ermittelung der Drehmomente für die anderen Punkte des Meßbereichs aus dem skalaren Produkt $\mathfrak{J}_f \cdot \mathfrak{J}_{sp}$ macht keine besonderen Schwierigkeiten und soll daher auf diese Aufgabe nicht näher eingegangen werden.

Wie jede Brückenschaltung ist auch die behandelte Wechselstrombrücke von der Spannung abhängig. Um Veränderungen der Meßspannung zu berücksichtigen, ist die übliche Prüfschaltung vorgesehen, die darin besteht, daß vor jeder Messung in den Brückenzweig 2 statt des Widerstandselements ein Prüfwiderstand geschaltet und das Anzeigeinstrument hierbei durch einen vor der Brückenschaltung liegenden Regulierwiderstand auf den Erdausschlag eingestellt wird.

Von ziemlicher Bedeutung ist auch die Frequenzabhängigkeit der Wechselstrombrücke, deren genaue Untersuchung einer besonderen Arbeit vorbehalten werden soll. Es sei nur bemerkt, daß sich die Frequenzabhängigkeit durch besondere Kunstschaltungen auf ein praktisch zulässiges Maß bringen läßt.

Zusammenfassung.

Für die Temperaturmessung an Wicklungen von elektrischen Maschinen und Transformatoren werden neuerdings wechselstromgespeiste Widerstandsthermometer verwendet, da hierbei durch einen Isolierwandler der Übertritt der Hochspannung zu der eigentlichen Meßeinrichtung verhindert werden kann. Die der Temperaturerhöhung proportionale Widerstandsänderung der Thermometer kann mit einem Wechselstrom-Kreuzspulinstrument oder mit einer Wechselstrombrücke bestimmt werden. In der Arbeit wird die letztere Methode theoretisch untersucht und die Ortsdiagramme für die Brückenspannungen abgeleitet.

Digitized by Google

Über die Berechnung des Widerstandes zylindrischer Eisenleiter bei technischen Wechselzahlen.

Von **Manfred Schleicher.**

Mit 2 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Wernerwerk der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 17. Mai 1922.

Anläßlich der Untersuchung von Wirbelstrombremsen mit eisernem Bremskörper erhob sich die Frage, welche Fehler bei der Berechnung des Widerstandes zylindrischer Eisenstäbe bei technischen Wechselzahlen dadurch entstehen, daß die Permeabilität des Eisenstabes über den ganzen Querschnitt konstant und zwar entsprechend der Randfeldstärke angenommen wird, wie das Thomson resp. Zenneck bei der Aufstellung ihrer Berechnungsformeln tun mußten. Es wurden daraufhin Flußeisen- und Gußeisenstäbe verschiedener Abmessungen bei verschiedenen Periodenzahlen experimentell untersucht und die Magnetisierungskurve, die Leitfähigkeit und der Hysteresekoeffizient des verwendeten Eisens bei Gleichstrom ermittelt. Die Ergebnisse waren kurz zusammengefaßt folgende: Bezeichnet man das Verhältnis des Widerstandes eines Stabes bei Wechselstrom von der Periodenzahl ν zum Gleichstromwiderstand des Stabes mit $\frac{R_w}{R_g}$, so folgt dieses Verhältnis im Periodenbereich von 30 bis 60 Per streng den Formeln von Zenneck resp. Thomson bezüglich der Abhängigkeit von der Periodenzahl, der Leitfähigkeit und dem Durchmesser des Stabes, es folgt also den Formeln:

$$1.\quad \frac{R_w}{R_g} = 0{,}277 + 0{,}00993\, r\sqrt{\lambda \cdot \nu}\cdot\sqrt{\mu}\,,$$

$$2.\quad H_{\text{rand}} = \frac{0{,}2\cdot J_{\text{eff}}}{r} \quad \text{resp.} \quad \bar{H}_{\text{rand}} = \frac{0{,}2\cdot J_{\text{eff}}}{r}\sqrt{2}\,.$$

Es bedeutet r = Halbmesser des Querschnittes in cm,
λ = Gleichstromleitfähigkeit für den m/mm²,
ν = Periodenzahl in der Sekunde,
J_{eff} = Effektivwert des Stromes in Amp.

Vermittels der Formel 2 und der B/H resp. μ/H-Kurve wird das zur Stromstärke J_{eff} resp. $J_{\text{eff}}\sqrt{2}$ gehörende H_{rand} bestimmt, womit alle Größen zur Berechnung des $\frac{R_w}{R_g}$ gegeben sind. Für sämtliche Proben ergab sich, daß das gemessene Maximum des $\frac{R_w}{R_g}$ dann bei der gleichen Stromstärke eintritt, wie das gerechnete, wenn man das zu H_{rand} effektiv gehörende μ in die Formel einführt. Die Ergebnisse der Untersuchung wurden seinerzeit gemeinsam mit Prof. Hilpert veröffentlicht[1]).

[1]) Arch. f. Elektrotechn. 1918, S. 144/158.

Digitized by Google

Zwischen Rechnung und Messung ergaben sich für Flußeisen 20 bis 35% Unterschied, für Gußeisen 10 bis 15%, und zwar waren die gemessenen Werte durchgehend größer als die gerechneten.

Es sind nun von verschiedenen Seiten Formeln aufgestellt worden, welche die in Wirklichkeit über den Querschnitt veränderliche Permeabilität und zum Teil auch die Hystereseverluste zu berücksichtigen gestatten. Es dürfte von Interesse sein, festzustellen, ob diese Formeln eine wesentliche Verbesserung bezüglich der Übereinstimmung mit der Messung ergeben.

Die Nachrechnungen wurden angestellt für einen der seinerzeit untersuchten Flußeisenstäbe. Seine B/H-Kurve zeigt Fig. 1, der Durchmesser des Stabes betrug 15,89 mm, seine Länge l 482 mm, seine Leitfähigkeit für Gleichstrom 7,455 m/Ω mm², der Hysteresekoeffizient $\eta = 0{,}0038$, die Periodenzahl $\nu = 50$. Das Ergebnis der Nachrechnung der Formeln von Zenneck ist in Fig. 2 eingetragen.

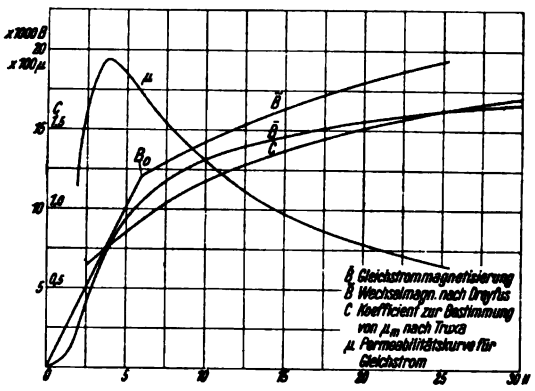


Fig. 1.

Eine Berücksichtigung der Hysteresisverluste könnte hierbei dadurch geschehen, daß man den Hohlzylinder bestimmt, der bei Gleichstrom denselben Widerstand besitzt wie der ganze Stab bei Wechselstrom. Die Induktion sei die der maximalen Randfeldstärke entsprechende. Die Hysteresisverluste, die sich aus dem Volumen des Hohlzylinders berechnen lassen, geben durch J_{eff}^2 dividiert den zusätzlichen, die Hysteresisverluste ersetzenden Widerstand R_{wh}. Man kann alsdann schreiben:

$$\frac{R_w + R_{wh}}{R_g} = \frac{R_w}{R_g} + 1{,}585 \cdot l \cdot \eta \cdot \nu \cdot \frac{\left(\frac{B_{max}}{1000}\right)^{1{,}6}}{H_{rand}^2} \cdot \frac{R_g}{R_w}.$$

Das Ergebnis dieser Formel ist abhängig von J_{eff} in Fig. 2 eingetragen.

Kenelly[1]) benutzt die Formel

$$\frac{R_w}{R_g} = 0{,}001\, r \sqrt{\lambda \mu \nu}\,; \quad H_{rand} = \frac{0{,}2 \cdot J_{eff}}{r}.$$

Die Formel unterscheidet sich von der Thomsonschen nur durch das Fehlen des Summanden 0,277.

Dreyfuss[2]) stellt zunächst eine Wechselstrommagnetisierungskurve auf Grund der statischen B/H-Kurve auf, und zerlegt dieselbe in zwei Teile, einen für die niedrigen Feldstärken, für den er μ als konstant annimmt, und einen für die höheren Feldstärken, für den er eine Näherungsgleichung aufstellt. Die Koordinaten des Punktes, an dem sich die beiden Teile vereinigen, bezeichnet er mit B_0, H_0 resp. μ_0.

Die Gleichungen der Magnetisierungskurve lauten:

$$\tilde{\mu} = \mu_0 \sqrt[m]{\left(\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{H}}\right)^2} \quad \text{oder} \quad \tilde{\mu} = \mu_0 \sqrt[m-2]{\left(\frac{\tilde{B}_0}{\tilde{B}}\right)^2} \quad \text{oder} \quad \frac{\tilde{B}}{\tilde{B}_0} = \left(\frac{\tilde{H}}{\tilde{H}_0}\right)^{\frac{m-2}{m}}.$$

[1]) Experimentelle Untersuchung über die Hautwirkung in Stahlschienen. Journal of the Franklin Institute 1916, Nr. 2.

[2]) Über die Erregung eines massiven magn. Kreises durch Wechselstrom. Arch. f. Elektrotechn. 1916, S. 314ff.

Digitized by Google

Für das untersuchte Flußeisen wird

$$m = 3,\ \tilde{B}_0 = 12000$$
$$\tilde{H}_0 = 6,\ \tilde{\mu}_0 = 2000.$$

Die Kurve ist in Fig. 1 dargestellt.

Die Wattverluste für 1 qcm Oberfläche betragen nach Dreyfus

$$\frac{W}{O_{cm^2}} = 10^{-8} \cdot \tilde{H}_{rand} \cdot \tilde{B}_{rand} \cdot \nu \cdot \frac{1{,}25}{\alpha_a} \sqrt{\frac{2m}{2m-1}} \sqrt{\frac{m}{m-1}}$$
$$- 10^{-8} \tilde{H}_{rand} \cdot \tilde{B}_0 \cdot \nu \cdot \frac{1{,}25}{\alpha_0} \left(\sqrt{\frac{2m}{2m-1}} \sqrt{\frac{m}{m-1}} - 1 \right) \cos \varphi_0 ,$$

wobei $\tilde{H}_{rand} = \frac{0{,}2 \cdot J}{r}$, $\alpha_a = \alpha_0 \sqrt{\frac{\tilde{\mu}_{rand}}{\mu_0}}$, $\alpha_0 = 2\pi \sqrt{\nu \cdot \mu_0 \cdot \lambda \cdot 10^{-5}}$,

$$\varphi_0 = \tfrac{1}{2} \sqrt{m(m-1)}\, ln \frac{\tilde{\mu}_0}{\mu_{rand}} .$$

Die Gleichung für den Wattverlust läßt sich auf das Verhältnis $\frac{R_w}{R_g}$ umrechnen, es ist in Fig. 2 abhängig von der Stromstärke aufgetragen.

Da Dreyfuss auch die Verhältnisse in verschiedenen Tiefen berechnet (s. a. a. O.), so lassen sich auch die Hysteresisverluste bestimmen. Dieselben ergeben sich zu:

$$\frac{W}{O_{cm^2}} = 0{,}00631 \cdot \nu \cdot \eta \left[\left(\frac{\bar{B}_{rand}}{1000} \right)^{1{,}6} \frac{x_0 + e_0}{(m-2) \cdot 1{,}6 + 1} - \left(\frac{\bar{B}_0}{1000} \right)^{1{,}6} \frac{e_0}{(m-2)\,1{,}6 + 1} \right.$$
$$\left. + \left(\frac{B_0}{1000} \right)^{1{,}6} \cdot \frac{1}{1{,}6 \cdot \alpha_0} \right],$$

wobei $\bar{B}$ die Gleichstrominduktionen

$$x_0 = \sqrt{(m-0{,}5) \sqrt{m(m-1)}} \left(\frac{1}{\alpha_a} - \frac{1}{\alpha_0} \right),$$
$$e_0 = \frac{1}{\alpha_0} \sqrt{(m-0{,}5) \sqrt{m(m-1)}}$$

bedeuten. Addiert man die Hysteresisverluste zu den Wirbelstromverlusten und rechnet das Ergebnis auf $\frac{R_w}{R_g}$ um, so erhält man die in Fig. 2 dargestellte Kurve.

Zickler[1]) stellt folgende Formel auf:

$$\frac{R_w}{R_g} = 0{,}758 + \sqrt{1{,}343\, x^2 - 0{,}183}, \qquad x = 10^{-2} r \sqrt{\nu \cdot \mu \cdot \lambda} .$$

Die Hysteresisverluste werden bei ihm indirekt berücksichtigt, wie später gezeigt werden soll. Das Ergebnis der Berechnungen siehe Fig. 2.

Truxa[2]) stellt eine Formel auf, die unter Verwendung der von uns gewählten Bezeichnungen und Maßeinheiten sich folgendermaßen schreiben läßt:

$$\frac{R_w}{R_g} = \left[0{,}0199 + 0{,}0993\, \eta \frac{\mu_m^{0{,}6}}{H_0^{0{,}4}} \right] \frac{r}{2} \sqrt{\mu_m \cdot \nu \cdot \lambda},$$

$$\mu_m = \bar{\mu}_{rand} \frac{\int_0^{B_{rand}} H\, dB}{\tfrac{1}{2} H_{rand} B_{rand}} = \bar{\mu}_{rand} \cdot C .$$

[1]) Die Berechnung des Wechselstromwiderstandes von Eisenleitern von kreisförmigem Querschnitt, Elektrotechn. u. Maschinenbau, 1919, S. 1/8.

[2]) Die Berücksichtigung der ungleichmäßigen Permeabilität bei Berechnung des Wechselstromwiderstandes massiver Eisenleiter. Archiv f. Elektrotechn. 1920.

Digitized by Google

Das Ergebnis dieser Formel ist für verschiedene Stromstärken in Fig. 2 dargestellt.

Die Fig. 2 zeigt, daß außer den Formeln von Zickler, bei deren Aufstellung der experimentell gefundene Phasenwinkel zwischen Strom und Spannungsabfall benutzt wurde und der nach Zickler nahezu konstant sein soll, keine der anderen Formeln eine wesentlich bessere Übereinstimmung zeigt als die seine. Durch die Benutzung der gemessenen Größe sind natürlich die Hysteresisverluste indirekt bei der Aufstellung der Formeln berücksichtigt worden.

Es erhebt sich nun noch die Frage, inwieweit die gemessenen Werte tatsächlich Anspruch auf Zuverlässigkeit haben. Die Brauchbarkeit der Meßanordnung an sich wurde seinerzeit (siehe a. a. O.) schon diskutiert; nicht aber welche Fehler in den magnetischen Verhältnissen liegen können. Die statische Magnetisierungskurve konnte natürlich nur so aufgenommen werden, daß die Induktionslinien längs der Faserrichtung des Flußeisens laufen. Bei der Wechselmagnetisierung des stromdurchflossenen Stabes liegen die Induktionslinien senkrecht zur Faserrichtung. Es ist anzunehmen, daß die Permeabilität senkrecht zur Faser kleiner ist als in der Faser des Eisens, es müssen also Berechnungen auf Grund der statischen B/H-Kurve aus diesem Grunde zu hohe Werte ergeben. Da die Stäbe, wenn auch vorsichtig, bearbeitet wurden, ist anzunehmen, daß die Haut der Stäbe durch das Bearbeiten etwas gedehnt und damit gehärtet wurde, was ebenfalls ein Zurückgehen der Permeabilität zur Folge haben müßte. Auch aus diesem Grunde müssen die berechneten Werte zu hoch ausfallen. Beide Einflüsse dürften jedoch numerisch klein sein und das berechnete Ergebnis kann von ihnen, da μ nur als Wurzelwert in die Gleichung eingeht, nur in geringem Maße beeinflußt werden.

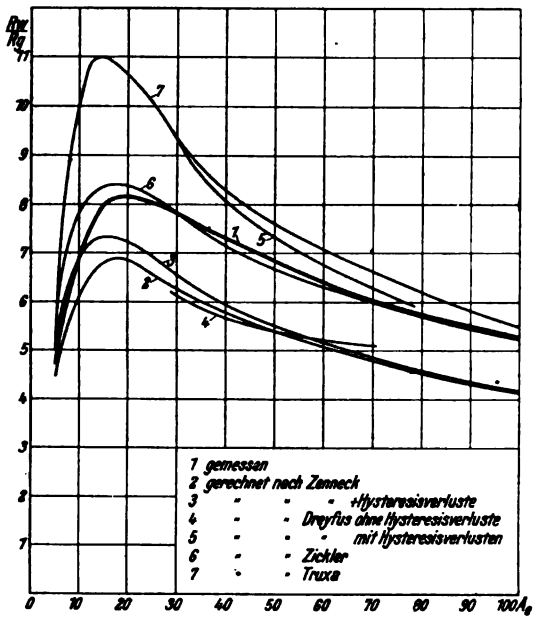


Fig. 2.

Zusammenfassung.

Zur Berechnung der Widerstandserhöhung zylindrischer Eisenleiter bei technischen Wechselzahlen sind außer den bekannten Formeln von Thomson bzw. Zennek in den letzten Jahren auch von Zickler, Truxa und Kenelly Formeln aufgestellt worden. Auch von Dreyfus ist eine Berechnungsweise angegeben worden, die sich auf das vorliegende Problem anwenden läßt.

Von Hilpert und Schleicher wurde die Widerstandserhöhung seinerzeit bei technischen Wechselzahlen durch den Versuch ermittelt und nach den von Zenneck angegebenen Formeln nachgerechnet.

Im vorliegenden sind auch Nachrechnungen nach den Formeln von Zickler, Truxa, Dreyfus und Kenelly angestellt worden. Es ergab sich, daß die Formeln von Zickler zu einer recht befriedigenden Übereinstimmung zwischen Rechnung

Digitized by Google

und Messung führen, während die nach Truxa berechneten Werte ganz wesentlich zu hoch liegen. Die nach Dreyfus berechneten Werte ohne Berücksichtigung der Hysteresisverluste ergeben zu niedrige Werte, während die Berücksichtigung der Hysteresisverluste zu hohe Werte ergibt. Die Formeln von Kenelly ergeben Werte, die den nach Zenneck berechneten Werten sehr nahe liegen. Bei höheren Sättigungen ist die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung im allgemeinen besser als bei niedrigeren Sättigungen, doch sind die Gebiete der höheren Sättigung wegen der Erwärmung für technische Zwecke im allgemeinen nicht brauchbar.

Digitized by Google

Mechanische Resonanz-Schwingungen in der Meßtechnik.

Von **Hans Zöllich.**

Mit 7 Textfiguren.

Mitteilung aus der Meßinstrumentenabteilung des Wernerwerkes M von Siemens & Halske A.-G.

In der Meßtechnik wird im allgemeinen eine gute Wiedergabe rascher Schwankungen der Meßgröße verlangt. Das Meßgerät muß daher bestimmte Bedingungen hinsichtlich des Verhältnisses der Trägheit der beweglichen Teile zu der Richtkraft, mit der diese Teile in eine bestimmte Gleichgewichtslage gezwungen werden, erfüllen, ferner muß die Dämpfung der Bewegung eine bestimmte Größe haben. Sobald die Quadratwurzel des Verhältnisses von Richtkraft zu Masse oder Trägheitsmoment der bewegten Teile — die Eigenfrequenz bei fortgedachter Dämpfung — Werte annimmt, die mit der Kreisfrequenz der Schwankungen der Meßgröße nahe übereinstimmen, so ist von einer auch nur einigermaßen getreuen Wiedergabe der Schwankungen keine Rede. Man macht aber doch unter Umständen von Meßgeräten Gebrauch, die unter solchen Verhältnissen arbeiten, d. h. die Schwankungen der Meßgröße stark verzerrt wiedergeben; und zwar einerseits, um eine besonders hohe Empfindlichkeit des Meßgerätes zu erzielen, die sogar über die Empfindlichkeit bei Dauereiwwirkung der mit der Meßgröße zusammenhängenden Kraft weit hinausgeht; andererseits benutzt man die durch Heraushebung eines bestimmten Frequenzgebietes infolge Erhöhung der Empfindlichkeit bedingte Selektivwirkung, um den Einfluß der Frequenz auf bestimmte Erscheinungen zu untersuchen, z. B. bei Wechselstrommessungen, um den Scheinwiderstand bestimmter Schalteinheiten oder das Verhalten von Eisen enthaltenden Stromkreisen als Funktion der Frequenz zu untersuchen. Die Selektivwirkung wird auch häufig im Signalwesen ausgenutzt.

Das mechanische Verhalten von Meßgeräten wurde bereits im ersten Heft dieser Zeitschrift S. 24 bis 63 eingehend behandelt. Die Bewegungsgleichung eines Systems mit einem Freiheitsgrad und die aus ihr gezogenen Folgerungen sind in jener Arbeit allgemein für den ganzen Frequenzbereich aufgedrückter Schwingungen dargestellt. Da jedoch seinerzeit Unterlagen zur Prüfung von Meßgeräten geschaffen werden sollten, die zur möglichst getreuen Wiedergabe rasch verlaufender Vorgänge geeignet sind, beschränkte sich dementsprechend die genauere Untersuchung und die Darstellung der Zusammenhänge durch Kurven- und Rechentafeln auf solche Verhältnisse, bei denen keine starke Verzerrung durch die mechanischen Eigenschaften des Meßgerätes auftritt.

Digitized by Google

Im folgenden sollen daher die Untersuchungen der genannten Arbeit auch auf das nicht durch Rechentafeln dargestellte Gebiet der Resonanz ausgedehnt werden.

Eine weitere Möglichkeit der Verwendung von Meßgeräten bezieht sich auf die Fälle, in denen diese auf Vorgänge anzusprechen haben, die für sie gewissermaßen ultramikroskopisch sind, also ihrem Verlauf nach nicht wiedergegeben werden können. Man bezeichnet unter solchen Umständen arbeitende Meßgeräte als ballistische. Ihr Verhalten gegenüber vereinzelten Stößen wurde bereits in der ersten Arbeit S. 36 kurz gestreift. Der Vollständigkeit halber wird es weiter unten gelegentlich der Untersuchung der Wirkung von periodischen Stößen durch Funktionsskalen veranschaulicht.

1. Die Bewegungsgleichung und ihre Vereinfachung.

Wie in der ersten Arbeit soll das Meßwerk eines Meßgerätes als ein schwingungsfähiges, gegen Bremskräfte sich bewegendes mechanisches System mit einem Freiheitsgrad aufgefaßt werden, auf das äußere Kräfte ungestört einwirken. Ferner werde vorausgesetzt, daß der Bewegung des Systems keine Reibung entgegenwirkt, sondern nur reine, der Geschwindigkeit proportionale Dämpfung, sowie daß die Kraft, mit der die bewegten Teile in ihre Gleichgewichtslage zurückgezwungen werden, proportional der Verschiebung der bewegten Teile ist. Die einzelnen für die Art der Bewegung charakteristischen Bestimmungsstücke sind bei geradlinig sich verschiebenden Meßwerken die Masse, bei sich drehenden das Trägheitsmoment K, ferner die Dämpfungskonstante p und die Rückstell- oder Richtkraft D bei Verschiebung der Massen um die Längen- oder Bogeneinheit aus der Ruhelage.

Stellt man die Bewegungsgleichung auf, in der alle diese einzelnen Bestimmungsstücke vorkommen, und löst sie, so ergeben sich Formeln, die unmittelbar keine rechte Übersicht gewähren, sondern immer nur die Vorgänge für bestimmte Werte der Bestimmungsstücke bzw. für bestimmte Meßgeräte zu überblicken gestatten. Das Wesentliche der Vorgänge kann man also nicht leicht in allgemein gültiger Fassung aus ihnen herauslesen. Durch eine Reihe von Maßnahmen kann man aber Lösungen erhalten, die auf alle Sonderfälle, alle schwingenden Systeme mit einem Freiheitsgrad bis auf eine Maßstabänderung ohne weiteres anwendbar sind. Solche Maßnahmen zur Lichtung des Formelgestrüpps sind:

a) Die Einführung eines bestimmten, dimensionslosen Zeitmaßes[1]), das von der Eigenfrequenz des untersuchten Meßgerätes abhängt, und zwar ist an Stelle der Zeit t in Sekunden zu wählen die Größe $\tau = \nu_0 t$, wo $\nu_0^2 = D:K$ nach der in der ersten Arbeit gebrauchten Bezeichnungsweise die Kreisfrequenz des Meßwerkes bei fortgedachter Dämpfung[2]) gibt.

---

[1]) Dies hat bereits W. Jaeger bei Untersuchung von Galvanometerspulen im aperiodischen Grenzfall der Dämpfung getan, vgl. Zeitschrift für Instrumentenkunde **23** (1903), 261, 353.

[2]) Vgl. dort S. 30. Es soll damit zum Ausdruck gebracht werden, daß man die dämpfenden Ursachen in der Wirklichkeit nur selten ohne Änderung von Trägheitsmoment oder Richtkraft entfernen kann. Dies wird für Oszillographen durch Versuche von Kennelly, Hunter und Prior bestätigt, vgl. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Bd. 39 (1920), S. 443 u. f. Die Kreisfrequenz bei fortgedachter Dämpfung ist für die in Dämpfungsöl gebettete Schleife hiernach sogar wesentlich niedriger als die entsprechende Frequenz für die in Luft schwingende Schleife. Offenbar haften ziemlich erhebliche Ölmengen an den Schleifenbändern, machen deren Bewegung mit und vergrößern ihr Trägheitsmoment. Man sollte also stets, wie in der ersten Arbeit vorgeschlagen, ν_0 unter den Betriebsbedingungen bestimmen.

Digitized by Google

b) Die Einführung eines bestimmten Maßstabes für die Dämpfung derart, daß sie auf die Dämpfung im aperiodischen Grenzfall bezogen erscheint. Danach ist als Dämpfungsgrad α zu definieren der Ausdruck $p:2\sqrt{KD}$ oder das Verhältnis von Dämpfungsexponent zur Eigenfrequenz bei fortgedachter Dämpfung.

c) Als Störungsglied der Bewegungsgleichung wird der Sollwert ξ der Meßgröße x eingesetzt, so daß sich besondere Untersuchungen über den Zusammenhang der zu erzwungenen Bewegungen des Meßwerkes Anlaß gebenden wirkenden Kräfte mit den Ausschlägen des Meßwerkzeigers erübrigen. Es ist nur eine einfache Eichung des Meßgerätes mit Dauerausschlägen erforderlich.

Die soeben hilfsweise gebrauchten Ausdrücke mit K, p, D sind nur genannt, um den Zusammenhang mit der üblichen Darstellungsweise herzustellen. Man bedarf aber dieser Krücken nicht, denn die definierten Größen α und ν_0 lassen sich durch einfache Messungen unmittelbar bestimmen.

Führt man diese drei Maßnahmen durch, so vereinfachen sich die Bewegungsgleichung und ihre Lösung außerordentlich. Die Gleichung lautet:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + 2\alpha\frac{dx}{d\tau} + x = \xi\left(\frac{\tau}{\nu_0}\right). \tag{1}$$

Auf der linken Seite kommt nur ein einziger Parameter vor, der Dämpfungsgrad α. Die Eigenfrequenz bei fortgedachter Dämpfung tritt nicht in Erscheinung. Die Lösung der den Vorgang beschreibenden Gleichung gibt also eine unabhängig von der Eigenfrequenz der Meßgeräte allgemein gültige Darstellung der Schwingungsvorgänge, und es lassen sich daher auch die Beziehungen zwischen den einzelnen kennzeichnenden Größen in allgemein gültigen Schaubildern wiedergeben oder auch in graphischen Rechentafeln, aus denen man alles zur Untersuchung von Schwingungsvorgängen Wünschenswerte ohne weiteres ablesen kann. Nur gewissermaßen nachträglich bezieht man die Ergebnisse auf einen Sonderfall. Man beachtet dann, daß das Zeitmaß für die Bewegungsvorgänge von der Eigenfrequenz des Meßgerätes abhängt. Der Dämpfungsgrad α und der Maßstab, d. h. die Eigenfrequenz des Meßwerkes bei fortgedachter Dämpfung, lassen sich aus der Wiedergabe einfacher Vorgänge durch das Meßgerät leicht bestimmen, so daß man keineswegs Trägheitsmoment K, Dämpfungskonstante p und Richtkraft D durch Sonderversuche zu messen hat, um die Werte von α und ν_0 festzustellen.

2. Die Eigenschwingungen.

Verschwindet der Sollwert auf der rechten Seite der Bewegungsgleichung (1), so ergibt die Integration die Eigenschwingungen, die das Meßgerät bei irgendwelchen Störungen, z. B. nach Dauerablenkung oder durch Anstoßen, ausführt. Man erhält:

$$x = c_1 e^{r_1\tau} + c_2 e^{r_2\tau}. \tag{2}$$

Hierin sind r_1, r_2 Wurzeln der quadratischen Gleichung:

$$r^2 + 2\alpha r + 1 = 0. \tag{3}$$

Die Wurzeln sind entweder beide komplex, und zwar für $\alpha < 1$, oder beide reell und haben denselben Wert für $\alpha = 1$, oder es sind beide reell und voneinander verschieden für $\alpha > 1$. Erhöhung der Meßempfindlichkeit durch Resonanz tritt nur bei wenig gedämpften Meßgeräten auf. Wir können uns daher auf den Fall $\alpha < 1$

Digitized by Google

beschränken. Wie in der ersten Arbeit dargelegt wurde, besteht die Bewegung aus einer abklingenden Schwingung. Der Abstand zweier aufeinander folgender Durchgänge durch die Ruhelage, also die halbe Schwingungsdauer, ferner der Abstand zweier aufeinander folgender Umkehrpunkte, sowie der Abstand zweier aufeinander folgender Berührungspunkte der Schwingungskurven mit den sie umhüllenden Exponentiallinien wird gegeben durch den Ausdruck $\tau_{n+1} - \tau_n = \pi : \sqrt{1-\alpha^2}$ oder falls man nach W. Jaeger die abkürzende Bezeichnung $\varepsilon = \sqrt{1-\alpha^2}$ einführt (Elektrische Meßtechnik, 2. Aufl., 1922, S. 29):

$$\tau_{n+1} - \tau_n = \pi : \varepsilon . \tag{4}$$

Nach einer Dauerablenkung verfließt vom Verschwinden des Sollwertes bis zum ersten Durchgang des Zeigers durch die Ruhelage die Zeit:

$$\tau_1 = \left(\pi - \operatorname{arctg}\frac{\varepsilon}{\alpha}\right) : \varepsilon . \tag{5}$$

Ferner ist der Betrag der ersten Schwingungsweite, bezogen auf die Ablenkung bei Beginn der Bewegung:

$$\ddot{u} = 100\, e^{-\frac{\pi\alpha}{\varepsilon}} \%_0 . \tag{6}$$

Für diese drei Formeln wurden in Fig. 1 der ersten Arbeit Funktionsskalen gegeben, die beispielsweise zur Bestimmung des Dämpfungsgrades α und des Zeitmaßstabes und damit der Eigenfrequenz ν_0 bei fortgedachter Dämpfung benutzt werden können. Für sehr kleine Dämpfungsgrade sind die Skalen weniger verwendbar, doch braucht man dann z. B. die Abweichung der halben Schwingungsdauer von dem Wert π, der sich bei ganz fortgedachter Dämpfung ergibt, nicht zu beachten; ebenso kann man auch ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Umkehrpunkte in der Mitte zwischen zwei Durchgängen durch die Ruhelage liegen. Damit scheiden zwei Skalen für sehr geringe Dämpfungsgrade ganz aus. Die dritte, die in der ersten Arbeit nur bis $\alpha = 0{,}2$ herunterreicht, läßt sich selbst mit erweitertem Bereich der α praktisch nicht gebrauchen, da die Abnahme der Schwingungsweite von einer Halbwelle zur nächsten nur ganz geringfügig ist und sich an den Aufzeichnungen des Meßwerkzeigers nur mit großem Fehler feststellen läßt. Besser ist es, viele Halbwellen zusammenzufassen, z. B. abzuzählen, nach wieviel Halbwellen die anfängliche Schwingungsweite auf die Hälfte gesunken ist. Aus der ersten Funktionsskala Fig. 1 kann man für die einzelnen Dämpfungsgrade ablesen, nach wieviel Schwin-

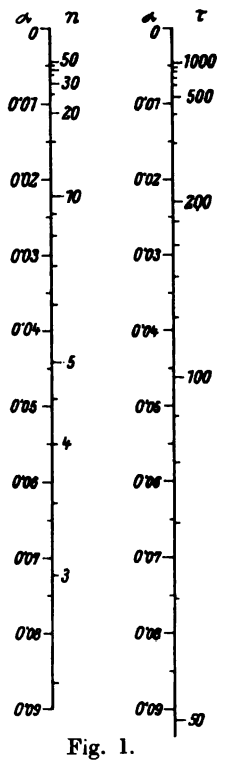


Fig. 1.

Funktionsskalen für die bei der Eigenbewegung von gedämpften Meßsystemen auftretenden charakteristischen Größen:

a) die Anzahl n der Halbwellen, deren Schwingungsweite mindestens gleich der halben Anfangsschwingungsweite ist,

b) die Zeit τ, in der die Schwingungen bis auf 1 vH. der ursprünglichen Schwingungsweite abgeklungen sind,

beide als Funktion des Dämpfungsgrades α.

Als Zeiten sind aufgetragen: $\tau = \nu_0 t$, wo ν_0 = Eigenfrequenz des Systems bei fortgedachter Dämpfung, t = Zeit in Sekunden. Dann ist $\tau = \log 100 : \alpha = 4{,}605 : \alpha$.

Digitized by Google

gungen die Schwingungsweite auf den halben Betrag der ursprünglichen zurückgeht, und umgekehrt. Die zweite Funktionsskala gibt für jeden Dämpfungsgrad die Zeiten an, in denen vorhandene Schwingungen eines freischwingenden Meßwerkes bis auf ein Hundertstel des ursprünglichen Wertes abgeklungen sind. Die Zeiten sind, wie hier immer, gemessen in solchen Einheiten, daß die Schwingungsdauer bei verschwindender Dämpfung gleich 2π ist.

3. Bewegung des Meßwerkzeigers bei rein harmonischer Schwankung der Meßgröße.

Auch für den Fall, daß der Sollwert der Meßgröße sich beispielsweise nach dem Gesetz $\xi_0 \sin \lambda \tau$ ändert, wo λ das Verhältnis der Frequenz der aufgedrückten Schwingungen zur Frequenz des Meßgerätes bei fortgedachter Dämpfung bezeichnet, so daß also („ungedämpfte") Resonanzfrequenz[1]) gleich 1 gesetzt ist, ergibt die Einführung der dimensionslosen Zeiteinheit eine Vereinfachung der Formeln. Die Lösung der Bewegungsgleichung ist in der ersten Arbeit auf S. 40 angegeben, wo sie durch probeweises Ansetzen einer Sinusfunktion mit noch zu bestimmender Amplitude und zeitlicher Verschiebung erhalten wurde. Wenn man auch hier von vornherein weiß, daß sich eine Sinusfunktion der gleichen Frequenz als Lösung ergeben muß mit Rücksicht darauf, daß es sich um eine lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten handelt, so erscheint doch das probeweise Ansetzen einer Lösung nicht ganz befriedigend. Es werde daher im folgenden gezeigt, wie man ohne solches vorheriges Wissen von der Art der Lösung die vollständige Lösung der Bewegungsgleichung mit Störungsglied finden kann. Das Verfahren wird in der Technik verhältnismäßig wenig angewendet, was etwas verwunderlich ist, denn es ist außerordentlich einfach, übersichtlich und zeitsparend. Diese Vorzüge kommen bei der vorliegenden einfachen Aufgabe allerdings nicht voll zur Geltung, sondern erst bei verwickelteren Fragen, z. B. bei Bewegungsgleichungen für gekoppelte Systeme. Aber an einfachen Beispielen lassen sich dem Uneingeweihten neue Verfahren besonders leicht darlegen.

Es handelt sich um die Funktionalrechnung oder, wie man auch sagt, das Rechnen mit Symbolen[2]).

Man unterscheidet dabei die Objekte, an denen man operiert, die Operationen, die man an diesen Objekten ausführt und durch bestimmte Zeichen darstellt, sie sog. Operationssymbole, und die Ergebnisse der Operation. Objekte und Ergebnisse sind Funktionen. Die Operationen selbst können (müssen nicht) kommutative, distributive und assoziative Eigenschaften haben, so daß ihre Symbole den Fundamentalgesetzen der Algebra unterliegen. Dann kann man mit den Operationssymbolen rechnen wie mit gewöhnlichen algebraischen Zeichen. Wie leicht nachweisbar, ist die Differentiation eine Operation mit solchen Eigenschaften. Sie wird dargestellt durch das Zeichen D, n-fache Differentiation also durch D^n, Integration durch D^{-1} usw. Jede ganze oder gebrochene rationale Funktion dieses

[1]) Als „Resonanzfrequenz" soll hier stets die Frequenz der wirkenden Kraft (bzw. des Sollwertes) bezeichnet sein, die mit der Frequenz des Meßwerkes bei fortgedachter Dämpfung übereinstimmt, also nicht die Frequenz, bei der eine maximale Pendelung des Meßwerkes auftritt.

[2]) Näheres hierüber findet man z. B. in Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften, II, 1. Teil, Abschnitt 11; A. R. Forsyth, Lehrbuch der Differentialgleichungen, deutsch von Jakobsthal (1912) S. 59 ff.

Digitized by Google

Symbols D stellt wieder ein Operationssymbol dar, das wie eine algebraische Größe behandelt werden kann. Rechnet man mit diesen Zeichen, so vereinfacht sich der formale Teil der Herleitung von Lösungen erheblich.

Die Differentialgleichung (1) läßt sich bei Einführung des Operationssymbols D folgendermaßen schreiben:

$$f(D)\,x = (D^2 + 2\alpha D + 1)\,x = \xi\left(\frac{\tau}{\nu_0}\right). \tag{7}$$

Durch Division mit dem linksstehenden Ausdruck der Gleichung erhält man hier sofort die Lösung:

$$x = \frac{1}{D^2 + 2\alpha D + 1}\,\xi\left(\frac{\tau}{\nu_0}\right). \tag{8}$$

Gelingt es, die auf der rechten Seite dieser Gleichung stehende Operation an der Funktion ξ durchzuführen, so hat man zunächst eine der möglichen Lösungen. Es sei dies x_1, so daß daher:

$$f(D)\,x_1 = \xi\left(\frac{\tau}{\nu_0}\right). \tag{9}$$

Setzt man, um etwaige weitere Lösungen zu erhalten, statt x die Summe $x_1 + x_2$ in die Gleichung (7) ein, so ergibt sich:

$$f(D)\,x_1 + f(D)\,x_2 = \xi\left(\frac{\tau}{\nu_0}\right).$$

Wenn man daher x_2 so wählt, daß:

$$f(D)\,x_2 = 0, \tag{10}$$

so ist auch die Summe $x_1 + x_2$ eine Lösung der Gleichung.

Die Operation auf der rechten Seite der Gleichung (8) ist sehr leicht durchzuführen, wenn man als „Objekt" eine Exponentialfunktion oder einen Ausdruck ansetzt, in dem eine solche vorkommt. Das kann man aber hier ohne weiteres tun, indem man einen Ansatz macht, der schließlich auf die Anwendung der von Ch. P. Steinmetz vorgeschlagenen komplexen (sog. symbolischen) Methode hinausläuft. Man setzt als Störungsglied nicht eine Kreisfunktion, beispielsweise eine Kosinusfunktion, allein ein, sondern addiert zu ihr noch die mit der imaginären Einheit j multiplizierte andere Kreisfunktion, also den Sinus. Für diese Summe kann man nach der Eulerschen Formel eine Exponentialfunktion schreiben:

$$\xi_0 \cos\lambda\tau + j\,\xi_0 \sin\lambda\tau = \xi_0 e^{j\lambda\tau}.$$

Während die Ableitungen der einfachen Kreisfunktionen zu umständlichen trigonometrischen Umformungen führen, ist die Exponentialfunktion sehr leicht zu differenzieren; sie selbst bleibt dabei unverändert, nur wird sie noch mit einem bestimmten Faktor multipliziert. Der Gang der Rechnung wird also trotz des Mitschleppens weiterer, an sich überflüssiger Glieder wesentlich vereinfacht. Zum Schluß kann man reelle und imaginäre Teile ohne weiteres trennen, sie sind wie Öl und Wasser: imaginäre Kräfte können keinen reellen Ausschlag des Meßgerätzeigers hervorrufen, und umgekehrt keine reellen Kräfte einen imaginären Ausschlag; reeller und imaginärer Sollwert sind durch das Unterscheidungszeichen j auseinandergehalten.

Statt Gleichung (8) ist nunmehr zu schreiben[1]):

$$x = \frac{1}{D^2 + 2\alpha D + 1}\,\xi_0 e^{j\lambda\tau}. \tag{11}$$

[1]) Über die Bedeutung von x s. S. 385.

Digitized by Google

Hierin brauchen ξ_0 und λ nicht reell zu sein; komplexes $\xi_0 = e^{j\varphi}$ würde eine Phasenverschiebung der Sollschwingung gegen die Zeitrechnung zum Ausdruck bringen; komplexe Kreisfrequenz oder Winkelgeschwindigkeit $\lambda' = \lambda + j\delta$ zeigt an, daß der Sollwert eine abklingende Schwingung mit Kreisfrequenz λ und Dämpfungsgrad δ darstellt. Im folgenden sollen jedoch reelle Werte gemeint sein, obwohl die Lösung von (11) auch für komplexe Werte gilt [vgl. Gleichung (13)].

Für ganze rationale Funktionen f des Operationssymbols D, die nach steigenden oder fallenden Potenzen von D entwickelt sein können, gilt allgemein, also auch für den Operator auf der rechten Seite von (11):

$$f(D)\, e^{az} = f(a)\, e^{az}. \tag{12}$$

Danach ergibt sich ohne weiteres die Lösung:

$$x_1 = \frac{\xi_0 e^{j\lambda\tau}}{1 - \lambda^2 + j\,2\,\alpha\,\lambda}. \tag{13}$$

Zu dieser kommt, wie eben erwähnt, noch die Lösung x_2 hinzu, für die sich aus (10) ebenfalls nach der Formel (12) der Wert ergibt:

$$x_2 = c_1 e^{r_1\tau} + c_2 e^{r_2\tau}, \tag{14}$$

wo r_1, r_2 die Nullstellen von $f(r) = r^2 + 2\,ar + 1$ sind, so daß also:

$$\begin{aligned} r_1 &= -\alpha + j\sqrt{1 - \alpha^2} \\ r_2 &= -\alpha - j\sqrt{1 - \alpha^2}. \end{aligned} \tag{15}$$

Bei $\alpha < 1$ sind die hierin vorkommenden Wurzeln reell; sie stellen die auf ungedämpfte Eigenschwingungen bezogene Frequenz der gedämpften Schwingungen dar.

Die vollständige Lösung lautet:

$$x = c_1 e^{r_1\tau} + c_2 e^{r_2\tau} + \frac{\xi_0 e^{j\lambda\tau}}{1 - \lambda^2 + j\,2\,\alpha\,\lambda}. \tag{16}$$

Die Werte von c_1, c_2 hängen von den jeweiligen Grenzbedingungen ab, z. B. von den Werten von x und der ersten Ableitung für $\tau = 0$. Der erste Teil der Lösung bezieht sich auf den Anlaufvorgang; dieser setzt der Steigerung der Empfindlichkeit von Meßgeräten durch Resonanzwirkung eine praktische Grenze. Die zur Überleitung in den Endzustand den allein bei der Messung verwendbaren erzwungenen Schwingungen überlagerten Eigenschwingungen erlöschen bei kleinem α, das aber Voraussetzung für hohe Meßempfindlichkeit ist, sehr langsam. Wie weit man praktisch gehen kann, hängt von den Bedingungen ab, unter denen die Meßgeräte arbeiten, insbesondere davon, ob die zu untersuchenden Vorgänge genügend lange Zeit konstant bleiben, und wie rasch das Meßgerät wieder meßbereit sein soll. Aus der zweiten Funktionsskala Fig. 1 läßt sich entnehmen, welche Zeit τ bis zum Erreichen des Endzustandes bei gegebenem α im Durchschnitt für ein Resonanzmeßgerät erforderlich ist. Dieselbe Zeit gilt auch für Meßgeräte, deren Eigenfrequenz bei fortgedachter Dämpfung nicht auf die Frequenz der Schwankungen der Meßgröße abgestimmt ist. Es entstehen dann bei kleiner Abweichung der Frequenzen bis zum Erreichen des Endzustandes abklingende Schwebungen[1]).

[1]) Vgl. H. Zöllich, Archiv für Elektrotechnik **3** (1915), 380.

Digitized by Google

4. Die erzwungenen harmonischen Schwingungen.

Das die erzwungenen Schwingungen des Meßwerkzeigers darstellende Glied der Lösung (16), d. h. Gleichung (13), kann man auch in der Form schreiben:

$$x = \frac{\xi_0 e^{j\lambda\tau}}{j\lambda\left[2\alpha + j\left(\lambda - \frac{1}{\lambda}\right)\right]} = \frac{\xi_0 e^{j\lambda\tau}}{j\lambda \mathfrak{M}_r}. \tag{17}$$

so daß also die Geschwindigkeit des Meßwerkzeigers den Wert hat:

$$\dot{x} = \frac{\xi_0 e^{j\lambda\tau}}{2\alpha + j\left(\lambda - \frac{1}{\lambda}\right)} = \frac{\xi_0 e^{j\lambda\tau}}{\mathfrak{M}_r}. \tag{18}$$

Hierin würde die Größe $\mathfrak{M}_r$ als (reduzierter) mechanischer Scheinwiderstand (Impedanz) bezeichnet werden können. Denn der Geschwindigkeit bei mechanischen Schwingungen entspricht bekanntlich die Stromstärke bei elektrischen Schwingungen, und in der elektrisch gedeuteten Gleichung (18) vertritt das Zeichen $\mathfrak{M}$ den Scheinwiderstand[1]). Bei komplexer Form, wie hier, heißt für elektrische Schwingungskreise $\mathfrak{M}$ auch Impedanzvektor oder Widerstandsoperator. Beide Bezeichnungen sind nicht ganz glücklich gewählt. Von einem „Operator" kann man eigentlich nicht sprechen, denn die Zeichen für Impedanzen, Admittanzen und dergleichen sind keine Zeichen für Operationen, sondern Größen, mit denen man rechnet wie mit anderen. Eher kann man von einem „Vektor" sprechen, denn geometrisch gedeutet, sind die komplexen Impedanzen und Admittanzen Vektoren der allgemeinen Definition dieses Begriffes nach, ebenso wie die Spannungs- oder Stromvektoren, allgemein die Diagrammvektoren. Sie folgen jedoch nicht den Gesetzen der gebräuchlichen Vektorrechnung. Die Produkte, die mit ihnen gebildet werden, sind weder skalar noch vektoriell, sondern einfach Produkte komplexer Zahlen. Skalare sind diese sog. Widerstandsoperatoren auch nicht, aber man kann sie nach Gibbs als Biskalare auffassen, d. h. es sind geordnete Größenpaare, mit denen man rechnet wie mit algebraischen Größen. Um auf die abweichende Rechenvorschrift hinzuweisen, sollen hier nicht Frakturbuchstaben, die den eigentlichen Vektoren vorbehalten bleiben sollen, verwendet werden, sondern Buchstaben in Blockschrift. Zur Vermeidung von Verwirrung empfiehlt sich dies immer, wenn angedeutet werden soll, daß es sich um geordnete Größenpaare oder gerichtete Größen handelt, mit denen man nach den Regeln der Algebra, d. h. wie mit gemeinen komplexen Größen rechnet; auch die sog. Zeitvektoren wären so darzustellen[2]). Der mechanische Scheinwider-

[1]) Diese Analogie ist schon seit langem bekannt, vgl. z. B. Kennelly und Pierce, Electrical World **60** (1912), 560ff. In der Arbeit Zöllich, Archiv für Elektrotechnik **3** (1915), 374 sind die mechanischen und elektrischen Größen einander gegenübergestellt; danach ist $\mathfrak{M} = p + j(\omega K - D/\omega)$ für den einzelnen Sonderfall mechanischer Systeme. Durch die oben S. 379 näher dargelegte Wahl bestimmter Maßstäbe werden hier ω zu λ, K und D zu 1, p zu 2α. Damals wurde obige Gleichung (17) aus der bekannten entsprechenden Formel für elektrische Stromkreise einfach durch Übersetzen der elektrischen Größen in mechanische hergeleitet, s. a. a. O. Gleichung (5). Ebenso verfahren neuerdings Kennelly, Hunter und Prior in der oben S. 379, Anm. 2 angeführten Arbeit unter breiterer Ausmalung der verwandtschaftlichen Beziehungen. Selbstverständlich ist dadurch eine Beschränkung auf die erzwungenen rein harmonischen Schwingungen gegeben. Eigenbewegungen und Verhalten gegenüber „unstetigen" Vorgängen werden von den Verfassern nicht untersucht.

[2]) So durchgeführt in H. Zöllich, Archiv für Elektrotechnik **3** (1915), 373ff. — Derselbe Vorschlag wird mit eingehender Begründung gemacht von O. Bloch in seiner Schrift: Die Ortskurven der graphischen Wechselstromtechnik, Zürich 1917. S. 13 bis 18.

Digitized by Google

stand M_r und sein reziproker Wert, der mechanische Scheinleitwert M_r^{-1} lassen sich als komplexe Größen durch Punkte in der Gaußschen Zahlenebene darstellen, wie man es für die entsprechenden elektrischen Größen getan hat. Die Ortskurve für M_r ist eine Gerade parallel zur imaginären Achse im Abstande 2α; die Kurve für M_r^{-1} ein durch den Nullpunkt gehender Kreis mit dem Durchmesser $1 : 2\alpha$ (vgl. Fig. 2). Durch entsprechende Bilder lassen sich darstellen die Größe $j\lambda M$, d. h. der Nenner in Gleichung (17), und ihr reziproker Wert. Die Ortskurve für die erste Größe ist eine Parabel, deren Achse mit der Achse der reellen Zahlen zusammenfällt, die der anderen eine zirkulare Kurve dritter Ordnung (d. h. eine Kurve, die durch die unendlich fernen imaginären Kreispunkte geht).

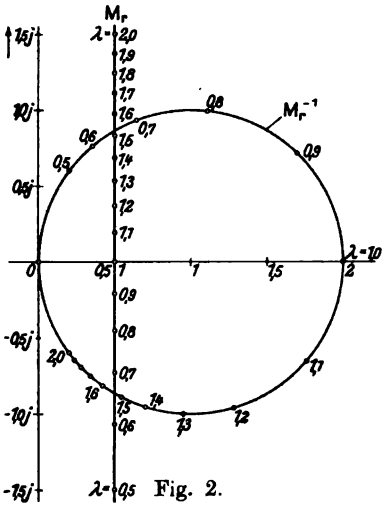


Fig. 2.

a) Das Bild des mechanischen Scheinwiderstandes M_r in der komplexen Zahlenebene als Funktion der Frequenz λ, wobei die Resonanzfrequenz = 1 gesetzt ist;

b) Das entsprechende Bild für den mechanischen Scheinleitwert M_r^{-1}.

Es wurde angenommen $\alpha = 0{,}25$.

Der durch die letztgenannte Ortskurve dargestellte reziproke Wert von $j\lambda M_r$ hat das Kennzeichen einer Leitfähigkeit, nur daß diese sich nicht auf die Geschwindigkeit (entsprechend dem Strom in elektrischen Schwingungskreisen), sondern auf die Verschiebung der bewegten Teile bezieht. Die entsprechende Ortskurve gibt daher unmittelbar auch ein Bild für die Schwingungsweiten und die Phasenverschiebung der angezeigten Schwingungen gegenüber dem Sollwert. In Fig. 3 sind eine Reihe von derartigen Ortskurven für verschiedene Werte von α dargestellt. Dieses Schaubild[1]) läßt sich auch als Rechentafel verwenden, mit deren Hilfe man für gegebene Frequenzen (die immer auf die „Resonanzfrequenz" bezogen sind) und gegebene Dämpfungsgrade die Schwingungsweite und die Phasenverschiebung der Schwingung ablesen kann. Allerdings ist, wie bei den meisten Tafeln mit Kurvenkreuzung, die Einschaltung von Zwischenwerten nicht leicht. Auch wird die Tafel durch die verwirrende Fülle von Linien, die bei genauerer Unterteilung der Bestimmungsgrößen auftritt, recht unübersichtlich.

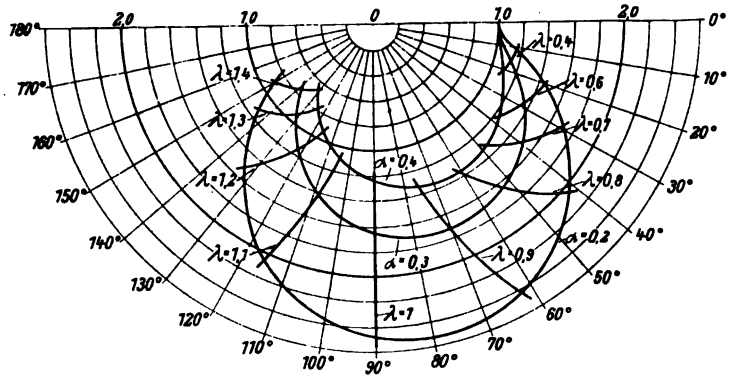


Fig. 3.

Schwingungsweiten und Phasenverschiebung des Zeigers eines Meßwerkes unter dem Einfluß einer Meßgrößenschwankung der Frequenz λ für die einzelnen Dämpfungsgrade α, dargestellt in Polar-Koordinaten.

Länge der Strahlen = Schwingungsweite, ihr Winkel = Phasennacheilung.

Eine etwas anschaulichere Kurventafel, aus der man sofort ein klares Bild der Abhängigkeit der Schwingungsweiten von

[1]) Ein solches geben Kennelly, Hunter und Prior a. a. O., S. 465ff.

Digitized by Google

den Frequenzen und dem Dämpfungsgrad gewinnt, erhält man, wenn man statt der Polarkoordinaten die gewohnteren rechtwinkligen Koordinaten zugrunde legt. Aus Gleichung (13) ergibt sich für den Betrag der Schwingungsweiten ohne weiteres[1]):

$$|x_1| = \frac{\xi_0}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + 4\alpha^2\lambda^2}}. \tag{19}$$

In Fig. 4 ist dieser funktionelle Zusammenhang bildlich dargestellt, wobei als Koordinaten die Frequenz der aufgedrückten Schwingungen und die Schwingungsweite, als Parameter der Dämpfungsgrad gewählt sind. Man ersieht aus dem Bild sofort, daß nur für verhältnismäßig geringe Dämpfung ausgesprochene Resonanzwirkung auftritt, und zwar steigt die Erhöhung der Meßempfindlichkeit mit abnehmendem Dämpfungsgrad α erheblich. Die Kurven für noch geringere Dämpfungsgrade, als die in Fig. 4 berücksichtigt sind, lassen sich, da die Resonanzverstärkung auf mehr als das 100fache steigen kann, ohne daß der Dämpfungsgrad unverwendbar klein wird, auf kleinem Raum nur mit Einbuße an Genauigkeit für das übrige Gebiet der Tafel darstellen. Das wäre höchstens durch nach oben zusammengedrängte Skala für die Schwingungsweiten vermeidbar. Das Ablesen der kennzeichnenden Werte, wie z. B. die Verstärkung durch Resonanz, die mit abnehmender Dämpfung wachsende Schmalheit des Gebietes hoher Meßempfindlichkeit u. dgl. geschieht aber auch sonst leichter und bequemer durch Sondertafeln in Form von Funktionsskalen[2]).

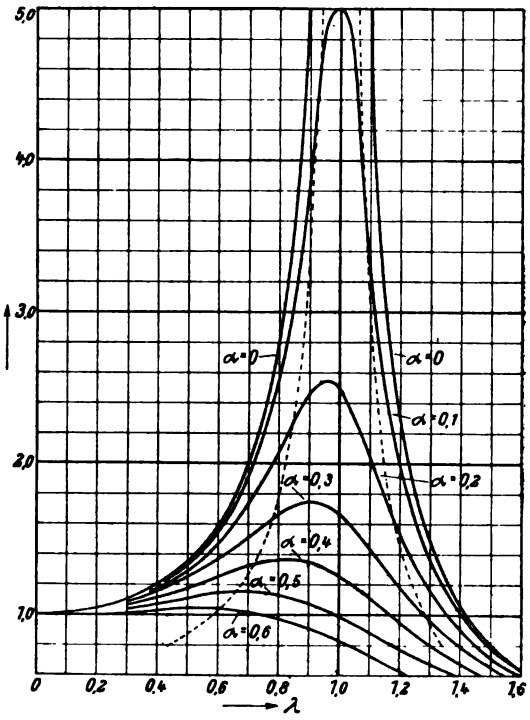


Fig. 4.

Die Schwingungsweiten für den Zeiger eines Meßwerkes unter dem Einfluß einer Meßgrößenschwankung der Frequenz λ bei den einzelnen Dämpfungsgraden α. Koordinaten: Frequenz und Schwingungsweiten, Parameter: Dämpfungsgrad. Die Phasennacheilung zwischen angezeigtem und Sollwert ist bei $\lambda = 1$ für alle Dämpfungsgrade unabhängig von den Werten der Scheitelfrequenz, gleich $\frac{\pi}{2}$. Die gestrichelten Kurven (berechnet nach der Formel $x = \cos\gamma : 1 - \lambda^2$, die sich unmittelbar aus (17) oder (50) ergibt), umhüllen alle Punkte der Kurvenschar, für die die Phasennacheilung $= \frac{\pi}{2} \pm 0{,}7$.

Wichtig ist vor allem der Zusammenhang der Scheitelhöhe der Resonanzkurven und damit der Erhöhung der Meßempfindlichkeit mit dem Dämpfungsgrad; ferner der Zusammenhang zwischen der Breite der Resonanzgipfel (Resonanzbreite) oder der Resonanzschärfe und dem Dämpfungsgrad. Bisweilen kann auch die Lage der Scheitel als Funktion der Frequenz von Interesse sein.

[1]) Siehe auch erste Arbeit, S. 41. Im folgenden werde zur Vereinfachung der tatsächliche Zeigerausschlag auf den Sollwert bezogen, also $\xi_0 = 1$ gesetzt.

[2]) Auch das wesentlich klarere und leichter verwendbare duale Bild zu Fig. 4 (Punkte statt Linien, fluchtrechte Anordnung von Punkten statt Schnitt von Linien), ähnlich der Fig. 4 auf S. 42 der ersten Arbeit ist nicht so bequem.

Digitized by Google

Aus der Gleichung (19) ergibt sich in bekannter Weise die folgende Beziehung zwischen den Werten der Frequenz λ, bei der die höchste Meßempfindlichkeit auftritt, und dem Dämpfungsgrad α:

$$\lambda^2 = 1 - 2\alpha^2 \tag{20}$$

insbesondere für sehr kleine α angenähert

$$\lambda \approx 1 - \alpha^2 \tag{20a}$$

mit einem Fehler von etwa $+ \frac{1}{2}\alpha^4$. — Die Scheitel der Resonanzkurven verschieben sich also mit wachsendem α zuerst zwar sehr langsam, dann aber immer rascher von der „Resonanzfrequenz" nach niedrigeren Frequenzen bis für $\alpha^2 = 0{,}5$ die Grenze $\lambda = 0$ erreicht ist. Die Scheitelfrequenzen sind, wie beiläufig erwähnt sei, verschieden von den Eigenfrequenzen der gedämpft schwingenden Meßwerke, diese sind: $\lambda = \sqrt{1 - \alpha^2}$, also für kleine α ungefähr $\lambda \approx 1 - \frac{1}{2}\alpha^2$.

Für die Resonanzfrequenz $\lambda = 1$ selbst hat man nach (19):

$$|x_r| = 1 : 2\alpha . \tag{21}$$

Eine in das rechtwinklige Koordinatensystem der Fig. 4 eingezeichnete Kurve (20) verbindet die Spitzen sämtlicher Resonanzkurven miteinander.

Für die Meßempfindlichkeit an diesen Scheitelpunkten, bezogen auf die statische Empfindlichkeit, erhält man[1]):

$$|x_m| = 1 : 2\alpha\sqrt{1 - \alpha^2} \approx 1 : 2\alpha \qquad \left(\text{Fehler etwa} - \frac{\alpha}{4}\right) \tag{22}$$

$$\text{oder} \qquad |x_m| = 1 : \sqrt{1 - \lambda^4} . \tag{23}$$

Unter Resonanzschärfe würde man in erster Linie die „Schärfe" der Resonanzkurve an ihrem Scheitel verstehen, d. h. den Krümmungshalbmesser im Scheitel. Da die erste Ableitung der Resonanzkurve nach der Frequenz im Scheitel verschwindet, so wird der Krümmungshalbmesser gleich dem reziproken Wert der zweiten Ableitung in diesem Punkt. Aus der Formel (19) ergibt sich dann der folgende Wert für den Krümmungshalbmesser ϱ_r:

$$\varrho_r = 1 : \frac{d^2x}{d\lambda^2} = \frac{2\alpha^3(1 - \alpha^2)}{1 - 2\alpha^2} . \tag{24}$$

Für genügend kleine Werte von α kann man mit einem Fehler von $- 2\alpha^5$ angenähert setzen:

$$\varrho_r \approx 2\alpha^3 . \tag{25}$$

Die Krümmung an dem Scheitel der Resonanzkurven ist demnach proportional der dritten Potenz des Dämpfungsgrades, wird also für kleine Dämpfungsgrade außerordentlich klein.

Die Messung des Krümmungshalbmessers am Scheitel der Resonanzkurve ist praktisch nicht leicht durchzuführen. Man hat daher eine andere Definition für die Resonanzschärfe oder den reziproken Betrag von ihr, die Resonanzbreite, gewählt. Man bezeichnet allgemein als „Resonanzbreite" ϱ diejenige Frequenzabweichung

[1]) Aus dem festgestellten Scheitel der Resonanzkurve, d. h. mit Hilfe der Beziehungen (20) und (22) oder (23) lassen sich, wie in erster Arbeit S. 45 angedeutet, die für das betreffende Meßwerk maßgebenden Werte von Eigenfrequenz ν_0 und Dämpfungsgrad α bestimmen, und zwar ohne jeden besonderen Hilfsapparat. Hat man sich aber auf anderem Wege die Kenntnis von ν_0 verschafft und kann daher „Resonanzfrequenz" einstellen, so ergibt (21) den Dämpfungsgrad.

Digitized by Google

von der Scheitelfrequenz[1]), in Hundertsteln ausgedrückt („Verstimmung"), bei der die Schwingungsweite bis auf den halben Betrag des Scheitelwertes heruntergeht. Streng genommen ist dies nur die halbe Breite der Resonanzkurve in der halben Scheitelhöhe. Es würde sich daher zur Beruhigung des logischen Gewissens empfehlen, vor den Wert der Resonanzbreite das Zeichen $\pm$ zu setzen.

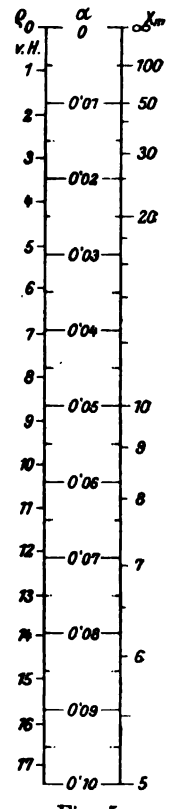
Nun ist die halbe Scheitelhöhe der Resonanzkurven $1 : 4\alpha\sqrt{1-\alpha^2}$, andererseits ist die Schwingungsweite bei der Frequenz λ allgemein $1 : \sqrt{(1-\lambda^2)^2 + 4\alpha^2\lambda^2}$. Setzt man diese beiden Ausdrücke gleich, so ergeben sich als Werte für die λ mit der halben Meßempfindlichkeit:

$$\lambda^2 = 1 - 2\alpha^2 \pm 2\alpha\sqrt{3(1-\alpha^2)}\,. \qquad (26)$$

Man sieht also, daß die Resonanzkurve symmetrisch verläuft, wenn man als Abszissen die Quadrate der Frequenzen aufträgt und nicht, wie sonst üblich, die Frequenzen selbst oder die „Verstimmung". Bei der üblichen Darstellung dagegen werden die Kurven unsymmetrisch, und zwar wird der abfallende Ast steiler sein als der ansteigende. Diese Unsymmetrie ist aber nur für verhältnismäßig große Werte des Dämpfungsgrades merklich, und zwar insbesondere für solche, wie sie in elektrischen Schwingungskreisen auftreten. Dort muß sie berücksichtigt werden. Resonanzmeßgeräte, beispielsweise das Vibrationsgalvanometer, arbeiten im allgemeinen mit viel geringeren Dämpfungen. Dann kann man näherungsweise setzen[2]):

$$\lambda_2 - \lambda_1 \approx 2\sqrt{3}\,\alpha\,, \qquad \text{Breite } \varrho \approx \pm\sqrt{3}\,\alpha\,. \qquad (27)$$

Aus der ersten Funktionsskala von Fig. 5 lassen sich für die einzelnen Dämpfungsgrade α die zugehörigen Resonanzbreiten ablesen oder umgekehrt, während die zweite Funktionsskala die Erhöhung der Meßempfindlichkeit in Abhängigkeit vom Dämpfungsgrade zeigt.



Funktionsskalen:
a) für die Resonanzbreiten ϱ als Funktion des Dämpfungsgrades α;
b) für die Scheitelwerte der Schwingungsweiten nach Fig. 4 (Erhöhung der Meßempfindlichkeit) als Funktion des Dämpfungsgrades α.
a) und b) zusammen geben die Beziehung zwischen Erhöhung der Meßempfindlichkeit und Resonanzbreite.

Fig. 5.

Die in den Funktionsskalen niedergelegten Beziehungen fußen auf den allgemeinen Gesetzen der Mechanik schwingender Systeme mit einem Freiheitsgrad, sie gelten — unter den von vornherein gemachten Voraussetzungen, die für alle Meßwerke als erfüllt anzusehen sind — ausnahmslos für alle Meßgeräte, unbeeinflußbar durch ihre besondere Bauart. Jedoch ist bei der praktischen Anwendung zu beachten, daß der Sollwert ξ_0 der Meßgröße nicht selbst von der Frequenz der Schwankungen abhängig ist; denn die abgeleiteten Beziehungen gelten nur für $\xi_0 = \text{const}$.

Unter dieser Voraussetzung kann man z. B. folgendes als allgemein gültig feststellen: Die Frequenz der Schwankungen der Meßgröße, z. B. die Frequenz eines Wechselstromes, läßt sich nicht ganz genau auf einem bestimmten Betrag halten. Ein Meßwerk mit übertriebener Resonanzschärfe wird in seiner Empfindlichkeit

[1]) Für sehr kleine α ist die „Scheitelfrequenz" genügend genau gleich der „Resonanzfrequenz" $\lambda = 1$.

[2]) Mit einem Fehler von rd. $-2\sqrt{3}\,\alpha^3$ für $\lambda_2 - \lambda_1$.

Digitized by Google

nicht ausgenutzt, wenn diese Frequenzschwankungen größer sind als der schmale Bereich hoher Meßempfindlichkeit. Liegen die Verhältnisse z. B. so, daß eine Resonanzbreite $\pm$ 1% gerade noch zulässig ist, so muß der Dämpfungsgrad $\alpha = 5{,}77 \cdot 10^{-3}$ sein und die Empfindlichkeitssteigerung ist eine 86,6fache[1]); die Anlauf- oder Aufschaukelzeit wäre dann (nach Fig. 1) $\tau = 805$, also bei $\nu_0 = 2\pi 50$ rd. 2,5 sek.; usw.

Zum Schluß noch einiges über die zeitliche Verschiebung der vom Meßgerät angezeigten Pendelungen gegenüber den Sollwerten. Meßgeräte, die geeignet sind, schnelle Schwankungen der Meßgröße ohne großen Fehler wiederzugeben, die also ganz im Anfangsgebiete der λ arbeiten, folgen den Schwankungen mit einer Verzögerungszeit von angenähert $\tau_0^* = 2\alpha$. Für „Resonanzfrequenz" $\lambda = 1$ ist bei allen Dämpfungen $\tau^* = \frac{\pi}{2}$. Ist der Dämpfungsgrad sehr klein, so geht die Kurve der Phasenverschiebung als Funktion der Frequenz sehr steil durch diesen Punkt, vorher sind die Ordinaten sehr klein, nachher nahe gleich π. Das ist der sog. Phasensprung an der Resonanzstelle. Man verwendet ihn bisweilen zur besonders scharfen Einstellung der Resonanzmeßgeräte, denn der Scheitel der Resonanzkurve ist weniger scharf einstellbar. Für Vibrationsgalvanometer hat dies Fr. Wenner vorgeschlagen[2]). Eine Hälfte des vom schwingenden Lichtzeiger beschriebenen Lichtbandes wird durch eine synchron umlaufende (zweckmäßig auf den Generator selbst aufgesetzte) stroboskopische Scheibe betrachtet und erscheint als ein je nach dem Grad der Verstimmung aus der Mittellage verschobener Strich. Dieser muß nun genau auf die Mitte eingestellt werden. Statt den Lichtzeiger synchron abzublenden, kann man ihn auch an einem synchron schwingenden Spiegel reflektieren, um Lissajoussche Figuren zu erzeugen, an denen man die Phasenverschiebung $\frac{\pi}{2}$ gut erkennen kann[3]).

5. Beispiele von Resonanzmeßgeräten.

Bei Meßgeräten, die im Resonanzgebiet arbeiten, soll zum Teil die selektive Heraushebung einer bestimmten Frequenz benutzt werden, zum Teil die Erhöhung der Meßempfindlichkeit für diese Frequenz, wobei die Abhängigkeit der Empfindlichkeit von der Frequenz als notwendiges Übel mit in Kauf genommen wird. Zu der ersten Klasse gehören die Zungenfrequenzmesser. Ayrton hat im Jahre 1889[4]) vorgeschlagen, eine Reihe von abgestimmten Zungenfedern der Einwirkung von Wechselstrom auszusetzen. Derartige Apparate sind genauer untersucht und durchgebildet worden von Hartmann-Kempf und Frahm. Der Dämpfungsgrad ist bei Frequenzmesserzungen mit der am meisten gebräuchlichen Periodenzahl 50 i. d. S. im Durchschnitt von der Größenordnung 0,002, dementsprechend ergibt sich eine Resonanzbreite $\pm$ 0,35%. Eine wesentliche Verkleinerung dieser Zahlen ist wegen des Luftwiderstandes nicht möglich. A. Campbell hat in „Philosophical Magazine"

[1]) Eine 122fache, falls die Meßempfindlichkeiten in quadratischen Mittelwerten angegeben werden.

[2]) Bull. of the Bur. of Standards **6** (1910) oder Reprint Nr. 134, S. 363f.

[3]) Dies Verfahren verwenden Kennelly, Hunter und Prior (vgl. S. 379, Anm. 2) zur Bestimmung von ν_0 für Oszillographen. Als „Synchronmotor" mit Spiegel dient eine „ungedämpfte" Oszillographenschleife, deren Eigenfrequenz nicht mit der zu messenden übereinstimmen darf, die also mit der Zeit 0 oder 2π nacheilt. Man kann natürlich auch beide Meßschleifen wie gewöhnlich über der Zeit schreiben lassen, z. B. auf einem Schirm, und die zeitliche Verschiebung der Kurven ausmessen.

[4]) Nach Angabe von Edgcumbe, Industrial measuring instruments, 1. Aufl. (1908), 131 im Journ. Inst. Electr. Engs. **18**, Teil 79 (1889).

Digitized by Google

42 (1896), 159, eine in ihrer freien Länge durch Zahntrieb einstellbare Feder beschrieben, die in Resonanz mit dem Wechselstrom gebracht wurde. Mit dem Zahntrieb war ein Zeiger verbunden, der die gesuchte Frequenz auf einer Skala angab. Eine ähnliche Anordnung hat E. Stöckhardt in der ETZ. 1899, S. 873 verwendet, und zwar eine Stimmgabel mit auf den Zinken verschiebbaren Laufgewichten.

Auch zur Zerlegung einer Wechselstromkurve in ihre Teilwellen, die Grundwelle und die Oberschwingungen, sind Resonanzmeßgeräte verwendet worden, und zwar Strommesser, die auf alle in Frage kommenden Frequenzen abgestimmt werden können (Vibrationsgalvanometer) und dann infolge ihrer schwachen Dämpfung für alle übrigen Teilwellen nahezu völlig unempfindlich sind. Das wurde von Blondel vorgeschlagen. Da der Dämpfungsgrad bei praktisch ausgeführten Geräten sich mit der Abstimmung änderte, mußte das Gerät für jede Frequenz einzeln geeicht werden[1]).

Zahlreicher sind die Meßgeräte der zweiten Klasse, bei welchen man zur Erzielung einer höheren Meßempfindlichkeit von dem Resonanzprinzip Gebrauch macht. Besonders die Aufgabe, den Ungleichförmigkeitsgrad von Kolbenmaschinen zu bestimmen, hat oft zu Vorschlägen geführt, von der Resonanz Gebrauch zu machen, beispielsweise hat O. Mader in Danglers polytechnischem Journal, 90. Jahrgang, Bd. 324, S. 529ff. einen Resonanzundographen als Mittel zur Messung der „Winkelabweichung" beschrieben. Dieser besteht im wesentlichen aus einer schwingbar gelagerten Masse, auf die eine mit der Drehgeschwindigkeit der Welle proportionale verschiebende Kraft einwirkt. Praktisch wird dies durch eine Wirbelstrombremse mit schwingbar gelagertem Feldmagneten erreicht. Die Rückstellkraft für diesen Magneten läßt sich in weitem Maße ändern, so daß sich die Eigenfrequenz in einem großen Bereiche verstellen läßt. Die Schwingungsweiten des Feldmagneten werden aufgezeichnet und sind ein Maß für die Verdrehungsschwingung der Welle derjenigen Frequenz, auf die die Rückstellfedern eingestellt sind. Ferner hat Boucherot eine „Galvanoszilla" genannte Einrichtung entworfen zur Messung der Unregelmäßigkeiten in der Geschwindigkeit einer Welle unter $^1/_{10\,000}$ während einer Umdrehung. Diese Einrichtung besteht aus einem an die angetriebene Wechselstrommaschine angeschlossenen Vibrationsgalvanometer, dessen bewegliche Spule in der Mitte einer bogen- oder gabelförmig gespannten Blattfeder angeordnet ist. Die Eigenfrequenz kann durch Nähern und Entfernen der Bogenenden mittels doppelgängiger Schraube beliebig geändert werden[2]). Auch Blondel hat einen ähnlichen Weg eingeschlagen, nur kuppelt er mit der zu untersuchenden Welle eine besondere kleine Gleichstromdynamo und schaltet an sie ein Vibrationsgalvanometer mit Drehspule zwischen Aufhängebändern mit ferngesteuerter Stegbegrenzung und Federspannung[3]). — In allen diesen Meßanordnungen werden die Teilwellen der Geschwindigkeitsänderung einzeln bestimmt.

Sehr häufig werden Resonanzmeßgeräte in Wechselstrommeßbrücken oder ähnlichen Schaltungen verwendet, da sonst im allgemeinen Wechselstrommeßgeräte unempfindlich sind. Die Theorie derartiger Resonanzmeßgeräte, insbesondere der Vibrationsgalvanometer, wurde bereits recht eingehend von mehreren Verfassern behandelt[4]).

[1]) Blondel und Carbenay, Ann. de Phys. **6** (1917), 97 bis 158 (Weicheisen-Harmoniegraph).

[2]) Zeitschrift für Feinmechanik **21** (1913), 210; Physikalische Zeitschrift **14** (1913), 598.

[3]) Zeitschrift für Feinmechanik **21** (1913), 96.

[4]) Fr. Wenner, Bull. of the Bur. of Standards **6** (1910), 347 bis 378. — Proc. of the Am. Inst. of El. Engin., **31** (1912), 1073. — H. Zöllich, Archiv f. Elektrotechnik **3** (1915), 369.

Digitized by Google

Arbeitet das Vibrationsgalvanometer mit Drehspule auf selbstinduktions- und kapazitätsfreie Stromkreise und ist es selbst als selbstinduktions- und kapazitätsfrei anzusehen, so kann man ohne weiteres die Grundgleichung (11) als seine Bewegungsgleichung auffassen. Die oben aus ihr gezogenen Folgerungen kann man ohne weiteres auf das Verhalten des Vibrationsgalvanometers im Leerlauf beziehen, vgl. insbesondere die Erörterungen von S. 390. Auch für das Galvanometer im Kurzschluß gelten die Überlegungen; nur ist zu berücksichtigen, daß dann α einen anderen, und zwar einen größeren, von der Feldstärke abhängigen Wert hat, als im Leerlauf.

Enthalten die Stromkreise dagegen Blindwiderstände, so ist Vorsicht am Platze, da dann das Störungsglied, d. h. der Sollwert des Ausschlages, nicht unabhängig von der Frequenz ist, wie bei der Behandlung der Lösung der Differentialgleichung vorausgesetzt worden ist. Man kann aber auch das Verhalten des Vibrationsgalvanometers im allgemeinen Fall untersuchen, indem man beim Ansatz der Stromstärke $\boldsymbol{I}$ im Sollwert $qI:D$ die durch das Schwingen der Spule im Magnetfeld entstehende rückwirkende EMK berücksichtigt[1]). Statt $\boldsymbol{I}$ hat man also zu setzen:

$$\frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{Z}} - \frac{q}{\boldsymbol{Z}} \cdot \frac{dx}{d\tau}.$$

Setzt man dies in die Lösung (17) ein, die natürlich ganz allgemein gilt, so erhält man nach einigen leichten Umformungen (Summation der entstehenden geometrischen Reihe) den folgenden Ausdruck:

$$x = \frac{q\boldsymbol{E}}{j\lambda(\boldsymbol{M}\boldsymbol{Z} + q^2)}. \tag{28}$$

Dieser wird zu einem Maximum für $q^2 = \boldsymbol{M}\boldsymbol{Z}$. Das bedeutet aber

$$q^2 = |\boldsymbol{M}| \cdot |\boldsymbol{Z}| = MZ \tag{29}$$

und

$$\frac{\lambda^2 - 1}{2\alpha\lambda} = -\frac{x}{R}. \tag{30}$$

Das heißt, das Produkt der Beträge des mechanischen und elektrischen Scheinwiderstandes muß gleich dem Quadrat der dynamischen Galvanometerkonstante und ferner müssen mechanische und elektrische Zeitkonstante dem Betrage nach gleich (aber von entgegengesetztem Vorzeichen) sein. Die Maximalbedingung läßt sich auch, wenn man berücksichtigt, daß die rückwirkende EMK:

$$\boldsymbol{E}_r = -j\lambda q x$$

in der Form schreiben:

$$\boldsymbol{E}_r : \boldsymbol{E} = -\tfrac{1}{2}, \tag{31}$$

d. h. die rückwirkende EMK muß dem absoluten Betrage nach gleich der halben aufgedrückten EMK und ihrer Phase nach der aufgedrückten entgegengesetzt gerichtet sein. Das gilt auch für das Galvanometer im Stromkreis mit reinem Wirkwiderstand.

Die Empfindlichkeit von Vibrationsgalvanometern oder überhaupt von Resonanzmeßgeräten für die Oberschwingungen läßt sich nach Formel (19) angenähert berechnen.

---

[1]) q ist das Produkt von magnetischer Feldstärke und Windungsfläche der Drehspule, also die dynamische Galvanometerkonstante.

Digitized by Google

Man setze für λ die Werte 3, 5, ..., allgemein n ein. Das Glied mit α^2 kann man gegen die anderen vernachlässigen, es ergibt sich also die Meßempfindlichkeit für die $n$te Oberwelle angenähert zu:

$$\frac{1}{n^2-1}.$$

Das Verhältnis der Empfindlichkeit für Resonanzfrequenz zu Empfindlichkeit für $n$te Oberwelle wird also:

$$\frac{x_r}{x_n} \approx \frac{n^2-1}{2\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{n^2-1}{\varrho}. \tag{32}$$

Dieser Ausdruck gilt für die Stromempfindlichkeit des Vibrationsgalvanometers; das Verhältnis der Spannungsempfindlichkeiten muß für Drehspulengalvanometer unter Berücksichtigung der rückwirkenden EMK besonders hergeleitet werden.

Vibrationsgalvanometer sind in großer Zahl in allen möglichen Ausführungsformen entworfen und beschrieben worden. Es seien nur die folgenden hervorgehoben: Galvanometer mit Drehspule von Campbell [Phil. Mag. *14* (1907), 494], von Zöllich [Archiv für Elektrotechnik *3* (1915), 369], von Blondel mit ferngesteuertem Stegabstand und ebenso geregelter Federspannung für die Tragbänder — mit Drehschleife von Duddell, sowie von Schering und Schmidt [Archiv für Elektrotechnik *1* (1913], 254) — mit im Felde von festen Spulen schwingendem Eisenkörper von Tinsley [The Electrician *69* (1912), 939], ferner Schering und Schmidt [Zeitschrift f. Instrumentenkunde *38* (1918) 1], von Agnew [Transactions of the American Inst. of El. Engineers *39* (1920) 359].

6. Verhalten von Meßwerken bei in gleichen Zeiträumen wiederholtem Anstoßen.

Resonanzerscheinungen lassen sich auch hervorrufen, ohne daß das zeitlich sich ändernde Störungsglied (der Sollwert) die Form einer Sinusfunktion oder einer aus Sinusgliedern zusammengesetzten Reihe aufweist. Man kann auch durch einzelne Stöße, die so kurze Zeit dauern, daß sich während ihrer Einwirkung die Stellung des beweglichen Systems nicht ändert, Resonanz dann hervorrufen, wenn diese Stöße in einem bestimmten Takt fortwährend ausgeübt werden.

a) Wann liegt ein Stoß vor?

Die Frage, wann man die vereinfachende Annahme machen kann, daß dem beweglichen System ein Geschwindigkeitszuwachs in unendlich kurzer Zeit erteilt wurde, läßt sich in ähnlicher Weise lösen, wie dies für das Verhalten von Meßwerken gegenüber unstetigen Vorgängen in der ersten Arbeit geschehen ist. Es wurde dort die Bedingung dafür erhalten, innerhalb welcher Zeit ein Vorgang sich ändern muß, damit das Meßgerät sich bis auf 1% genau so verhält, als wenn ein ideal unstetiger Vorgang vorgelegen hätte. Es ergaben sich dann bestimmte Zeiten $\Delta\tau =$ rd. 0,3, und zwar in der gleichen Größenordnung für alle Dämpfungsgrade.

Wann man für ein bestimmtes Meßgerät einen idealen Stoß anzunehmen hat, ist von Dießelhorst, Annalen der Physik, 4. Folge, *9* (1902), 712 bis 722 im Anschluß an E. Dorn in allgemeiner Form berechnet worden. Es ergab sich, daß die Dämpfung selbst ohne Einfluß ist. Wie man die Frage unter Zugrundelegung der vereinfachten Form der Bewegungsgleichungen lösen kann, sei daher kurz an dem

Digitized by Google

Fall verschwindender Dämpfung $\alpha = 0$ erläutert. Es sei hierbei angenommen, daß während einer bestimmten Zeit $\Delta\tau$ eine solche veränderliche oder unveränderliche Kraft auf das bewegliche System des Meßgerätes wirkt, daß bei gedachter dauernder Einwirkung ihrer Augenblickswerte Ausschläge ξ entstehen würden. Die Bewegungsgleichung lautet dann:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + x = \xi . \tag{33}$$

Durch einmalige Integration erhält man:

$$\frac{dx}{d\tau} + \int x\,d\tau = \int \xi\,d\tau . \tag{34}$$

Die Geschwindigkeit am Ende der Zeitspanne $\Delta\tau$ beträgt also:

$$\left(\frac{dx}{d\tau}\right)_1 = \int_0^{\Delta\tau} \xi\,d\tau - \int_0^{\Delta\tau} x\,d\tau .$$

Nach dieser Zeit folgt das System dem Bewegungsgesetz:

$$x = C\sin(\tau + \varphi) .$$

Zur Berechnung der Konstanten werde der Nullpunkt der Zeitrechnung verschoben, so daß man $\tau = 0$ hat in dem Augenblick, in dem die freie Schwingung beginnt. Die Werte von Ausschlag und Geschwindigkeit seien in diesem Augenblick x_1 und x_1'. Es folgt dann für den freien Ausschlag:

$$x = \sqrt{x_1^2 + x_1'^2}\sin(\tau + \varphi); \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{x_1}{x_1'} . \tag{35}$$

Hierin ist offenbar x_1 stets eine verhältnismäßig kleine Größe. Man kann diese berechnen unter Annahme einer bestimmten Form des Stromstoßes. Während der Zeit $\Delta\tau$ werde ein fester Sollwert ξ eingehalten. Dann kann man in der Bewegungsgleichung (33) das zweite Glied vernachlässigen gegenüber der Beschleunigung. Die Integration der Gleichung ergibt dann:

$$x = \tfrac{1}{2}\xi\tau^2 . \tag{36}$$

Hieraus folgt für die Geschwindigkeit:

$$x' = \xi\tau - \tfrac{1}{2}\int_0^{\Delta\tau} \xi\tau^2 d\tau = \xi\Delta\tau(1 - \tfrac{1}{6}\Delta\tau^2) .$$

Demnach wird die Amplitude der Bewegung:

$$C = \sqrt{x_1^2 + x_1'^2} = \xi\Delta\tau(1 - \tfrac{1}{24}\Delta\tau^2) . \tag{37}$$

Das zu messende Zeitintegral oder der Impuls soll aber den Wert haben:

$$\int_0^{\Delta\tau} \xi\,d\tau = \xi\Delta\tau . \tag{38}$$

Also beträgt die Abweichung $^1/_{24}\Delta\tau^2$. Die Amplitude wird daher mit einem Fehler von 1% gegenüber dem Fall eines idealen Stoßes wiedergegeben für Stoßzeiten bis zu $\Delta\tau = 0{,}5$. Bei Verwendung von Spiegelgalvanometern hat man selbstverständlich mit einer weit größeren Genauigkeit zu rechnen. Man sieht aber, daß die Stromstöße nicht in einer übermäßig kurzen Zeit zu verlaufen brauchen.

Digitized by Google

b) Die Wirkung eines Stoßes auf das ruhende Meßwerk.

Der Verlauf der Schwingungsbewegung infolge Anstoßens des Meßwerkes in der Gleichgewichtslage folgt aus den Darlegungen von S. 36 der ersten Arbeit. Danach kann man mit denselben Formeln rechnen, die sich für die Bewegung eines aus der Gleichgewichtslage abgelenkten und dann freigelassenen Meßwerkes ergeben. Der Verlauf schwach gedämpfter Schwingungen bietet hierbei nichts bemerkenswertes. Der Zeiger des gerade aperiodisch gedämpften Meßwerkes fliegt infolge des Anstoßes aus seiner Nullage, bis er bei einem bestimmten Höchstwert stehen bleibt und umkehrt. Hierauf geht er asymptotisch wieder in die Gleichgewichtslage zurück. Macht man die Dämpfung größer, so erreicht der Zeiger den Umkehrpunkt in einer früheren Zeit, also rascher, und geht dann mit wachsender Dämpfung immer langsamer kriechend auf Null zurück[1]). Die erste Funktionsskala (Fig. 6) gibt die Zeiten τ, in denen der Umkehrpunkt erreicht wird, für die verschiedenen Werte des Dämpfungsgrades α, die zweite Skala die dem Umkehrpunkt entsprechende größte Ablenkung x_m als Funktion der gleichen Größe bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit v_0.

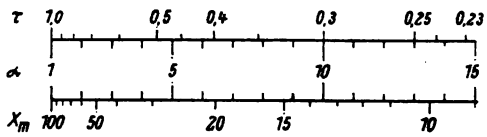


Fig. 6.

Funktionsskalen:
a) für die Zeiten τ des Umkehrpunktes bei ballistischem Ausschlag als Funktion des Dämpfungsgrades α;
b) für die Höhe x_m der Umkehrpunkte bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit v_0 als Funktion des Dämpfungsgrades α. (x_m wurde für den aperiodischen Grenzfall = 100 gesetzt).

c) Die Wirkung eines Stoßes auf das sich bewegende Meßwerk.

Um die Wirkung eines Stoßes auf ein in Bewegung befindliches System zu untersuchen, kann man von der oben bereits benutzten komplexen oder „symbolischen" Methode Gebrauch machen. Wir nehmen an, das bewegliche System folge zunächst dem Bewegungsgesetz:

$$x = e^{-\alpha\tau}\cos\left(\sqrt{1-\alpha^2}\,\tau + \gamma\right). \tag{39}$$

Hierzu fügen wir die mit der imaginären Einheit j multiplizierte entsprechende Sinusbewegung. Es läßt sich dann die Summe in Exponentialform schreiben; dabei sei wieder zur Abkürzung gesetzt $\sqrt{1-\alpha^2} = \varepsilon$:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{x} &= \mathfrak{x}_0 e^{(-\alpha + j\varepsilon)\tau} \\ \mathfrak{x}_0 &= x_0 e^{j\gamma} \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

Das geometrische Bild ist eine logarithmische Spirale in der komplexen Zahlenebene[2]). Falls man (beispielsweise durch Drehung) einen Punkt einer Spirale mit einem Punkt einer anderen Spirale zum Zusammenfallen bringen kann, so fallen alle Punkte beider Spiralen aufeinander. Man kann daher auf diese Weise zwei verschiedene Spiralen und damit zwei verschiedene Schwingungsbewegungen vergleichen. Erzielt man z. B. Deckung der Spirale (40) mit einer anderen durch Drehen um den Winkel $\varphi = \varepsilon\tau_1$, so ist für die zweite Spirale:

$$\mathfrak{x}_1 = \mathfrak{x}_0 e^{j\varepsilon\tau_1} e^{(-\alpha + j\varepsilon)\tau}$$

oder

$$\mathfrak{x}_1 = \mathfrak{x}_0 e^{\alpha\tau_1}\, e^{(-\alpha + j\varepsilon)(\tau + \tau_1)}.$$

[1]) Formeln ausführlicher als an genannter Stelle bei W. Jaeger, Elektrische Meßtechnik, 2. Aufl., 1922, S. 33; dort auch einige Ausschlag-Zeit-Kurven.

[2]) Vgl. Breisig, Theoretische Telegraphie 1910, S. 285ff. und Pomey, Courants Téléphoniques et Radiotélégraphie, 1920.

Digitized by Google

Das zweite Exponentialglied hierin nimmt dieselben Werte an wie vorher zu den Zeiten $\tau - \tau_1$. Ist die Ableitung von $\mathfrak{x}$ zur Zeit τ_m parallel der imaginären Achse (größte Ablenkung des Meßwerkes), so ist es also die Ableitung von $\mathfrak{x}_1$ zur Zeit $\tau_m - \tau_1$. Die entsprechenden $\mathfrak{x}$-Werte und, da das Verhältnis reell ist, die entsprechenden größten Ablenkungen, verhalten sich wie $1 : e^{\alpha \tau_1}$. Mußte zur Deckung ein Radiusvektor gedehnt (oder verkürzt) werden (Multiplikation mit k), so kommt noch ein Faktor k^{-1} hinzu.

In einem bestimmten Augenblick werde dem sich bewegenden System ein Geschwindigkeitszuwachs erteilt; offenbar wird dann die Lage des beweglichen Teiles nicht sprungweise geändert, wohl aber seine Geschwindigkeit. Der reelle Bestandteil der Exponentialfunktion bleibt also unverändert, der andere aber, um 90° hierzu verschobene imaginäre, der einen wesentlichen Teil des Ausdruckes für die Geschwindigkeit darstellt, muß seinen Wert plötzlich um einen bestimmten Betrag ändern. Die Differenz der Geschwindigkeiten beträgt, wenn $\mathfrak{x}$ den Verlauf vor, $\mathfrak{x}_1$ den nach dem Stoß darstellt, allgemein:

$$\frac{d\mathfrak{x}_1}{d\tau} - \frac{d\mathfrak{x}}{d\tau} = (-\alpha + j\varepsilon)(\mathfrak{x}_1 - \mathfrak{x}).$$

Es muß aber nach den letzten Ausführungen im Augenblick des Stoßes sein $\mathfrak{x}_1 - \mathfrak{x} = ja$ (d. h. kein Sprung im reellen Teil), daher ist dann die komplexe Geschwindigkeitsdifferenz $= (-\alpha + j\varepsilon) ja$. Der Geschwindigkeitszuwachs des Meßwerkes betrage v_0; dies ist also der reelle Teil der Differenz, so daß sich der zunächst als unbekannt eingeführte Wert von a ergibt: $a = -v_0 : \varepsilon$. Die beiden Spiralen ergeben sich demnach auseinander durch die Annahme, daß im Augenblick des Stoßes:

$$\mathfrak{x}_1 = \mathfrak{x} - j\frac{v_0}{\varepsilon}. \tag{41}$$

d) Die Wirkung isochroner Stöße auf das Meßwerk.

Die Bewegung des Meßwerkes verläuft unter Annahme eines Dämpfungsgrades α wie der reelle Teil des komplexen Ausdruckes:

$$\mathfrak{x} = \mathfrak{x}_0 e^{(-\alpha + j\varepsilon)\tau},$$

und zwar, da das Meßwerk ständig frei schwingt, für alle Zeiten τ. Nur sind die Werte von $\mathfrak{x}_0$ vor und nach jedem Stoß andere; die vor einem Stoß mögen durch kleine, die nach einem Stoß durch große Buchstaben bezeichnet werden.

Wie im vorigen Abschnitt c) gezeigt wurde, wird durch den Stoß der Bildpunkt von $\mathfrak{x}$ nach $\mathfrak{X}$ geworfen, wo nach (41): $\mathfrak{X} = \mathfrak{x} - j\frac{v_0}{\varepsilon}$. Für den ersten Stoß mögen hierbei $\mathfrak{X}$ und $\mathfrak{x}$ den Zeiger 1 erhalten. Das Meßwerk schwingt nun entsprechend dieser geänderten Grenzbedingung weiter. Nach einer bestimmten Zeit ϑ wird die komplexe Größe $\mathfrak{x}$ den Wert haben:

$$\mathfrak{x}_2 = \mathfrak{X}_1 e^{(-\alpha + j\varepsilon)\vartheta},$$

oder abgekürzt geschrieben:

$$\mathfrak{x}_2 = \mathfrak{X}_1 \mathfrak{E}.$$

Wird in diesem Augenblick dem Meßwerk wieder derselbe Geschwindigkeitszuwachs wie zu Beginn erteilt, so hat man wieder anzusetzen:

$$\mathfrak{X}_1 = \mathfrak{x}_1 - j\frac{v_0}{\varepsilon}.$$

Digitized by Google

Wird nun weiter angenommen, daß immer wieder nach einer Zeit ϑ dem Meßwerk ein gleich starker Stoß erteilt wird, so gelten die gleichen Überlegungen für alle folgenden Stöße. Allgemein hat man für den $n$ten Stoß die beiden Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} X_n &= x_n - j\frac{v_0}{\varepsilon} \\ x_{n+1} &= X_n E . \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

Es ergeben sich aus diesen beiden Rekursionsformeln schließlich bei dem $n$ten Schritt die beiden Werte:

$$\left.\begin{aligned} x_n &= x_1 E^{n-1} - j\frac{v_0}{\varepsilon}\frac{E - E^n}{1 - E} \\ X_n &= x_1 E^{n-1} - j\frac{v_0}{\varepsilon}\frac{1 - E^n}{1 - E} \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

Für $n = \infty$ hat man also:

$$\left.\begin{aligned} \lim_{n=\infty} x_n &= -j\frac{v_0}{\varepsilon}\frac{E}{1 - E} \\ \lim_{n=\infty} X_n &= -j\frac{v_0}{\varepsilon}\frac{1}{1 - E} \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

Es tritt dann ein von dem Anfangswert und von dem Beginn der Zeitrechnung unabhängiger stationärer Zustand ein. Das Meßwerk schwingt ständig innerhalb zweier Grenzwerte der Ablenkung hin und her. Für den besonderen Fall synchroner Stöße, also Stöße, die mit den Zeiten $2\pi : \varepsilon$ einander folgen, ergibt sich für das E in den Grenzwerten der wechselnden Faktoren x, X der Exponentialfunktion:

$$E_s = e^{-\frac{2\pi\alpha}{\varepsilon}} = E_s ,$$

also ein reeller Wert. Die Bewegung erfolgt dann nach genügend langer Zeit von Beginn, ganz gleichgültig, in welcher Phase man zunächst dem Meßwerk den Stoß erteilte, immer so, daß der Stoß das Meßwerk in dem Augenblick trifft, in dem dies durch seine Gleichgewichtslage geht. Es tritt also der Zustand ein, den man bei dem sog. Multiplikationsverfahren für die Empfindlichkeitssteigerung von ballistischen Galvanometern verwendet.

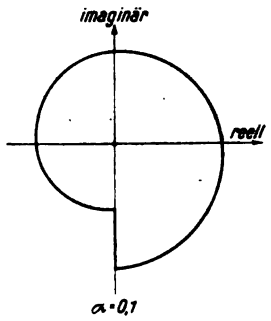


Fig. 7.

Das Multiplikationsverfahren für ballistische Galvanometer od. dgl. in komplexer Darstellung: Der nach einem Bildpunkt gezogene Strahl dreht sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit um den Ursprung. Das Meßwerk bewegt sich wie die Projektion des umlaufenden Bildpunktes auf die reelle Achse.

Welche Empfindlichkeitssteigerung man durch diese Art der Verwendung des Resonanzprinzips erzielt, läßt sich auf Grund der Darlegungen in Absatz 6c bestimmen. Bei einmaligem Stoß auf das in Ruhe befindliche Meßwerk hat man für das komplexe x, wobei der Bewegungsverlauf durch den reellen Teil gegeben wird:

$$x = -j\frac{v_0}{\varepsilon} e^{(-\alpha + j\varepsilon)\tau} , \tag{45}$$

falls v_0 die durch den Stoß erteilte Anfangsgeschwindigkeit bedeutet. Es ist also:

$$x_0 = -j\frac{v_0}{\varepsilon} . \tag{46}$$

Digitized by Google

Andererseits ist bei periodischem Anstoßen mit jedesmaligem Geschwindigkeitszuwachs v_0 bei Durchgang des Meßwerkes durch Null der Faktor der Exponentialfunktion nach dem Stoß (vgl. 44):

$$\mathfrak{X}_\infty = -j\,\frac{v_0}{\varepsilon}\,\frac{1}{1-E_s}\,. \tag{47}$$

Der hierin gegen (46) hinzugekommene Bruch rechts ist reell. Es bedarf daher keiner Drehung des zweiten Spiralendiagramms, um die beiden durch (46) und (47) gegebenen Spiralen ineinander überzuführen, sondern nur einer Streckung der Strahlen. Mit anderen Worten: Die den größten Schwingungsausschlägen entsprechenden Bildpunkte liegen auf demselben Strahl. Das Verhältnis dieser Ausschläge, d. h. die Verstärkung durch das Multiplikationsverfahren, ergibt sich also ohne weiteres aus (46) und (47):

$$v = 1 : 1 - e^{-\frac{2\pi\alpha}{\varepsilon}}\,, \tag{48}$$

oder

$$v = 1 : 1 - \ddot{u}^2\,,$$

wo $\ddot{u}$ dieselbe Bedeutung hat wie in Gleichung (6). Von Verstärkung ist danach nur für solche Werte des Dämpfungsgrades α die Rede, für die ein reelles $\ddot{u}$ (Überschwingen) vorhanden ist. Für sehr kleine α kann man die Exponentialfunktion in (48) in eine Potenzreihe entwickeln, von der man die höheren Potenzen unterdrücken kann. Es ergibt sich dann angenähert:

$$v \approx 1 : 2\pi\alpha\,. \tag{49}$$

Wie der Vergleich mit (22) ergibt, ist also die Resonanzwirkung wiederholter Stöße bei ballistischen Meßgeräten eine ähnliche wie die harmonischer Schwingungen; übrigens zeigt sich auch hinsichtlich der Phasenverschiebung gleiches Verhalten: Höchstwert der Erregung bei erzwungenen harmonischen Schwingungen und Stoß bei günstigster Wirkung der Wiederholung setzen bei Durchgang des Meßwerkes durch die Ruhelage ein.

Der gefundene Wert v stellt die größtmögliche Verstärkung dar, wie sich bei einer eingehenderen Untersuchung, und zwar besonders einfach mit den oben gegebenen Hilfsmitteln, zeigen würde. Ebenso ließe sich der Einfluß von Verfrühen oder Verspäten der Stöße auf die ballistische Schwingungsweite untersuchen. Da jedoch das Multiplikationsverfahren in der Literatur bereits ausführlich behandelt ist[1]), ebenso wie die besonderen ballistischen Verfahren, die keine Empfindlichkeitssteigerung erzielen, sondern nur eine leichtere Bestimmung der in das Endergebnis eintretenden Konstanten, insbesondere des Dämpfungsgrades α, gestatten (z. B. Zurückwerfungsverfahren), so sei hier nur auf diese Möglichkeit hingewiesen.

7. Selbsterregte Schwingungen.

Selbsterregte Schwingungen, wie sie beispielsweise eine elektrisch erregte Stimmgabel, eine elektrische Klingel oder ähnliche Apparate vollführen, kann man als erzwungene Schwingungen auffassen. Denn auf das bewegliche System wirkt eine äußere Kraft, die dem System ihr eigenes Änderungsgesetz aufdrückt, nur ist die Kraft nicht unveränderlich und unabhängig von dem System, sondern hängt von der Stellung der bewegten Teile ab. Dieses Abhängigkeitsgesetz muß man zunächst

[1]) Vgl. Kohlrausch, Lehrb. d. prakt. Physik, dort weitere Literatur.

Digitized by Google

kennen. Es sei beispielsweise angenommen, der Sollwert ξ habe infolge dieser Abhängigkeit die Form:

$$\xi_0 e^{j\lambda\tau} = \xi_0' e^{j\gamma\tau} e^{j\lambda\tau},$$

wo ξ_0' und γ von $\varkappa$ abhängen, dann lautet die Gleichung für das selbsterregte Schwingungen ausführende mechanische System, wie oben:

$$\frac{d^2\varkappa}{d\tau^2} + 2\alpha\frac{d\varkappa}{d\tau} + \varkappa = \xi_0 e^{j\lambda\tau}.$$

Die Lösung ist, wie aus den früheren Erörterungen hervorgeht:

$$\varkappa = \frac{\xi_0}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + 4\alpha^2\lambda^2}} e^{j\lambda\tau},$$
$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{2\alpha\lambda}{1-\lambda^2}. \tag{50}$$

Man wird es nun so einrichten, daß die Frequenz der erzwungenen Schwingungen gleich der Eigenfrequenz des Systems bei fortgedachter Dämpfung ist; denn dann sind störende Einflüsse durch zufällige Änderungen der Dämpfung (oder Reibung) und der antreibenden Kraft am kleinsten. Ferner wird wegen der Resonanzwirkung die Schwingungsweite am größten sein.

Bei Gleichheit der Frequenzen, also für $\lambda = 1$, ergibt sich aber für die Phasenverschiebung der Wert:

$$\gamma^* = \frac{\pi}{2},$$

d. h. die erregende Kraft muß gegenüber der Bewegung um 90° in der Phase verschoben sein, sie muß mit anderen Worten auf das System dann in ihrer vollen Größe wirken, wenn dies durch seine Gleichgewichtslage hindurchgeht. Das wird bei allen sich selbst erregenden Systemen in der Tat mit ziemlicher Annäherung erfüllt, beispielsweise wird das Pendel einer Uhr in dem Augenblick von der Hemmung angestoßen, in dem es durch seine Nullage geht. Ähnlich muß auch bei elektrischen Klingeln eine Verzögerung der Unterbrechung auftreten, was beispielsweise durch die auf den Anker aufgesetzte besondere Unterbrecherfeder, ferner auch durch die Selbstinduktionswirkung des Magneten hervorgerufen wird. In der Meßtechnik werden mechanische Systeme, die selbsterregte Schwingungen ausführen, vielfach verwendet. Erinnert sei z. B. an die Uhr mit Pendel oder Unruhe, sowie die elektrisch angetriebene Stimmgabel zur Zeitmessung, ferner an die Einrichtungen zur Erzeugung schwacher Wechselströme, wie Summer u. dgl., wobei mechanisch schwingende Teile als Frequenzsteuer dienen, z. B. in Form von Stimmgabeln, „Reintönern“[1]) oder piezoelektrischen Quarzplatten mit Metallbelegungen[2]) usw.

Zusammenfassung.

Die Untersuchung der Schwingungsvorgänge bei Meßgeräten wird in der vereinfachten und dabei verallgemeinerten Darstellung, die bereits in einer früher erschienenen Arbeit des Verfassers (diese Zeitschrift, Bd. I, Heft 1, S. 24—63) verwendet wurde, für das Gebiet der Resonanz durchgeführt. Die Vereinfachung ent-

[1]) Boedeker und Riegger, diese Zeitschrift, Bd. 1, S. 141.
[2]) Cady, The Physical Review, 18 (1922), 142.

Digitized by Google

steht durch die Wahl einer bestimmten Zeiteinheit, nämlich gleich dem reziproken Wert der Eigenfrequenz bei fortgedachter Dämpfung in Sekunden, und durch die Wahl einer bestimmten Einheit für das Maß der Dämpfung, so daß dies für den aperiodischen Grenzfall gleich der Einheit wird. Das Abklingen der Schwingungen, die dabei verfließende Abklingungszeit, ferner die Resonanzbreiten und Scheitelhöhen der Resonanzkurven werden durch Funktionsskalen dargestellt. Nachdem kurz das Verhalten von ballistischen Meßgeräten gestreift wurde, wird zum Schluß die Wirkung von synchronen Stößen auf das Meßwerk untersucht.

Digitized by Google

Leitungsnachbildungen in der Fernsprech- und Telegraphentechnik.

Von F. Lüschen und K. Küpfmüller.

Mit 33 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 8. Juni 1922.

Unter Leitungsnachbildung wird in der Fernmeldetechnik eine Anordnung verstanden, welche in ihrem elektrischen Verhalten einer wirklichen aus Hin- und Rückleitung zwischen zwei räumlich fernen Orten bestehenden elektrischen Verbindung gleichkommt. Der Herstellung einer solchen Anordnung liegt dabei naturgemäß immer das Problem zugrunde, die Nachbildung einfacher zu gestalten als die wirkliche Leitung. Es ist indessen ohne weiteres erklärlich, daß die Vereinfachung der Gestaltung auf Kosten der Genauigkeit hinsichtlich der Übereinstimmung zwischen natürlicher und künstlicher Leitung erfolgen muß. Daher wird die Form der Leitungsnachbildung wesentlich davon abhängen, welche Annäherung man erzielen muß, bzw. auf welche besonderen Eigenschaften der wirklichen Leitung man sich in der Wiedergabe beschränken will, und die Aufgabe ist eben die, diese Form zu finden. Diese Aufgabe liegt in der Fernsprechtechnik häufig vor, und ihrer Lösung kommt mitunter erhebliche Bedeutung zu.

Es ist bekannt, daß das Verhalten einer Fernleitung hinsichtlich der Ausbreitung von einfachen Wechselströmen bestimmt ist durch drei Größen, nämlich die Fortpflanzungskonstante γ, den Wellenwiderstand $\mathfrak{Z}$ und die Leitungslänge l; γ und $\mathfrak{Z}$ sind durch komplexe Zahlen darstellbar, z. B. $\gamma = \beta + j\alpha$, die neben den „Leitungskonstanten" — Widerstand R, Ableitung G, Induktivität L und Kapazität C für die Längenheit — als Parameter die Frequenz ω des betreffenden Wechselstromes enthalten. Spannung V_a und Strom I_a am Anfange der Leitung sind in dieser Bezeichnungsweise verknüpft mit Spannung V_e und Strom I_e am Ende durch die sog. Leitungsgleichungen:

$$V_a = V_e \operatorname{Cof} \gamma l + I_e \mathfrak{Z} \operatorname{Sin} \gamma l, \tag{1}$$

$$I_a = I_e \operatorname{Cof} \gamma l + \frac{V_e}{\mathfrak{Z}} \operatorname{Sin} \gamma l. \tag{2}$$

Diese Beziehungen geben die Grundlage für die Herstellung aller künstlichen Leitungen. Je nach den Vereinfachungen, die man dem praktischen Zweck entsprechend treffen darf, kann man die Leitungsnachbildungen in folgende 3 Gruppen einteilen:

1. Genaue Nachbildung oder Nachbildung in Gliedern.
2. Nachbildung von Dämpfung und Wellenwiderstand.
3. Nachbildung des Anfangsscheinwiderstandes.

Digitized by Google

Bei weitem die größte technische Bedeutung kommt der letzten Gruppe zu, während die künstlichen Leitungen der beiden ersten Gruppen in der Hauptsache Versuchs- oder Meßzwecken dienen. Die folgenden Ausführungen sollen einen Überblick über die heute bekannten und die bei uns entwickelten Formen der Nachbildungen dieser drei Gruppen geben.

1. Die Nachbildung in Gliedern.

Nachbildungen von weitgehender Genauigkeit sind beispielsweise für den Ausgleich der Sendeströme im Gegensprechtelegraphierbetrieb (duplex) über lange Kabel erforderlich. In Fig. 1 ist die dabei in Frage kommende Schaltung im Prinzip aufgezeichnet. Der vom Sender in das Kabel tretende Stromstoß I_1 bleibt ohne Wirkung auf den Empfänger der gleichen Station, wenn in die Leitungsnachbildung N ein gleicher Strom $I_2 = I_1$ fließt. Die Aufgabe besteht darin, die Nachbildung N so zu gestalten, daß diese Bedingung erfüllt ist. Dabei müssen insbesondere bei sehr langen Kabeln hohe Anforderungen an die Genauigkeit gestellt werden. Ist nämlich I_2 wenig verschieden von I_1, so entsteht am Empfänger eine Spannung von der Größe $(I_1 - I_2)\,R$. Da bei langen Kabeln die ankommenden Telegraphierströme nur noch sehr klein sind und einen geringen Bruchteil von I_1 darstellen, kann diese Spannung auch bei geringer relativer Verschiedenheit zwischen I_1 und I_2 erhebliche Störungen im Empfänger verursachen. Das Bedürfnis nach genauen Nachbildungen liegt ferner vor, wenn es sich um Leitungen für Versuchszwecke handelt, sei es, daß man die Wirkung einer geplanten Verbesserung im voraus genau kennen lernen will, sei es, um das Verhalten von Apparaten in Verbindung mit der Leitung überhaupt zu untersuchen.

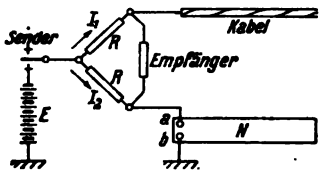


Fig. 1.

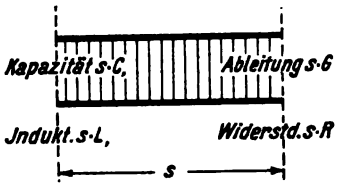


Fig. 2.

In diesen Fällen wendet man die Nachbildungen in Gliedern an. Sie entstehen so, daß man sich die elektrischen Eigenschaften eines kurzen Leitungsabschnittes, etwa von der kleinen Länge s zusammengefaßt denkt, so wie es durch die Fig. 2 und 3 dargestellt ist. Es ist leicht einzusehen, daß man auf diese Weise eine umso genauere Nachbildung erhält, je feiner man die Unterteilung vornimmt, je kleiner man also s macht. Für die Bemessung von s kann man auf folgende Weise einen Anhaltspunkt gewinnen. K. W. Wagner[1]) hat gezeigt, daß in einem aus Gliedern der Form Fig. 3 zusammengesetzten Gebilde, einem sog. Kettenleiter, ebenfalls die Beziehungen (1) und (2) Gültigkeit besitzen, wenn man die Größen γ und $\mathfrak{Z}$, die zur Unterscheidung gegen die der homogenen Leitung hier mit γ_0 und $\mathfrak{Z}_0$ bezeichnet werden sollen, definiert durch:

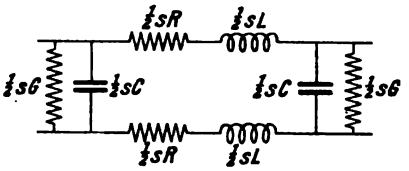


Fig. 3.

$$\mathfrak{Cos}\,\gamma_0 = 1 + \tfrac{1}{2}(R + j\omega L)(G + j\omega C)\,s^2;$$

$$\mathfrak{Z}_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}\;\frac{1}{\sqrt{1 + \tfrac{1}{4}(R + j\omega L)(G + j\omega C)\,s^2}}.$$

[1]) Arch. f. Elektr. 1915, S. 315.

Digitized by Google

Für die homogene Leitung ist bekanntlich

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)},$$

und

$$3 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}.$$

Daher ist auch

$$\mathfrak{Cof}\,\gamma_0 = 1 + \tfrac{1}{2}\gamma^2 s^2,$$

und

$$3_0 = \frac{3}{\sqrt{1 + \tfrac{1}{4}\gamma^2 s^2}}.$$

Wie eine nähere Betrachtung der Gleichungen (1) und (2) zeigt, ist für nicht allzu kurze Leitungen die Abweichung der Größe 3_0 von 3 in der gleichen Größenordnung wie die der Ströme und Spannungen an den Enden des Kettenleiters von denen der nachzubildenden Leitung. Wir nennen diese relative Abweichung δ. Es sei also:

$$3_0 = 3(1 + \delta) = \frac{3}{\sqrt{1 + \tfrac{1}{4}\gamma^2 s^2}}.$$

Da δ klein gegen 1 sein soll, folgt hieraus die Näherungsformel

$$\delta = -\tfrac{1}{8}\gamma^2 s^2$$

und, da es nur auf die absoluten Beträge ankommt,

$$s = \frac{\sqrt{8\delta}}{|\gamma|}.$$

Hat die nachzubildende Leitung die Länge l, so ergibt sich hiermit für die Gliederzahl n die einfache Beziehung:

$$n = \frac{|\gamma| l}{\sqrt{8\delta}}.$$

Der Rechnung ist hier der höchste zu übertragende Frequenzwert zugrunde zu legen, da γ mit der Frequenz wächst. Handelt es sich z. B. um die Nachbildung eines 500 km langen Telegraphenkabels mit den Leitungskonstanten $C = 0{,}2\ \mu F$ und $R = 7{,}2$ Ohm, und will man die Vorgänge am Ende des Kabels mit einer Genauigkeit von $\delta = 10^{-2}$ wiedergeben, so hat man, da die Zeitkonstante des Kabels $CRl^2 = 0{,}36$ Sekunden beträgt, erfahrungsgemäß etwa mit einer Frequenz von $\omega = 500$ zu rechnen. Hierfür liefert die eben gefundene Beziehung

$$n = \frac{\sqrt{0{,}36 \cdot 500}}{\sqrt{0{,}08}} = 47{,}5,$$

also rund 50 Glieder. Jedes Glied würde demnach eine Länge von 10 km darzustellen haben.

Eine sorgfältig durchgebildete Nachbildung in Gliedern für Versuchszwecke hat K. W. Wagner, E. T. Z. 1912, S. 1289, beschrieben. Im Zentrallaboratorium wird für Telegraphier- und Fernsprechversuche eine künstliche Leitung verwendet, welche ein normales Fernsprechkabel von 0,9, 1,4 und 2 mm Leiterdurchmesser und 1000 km Länge nachbildet. Jedes Glied dieser Leitung stellt einen Längenabschnitt von 2 km dar und besteht demgemäß aus einer Spule von der Induktivität $sL = 0{,}0006\ H$, zwei Kondensatoren von je $0{,}0175\ \mu F$ und aus zusätzlichen induktionsfreien Widerständen,

Digitized by Google

welche durch einen Umschalter wahlweise eingefügt werden können und die Widerstandswerte $s\,R$ des Gliedes auf die Beträge 10,6 Ohm für die 2 mm Leiter, 23,0 Ohm für die 1,4 mm Leiter und 55 Ohm für die 0,9 mm Leiter bringen.

Erwähnt muß an dieser Stelle noch werden, daß man für den Duplexbetrieb in langen Telegraphenkabeln künstliche Leitungen in der Weise hergestellt hat, daß die stetige Verteilung von Kapazität und Widerstand nachgebildet wird. Es geschieht das durch Verwendung von Kondensatoren aus Stanniolbändern, deren Dicke und Breite so bemessen wird, daß das Verhältnis von Widerstand zu Kapazität eines kleinen Längenabschnittes das gleiche ist wie beim nachzubildenden Kabel.

2. Nachbildung von Dämpfung und Wellenwiderstand.

Hierunter fallen Nachbildungen, die besonders für Messungen in der Fernsprechtechnik verwendet werden, die sog. Eichleitungen. Man kann die Güte einer Fernsprechverbindung dadurch prüfen, daß man sie mit einer künstlichen Leitung vergleicht. Diesen Vergleich kann man beispielsweise so vornehmen, daß man eine Wechselstromquelle, S (Fig. 4), abwechselnd an die künstliche und die wirkliche Leitung legt und den am Ende in einem Fernhörer F wahrnehmbaren Ton in seiner Lautstärke zum Maßstabe für die Schwächung des Wechselstromes in jeder der beiden Leitungen nimmt. Man verändert dann zweckmäßig die Eichleitung solange, bis man gleiche Lautstärken erhält. Trifft das zu, so ist die Dämpfung der Eichleitung gleich derjenigen der wirklichen. Für diese Zwecke kann man sich natürlich darauf beschränken, die Nachbildung so zu bauen, daß sie geeignet ist, das elektrische Verhalten der wirklichen Leitung nur für eine einzige Frequenz, nämlich die Meßfrequenz, wiederzugeben. Mit der Dimensionierung solcher Nachbildungen beschäftigt sich erstmalig eine Veröffentlichung von A. E. Kennelly (El. World, 1909, S. 211). F. Breisig hat einige Zeit vorher Eichleitungen angegeben, welche die Dämpfung für einen gewissen Frequenzbereich nachbilden, so daß man an Stelle der Wechselstromquelle einen Sprechapparat setzen und die Sprache selbst als Vergleichsmittel nehmen kann. Im Jahre 1909 wurden mit solchen Eichleitungen im Wernerwerk Sprechversuche vom Telegraphenversuchsamt des Reichspostamtes gemeinschaftlich mit der Firma Siemens & Halske ausgeführt.

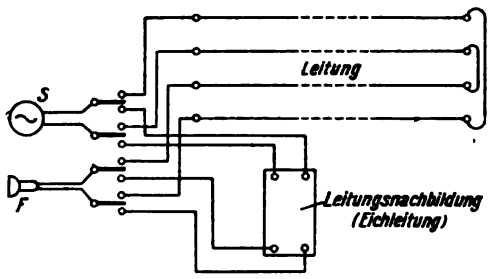


Fig. 4.

Alle diese Nachbildungen bestehen grundsätzlich aus der in Fig. 5 gezeichneten Anordnung, welche H-Schaltung genannt wird. Stellt man für ein solches Gebilde nach den für Stromverzweigungen gültigen Gesetzen die Beziehungen zwischen Anfangs- und Endspannungen und -strömen auf, so erhält man durch Vergleich mit den Gleichungen (1) und (2) die folgenden bekannten Formeln[1]) für die Dimensionierung der Nachbildung:

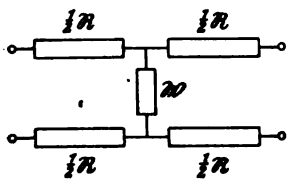


Fig. 5.

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{R}+\mathfrak{W}}{\mathfrak{W}} &= \mathfrak{Cof}\,\gamma l. \\ \mathfrak{R}(\mathfrak{R}+2\mathfrak{W}) &= \mathfrak{Z}^2. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

[1]) F. Breisig, Theoretische Telegraphie, Braunschweig 1910, S. 317.

Digitized by Google

Man trifft hier von vornherein eine Vereinfachung dadurch, daß man auf die Nachbildung des imaginären Teiles von γ, des Winkelmaßes α der Leitung, verzichtet, indem man von der Erfahrung ausgeht, daß es auf die Phase der in der Sprache enthaltenen Schwingungen nicht ankommt, sondern nur auf ihre Amplitude. Am einfachsten ist es daher, an Stelle der Scheinwiderstände $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{R}$ Ohmsche Widerstände W und R zu setzen. Dann werden γ und $\mathfrak{Z}$ reell, $\gamma = \beta$ und $\mathfrak{Z} = Z$, und es ist:

$$\mathfrak{Cof}\,\beta l = 1 + \frac{R}{W};$$

$$Z = \sqrt{R\,(R + 2\,W)}.$$

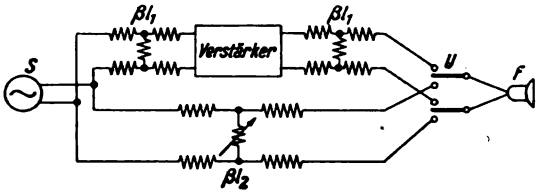


Fig. 6.

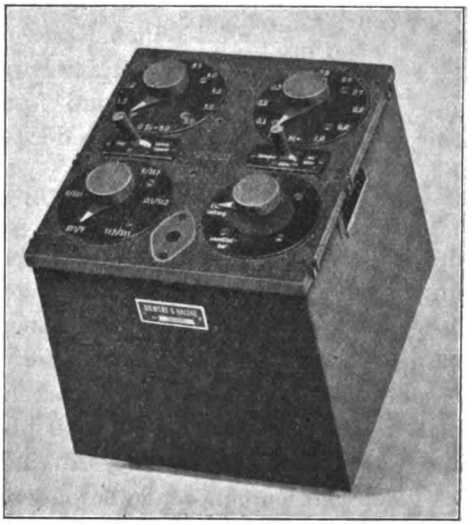


Fig. 7.

Mit Hilfe dieser beiden Beziehungen kann man für ein vorgegebenes Z und beliebige βl die zugehörigen Widerstandsgrößen R und W berechnen. Solche Leitungen werden in größerem Umfange für die Prüfung von Fernsprechleitungen und -apparaten verwendet. Fig. 6 zeigt z. B. die Anordnung zum Messen der Verstärkung eines Fernsprechverstärkers. Findet man in beiden Stellungen des Umschalters U gleiche Lautstärke, so ist die Verstärkung gegeben durch $\beta l' = 2\,\beta l_1 - \beta l_2$.

Man richtet für diese Zwecke die Anordnung meist so ein, daß man durch einen Umschalter eine beliebige Zahl von „βl-Stufen", etwa die Werte $\beta l = 0{,}1$ und $\beta l = 1$ von gleichem Wellenwiderstand Z hintereinanderschalten kann. Eine derartige Eichleitung, wie sie zu Prüfzwecken in Klinkenschränken verwendet wird, ist in Fig. 7 gezeigt.

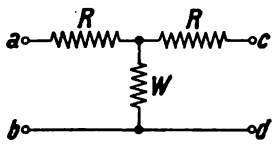


Fig. 8.

Mitunter ist es auch angängig, die Widerstände R nur in den einen Zweig der Stromleitung zu legen, wie es in Fig. 8 dargestellt ist. Auf diese Weise ergeben sich handliche und billige Formen der Ausführung. Eine solche mit zehn Stufen von je $\beta l = 1$ ist in Fig. 9 wiedergegeben. Sie kann ohne weiteres

Fig. 9.

Digitized by Google

überall da angewendet werden, wo es sich um Dämpfungszahlen bis zu etwa $\beta l = 6$ handelt; für höhere Dämpfungen ist es notwendig, die durchgehende Leitung (*bd* in Fig. 8) zu erden.

Alle natürlichen Leitungen haben die Eigenschaft, daß sie Ströme höherer Frequenz mehr dämpfen als solche niederer Schwingungszahl. Dies bewirkt die sog. Verzerrung der Sprechströme in der Leitung. Die eben besprochenen Eichleitungen sind Leitungen ohne Verzerrung, da sie nur Ohmsche Widerstände enthalten und daher bei allen Frequenzen gleich durchlässig sind. Nach Breisig[1]) kann man die Verzerrung in der H-Schaltung dadurch berücksichtigen, daß man parallel zum Querwiderstand W einen Kondensator K legt (Fig. 10). Hier schreibt man zwei Dämpfungswerte β_1 und β_2 für zwei Frequenzen, etwa $\omega_1 = 3500$ und $\omega_2 = 7000$, und ferner den Betrag des Wellenwiderstandes Z für eine mittlere Frequenz vor. In der Gleichung (3) tritt an Stelle von $\mathfrak{W}$ der Ausdruck

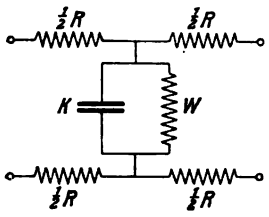


Fig. 10.

$$\mathfrak{W} = \frac{W}{1 + j K W \omega},$$

und es werden aus den vorgeschriebenen Werten für β_1, β_2 und Z die Größen R, W und K berechnet. Derartige Leitungen sind ebenfalls von der Firma Siemens & Halske hergestellt worden. Sie werden neuerdings jedoch nur vereinzelt gebraucht, da man sich mehr und mehr auf die Verwendung rein sinusförmiger Ströme zu Messungen beschränkt. Solche Messungen haben den Vorzug größerer Genauigkeit und Einfachheit und geben zudem Aufschluß über alle Fragen, die für die Prüfung einer Fernsprechverbindung von Interesse sind.

Eine hierher gehörende besondere Art von Eichleitungen bilden ferner diejenigen, welche die kapazitive Kopplung von Doppelleitungen in mehrfachen Kabeln nachbilden sollen. Eine solche Nachbildung kommt in Betracht, wenn man die Stärke des Nebensprechens, das ist die Induktion zwischen zwei Sprechkreisen, in einem kurzen Kabel nach der Methode der vergleichenden Dämpfungsbestimmung ermitteln will. Man stellt bei solchen Messungen eine besonders große Verzerrung der Sprechströme, die sich in einer starken Veränderung der Klangfarbe bemerkbar macht, fest. Es rührt dies daher, daß das Nebensprechen durch Unsymmetrien in den Teilkapazitäten zwischen den beiden Doppelleitungen entsteht; die Kopplung ist demnach eine kapazitive. Bildet man die Teilkapazitäten durch Kondensatoren nach, so erhält man die künstliche Leitung. Die sich so ergebende Form ist in Fig. 11 dargestellt; sie wurde ebenfalls von F. Breisig[2]) angegeben. Die Kondensatoren C_a und C_e bilden die Betriebskapazitäten der beiden Doppelleitungen nach, die kleinen Kondensatoren c_1, c_2, c_3 und c_4 stellen die Kopplung her. Die Dämpfung βl berechnet sich nach der Formel:

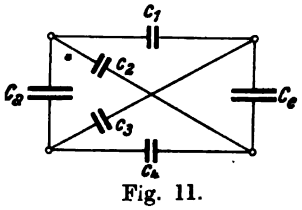


Fig. 11.

$$\beta l = ln \sqrt{C_a C_e}\, 2 \frac{c_1 + c_2 + c_3 + c_4}{c_1 c_4 - c_2 c_3}.$$

Da durch diesen komplizierten Zusammenhang die Messung mit einer gewissen Unbequemlichkeit behaftet ist, wurde bei uns eine auf einem ähnlichen Prinzip beruhende

[1]) Verh. d. Deutschen Phys. Ges. 1910, S. 185. [2]) E. T. Z. 1921, S. 933.

Digitized by Google

Eichleitung zur Nachbildung kapazitiv gekoppelter Doppelleitungen ausgearbeitet[1]). Diese ist in Fig. 12 dargestellt. Sie hat den Vorzug, daß man die Werte βl an den Schaltern 1 und 2 direkt ablesen kann. Die Einstellung der Betriebskapazität der induzierten Leitung erfolgt in einfacher Weise am Schalter 3; auf die Kapazität der induzierenden Leitung kommt es nicht an, wenn man die Meßschaltung so einrichtet, wie es in Fig. 13 aufgezeichnet ist.

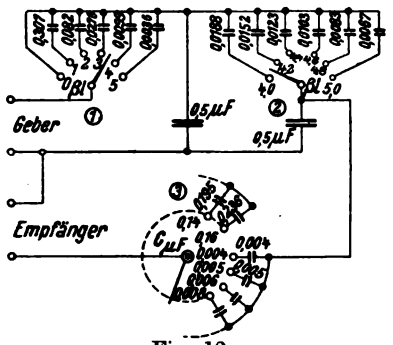


Fig. 12.

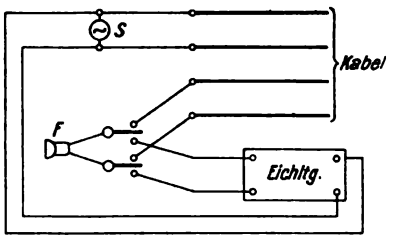


Fig. 13.

Es wurde oben bemerkt, daß die verzerrungsfreien Eichleitungen nur so gebaut werden können, daß man für einen bestimmten Wellenwiderstand Z die Dämpfung in Stufen veränderlich macht. Hierin liegt ein Nachteil. Wie eine einfache Untersuchung zeigt, erhält man nur dann genaue Meßwerte, wenn auch die Wellenwiderstände von wirklicher und künstlicher Leitung übereinstimmen. Man müßte daher bei Messungen an verschiedenen Leitungen verschiedene Eichleitungen verwenden, nämlich immer solche mit dem gleichen Wellenwiderstand. Um diesen Übelstand zu beseitigen, ist im Zentrallaboratorium des Wernerwerkes neuerdings eine künstliche Leitung entworfen worden, bei welcher sowohl die Dämpfung als auch der Wellenwiderstand veränderlich sind. Das Prinzip ist das der Fig. 12 zugrunde liegende, jedoch sind an Stelle der Kondensatoren Widerstände verwendet; Fig. 14 zeigt die Anordnung. Die Dämpfung wird an den Schaltern 1 und 2 eingestellt, die dort abzulesenden Zahlen addieren sich. Der Schalter 3 dient zur Einstellung des Wellenwiderstandes Z. Wie man sieht, ist der kleinste einstellbare βl-Wert 5,0; es liegt hierin indessen keine Einschränkung, da man zur Messung kleinerer Dämpfungszahlen nur vor die nachzubildende Leitung ebenfalls eine Dämpfung zu legen braucht, die etwa in ähnlicher Weise, wie es die Fig. 14 zeigt, aus Widerständen zusammengesetzt ist. Da es an anderer Stelle noch nicht geschehen ist, darf hier etwas näher auf die Theorie dieser Anordnung eingegangen werden.

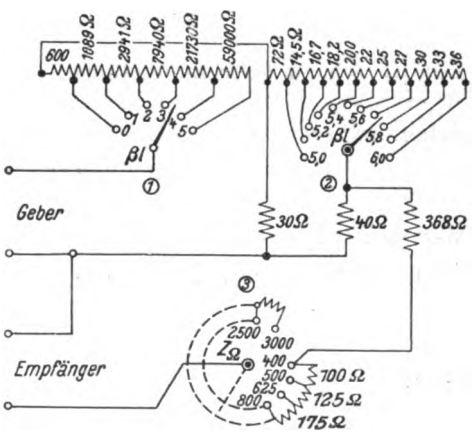


Fig. 14.

In Fig. 15 ist die neue Eichleitung im Prinzip dargestellt. V_a ist eine Stromquelle, $\mathfrak{R}$ der Empfängerscheinwiderstand, etwa derjenige des Fernhörers. Die Berech-

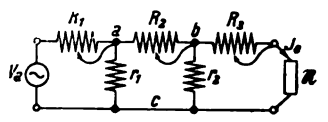


Fig. 15.

[1]) K. Küpfmüller, E. T. Z. 1921, S. 1482.

Digitized by Google

nung des im Empfänger fließenden Stromes J_e wird erheblich vereinfacht, wenn man das aus den Widerständen r_1, r_2, R_2 gebildete Dreieck $a\ b\ c$ in den sog. widerstandstreuen Stern verwandelt [Herzog und Feldmann, Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze, Berlin 1903, S. 205][1]). Dann ergibt sich das Schaltbild der Fig. 16. Für die Sternschenkel erhält man die Widerstandswerte:

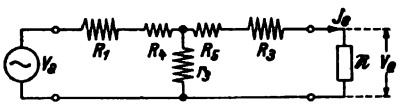


Fig. 16.

$$R_4 = \frac{R_2 r_1}{R_2 + r_1 + r_2}, \qquad R_5 = \frac{R_2 r_2}{R_2 + r_1 + r_2}, \qquad r_3 = \frac{r_1 r_2}{R_2 + r_1 + r_2}. \tag{4}$$

Nun berechnet sich der Strom J_e aus der Stromverzweigung zu

$$J_e = V_a \frac{r_3}{(r_3 + R_1 + R_4)\,\mathfrak{R} + r_3 (R_3 + R_5) + (R_1 + R_4)(R_3 + R_5 + r_3)}$$

oder, wenn man $V_e = \mathfrak{R} \cdot J_e$ setzt,

$$V_a = V_e\left(1 + \frac{R_1 + R_4}{r_3}\right) + J_e\left(R_3 + R_5 + \frac{R_1 + R_4}{r_3}(R_3 + R_5 + r_3)\right).$$

Durch Vergleich mit Gleichung (1) schließt man, daß

$$\mathfrak{Cof}\,\beta l = 1 + \frac{R_1 + R_4}{r_3},$$

oder mit den Gleichungen (4)

$$\mathfrak{Cof}\,\beta l = \frac{r_1 r_2 + R_1 (R_2 + r_1 + r_2) + R_2 r_1}{r_1 r_2}.$$

Für $\beta l > 5$ ist sehr angenähert:

$$\mathfrak{Cof}\,\beta l = \tfrac{1}{2} e^{\beta l}$$

daher ist:

$$e^{\beta l} = 2\frac{r_1 (r_2 + R_2) + R_1 (R_2 + r_1 + r_2)}{r_1 r_2}$$

Man trifft nun die Größenverhältnisse so, daß $r_1\,(r_2 + R_2)$ vernachlässigt werden kann gegen $R_1\,(R_2 + r_1 + r_2)$. Dann verbleibt:

$$e^{\beta l} = 2\frac{R_1}{r_1}\frac{R_2 + r_1 + r_2}{r_2}$$

oder:

$$\beta l = ln\,2\frac{R_1}{r_1} + ln\frac{R_2 + r_1 + r_2}{r_2}. \tag{5}$$

Hier ist, wenn man r_1 und r_2 fest wählt, der erste Summand nur von R_1, der zweite nur von R_2 abhängig, d. h. man kann die künstliche Leitung so eichen, daß die Werte βl an R_1 und R_2 abzulesen sind und sich nach Gleichung (5) addieren. Der Wellenwiderstand läßt sich bei den hier in Betracht kommenden hohen Dämpfungszahlen nachbilden durch den Widerstand der Eichleitung zwischen den Empfängerklemmen Dieser ist wegen der Kleinheit von r_1 und r_2 nur wenig von der Einstellung an R_1 und R_2 abhängig, so daß die einfache Beziehung

$$Z = R_3 \tag{6}$$

mit großer Annäherung gilt. Durch geeignete Wahl der Größen kann man es erreichen, daß die Genauigkeit der Nachbildung erheblich größer ist als die der Messung selbst. Es hat sich gezeigt, daß man bei gut sinusförmigem Strom die Zehntelstufen

[1]) Siehe auch K. Küpfmüller, E. T. Z. 1920, S. 850.

Digitized by Google

der βl-Werte noch zuverlässig einstellen kann. Das bedeutet schon bei Dämpfungen von etwa 2,5 an eine praktisch zumeist ausreichende Genauigkeit. Besondere Verwendung findet diese Eichleitung für Messungen des Nebensprechens in pupinisierten Kabeln, wo an eine Nachbildung der überaus verwickelten Verzerrung der induzierten Ströme nicht zu denken ist, und man schon von Natur aus zur Messung möglichst sinusförmige Wechselströme benutzen muß. In Fig. 17 ist eine von der Firma S. & H. hergestellte, auf dem beschriebenen Prinzip beruhende Meßeinrichtung wiedergegeben. Die für die Messung von Dämpfungszahlen unter $\beta l = 5$ erforderliche zusätzliche Leitungsnachbildung ist mit eingebaut und kann durch einen Kippschalter (rechts unten) bei Bedarf vor den Sender gelegt werden. Der Wellenwiderstand der Eichleitung wird gleichzeitig mit demjenigen dieser Zusatzleitung durch den mittleren Drehschalter eingestellt. Man erkennt ferner die Drehknöpfe für die βl-Stufen. Schließlich sind noch Umschalter vorhanden, mit welchen die verschiedenen Arten des Nebensprechens in kombinierten Leitungen geprüft werden können.

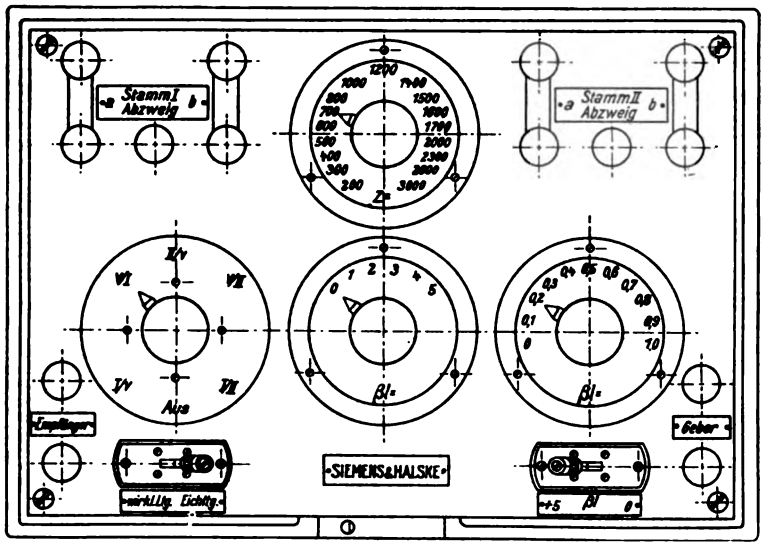


Fig. 17.

3. Nachbildung des Scheinwiderstandes.

Diese Nachbildungen sind von großer Wichtigkeit für die sog. Kompensations- oder Ausgleichsschaltungen und haben allgemein den Zweck, einen Strom herzustellen, der dem in die Leitung fließenden mit mehr oder weniger großer Annäherung gleich ist. Ein Beispiel bildet die schon im ersten Abschnitt betrachtete Duplexschaltung in der Telegraphie (Fig. 1). Dort kommt es darauf an, daß der Empfänger gegen die Sendeströme der gleichen Station geschützt ist. Der künstlich mit Hilfe der Nachbildung N hervorgebrachte Strom ist hier mit I_2 bezeichnet; zur Erreichung des gewünschten Zweckes soll er dem in das Kabel tretenden Strom I_1 in seinem zeitlichen Verlauf gleich sein. Nun kann man jeden beliebigen Vorgang in einem System, welches linearen Differentialgleichungen gehorcht, nach Fourier zerlegt denken in einwellige Teilvorgänge, die ungestört nebeneinander verlaufen. Daher kann man auch die in die Leitung fließenden Telegraphierzeichenströme I_1 in einfache Sinusströme zerlegen und die Nachbildung muß sich gegen alle diese in den Telegraphierzeichen vorkommenden Sinusströme verhalten wie die wirkliche Leitung. Aus diesem Grunde muß zwischen einer Wechselspannung V_a und dem zugehörigen

Digitized by Google

Strom I_a in der Nachbildung die gleiche Beziehung bestehen wie beim Kabel. Diese Beziehung ist nun bekanntlich eine lineare von der Form

$$V_a = \mathfrak{U} \cdot I_a,$$

und man bezeichnet $\mathfrak{U}$ als den Scheinwiderstand der Leitung für die betreffende Frequenz. Die Aufgabe läuft also darauf hinaus, den Scheinwiderstand der Nachbildung in Übereinstimmung zu bringen mit dem des Kabels. Da es eine Eigentümlichkeit des Telegraphierbetriebes ist, daß die Spannung am Kabel einen nahezu rechtwinkligen Verlauf aufweist, da ferner die Zeichendauer ständig wechselt, muß sich diese Übereinstimmung von den höchsten Schwingungszahlen bis herab zu ganz langsamen Schwingungen und zum Gleichstrom erstrecken. Die erforderliche Genauigkeit ist dabei abhängig von der Länge des Kabels und zwar wachsen mit zunehmender Länge die Anforderungen sehr rasch, entsprechend der Abnahme, welche die Telegraphierströme durch die Dämpfung des Kabels erfahren; diese ist bei Telegraphenkabeln im wesentlichen bestimmt durch das Produkt $C R l^2$, welches im folgenden mit T abgekürzt wird. Bei Leitungen mit kleinem T etwa bis $T = 0{,}3$ verwendet man die von Varley angegebene sog. Treppenschaltung als Nachbildung. Sie ist in Fig. 18 aufgezeichnet. Man ersieht sofort, daß r_1 den Scheinwiderstand bei Gleichstrom, also die Größe Rl, wiedergibt. Im allgemeinen kann man das nachzubildende Kabel als am Ende kurzgeschlossen betrachten, da man aus Gründen, welche die Telegraphiergeschwindigkeit betreffen, bestrebt ist, den Widerstand der Empfangsapparate möglichst klein zu machen. Nach den Gleichungen (1) und (2) wird für diesen Fall:

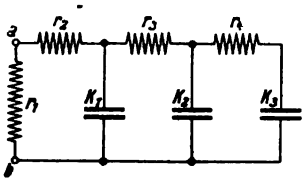


Fig. 18.

$$\mathfrak{U} = \frac{V_a}{I_a} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{Tg}\,\gamma l. \tag{7}$$

Aus der Theorie der homogenen Leitungen ist bekannt, daß

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}, \qquad \gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}. \tag{8}$$

Ferner besteht für kleine γl, also niedrige Frequenzen, die Näherungsformel:

$$\mathfrak{Tg}\,\gamma l = \gamma l\,(1 - \tfrac{1}{3}\gamma^2 l^2). \tag{9}$$

Vernachlässigt man L und G in den Gleichungen (8) und setzt diese sowie (9) in (7) ein, so ergibt sich

$$\mathfrak{U} = Rl\,(1 - \tfrac{1}{3} T j\omega), \tag{10}$$

eine Beziehung, welche für niedrige Frequenzen gültig ist. Andererseits ist der Scheinwiderstand der Nachbildung Fig. 18 für niedrige Frequenzen gegeben durch die Parallelschaltung von $r_1 = Rl$ mit der Kapazität $(K_1 + K_2 + K_3)$, also:

$$\mathfrak{U}_{ab} = \frac{Rl}{1 + j\omega Rl\,(K_1 + K_2 + K_3)},$$

oder näherungsweise:

$$\mathfrak{U}_{ab} = Rl[1 - j\omega Rl\,(K_1 + K_2 + K_3)].$$

Durch Vergleich mit Gleichung (10) ersieht man, daß

$$K_1 + K_2 + K_3 = \tfrac{1}{3} Cl \tag{11}$$

Digitized by Google

zu machen ist. Neben dieser Dimensionierungsregel kann man noch zwei weitere durch folgende Überlegung finden. Für sehr hohe Frequenzen ist der Scheinwiderstand $\mathfrak{U}_{ab}$ im wesentlichen bestimmt durch den Teil $r_1 r_2 K_1$, da die übrige Anordnung durch die bei hohen Schwingungszahlen kleine Impedanz des Kondensators K_1 kurzgeschlossen wird; d. h. es ist für hohe Frequenzen:

$$\mathfrak{U}_{ab} = \frac{r_1 r_2 + \frac{r_1}{K_1 p}}{r_1 + r_2 + \frac{1}{K_1 p}}, \qquad p = j\omega,$$

oder für große p angenähert:

$$\mathfrak{U}_{ab} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + \left(\frac{r_1}{r_1 + r_2}\right)^2 \frac{1}{K_1 p}. \tag{12}$$

Andererseits folgt aus Gleichung (7) für große p, d. h. große γ unter Benutzung der Näherungsformel $\mathfrak{T}\mathfrak{g}\,\gamma l = 1$:

$$\mathfrak{U} = \mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{\frac{R}{p} + L}{C}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} + \frac{1}{2}\frac{R}{p\sqrt{LC}}. \tag{13}$$

Aus den Gleichungen (12) und (13) schließt man durch Koeffizientenvergleichung, daß

$$r_2 = \frac{Rl\sqrt{\frac{L}{C}}}{Rl - \sqrt{\frac{L}{C}}}, \tag{14}$$

$$K_1 = \left(\frac{r_1}{r_1 + r_2}\right)^2 \frac{2\sqrt{LC}}{R}. \tag{15}$$

Man kann diese Überlegungen noch etwas weiter ausspinnen und gewinnt so auch näheren Aufschluß über die zweckmäßigste Größe der anderen noch verbleibenden Konstanten der Nachbildung. Da diese Rechnungen jedoch etwas verwickelter sind, da sie ferner ebenfalls nur auf Faustregeln führen können, empfiehlt es sich, die Einstellung der Werte r_3, r_4 und K_3 empirisch vorzunehmen, indem man diese Größen solange verändert, bis man genügende Kompensation erhält. Bemerkt sei noch, daß man, wenn es sich um kürzere Kabel oder oberirdische Leitungen handelt, die künstliche Leitung (Fig. 18) dadurch vereinfacht, daß man den Teil $r_4 K_3$ oder auch noch $r_3 K_2$ wegläßt. In diesem Falle bleibt besonders die Dimensionierungsregel (11) bestehen.

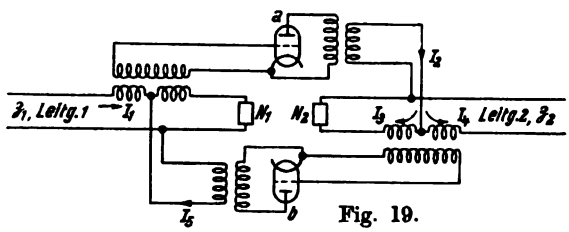


Fig. 19.

Ein wichtiges Anwendungsgebiet der Scheinwiderstandsnachbildungen haben in neuerer Zeit die Fernsprechverstärker mit sich gebracht. Man verwendet bekanntlich zur Verbindung zweier langen Fernleitungen Zwischenverstärker, die wegen der besonderen Vorzüge dieser Anordnung fast ausschließlich in der sog. Doppelrohrschaltung hergestellt werden. Deren Prinzip, soweit es hier von Interesse ist, zeigt die Fig. 19. Ein aus der Leitung 1 kommender Wechselstrom I_1 induziert am Gitter der mit a

Digitized by Google

bezeichneten Elektronenröhre eine Wechselspannung, die den verstärkten Strom I_2 zur Folge hat. Dieser fließt teils in die Leitung 2, teils in eine mit N_2 bezeichnete Anordnung. Man sieht, daß das Gitter der Röhre b unbeeinflußt bleibt, wenn $I_3 = I_4$ ist, und dies ist wiederum der Fall, wenn der Scheinwiderstand von N_2 gleich ist dem der Leitung 2, also bei langen Leitungen gleich deren Wellenwiderstand $\mathfrak{Z}_2$. Die gleiche Betrachtung gilt für Fernsprechströme, die aus Leitung 2 über den Verstärker nach Leitung 1 fließen. Damit innerhalb des Verstärkers keine Rückkopplung eintritt, ist es demnach erforderlich, in N_1 und N_2 die Schein- bzw. Wellenwiderstände der Leitungen nachzubilden. Die Übereinstimmung muß sich hierbei über das ganze Gebiet der Hörfrequenzen erstrecken, und von der Genauigkeit dieser Übereinstimmung hängt die erreichbare Verstärkung wesentlich ab. Hiervon kann man sich ein genaueres Bild durch folgende Überlegung machen.

Der Strom I_1 ruft den ihm proportionalen I_2 hervor,

$$I_2 = \mathfrak{k} \cdot I_1, \tag{16}$$

wobei $\mathfrak{k}$ eine komplexe Größe bedeutet, die von der Frequenz und von den Eigenschaften der Elektronenröhre und der verwendeten Schaltmittel abhängt. Der Strom I_2 verzweigt sich über die Widerstände $\mathfrak{Z}_2$ und N_2 nach den Gesetzen:

$$I_3 = I_2 \frac{\mathfrak{Z}_2}{N_2 + \mathfrak{Z}_2} = \mathfrak{k} I_1 \frac{\mathfrak{Z}_2}{N_2 + \mathfrak{Z}_2}, \tag{17}$$

$$I_4 = I_2 \frac{N_2}{N_2 + \mathfrak{Z}_2} = \mathfrak{k} I_1 \frac{N_2}{N_2 + \mathfrak{Z}_2}. \tag{18}$$

Das Verhältnis $\frac{I_4}{I_1}$ ist maßgebend für die erreichte Verstärkung; wir setzen:

$$\frac{|I_4|}{|I_1|} = e^v \tag{19}$$

und nennen v den Verstärkungsexponenten. Aus den Gleichungen (18) und (19) folgt für $N_2 = \mathfrak{Z}_2$:

$$e^v = \tfrac{1}{2}|\mathfrak{k}|. \tag{20}$$

Die Differenz $I_3 - I_4$ verursacht einen weiteren Strom der Stärke I_5 hinter dem zweiten Verstärker von der Größe:

$$I_5 = \mathfrak{k}(I_3 - I_4), \tag{21}$$

welcher sich wiederum über die Widerstände $\mathfrak{Z}_1$ und N_1 verzweigt. Die Differenz der Verzweigungsströme werde I_1' genannt; sie ergibt sich zu:

$$I_1' = \mathfrak{k}(I_3 - I_4)\frac{\mathfrak{Z}_1 - N_1}{\mathfrak{Z}_1 + N_1},$$

oder unter Berücksichtigung der Gleichungen (17), (18) und (20):

$$I_1' = I_1 \mathfrak{k} e^{2v} \frac{\mathfrak{Z}_1 - N_1}{\mathfrak{Z}_1 + N_1} \frac{\mathfrak{Z}_2 - N_2}{\mathfrak{Z}_2 + N_2} e^{i\psi}, \tag{22}$$

wobei ψ einen beliebigen durch die Dimensionierung der Anordnung bestimmten Phasenwinkel bezeichnet. Hier führen wir für die Beträge der relativen Nachbildungsfehler die Abkürzungen

$$\Delta_1 = 2\left|\frac{\mathfrak{Z}_1 - N_1}{\mathfrak{Z}_1 + N_1}\right| \quad \text{und} \quad \Delta_2 = 2\left|\frac{\mathfrak{Z}_2 - N_2}{\mathfrak{Z}_2 + N_2}\right|$$

Digitized by Google

ein. Damit keine störende Rückkopplung eintritt, ist es hinreichend, daß $|I_1'|$ kleiner als $|I_1|$ wird. Wäre das umgekehrte der Fall, oder wäre $I_1' = I_1$, so könnte ein beliebig kleiner Stromstoß I_1 ein Anschwingen der Kreise zur Folge haben, es würde das sog. Pfeifen des Verstärkers eintreten. Nach Gleichung (22) folgt hieraus die hinreichende Bedingung für das ungestörte Arbeiten des Verstärkers:

$$e'' < \frac{1}{\sqrt{\Delta_1 \Delta_2}}. \tag{23}$$

Hieraus geht zunächst hervor, daß es schon genügen würde, einen der Δ-Werte zu Null zu machen, d. h. nur auf die eine Seite eine vollkommene Nachbildung zu setzen. Da man eine absolut genaue Nachbildung indessen praktisch nicht herstellen kann, wird man hiervon kaum Gebrauch machen. Man ist bestrebt, beide Δ so klein als möglich zu erzielen, um eine größere Betriebssicherheit zu erhalten. Setzt man $\Delta_1 = \Delta_2$, so folgt aus (23):

$$\Delta < e^{-v}.$$

Ist etwa $v = 2{,}3$, so kann hiernach keine Selbsterregung eintreten, wenn

$$\Delta < 0{,}1;$$

d. h. die relativen Abweichungen zwischen Nachbildung und wirklicher Leitung dürfen im ganzen Frequenzbereich nicht größer als 10% sein. Aus Gleichung (23) ersieht man ferner, daß man eine mangelhafte Übereinstimmung zwischen den beiden Widerständen N und $\mathfrak{Z}$, also zu große Δ-Werte ausgleichen kann durch Verkleinern des Verstärkungsexponenten v. Hierzu ist man in der Tat zuweilen gezwungen, wenn es sich um komplizierte Scheinwiderstände handelt.

Es darf nochmals darauf hingewiesen werden, daß es nach dem eben Ausgeführten weder auf die absoluten Beträge, noch auf die Phasenwinkel bei der Übereinstimmung im besonderen Maße ankommt, sondern auf den Quotienten aus absoluter Differenz durch Summe. Daher ist es zweckmäßig, bei solchen Nachbildungsproblemen den reellen und imaginären Teil, also die Widerstände in der Form $a + jb$ zu betrachten und nicht Betrag und Phasenwinkel.

Handelt es sich um homogene Freileitungen, so ist die Nachbildung des Wellenwiderstandes verhältnismäßig einfach. Es ist hierfür wegen der vernachlässigbar kleinen Ableitung:

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{j\omega C}}.$$

Es ist ferner innerhalb des in Betracht kommenden Frequenzbereiches ωL groß gegen R, so daß man die Näherungsformel (13) anwenden kann. Hiernach ist der Wellenwiderstand darstellbar durch die Reihenschaltung eines Ohmschen Widerstandes r von der Größe:

$$r = \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{24a}$$

mit einem Kondensator K vom Kapazitätswert:

$$K = \frac{2\sqrt{LC}}{R}, \tag{24b}$$

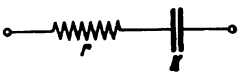


Fig. 20.

wie es Fig. 20 zeigt. Künstliche Leitungen dieser Art sind von der Reichspostverwaltung in den Verstärkerämtern Stralsund und Malmö[1]) eingebaut worden. Es

[1]) Höpfner, Telegr. u. Fernspr.-Technik 1920, S. 126.

Digitized by Google

handelt sich dort um die Nachbildung oberirdischer Leitungen und eines Krarupkabels. Dieses verhält sich ähnlich wie eine Freileitung und kann daher gleichfalls in der eben beschriebenen Weise nachgebildet werden.

Für die Fälle, in denen die Genauigkeit dieser einfachen Anordnung nicht ausreicht, kann man die Übereinstimmung dadurch verbessern, daß man nach Art der Treppenschaltung ein weiteres Glied hinzufügt. Es ergibt sich die in Fig. 21 dargestellte Nachbildung. Mit dieser Form der künstlichen Leitung kann man Scheinwiderstände nachbilden, die sowohl in ihrem imaginären als auch in ihrem reellen Teil einen mit wachsender Frequenz fallenden Verlauf aufweisen, wobei der imaginäre Teil negativ sein muß. Geeignet ist diese Art der Nachbildung in vielen Fällen von zusammengesetzten Leitungen. Man geht dann so vor, daß man den nachzubildenden Scheinwiderstand in seiner Frequenzabhängigkeit mißt und für zwei Frequenzwerte den reellen und imaginären Teil für die Nachbildung vorschreibt. Aus dieser Bedingung lassen sich deren Konstanten R_1, R_2, C_1, C_2 berechnen. Der hierbei einzuschlagende Weg wird im folgenden erstmalig mitgeteilt.

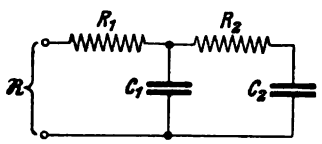


Fig. 21.

Die den beiden Frequenzen ω_1 und ω_2 zugeordneten gemessenen Scheinwiderstandswerte der wirklichen Leitung seien mit

$$\mathfrak{R}_1 = a_1 - j b_1 \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{R}_2 = a_2 - j b_2$$

bezeichnet. Für den Scheinwiderstand der Treppenschaltung Fig. 21 ergibt sich in bekannter Weise die Beziehung:

$$\mathfrak{R} = R_1 + \frac{1 + R_2 C_2 p}{C_1 p\left(1 + \frac{C_2}{C_1} + R_2 C_2 p\right)}, \qquad p = j\omega.$$

Mit den Abkürzungen:

$$1 + \frac{C_2}{C_1} = \delta, \qquad R_1 C_1 = \tau_1, \qquad R_2 C_2 = \tau_2 \tag{25}$$

wird daher:

$$\mathfrak{R} = R_1\left[1 + \frac{1}{\tau_1 p}\,\frac{1 + \tau_2 p}{\delta + \tau_2 p}\right], \tag{26}$$

oder:

$$\mathfrak{R} = R_1\left[1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}\,\frac{1-\delta}{\tau_2^2\omega^2 + \delta^2} - \frac{j}{\tau_1\omega}\,\frac{\tau_2^2\omega^2 + \delta}{\tau_2^2\omega^2 + \delta^2}\right]. \tag{27}$$

Die weiteren Abkürzungen $\varepsilon\tau_2 = \delta$ und $\tau_1\tau_2 = s$ liefern:

$$\mathfrak{R} = R_1\left(1 + \frac{\delta - 1}{s(\omega^2 + \varepsilon^2)}\right) - j R_1\,\frac{1}{s\,\varepsilon\,\omega}\,\frac{\omega^2\delta + \varepsilon^2}{\omega^2 + \varepsilon^2}. \tag{28}$$

Hieraus folgen die vier Bestimmungsgleichungen:

$$a_1 = R_1\left[1 + \frac{\delta - 1}{s(\omega_1^2 + \varepsilon^2)}\right];$$

$$a_2 = R_1\left[1 + \frac{\delta - 1}{s(\omega_2^2 + \varepsilon^2)}\right];$$

$$b_1 = \frac{R_1}{s\,\varepsilon\,\omega_1}\,\frac{\omega_1^2\delta + \varepsilon^2}{\omega_1^2 + \varepsilon^2};$$

$$b_2 = \frac{R_1}{s\,\varepsilon\,\omega_2}\,\frac{\omega_2^2\delta + \varepsilon^2}{\omega_2^2 + \varepsilon^2}.$$

Digitized by Google

Aus diesen vier Gleichungen erhält man die folgenden drei:

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{(\omega_1^2\,\delta + \varepsilon^2)\,(\omega_2^2 + \varepsilon^2)}{(\omega_1^2 + \varepsilon^2)\,(\omega_2^2\,\delta + \varepsilon^2)}\,\frac{\omega_2}{\omega_1}\,; \tag{29}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1 + \dfrac{\delta - 1}{s\,(\omega_1^2 + \varepsilon^2)}}{1 + \dfrac{\delta - 1}{s\,(\omega_2^2 + \varepsilon^2)}} \tag{30}$$

$$\frac{a_1 - a_2}{b_2} = \frac{(\delta - 1)\,(\omega_2^2 - \omega_1^2)\,\varepsilon\,\omega_2}{(\omega_1^2 + \varepsilon^2)\,(\omega_2^2\,\delta + \varepsilon^2)}\,; \tag{31}$$

Die Abkürzungen

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \eta \qquad \text{und} \qquad \varepsilon = x\,\omega_1 \tag{32}$$

machen Gleichung (29) und (30) zu:

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{(\delta + x^2)\,(\eta^2 + x^2)\,\eta}{(1 + x^2)\,(\eta^2\,\delta + x^2)} \tag{29a}$$

$$\frac{a_1 - a_2}{b_2} = \frac{(\delta - 1)\,(\eta^2 - 1)\,\eta\,x}{(1 + x^2)\,(\eta^2\,\delta + x^2)}\,. \tag{30a}$$

Aus Gleichung (29a) folgt:

$$\frac{b_1}{b_2}(1 + x^2)\,\eta^2\,\delta + x^2\,\frac{b_1}{b_2}(1 + x^2) = \eta\,\delta\,(\eta^2 + x^2) + \eta\,x^2\,(\eta^2 + x^2)\,,$$

$$\delta\left[\eta^2\,(1 + x^2)\,\frac{b_1}{b_2} - \eta\,(\eta^2 + x^2)\right] = \eta\,x^2\,(\eta^2 + x^2) - x^2\,\frac{b_1}{b_2}(1 + x^2)\,;$$

$$\delta = x^2\,\frac{1}{\eta}\,\frac{\eta\,(\eta^2 + x^2) - \dfrac{b_1}{b_2}(1 + x^2)}{\eta\,\dfrac{b_1}{b_2}(1 + x^2) - \eta^2 - x^2}\,. \tag{33}$$

Hieraus wird:

$$\delta - 1 = \frac{x^2\,\eta^3 + x^4\,\eta - \dfrac{b_1}{b_2}\,x^2 - \dfrac{b_1}{b_2}\,x^4 - \eta^2\,\dfrac{b_1}{b_2} - \eta^2\,\dfrac{b_1}{b_2}\,x^2 + \eta^3 + \eta\,x^2}{\eta\left[x^2\left(\eta\,\dfrac{b_1}{b_2} - 1\right) + \eta\left(\dfrac{b_1}{b_2} - \eta\right)\right]},$$

$$\delta - 1 = \frac{x^4\left(\eta - \dfrac{b_1}{b_2}\right) + x^2\,\eta^2\left(\eta - \dfrac{b_1}{b_2}\right) + x^2\left(\eta - \dfrac{b_1}{b_2}\right) + \eta^2\left(\eta - \dfrac{b_1}{b_2}\right)}{\eta\left[x^2\left(\eta\,\dfrac{b_1}{b_2} - 1\right) - \eta\left(\eta - \dfrac{b_1}{b_2}\right)\right]}.$$

Setzt man schließlich:

$$\frac{\eta\,b_1 - b_2}{\eta\,b_2 - b_1} = \frac{\omega_2\,b_1 - \omega_1\,b_2}{\omega_2\,b_2 - \omega_1\,b_1} = m\,, \tag{34}$$

so ergibt sich:

$$\delta - 1 = \frac{(x^2 + \eta^2)\,(x^2 + 1)}{(x^2\,m - \eta)\,\eta}\,. \tag{35}$$

Digitized by Google

Ferner ist nach Gleichung (33):

$$x^2 + \eta^2 \delta = x^2 \left[1 + \eta \frac{\eta^3 + \eta x^2 - \frac{b_1}{b_2} - \frac{b_1}{b_2} x^2}{x^2 \left(\eta \frac{b_1}{b_2} - 1 \right) - \eta \left(\eta - \frac{b_1}{b_2} \right)} \right]$$

$$x^2 + \eta^2 \delta = x^2 \frac{x^2 (\eta^2 - 1) + \eta^2 (\eta^2 - 1)}{\left(\eta - \frac{b_1}{b_2} \right) (x^2 m - \eta)} = \frac{x^2 (x^2 + \eta^2)(\eta^2 - 1)}{\left(\eta - \frac{b_1}{b_2} \right) (x^2 m - \eta)}.$$

Hieraus ergibt sich mit Gleichung (35):

$$\frac{\delta - 1}{x^2 + \eta^2 \delta} = \frac{(1 + x^2) \left(\eta - \frac{b_1}{b_2} \right)}{\eta x^2 (\eta^2 - 1)}.$$

Setzt man diese Beziehung in Gleichung (30a) ein, so erhält man:

$$\frac{a_1 - a_2}{b_2} = \frac{\eta - \frac{b_1}{b_2}}{x},$$

$$x = \frac{\eta b_2 - b_1}{a_1 - a_2}; \tag{36}$$

oder

$$\varepsilon = \frac{\omega_2 b_2 - \omega_1 b_1}{a_1 - a_2}. \tag{36a}$$

Hieraus und aus δ nach Gleichung (35) ergibt sich $\tau_2 = \frac{\delta}{\varepsilon}$. Ferner ist nach Gleichung (30):

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{s + \frac{\delta - 1}{\omega_1^2 + \varepsilon^2}}{s + \frac{\delta - 1}{\omega_2^2 + \varepsilon^2}},$$

oder

$$s = \frac{\delta - 1}{a_2 - a_2} \left[\frac{a_2}{\omega_1^2 + \varepsilon^2} - \frac{a_1}{\omega_2^2 + \varepsilon^2} \right],$$

und da

$$\delta - 1 = \frac{(\varepsilon^2 + \omega_1^2)(\varepsilon^2 + \omega_2^2)}{(\varepsilon^2 m - \omega_1 \omega_2) \omega_1 \omega_2},$$

$$s = \frac{a_2 \omega_2^2 - a_1 \omega_1 - \varepsilon^2 (a_1 - a_2)}{(a_1 - a_2) \omega_1 \omega_2 (\varepsilon^2 m - \omega_1 \omega_2)}. \tag{37}$$

Aus s und τ_2 erhält man:

$$\tau_1 = \frac{s}{\tau_2}.$$

Ferner nach der letzten Bestimmungsgleichung:

$$R_1 = b_2 s \varepsilon \omega_2 \frac{\omega_2^2 + \varepsilon^2}{\omega_2^2 \delta + \varepsilon^2}. \tag{38}$$

Damit wird $C_1 = \frac{\tau_1}{R_1}$ und $C_2 = (\delta - 1) C_1$; $R_2 = \frac{\tau_2}{C_2}$.

Digitized by Google

Der Rechnungsgang ist also der folgende:

Gegeben: a_1, a_2, b_1 und b_2; ω_1 und ω_2.

Man berechne die Größen:

$$m = \frac{\omega_2 b_1 - \omega_1 b_2}{\omega_2 b_2 - \omega_1 b_1}, \tag{34}$$

und

$$\varepsilon = \frac{\omega_2 b_2 - \omega_1 b_1}{a_1 - a_2}; \tag{36a}$$

hieraus die Größe δ mittels der Beziehung:

$$\delta = 1 + \frac{(\varepsilon^2 + \omega_1^2)(\varepsilon^2 + \omega_2^2)}{\omega_1 \omega_2 (\varepsilon^2 m - \omega_1 \omega_2)}. \tag{35a}$$

Dann erhält man die beiden Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 aus:

$$\tau_2 = \frac{\delta}{\varepsilon}, \tag{39}$$

und

$$\tau_1 = \frac{1}{\tau_2} \frac{\delta - 1}{a_1 - a_2} \left(\frac{a_2}{\omega_1^2 + \varepsilon^2} - \frac{a_1}{\omega_2^2 + \varepsilon^2} \right). \tag{37a}$$

Nunmehr ergibt sich der Widerstand R_1 zu:

$$R_1 = b_0 \tau_1 \tau_2 \varepsilon \omega_2 \frac{\omega_2^2 + \varepsilon^2}{\omega_2^2 \delta + \varepsilon^2}, \tag{38a}$$

womit die übrigen Konstanten aus

$$C_1 = \frac{\tau_1}{R_1},$$

$$C_2 = C_1 (\delta - 1),$$

und

$$R_2 = \frac{\tau_2}{C_2}$$

berechnet werden können.

Beispiel: In Fig. 23 ist der Verlauf des Scheinwiderstandes $\mathfrak{U}$ der in Fig. 22 dargestellten zusammengesetzten Leitung mit einer Gesamtdämpfung von etwa $\beta l = 2{,}2$, wie er sich aus einer Brückenmessung ergeben hat, aufgezeichnet.

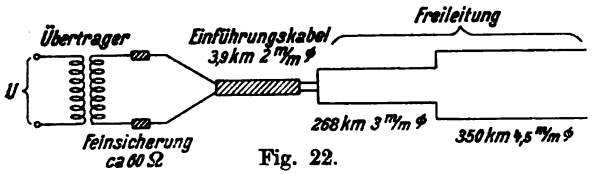


Fig. 22.

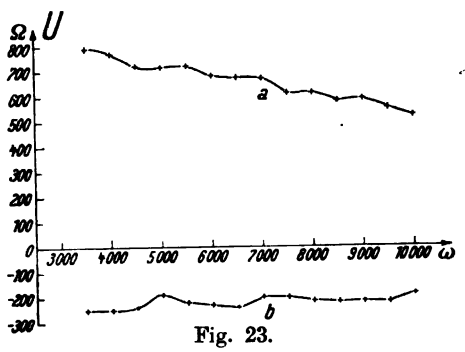


Fig. 23.

Für $\omega_1 = 4000$ und $\omega_2 = 8000$ folgt

$a_1 = 762\,\Omega$, $b_1 = 230\,\Omega$,

$a_2 = 608\,\Omega$, $b_2 = 220\,\Omega$.

Nach Gleichung (34) berechnet sich hiermit $m = 1{,}144$, nach Gleichung (36a) $\varepsilon = 5450$ und nach Gleichung (35a) $\delta = 68$, ferner nach Gleichung (39) $\tau_2 = 0{,}01247$ und nach Gleichung (37a) $\tau_1 = 0{,}000803$.

Digitized by Google

Damit wird:

$$R_1 = 461\,\Omega,$$
$$R_2 = 477\,\Omega,$$
$$C_1 = 0{,}391\,\mu F,$$
$$C_2 = 26{,}2\,\mu F.$$

In Fig. 24 ist der mit diesen Werten nach Gleichung (28) berechnete Widerstandsverlauf der Nachbildung und derjenige der wirklichen Leitung (gestrichelte Linie) aufgezeichnet, so daß man die Übereinstimmung erkennen kann. Die mit dieser Anordnung tatsächlich erzielte Verstärkung lag in der Größe von $\beta l' = 2$.

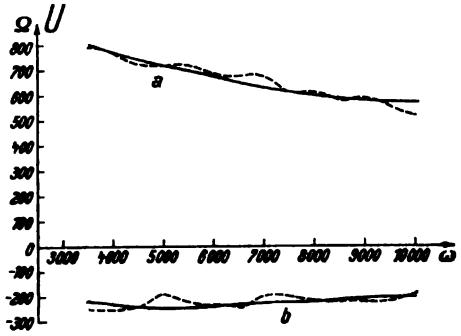


Fig. 24.

In der Fernsprechtechnik geht man neuerdings mehr und mehr dazu über, die großen Fernleitungen unterirdisch zu verlegen. Zur Verringerung der Dämpfung fügt man in gewissen einander gleichen Abständen nach Pupin Spulen in die Leitung ein. Es ist natürlich von besonderer Wichtigkeit, Nachbildungen für diese Art von Leitungen zu besitzen. Man kann solche Leitungen mit großer Annäherung als Kettenleiter auffassen, indem man sich die Kapazität des zwischen je zwei Spulen liegenden Kabelstückes konzentriert denkt. In Deutschland ist es üblich, die erste Spule nach einem halben normalen Spulenabstand einzufügen, so daß der Ersatzkettenleiter mit einem Kondensator beginnt. Aus der Theorie des Kettenleiters[1]) ist bekannt, daß der Wellenwiderstand eines solchen Gebildes darstellbar ist durch die Näherungsformel:

$$3 = \frac{Z}{\sqrt{1-\eta^2}}, \tag{40}$$

wobei $Z = \sqrt{\frac{\bar{L}_0}{\bar{L}_0}}$, $\eta = \frac{\omega L_0 C_0}{4}$ bedeutet und L_0 und C_0 die gesamte Induktivität und Kapazität eines Gliedes der Spulenleitung bezeichnen. In Fig. 25 ist dieser Verlauf in Abhängigkeit von dem Frequenzparameter η aufgezeichnet. $\eta = 1$ stellt die Eigenfrequenz eines Kettengliedes oder die Grenzfrequenz der Spulenleitung dar. Die Nachbildung eines derartigen Verlaufes macht besondere Schwierigkeiten. Die erste bekannt gewordene Anordnung hierzu rührt von dem Amerikaner R. S. Hoyt her[2]). Diese Nachbildung ist in Fig. 26 dargestellt. Der Scheinwiderstand zwischen den Punkten a und b ist bei passender Wahl der einzelnen Konstanten mit praktisch genügender Annäherung dem durch Fig. 25 wiedergegebenen Wellenwiderstand gleich. In Deutschland sind seit dem Jahre 1919 im Telegraphenver-

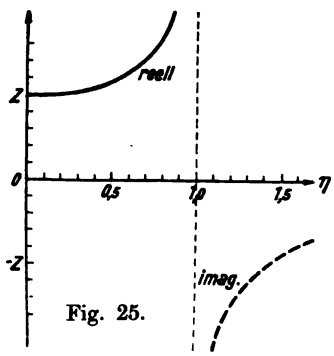


Fig. 25.

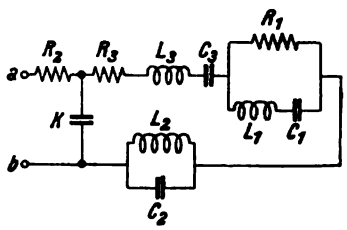


Fig. 26.

[1]) K. W. Wagner, Arch. f. Elektr. 1915, S. 315. [2]) Am. Pat. Nr. 1 167 693.

Digitized by Google

suchsamt und einige Zeit nachher von der Firma Siemens & Halske Versuche mit anderen Nachbildungen unternommen worden, die sämtlich darauf beruhen, daß man durch Parallelschalten eines Kondensators zur wirklichen Leitung deren Scheinwiderstand so verändert, daß er leichter nachbildbar wird. Die Wirkung einer solchen Parallelschaltung geht aus den folgenden Betrachtungen hervor. Die Kapazität des parallelgeschalteten Kondensators sei von der Größe K; dann ist nach Fig. 27 der Scheinwiderstand der Kombination:

$$\mathfrak{U} = \frac{3}{1 + 3Kj\omega},$$

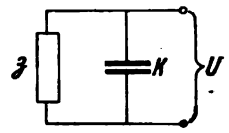


Fig. 27.

oder mit Gleichung (40):

$$\mathfrak{U} = \frac{Z(\sqrt{1-\eta^2} - jZK\omega)}{1 - \eta^2 - K^2Z^2\omega^2}.$$

Setzt man hier zur Abkürzung $\frac{2K}{C} = \varkappa$, so wird hieraus:

$$\mathfrak{U} = Z\left[\frac{\sqrt{1-\eta^2}}{1-\eta^2(1-\varkappa^2)} - j\,\frac{\varkappa\eta}{1-\eta^2(1-\varkappa^2)}\right]. \tag{41}$$

Die Frequenzabhängigkeit von $\mathfrak{U}$ ist also wesentlich bestimmt durch die Größe $\varkappa$. Wird diese von Null beginnend allmählich vergrößert, so ergeben sich die im folgenden behandelten Fälle.

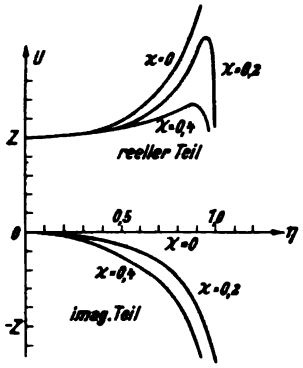


Fig. 28.

$$0 < \varkappa < 0{,}6.$$

Der Verlauf ist in Fig. 28 dargestellt. Obwohl die Frequenzabhängigkeit schon erheblich einfacher gestaltet ist, ließ sich dieser Verlauf bisher nicht in einfacher Weise nachbilden, da der imaginäre Teil negativ ist und der reelle mit wachsender Frequenz ansteigt.

$$\varkappa = 0{,}6 \div 0{,}66.$$

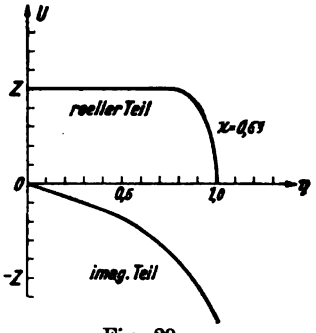


Fig. 29.

Fig. 29. Der reelle Teil des Scheinwiderstandes bleibt weitgehend konstant. Der imaginäre ist negativ und steigt mit der Frequenz stark an. Ohne weiteres kann dieser Verlauf auf einfache Weise nicht nachgebildet werden. Man kann jedoch mit einer gewissen Annäherung den imaginären Anteil des Scheinwiderstandes kompensieren durch einen in Serie mit der Leitung liegenden Schwingungskreis. Dann besteht die Nachbildung in der Hauptsache aus einem Ohmschen Widerstand[1]). In Fig. 30 ist die gesamte hieraus folgende Anordnung aufgezeichnet. Durch Berechnung des Scheinwiderstandes $\mathfrak{U}$ und Vergleichung mit dem der Nachbildung gewinnt man Dimensionierungsregeln für die einzelnen Konstanten. Man erhält auf diese Weise:

$$K = 0{,}3 \div 0{,}33\,C_0,$$

$$L_1 = \frac{K}{C_0}L_0,$$

$$L_2 = \frac{R_0}{8}\sqrt{L_0C_0},^{2})$$

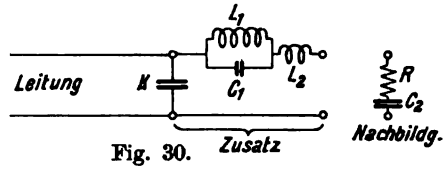


Fig. 30.

[1]) Dieser Fall ist von K. Küpfmüller im D.R.P. Nr. 330964 vom 11. Sept. 1919 behandelt worden.

[2]) R_0 bedeutet den Widerstand eines Leitungsgliedes.

Digitized by Google

$$C_1 = 0{,}82 \div 1{,}00\, C_0,$$

$$R = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}},$$

$$C_2 = 2\,\frac{\sqrt{L_0 C_0}}{R_0}.$$

Mit dieser Nachbildung wurde in normalen Pupinleitungen eine Verstärkung von etwa $\beta l' = 1{,}6 \div 1{,}7$ erhalten. Praktisch konnte man wegen der im allgemeinen vorliegenden Größenverhältnisse die Spule L_2 und den Kondensator C_2 weglassen.

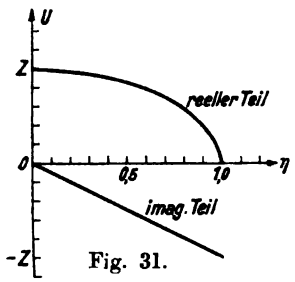


Fig. 31.

$$\varkappa = 1.$$

Der reelle Teil fällt mit wachsender Frequenz (Fig. 31), während der imaginäre negativ linear zunimmt. Diese Komponente kann daher leicht durch Vorschalten einer einfachen Spule von der Induktivität $\frac{1}{2} L_0$ kompensiert werden, so daß der imaginäre Teil des resultierenden Scheinwiderstandes nahezu Null wird. Es entspricht das der in Amerika gebräuchlichen Bauart der Pupinleitungen. Der Scheinwiderstand kann nach Hoyt nachgebildet werden.

$$\varkappa > 1.$$

Vergrößert man K und damit $\varkappa$ noch weiter, so nähert sich der Scheinwiderstand der Kombination stetig demjenigen eines reinen Kondensators, der reelle Teil verschwindet mehr und mehr, während der Verlauf des imaginären sich im Grenzfall durch eine gleichseitige Hyperbel darstellen läßt. Zwischen den beiden Grenzfällen ergeben sich die in Fig. 32 aufgezeichneten Kurven. Sie sind berechnet für die Werte $\varkappa = 4$, 6, 8 und 10. Der so entstehende Scheinwiderstand läßt sich mit großer Genauigkeit nachbilden durch die Parallelschaltung eines Widerstandes von der Größe $\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$ mit einem Kondensator der Kapazität $K = \varkappa \frac{C_0}{2}$, wobei man die Genauigkeit der Nachbildung dadurch beliebig weit treiben kann, daß man $\varkappa$ beliebig vergrößert. Es stellen sich bei dieser Vergrößerung freilich besondere Nachteile heraus, wie z. B. die zunehmende Verzerrung der gesamten Anordnung.

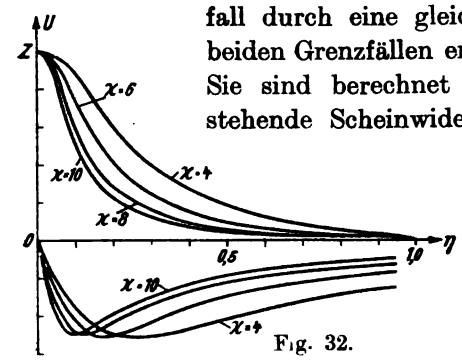


Fig. 32.

In England verwendet man neuerdings[1]) zur Vereinfachung der Nachbildung von pupinisierten Leitungen eine Serienschaltung von Widerstand r und Kondensator K auf der Leitungsseite, wie es in Fig. 33 gezeigt ist. Schaltet man eine künstliche Leitung N geringer Dämpfung vor, so besteht die Nachbildung einfach aus einem Ohmschen Widerstand R.

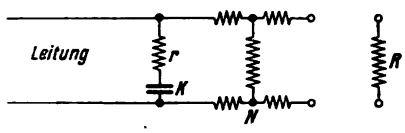


Fig. 33.

Aus der Verschiedenartigkeit der Formen, die für die Nachbildung von pupinisierten Leitungen zur Zeit im Gebrauch sind, ersieht man, daß hier die Entwicklung keineswegs abgeschlossen ist. Welche Ausführung die zweckmäßigste ist, läßt sich heute noch nicht sagen.

[1]) Nach W. Noble, Journal of the Inst. of Electr. Eng. 1921.

Digitized by Google

Zusammenfassung.

Unter Leitungsnachbildungen versteht man in der Fernsprechtechnik Gebilde, die sich elektrisch ähnlich verhalten wie eine natürliche Leitung. Je nach dem Verwendungszweck kommt es dabei darauf an, die eine oder andere Eigenschaft der Leitung besonders wiederzugeben. Es wird gezeigt, wie sich demzufolge die Form der Nachbildung gestaltet. Bei den Betrachtungen wird ausgegangen von den sog. Leitungsgleichungen, durch welche die Vorgänge an den Enden einer Fernleitung beschrieben werden. Dadurch, daß man die Beziehungen, die zwischen den Größen Strom und Spannung in der Nachbildung bestehen, in Einklang bringt mit den Leitungsgleichungen, erhält man Regeln für die Bemessung dieser Anordnungen. Des näheren wird eingegangen auf die Eichleitungen, welche zu Meßzwecken Verwendung finden und die den Wellenwiderstand und die Dämpfung nachbilden, und auf diejenigen Leitungsnachbildungen, die sich im besonderen auf den Schein- oder Wellenwiderstand und dessen Frequenzabhängigkeit beziehen; diese letzteren haben eine erhebliche Bedeutung für die Ausgleichsschaltungen, wie z. B. die Schaltungen für Gegensprechbetrieb und die Fernsprechverstärker. Besondere Schwierigkeiten macht die Nachbildung des Wellenwiderstandes von pupinisierten Leitungen. Hierzu haben sich zwei Verfahren herausgebildet; nach dem einen wird der Scheinwiderstand in seiner Frequenzabhängigkeit als solcher durch eine komplizierte Anordnung wiedergegeben, nach dem anderen formt man den nachzubildenden Scheinwiderstand durch Parallelschalten eines Kondensators bestimmter Größe um und erleichtert so die Nachbildung.

Digitized by Google

Über die Schutzwirkung des Kabelmantels bei Induktionsbeeinflussungen von Schwachstrom-Kabeladern durch Starkstromleitungen.

Von **Georg Krause** und **Alfred Zastrow.**

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerks.

Mit 12 Textfiguren.

Eingegangen am 27. Juni 1922.

Beim Bahnbetrieb mit einphasigem Wechselstrom werden die parallel mit dem Bahnkörper führenden Schwachstromleitungen u. a. durch das magnetische Feld der Fahranlage induktiv beeinflußt, und zwar nicht nur die oberirdischen Leitungen (Freileitungen), sondern auch die Adern eines Kabels. Bei den Messungen der in den Schwachstromleitungen induzierten EMK nach Amplitude und Phase fiel auf, daß bei annähernd gleichen geometrischen Verhältnissen der Phasenwinkel zwischen der induzierten EMK und dem induzierenden Strom in der Kabelader größer war als in oberirdischen Leitungen, während die Amplitude der EMK in Kabeladern kleiner war. Die Ursache dieser Erscheinung wurde in Einwirkungen, die vom Mantel des Kabels herrühren, ermittelt.

Vom Fahrstrom der Bahnanlage wird, wie in den Adern des Kabels, auch in dem metallischen Mantel des Kabels eine EMK induziert. Diese ruft in dem Mantel einen Strom hervor, wenn der Mantel über das Erdreich oder einen anderen Leiter geschlossen wird. Der Strom induziert nun seinerseits wieder eine EMK in der Kabelader, die sich mit der vom Fahrstrom induzierten geometrisch addiert.

In Fig. 1 sei $\mathfrak{J}_0$ der Fahrstrom. Dieser induziert sowohl in dem Kabelmantel als auch in der Kabelader eine EMK $\mathfrak{E}_{om}$ und $\mathfrak{E}_{oa}$, die um 90° gegen diesen Strom nacheilen. Die EMK $\mathfrak{E}_{om}$ erzeugt nun in dem Mantel einen Strom $\mathfrak{J}_m$, falls der Mantel über Erde oder einen anderen Leiter geschlossen ist, der um den Winkel φ gegen die EMK nacheilt. Die Größe des Winkels φ ist bedingt durch die Selbstinduktivität und den Widerstand des Kabelmantels; er wird um so größer, je kleiner der Widerstand und je größer die Selbstinduktivität ist. Der Strom $\mathfrak{J}_m$ induziert nun in der Ader die EMK $\mathfrak{E}_{ma}$, die gegen $\mathfrak{J}_m$ um 90° nacheilt. Die beiden Spannungsvektoren $\mathfrak{E}_{oa}$ und $\mathfrak{E}_{ma}$ setzen sich zu einer resultierenden $\mathfrak{E}_a$ zusammen, deren Phase gegen den Fahrstrom wesentlich größer als 90° ist, und deren absoluter Betrag kleiner ist als die EMK $\mathfrak{E}_{oa}$, die allein vom Fahrstrom in der Ader induziert wird.

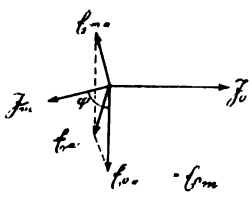


Fig. 1.

Man erkennt, daß man hier ein Mittel an der Hand hat, die induzierte EMK in den Kabeladern zu verringern, nämlich dadurch, daß man den induzierten Kabel-

Digitized by Google

mantelstrom und den Phasenwinkel zwischen diesem Strom und der in dem Mantel induzierten EMK möglichst groß macht, so daß sich die von dem Kabelmantelstrom induzierte EMK wirkungsvoll mit der vom Fahrstrom induzierten kompensiert.

Unter welchen Bedingungen und in welchem Grade eine Verminderung der in der Kabelader induzierten EMK durch diese Maßnahme eintritt, sei zunächst rechnerisch ermittelt. Zu diesem Zwecke ist es notwendig, die Induktionswirkungen einer Wechselstromleitung auf eine parallele Leitung mit beliebig großen Konstanten (besonders mit großer Ableitung) quantitativ zu untersuchen.

Spannung und Strom in einer von einer parallelen Wechselstromleitung durch Induktion beeinflußten Leitung.

Die Untersuchung von Spannung und Strom, die durch Induktion in einer Leitung hervorgerufen werden, führt auf die gleichen Differentialgleichungen, die Pleijel[1]) zur Untersuchung des induzierten Schienenstromes benutzt hat. Eine Starkstrom-Wechselstromleitung AB mit dem Strom J_0 laufe parallel einer Doppelleitung mit den kilometrischen Konstanten R (Widerstand), L (Selbstinduktivität), G (Ableitung), C (Kapazität).

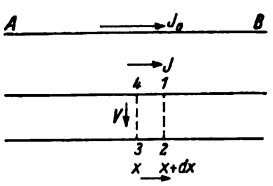


Fig. 2.

Der an der Stelle x vom Anfang induzierte Strom sei J. Für eine Einzelleitung gilt dieselbe Entwicklung mit entsprechender Bedeutung der Größen R, L, C, G. Die positive Richtung von J_0, J, x sei in Richtung der Pfeile in Fig. 2. Durch ein Flächenelement (1, 2, 3, 4) von der Breite dx zwischen den beiden Leitungen sendet dann der Strom J den magnetischen Fluß

$$\Phi_1 = L\,dx\,J$$

und der Strom J_0 den magnetischen Fluß

$$\Phi_2 = m \cdot dx J_0,$$

wo m die Gegeninduktivität der Leitung AB auf 1 km der Doppelleitung ist. Der Strom J_0 und angenähert auch m können als unabhängig von x gesetzt werden. Dann gibt die Anwendung des Maxwell-Faradayschen Induktionsgesetzes in der Integralform auf das Flächenelement (1, 2, 3, 4) in dieser Reihenfolge die Gleichung

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = R \cdot J + L\frac{\partial J}{\partial t} + m\frac{\partial J_0}{\partial t}. \tag{1}$$

Die Kontinuitätsgleichung des Stromes für eine Doppelleitung bleibt ungeändert

$$-\frac{\partial J}{\partial x} = GV + C\frac{\partial V}{\partial t}. \tag{2}$$

Für eingeschwungene erzwungene Sinusschwingungen erhält man in der komplexen Rechnungsweise die beiden Gleichungen:

$$-\frac{d\mathfrak{V}}{dx} = (R + j\omega L)\mathfrak{J} + j\omega m \mathfrak{J}_0, \tag{3}$$

$$-\frac{d\mathfrak{J}}{dx} = (G + j\omega C)\mathfrak{V}. \tag{4}$$

Setzt man in dieser Gleichung $\mathfrak{J}' = \mathfrak{J} + \mathfrak{k} \cdot \mathfrak{J}_0$, wo

$$\mathfrak{k} = \frac{j\omega m}{R + j\omega L},$$

[1]) Untersuchungen über Schwachstromstörungen bei Einphasen-Wechselstrombahnen. Deutsch von F. Kuntze. Verlag Oldenbourg 1920.

Digitized by Google

so gehen die Gleichungen (3) und (4) über in die gewöhnlichen Gleichungen für homogene Leitungen, deren Integration auf die Gleichungen führt:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_a \operatorname{Cof} \gamma x - \mathfrak{Z} (\mathfrak{J}_a + \mathfrak{k} \mathfrak{J}_0) \operatorname{Sin} \gamma \cdot x, \tag{5}$$

$$\mathfrak{J} + \mathfrak{k} \cdot \mathfrak{J}_0 = (\mathfrak{J}_a + \mathfrak{k} \mathfrak{J}_0) \operatorname{Cof} \gamma x - \frac{\mathfrak{B}_a}{\mathfrak{Z}} \cdot \operatorname{Sin} \gamma \cdot x, \tag{6}$$

wobei gesetzt ist

$$\gamma = \beta + j\alpha = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)},$$

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

und wo $\mathfrak{B}_a$ und $\mathfrak{J}_a$ den Wert von $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{J}$ am Leitungsanfang bedeuten. Aus Gleichungen (5) und (6) erhält man Spannung und Strom an einer beliebigen Stelle der Leitung durch Einsetzen der Grenzbedingungen. Für die vorliegenden Untersuchungen sind folgende beiden Spezialfälle von besonderer Bedeutung:

1. Leitung an beiden Enden offen, d. h. $\mathfrak{J}_a = \mathfrak{J}_e = 0$:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{k} \cdot \mathfrak{J}_0 \mathfrak{Z} \frac{\operatorname{Sin} \gamma x \left(\frac{l}{2} - x\right)}{\operatorname{Cof} \gamma \frac{l}{2}}, \tag{7}$$

$$\mathfrak{J} = -\mathfrak{k} \cdot \mathfrak{J}_0 \left[1 - \frac{\operatorname{Cof} \gamma \left(\frac{l}{2} - x\right)}{\operatorname{Cof} \gamma \frac{l}{2}}\right]. \tag{8}$$

2. Leitung an beiden Enden kurzgeschlossen, d. h. $\mathfrak{B}_a = \mathfrak{B}_e = 0$.

$$\mathfrak{B} = 0, \tag{9}$$

$$\mathfrak{J} = -\mathfrak{k} \mathfrak{J}_0, \tag{10}$$

d. h. der Strom hat an allen Punkten der Leitung denselben Wert nach Amplitude und Phase und ist unabhängig von der Größe der Ableitung, der Kapazität und der Länge der Leitung. Die graphische Darstellung der Amplitude des in einer Einzelleitung von einer parallel führenden Wechselstrombahnanlage induzierten Stromes in Abhängigkeit vom Orte zeigt Fig. 3, und zwar Fig. 3a den Verlauf des Stromes in einer an den Enden offenen Leitung mit kleiner Ableitung, und 3b den Verlauf des Stromes in derselben Leitung, wenn sie an beiden Enden widerstandslos mit der Erde verbunden ist. Danach erreicht der induzierte Strom in der an den Enden offenen Leitung in der Mitte derselben einen Maximalwert, der nach Anfang und Ende hin auf Null abfällt. Die Höhe des Maximalwertes nimmt zu mit wachsender Kapazität der Leitung gegen Erde. Bei einer Kabelader beispielsweise ist der Strom in der Mitte der isolierten Ader fast ebenso groß wie der konstante Strom in der an beiden Enden geerdeten Kabelader, wenn die Ader etwa 30 km lang ist und von einer ebenso langen, parallel führenden Wechselstromleitung induziert wird.

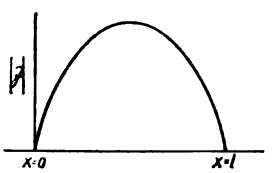


Fig. 3a.

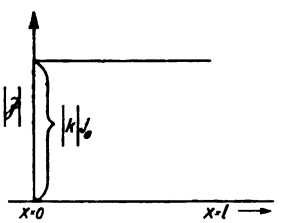


Fig. 3b.

Ist die Leitung nun schlecht isoliert, d. h. hat sie große und stetig verteilte Ableitung, so wird der Verlauf des Stromes in der offenen Leitung nicht mehr der Fig. 3a

Digitized by Google

entsprechen, sondern sich je nach der Höhe der Ableitung mehr oder weniger dem Verlauf des Stromes nach Fig. 3b nähern, d. h. abgesehen von den Endpunkten ist der Strom längs der Leitung konstant. Bei einem Kabelmantel, der im Erdboden liegt und der infolgedessen sehr hohe und stetig verteilte Ableitung hat, wird der Strom längs des Mantels praktisch, abgesehen von sehr kurzen Stücken an beiden Enden, einen konstanten Wert besitzen, der übereinstimmt mit dem Wert nach Gleichung (10), also ebenso verläuft wie der Strom in einer an beiden Enden gut geerdeten Einzelleitung.

Induktionswirkung vom Strom im Kabelmantel auf die Kabelader.

Bezüglich der Induktionswirkung vom Kabelmantelstrom auf die Ader ist zu berücksichtigen, daß Ströme nur in geschlossenen Kreisen fließen können und daß der Mantel nur als ein Teil einer Stromschleife, und ferner die Ader innerhalb des Mantels als ein Teil einer zweiten Stromschleife anzusehen ist. Betrachtet man die Wirkung der einen Stromschleife auf die andere, so wird nach dem Maxwell - Faradayschen Grundgesetz über die Induktionswirkung in der einen Schleife von der anderen eine EMK induziert. Die Größe der induzierten EMK in der Stromschleife ist hierbei gleich der Änderung des Kraftflusses innerhalb der Stromschleife mit der Zeit.

Gesamtinduktionswirkung auf eine Kabelader.

Nach den vorstehenden Erörterungen kann man die induzierte EMK in einer Kabelader, falls sie von einer parallelen, an beiden Enden geerdeten Wechselstromleitung von gleicher Länge induziert wird, berechnen. Die Kabelumhüllung bestehe zunächst nur aus einem Bleimantel mit stetiger Ableitung und guter Erdung an beiden Enden. Die Kabelader liege in der Achse des Mantelzylinders und sei an beiden Enden über so große Widerstände R_a und R_e geerdet, daß der Aderstrom klein ist und keine Rückwirkung auf den Mantelstrom ausübt. Dann wird nach obiger Ableitung von der Wechselstromleitung $\mathfrak{J}_0$ im Mantel ein Strom $\mathfrak{J}_m$ induziert, der längs des ganzen Mantels konstant ist nach Amplitude und Phase und der den Wert hat,

$$\mathfrak{J}_m = -\mathfrak{k}\mathfrak{J}_0,$$

wo

$$\mathfrak{k} = \frac{j\omega m}{R_m + j\omega L_m},$$

falls der Mantel die kilometrischen Konstanten R_m, L_m, G_m ($C_m = 0$) besitzt und m die Gegeninduktivität der Wechselstromleitung auf 1 km des Mantels bedeutet. Hierbei ist angenommen, daß die Gegeninduktivität zwischen der Wechselstromleitung und Mantel gleich der Gegeninduktivität zwischen der Wechselstromleitung und der Ader ist, worauf später noch zurückzukommen ist. Auf der Gleichheit von $\mathfrak{J}_m$ längs des ganzen Mantels beruht die Möglichkeit, die in der Kabelader induzierte EMK in einfacher Weise zu berechnen. Falls der Kabelmantel an beiden Enden nicht gut oder gar nicht geerdet ist, kann man doch bei hinreichend großer Ableitung des Mantels nach obiger Entwicklung praktisch ebenso rechnen, als wären beide Enden gut geerdet.

Die von dem Mantelstromkreis in dem Aderstromkreis induzierte EMK ist

$$\mathfrak{E}_{ma} = -j\omega M_{ma}\mathfrak{J}_m$$

Digitized by Google

und die von der Wechselstromleitung $\mathfrak{J}_0$ in dem Aderkreis induzierte EMK ist

$$\mathfrak{E}_{oa} = -j\omega M_{oa}\mathfrak{J}_0,$$

wo M_{ma} die Gegeninduktivität zwischen dem Mantelstromkreis und dem Aderstromkreis und $M_{oa} = l \cdot m$ die zwischen dem Wechselstromkreis und dem Aderstromkreis bedeutet. Die resultierende EMK $\mathfrak{E}_a$ in der Ader ist also

$$\mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_{ma} + \mathfrak{E}_{oa} = -j\omega\mathfrak{J}_0(-l \cdot M_{ma} + M_{oa}). \tag{11}$$

Soll die resultierende EMK $\mathfrak{E}_a$ Null werden, so muß sowohl der reelle als auch der imaginäre Teil der Klammer in Gleichung (11) Null werden. Das gibt zwei Bedingungsgleichungen, die nach einiger Umformung, falls man setzt $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L_m}{R_m}$, folgendermaßen lauten:

$$1)\ \cos\varphi = 0 \qquad \text{d. h.} \qquad \omega L_m \gg R_m \tag{12}$$

$$2) \qquad 1 = M_{ma} \cdot \frac{\omega}{\sqrt{(l R_m)^2 + (\omega l L_m)^2}} \cdot \sin\varphi, \tag{13}$$

d. h. infolge der ersten Bedingungsgleichung:

$$l L_m = M_{ma}.$$

Eine Erhöhung von $l \cdot L_m$ ohne gleichzeitige Erhöhung von M_{ma} z. B. durch Einschalten von Spulen in den Mantel verbessert zwar die Erfüllung der ersten Bedingungsgleichung, verschlechtert aber gleichzeitig die der zweiten, kann also keine Verminderung von $\mathfrak{E}_a$ bewirken. Obige Ableitung gilt auch für den Fall, daß der Bleimantel mit einer Eisenhülle umgeben wird, falls man die Verluste vernachlässigt. In diesem Fall würden M_{ma} und $l L_m$ gleichzeitig anwachsen, so daß dabei stets $M_{ma} = l L_m$ ist. Dann kann man nach Gleichung (11) die Amplitude von $\mathfrak{E}_a$ auf die Form bringen:

$$|\mathfrak{E}_a| = |\mathfrak{J}_0| \cdot \omega M_{oa} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L_m}{R_m}\right)^2}}. \tag{14}$$

Man erkennt aus Gleichung (14) das $|\mathfrak{E}_a|$ mit dem Wachsen von $\frac{L_m}{R_m}$ stetig abnimmt. Die Berechnung der Phase von $\mathfrak{E}_a$ ergibt eine Nacheilung der resultierenden EMK infolge des Einflusses des Mantelstromes gegen den induzierenden Strom $\mathfrak{J}_0$ um einen Winkel, der größer als 90° ist.

Berechnung der Induktivitäten.

Für die in obiger Entwicklung auftretenden Induktivitäten sollen der Erdstromfäden wegen, die je nach den Bodenverhältnissen verschiedenen Verlauf haben, nur angenäherte und überschlägliche Formeln abgeleitet werden. In den Endformeln sind die Längen in km und die Induktivitäten in H angegeben.

Für die Gegeninduktivität Starkstromleitung-Kabelader M_{oa}, die man der Gegeninduktivität Strakstromleitung-Kabelmantel $M_{om} = l_m$ gleichsetzen kann, ist nach Breisig[1]):

$$M_{oa} = M_{om} = 2l\left(\ln\frac{2l}{d} - 2\right) \cdot 10^{-4} H,$$

falls l die Länge der an den Enden geerdeten Starkstromleitung und des Kabels und d der Abstand zwischen Starkstromleitung und Kabel ist ($d \ll l$ vorausgesetzt).

Ist der Bleimantel des Kabels (r_a, r_i = äußerer bzw. innerer Querschnittsradius des Bleimantels) mit der Eisenhülle von der Dicke δ (Armatur) umgeben, so

Digitized by Google

soll für die Berechnung der Selbstinduktivität L_m des Bleimantels und der Gegeninduktivität des Bleimantels auf die Kabelader M_{ma} die Eisenhülle als stromlos vorausgesetzt werden. (Besteht die Eisenhülle aus spiralförmig aufgebrachten Eisenbändern, so wird wegen der Richtung der Bänder zur Kabelachse der Beitrag, der von dem Strom in den Bändern herrührt, zu vernachlässigen sein). Die Permeabilität μ des Eisens wird als konstant vorausgesetzt und die Verluste durch Wirbelstrom und Hysterese werden vernachlässigt. μ bedeutet in der folgenden Ableitung die wirksame Permeabilität. Die Berechnung der Selbstinduktivität des an beiden Enden geerdeten Bleimantels erfolgt nach dem von Breisig[1]) angegebenen Verfahren. Denkt man sich eine Schleife aus zwei gleichen im Abstand d parallelen Kabeln, deren Mäntel an beiden Enden kurzgeschlossen sind (Fig. 4), und fließt durch diese Mantelschleife der Strom J_m, so sendet dieser durch seine Schleife den magnetischen Fluß:

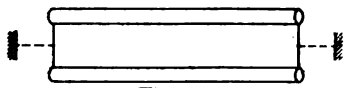


Fig. 4.

$$\Phi = 4 l J_m \left[\int_{r_i}^{r_a} \left(r - \frac{r_i^2}{r} \right) \frac{dr}{r_a^2 - r_i^2} + \int_{r_a}^{r_a+\delta} \mu \frac{dr}{r} + \int_{r_a+\delta}^{d} \frac{dr}{r} \right].$$

Da $\Phi = l L J_m$, so folgt für die Induktivität der Schleife:

$$l L = 4 l \left[C + \ln \frac{d}{r_a} + (\mu - 1) \ln \frac{r_a + \delta}{r_a} \right]$$

wo

$$C = \frac{1}{2} - \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \cdot \ln \frac{r_a}{r_i},$$

Erdet man die Schleife an beiden Enden (in den neutralen Punkten), so entstehen zwei parallele Kabeleinzelleitungen. Setzt man die Gegeninduktivisät M dieser beiden Leitungen

$$M = 2 l \left(\ln \frac{2 l}{d} - 2 \right),$$

so folgt für die Selbstinduktivität L_m für jede der beiden geerdeten Leitungen, d. h. die Selbstinduktivität für den Kreis Mantel-Erde:

$$l L_m = 2 l \left[C - 2 + \ln \frac{2 l}{r_a} + (\mu - 1) \ln \frac{r_a + \delta}{r_a} \right] \cdot 10^{-4} H, \qquad (15)$$

oder angenähert für $\delta \ll r_a$ und $\mu \gg 1$

$$l L_m = 2 l \left[C - 2 + \ln \frac{2 l}{r_a} + \mu \frac{\delta}{r_a} \right] \cdot 10^{-4} H.$$

Für die Berechnung der Gegeninduktivität M_{ma} des Bleimantels auf die Ader soll angenommen werden, daß die Ader in der Achse des Metallzylinders liegt und zunächst keine Eisenhülle um den Bleimantel vorhanden ist. Der Bleimantel soll an beiden Enden geerdet sein und ebenso die Ader (letztere in größerer Entfernung). Dann ist für die Gegeninduktivität M' von zwei Stromfäden aus dem Mantel- und Aderstromkreis zu setzen:

$$M' = 2 l \left(\ln \frac{2 l}{r} - 2 \right),$$

falls der Mantel dünnwandig und $r = \frac{1}{2}(r_a + r_i)$ gesetzt wird.

[1]) Theoretische Telegraphie, S. 168.

Digitized by Google

Alle anderen Paare von Stromfäden der beiden Stromschleifen haben annähernd denselben Wert M', da r für alle gleich groß ist. Also wird die gemeinsame Feldenergie T_{12} aller Stromfäden der beiden Leiter

$$T_{12} = \int_{J_1} dJ_1 \int_{J_2} dJ_2 M' = M' J_1 J_2,$$

d. h. die Gegeninduktivität des Mantels auf die Ader ist annähernd:

$$M_{ma} = \frac{T_{12}}{J_1 J_2} = M' = 2l\left(\ln\frac{2l}{r} - 2\right)10^{-4} H. \tag{16}$$

Es ist also die Wirkung des Mantels auf die Ader dieselbe, als wären alle Stromfäden des Mantels vereint im Abstand r von der Ader. Liegt nun um den Bleimantel noch eine Eisenhülle von der Dicke δ, so kommt zu dem Fluß $\Phi = M' J_m$ noch der Fluß durch den Eisenmantel hinzu:

$$\Phi_e = (\mu - 1)\int_{r_a}^{r_{a+\delta}} l\, dr \frac{2J_m}{r}.$$

Man erhält für M_{ma} den Ausdruck

$$M_{ma} = 2l\left[\ln\frac{2l}{r} - 2 + (\mu - 1)\ln\frac{r_a + \delta}{r_a}\right]10^{-4} H \tag{16a}$$

oder angenähert für $\mu \gg 1$; $\delta \ll r_a$

$$M_{ma} = 2l\left[\ln\frac{2l}{r} - 2 + \mu\frac{\delta}{r_a}\right]10^{-4} H.$$

Es ist also angenähert $l L_m = M_{ma}$.

Experimentelle Untersuchungen.

Wie die theoretische Entwicklung zeigt, kann bei Kabeln, die von Starkstromleitungen induktiv beeinflußt werden, die induzierte EMK in den Kabeladern um so weiter herabgesetzt werden, je widerstandsloser der Kabelmantel über das Erdreich oder einen anderen Leiter (Schienen bei Bahnanlagen) zu einer Stromschleife geschlossen [Gleichung (10)] und je größer nach Gleichung (14) der Quotient $\frac{L_m}{R_m}$ des Kabelmantels ist.

Bei einem Versuch an einem Kabel längs einer Einphasen-Bahnanlage wurde nach Herstellung guter Erdverbindungen des Kabelmantels die induzierte EMK in den Kabeladern merklich geringer. Das Kabel lag hierbei im felsigen Erdboden, so daß die Ableitung des Kabelmantels nicht sehr hoch war. Erst durch die Anbringung der besonderen Erdverbindungen konnte der Kabelmantelstrom so anwachsen, daß eine merkbare Wirkung von ihm auf die Kabelader ausgeübt wurde.

$\frac{L_m}{R_m}$ möglichst groß zu machen, wird man in erster Linie dadurch erzielen, daß man R_m, den Wirkwiderstand des Kabelmantels, heruntersetzt. Um das zu erreichen, ist vor allem notwendig, daß der Kabelmantel auf seinem ganzen Verlaufe nicht unterbrochen wird; die Spleiß- und Einführungsstellen der Kabel dürfen keine Unterbrechungsstellen oder Stellen mit hohem Übergangswiderstand sein.

So wurden an Kabelanlagen längs elektrischer Einphasenbahnen Versuche darüber angestellt, welche Verringerung der EMK in den Adern erreicht wird, wenn der Kabelmantel an den Spleiß- und Einführungsstellen gutleitend durchverbunden wird, d. h. wenn die Spleiß- und Einführungsstellen durch Kupferbügel, ähnlich wie

Digitized by Google

die Stoßstellen der Schienen, überbrückt werden. Es zeigte sich hierbei, daß durch diese Maßnahme der Wirkwiderstand des Kabelmantels soweit heruntergesetzt wurde, daß Verminderungen der induzierten EMK in den Kabeladern um 30 bis 40% eintraten.

Soll die wirksame EMK noch weiter verringert werden, so ist es notwendig, Kabelmantelkonstruktionen zu wählen, bei denen L_m erhöht und gleichzeitig R_m heruntergesetzt wird. Die Verkleinerung des Widerstandes läßt sich ohne weiteres erreichen, entweder durch einen stärkeren Bleimantel oder dadurch, daß man Kupferbänder oder Kupferdrähte über die Seele des Kabels bringt und hierüber erst den Bleimantel preßt. Da der spezifische Widerstand von Blei sehr hoch ist, wird man durch Kupferbänder oder Kupferdrähte von geringer Stärke den Widerstand des Mantels weiter heruntersetzen können als durch einen dickeren Bleimantel. Die Leitfähigkeit von Kupfer ist rd. 11 mal höher als die von Blei. Um L_m zu erhöhen, ist es notwendig, die eiserne Bewehrung des Mantels zu verbessern. Dies muß natürlich in der Weise geschehen, daß der Verlustwiderstand durch Hysterese und Wirbelstrom nicht in demselben Maße ansteigt wie die Selbstinduktivität. Bei den Schwachstromkabeln der normalen Bauart wird meistens eine sog. Flachdrahtarmierung verwendet. Es sind dies flachgewalzte Drähte, die in einem ziemlich langen Drall über den Bleimantel gebracht werden. Die Drähte liegen nicht eng nebeneinander, so daß Luftspalte entstehen, die das magnetische Feld schwächen. Ein stärkeres Feld und somit eine größere Selbstinduktivität wird man erhalten, wenn man eine Bewehrung verwendet, bei der die Luftspalte im Kraftlinienweg vermindert werden, am besten eine Bewehrung ähnlich der Bespinnung der Krarupadern.

Von Interesse ist nun, das Verhältnis $\frac{L}{R}$ von verschiedenen Kabelmantelkonstruktionen kennen zu lernen. Hierüber sind Versuche angestellt worden, und zwar mußten diese an verhältnismäßig kurzen Kabelstrecken durchgeführt werden. Hierbei entstanden gewisse noch weiter unten behandelte Schwierigkeiten, und es gelang nicht, $\frac{L}{R}$ einwandfrei zu ermitteln. Man war gezwungen, sich mit relativen Messungen zu begnügen, über die nachstehend berichtet wird.

Die Leitungsanordnung zeigt Fig. 5, und zwar zeigt 5a eine schematische Darstellung und 5b eine Seitenansicht der Anordnung. Danach besteht dieselbe aus einer Starkstromschleife I von 150 m Länge, die auf Kabel von der gleichen Länge induzierend einwirken konnte.

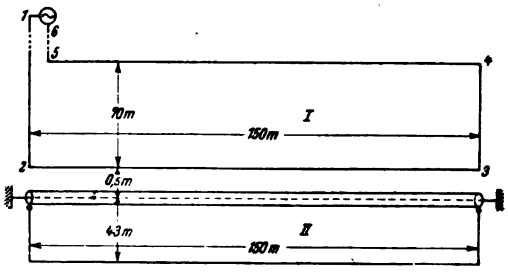


Fig. 5a.

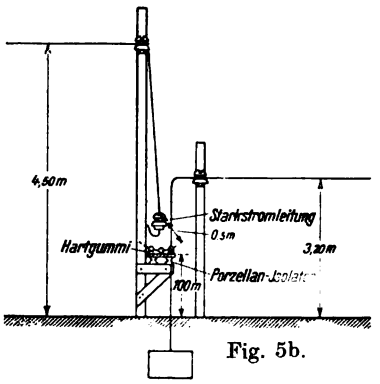


Fig. 5b.

Da die unmittelbare Messung der Selbstinduktivität der Schleife Mantel-Erde mit Schwierigkeiten verbunden war, wurde die Gegeninduktivität zwischen Mantel-

Digitized by Google

schleife und Aderschleife gemessen. Zu diesem Zwecke wurde der Kabelmantel unter Zwischenschaltung eines Strommessers und der Stromspule eines Wattmeters in die Starkstromschleife eingeschaltet. Die Ader des Kabels wurde über die Spannungsspule des Wattmeters, einen Vorschaltwiderstand und einen empfindlichen Strommesser beiderseits an Erde gelegt (Fig. 6).

Sendet man durch den Kabelmantel einen Wechselstrom $\mathfrak{J}_m$, so induziert dieser in der Ader eine EMK $\mathfrak{E}_{ma}$, die gleich ist dem induzierten Strom $\mathfrak{J}_a$ in der Kabelader, multipliziert mit dem Gesamtwiderstand des Aderkreises. Die Gegeninduktivität M_{ma} ergab sich hierbei aus der Gleichung:

$$\mathfrak{E}_{ma} = -j\omega M_{ma}\mathfrak{J}_m .$$

Die Phase φ zwischen dem induzierenden Strom und der induzierten EMK erhält man aus der am Wattmeter abgelesenen Leistung aus $|\mathfrak{J}_m|$ und der in der Ader induzierten Stromstärke $|\mathfrak{J}_a|$

$$\cos\varphi = \frac{\alpha}{1000\,|\mathfrak{J}_a| \cdot |\mathfrak{J}_m|}$$

(α = der Ausschlag am Wattmeter).

(Der fast induktionsfreie Widerstand der Spannungsspule des Wattmeters beträgt 1000 Ohm.)

φ ist tatsächlich die Phase zwischen dem induzierenden Strom und der induzierten EMK, da der Strom $\mathfrak{J}_a$ in der Ader infolge der vorgeschalteten hohen induktionsfreien Widerstände vollkommen in Phase mit der induzierten EMK ist.

Bei der vorliegenden Art der Versuchsanordnung, bei welcher der Mantelkreis nicht über die Erde, sondern über eine Rückleitung mit dem Abstand c von dem

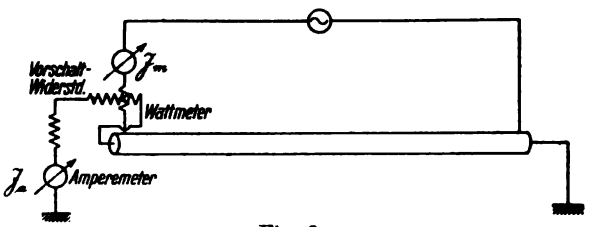


Fig. 6.

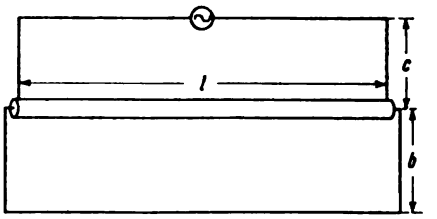


Fig. 7.

Mantel geschlossen ist, ergibt die theoretische Ableitung eine Beziehung für M_{ma}, die von der, bei Erdung des Mantels ermittelten, etwas abweicht. Ist auch der Aderstromkreis nicht über die Erde, sondern über eine Rückleitung in Abstand b geschlossen (Fig. 7), und ist $l \gg b$, c, so kann man die Gegeninduktivität M_{ma} für einen Kabelmantel mit Bleimantel und Eisenbewehrung berechnen aus dem magnetischen Fluß Φ, den der Mantelstromkreis durch den Aderstromkreis sendet.

Dann ist:

$$\Phi = 2lJ_m\left[\int_{r_i}^{r_a}\left(r - \frac{r_i^2}{r}\right)\frac{dr}{r_a^2 - r_i^2} + \int_{r_a}^{r_a+\delta}\mu\frac{dr}{r} + \int_{r_a+\delta}^{b}\frac{dr}{r} - \int_{c}^{c+b}\frac{dr}{r}\right].$$

Hieraus folgt:

$$M_{ma} = 2l\left[\ln\left(\frac{b}{r_a}\cdot\frac{c}{c+b}\right) + C + (\mu - 1)\ln\frac{r_a+\delta}{r_a}\right]10^{-4}H. \qquad (17)$$

Digitized by Google

Ist der Aderstromkreis geerdet, wie bei vorstehender Versuchsanordnung, so wird $\frac{b}{b+c} = 1$, wenn b unendlich wird. Die Gegeninduktivität wird dann:

$$M_{ma} = 2l\left[\ln\frac{c}{r_a} + C + (\mu - 1)\ln\frac{r_a + \delta}{r_a}\right] 10^{-4} H, \qquad (17a)$$

wo C dieselbe Bedeutung hat wie auf S. 427.

Zu den Untersuchungen sind nun folgende Kabelmäntel herangezogen worden:

1. Kabel ohne Eisenarmierung. (Nur Bleimantel.)
2. Kabel mit Flachdrahtarmierung.
3. Kabel mit Bandarmierung.
4. Kabel mit Flachdraht- und Bandarmierung.
5. Kabel in Eisenröhren.

Abgesehen von der eisernen Bewehrung waren die Kabel von gleicher Bauart, die Bleimäntel bei allen 5 Kabeln von der gleichen Dicke und von gleichem Durchmesser. Letzterer betrug 40 mm und die Wandstärke 3 mm.

Die Bewehrung des bandarmierten Kabels bestand aus zwei überlappenden Eisenbändern, die in ziemlich steilen Windungen auf den Bleimantel aufgebracht wurden.

Das Kabel mit Flachdraht- und Bandarmierung bestand aus einer kombinierten Bewehrung aus Flachdrähten und Bandeisen. Über dem Bleimantel befindet sich zunächst die Flachdrahtarmierung, darüber die Bandeisenarmierung. Es wurde angenommen, daß die Flachdrahtarmierung, die in flachen Windungen auf den Bleimantel gebracht wurde, den Widerstand des Mantels weiter heruntersetzen könnte als ein dickerer Bleimantel, da der spezifische Widerstand von Eisen nur halb so groß ist als der von Blei.

Bei dem fünften Kabel wurden über das nur mit einem Bleimantel versehene Kabel massive Eisenrohre gezogen. Das Rohr umschloß den Bleimantel nicht fest; der innere Durchmesser des Rohres war ca. 1 cm größer als der Durchmesser des Bleimantels.

Aus Fig. 8 ist die Gegeninduktivität in Abhängigkeit vom Kabelmantelstrom zu ersehen. Die Messungen sind mit $16^2/_3$ und 50 Perioden ausgeführt worden. Wie

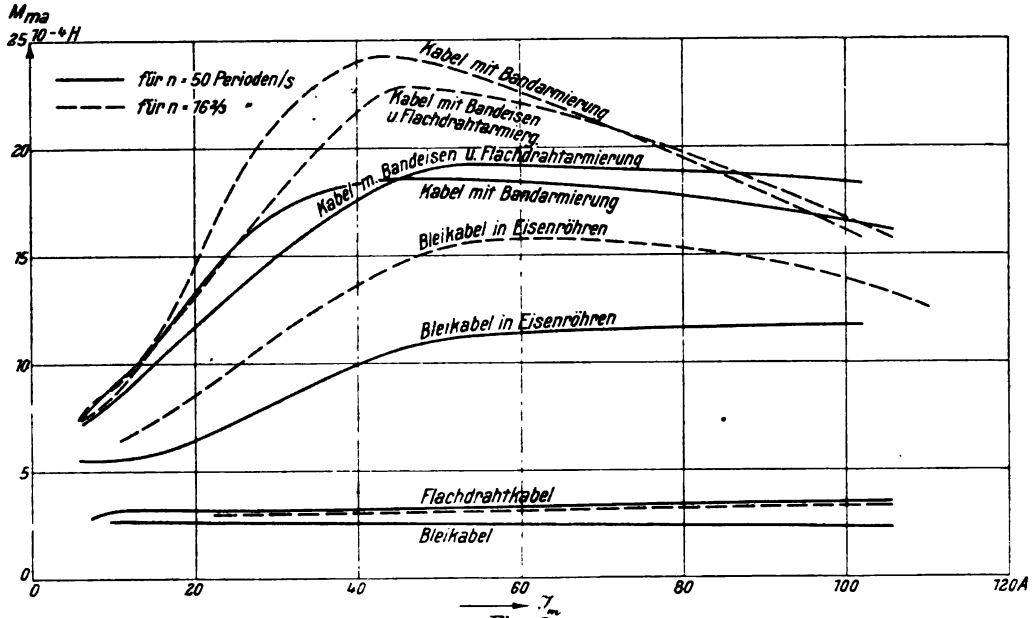


Fig. 8.

Digitized by Google

man erkennt, sind die Werte bei dem bandarmierten Kabel am größten und am Kabel ohne Eisenbewehrung am kleinsten. Nicht viel größer als beim gewöhnlichen Bleikabel ist die Gegeninduktivität beim flachdrahtarmierten Kabel. Bei den eisenbewehrten Kabeln ist die Gegeninduktivität stark abhängig von der Stromstärke im Kabelmantel. Sie steigt bis zu einem Maximum, um danach wieder kleiner zu werden. Bedingt ist die Abhängigkeit der Gegeninduktivität von dem Kabelmantelstrom durch die Permeabilität des Eisens, das mit der Stromstärke sich ändert. Bemerkenswert ist, daß die Gegeninduktivität bei den eisenbewehrten Kabeln bei $16^2/_3$ Perioden größer ist als bei 50 Perioden, und zwar in der Hauptsache im Maximalgebiet der Kurven. Die Ursache dieser Erscheinung ist offenbar auf Verluste im Eisen zurückzuführen.

Der Betrag der gemessenen Gegeninduktivität beim Bleikabel ist etwas größer als der rechnerisch aus Gleichung (17a) ermittelte Wert. Ersterer beträgt im Mittel

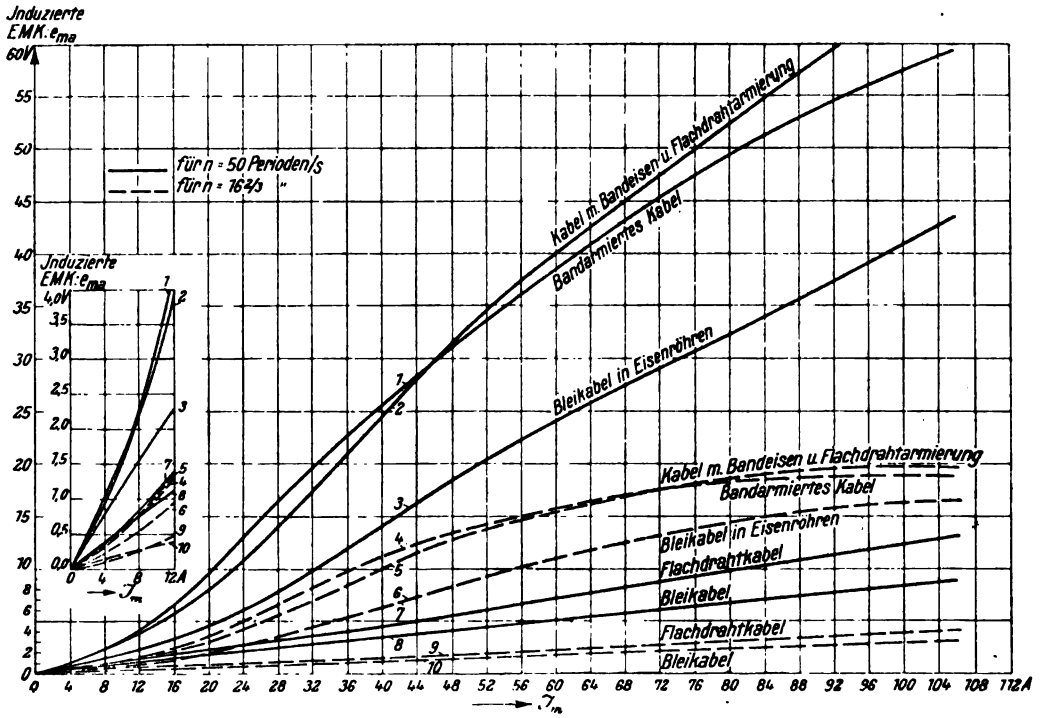


Fig. 9.

$2{,}6 \cdot 10^{-4} H$, während man rechnungsmäßig aus den Abmessungen der Versuchsanlage, bei der $l = 150$ m, $c = 70$ m, $r_a = 2$ cm, $r_i = 1{,}7$ cm betrug, nur einen Wert von $2{,}4 \cdot 10^{-4}$ H erhält. Die Ursache der, wenn auch geringen, Abweichung ist darin zu suchen, daß die, für die theoretische Entwicklung aufgestellte Bedingung $l \gg c$ nicht genügend erfüllt ist. Die Zuführungsdrähte der Starkstromschleife zum Mantel liefern hierbei noch einen Beitrag zum Kraftfluß, der die Gegeninduktivität etwas erhöht. Bei den eisenbewehrten Kabeln läßt sich ein Vergleich zwischen den gemessenen und errechneten Werten nicht ziehen, da man über das μ des Eisens nichts mit Bestimmtheit aussagen kann.

In Fig. 9 sind die Amplituden der EMK-Werte in Abhängigkeit von dem Kabelmantelstrom aufgezeichnet. Entsprechend der Gegeninduktivität wächst natürlich die induzierte EMK.

Digitized by Google

Von größerer Bedeutung ist Fig. 10, welche die Phasenwinkel zwischen dem induzierenden Mantelstrom und der induzierten EMK darstellt. Bei dem eisenlosen Kabel eilt die induzierte EMK dem induzierenden Strome um den Winkel $\frac{\pi}{2}$ nach. Bei den eisenbewehrten Kabeln ist die Nacheilung größer als 90°; sie ist ferner abhängig von der Stromstärke im Kabelmantel und von der Periodenzahl. Bei den flachdrahtarmierten Kabeln steigt der Winkel geradlinig an, während bei den anderen

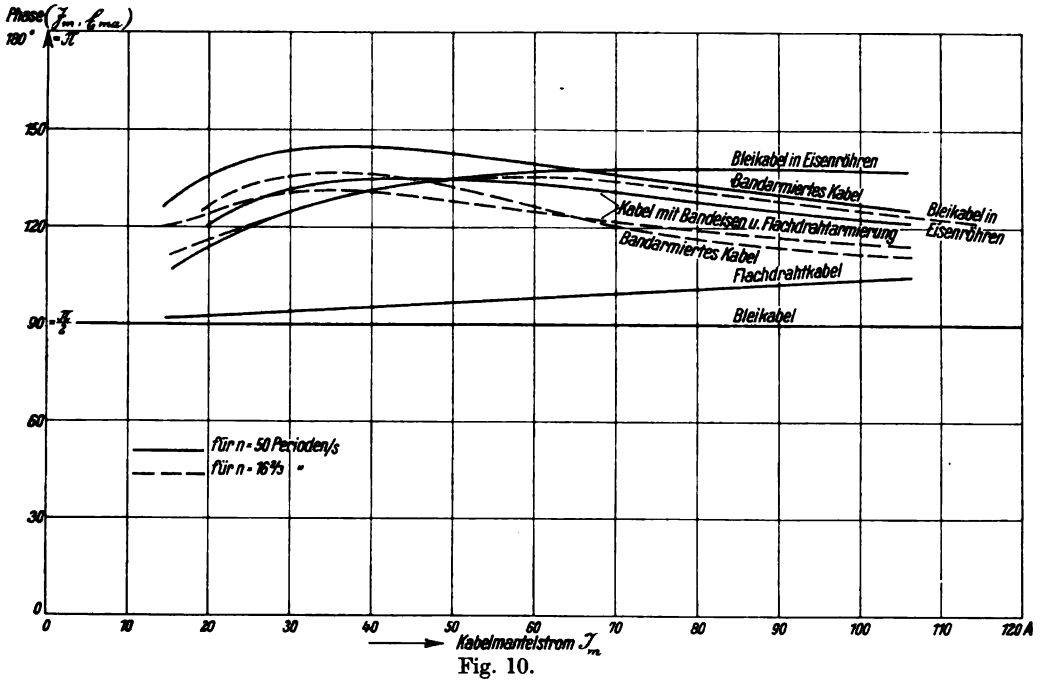


Fig. 10.

Kabeln der Winkel bis zu einem Maximalwert ansteigt und dann wieder abnimmt. Die Ursache dieser Erscheinung ist auf Verluste durch Hysterese und Wirbelstrom zurückzuführen, wodurch das B-Feld eine Nacheilung gegen das H-Feld erfährt.

Da $\frac{L_m}{R_m}$ sich durch unmittelbare Messungen nicht ermitteln ließ, wurde die Kompensationswirkung, die der Mantel auf die Ader ausübt, d. h. die Verminderung der induzierten EMK durch die induzierten Kabelmantelströme, ermittelt. Zu diesem Zweck wurde Strom durch die Starkstromschleife gesandt und zunächst die Induktionswirkung auf die Ader nach Betrag und Phase bei offenen Mänteln festgestellt. Danach wurde der Mantelstromkreis geschlossen und die Verminderung der induzierten EMK in der Ader durch den Mantelstrom festgestellt. Die Schaltordnung zeigt Fig. 11.

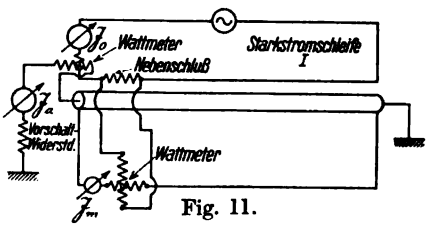


Fig. 11.

Außer der Messung des induzierten Stromes und der induzierten EMK nach Betrag und Phase wurde noch der Strom im Kabelmantel und die Phase dieses Stromes gegen den induzierenden Strom gemessen. Die Messung der Phasen geschah mittels Leistungsmessungen in der bei der Messung der Gegeninduktivität bereits erwähnten Weise.

Fig. 12 zeigt die durch die Kabelmantelströme erreichten Kompensationen. Danach ist dieselbe am besten bei dem Kabel mit Bandeisen- und Flachdrahtarmierung,

Digitized by Google

und zwar dann, wenn sowohl der Bleimantel als auch die Armierung Strom führen. Wird nun der Bleimantel geschlossen, fließt also nur durch den Bleimantel Strom, so ist die Kompensation, wie man aus der Fig. 12 erkennt, geringer. Dies beweist, daß in Betriebsfällen auch die Armierung ebenso wie der Bleimantel an jeder Unterbrechungsstelle überbrückt werden muß. Fast ebenso günstig wie am Bandeisen-Flachdrahtkabel sind die Ergebnisse beim bandarmierten Kabel, während dagegen das Flachdrahtkabel außerordentlich ungünstig ist. Die Kompensation beim bandarmierten Kabel und beim Bandeisen-Flachdrahtkabel steigt mit der Stromstärke im Kabelmantel. Dies besagt, daß der Wirkwiderstand nicht in dem Maße zunimmt wie die Selbstinduktivität. Die Steigung der Kompensationswirkung mit zunehmendem Mantelstrom, d. h. mit zunehmender Größe der Beeinflussung von der Starkstrom-

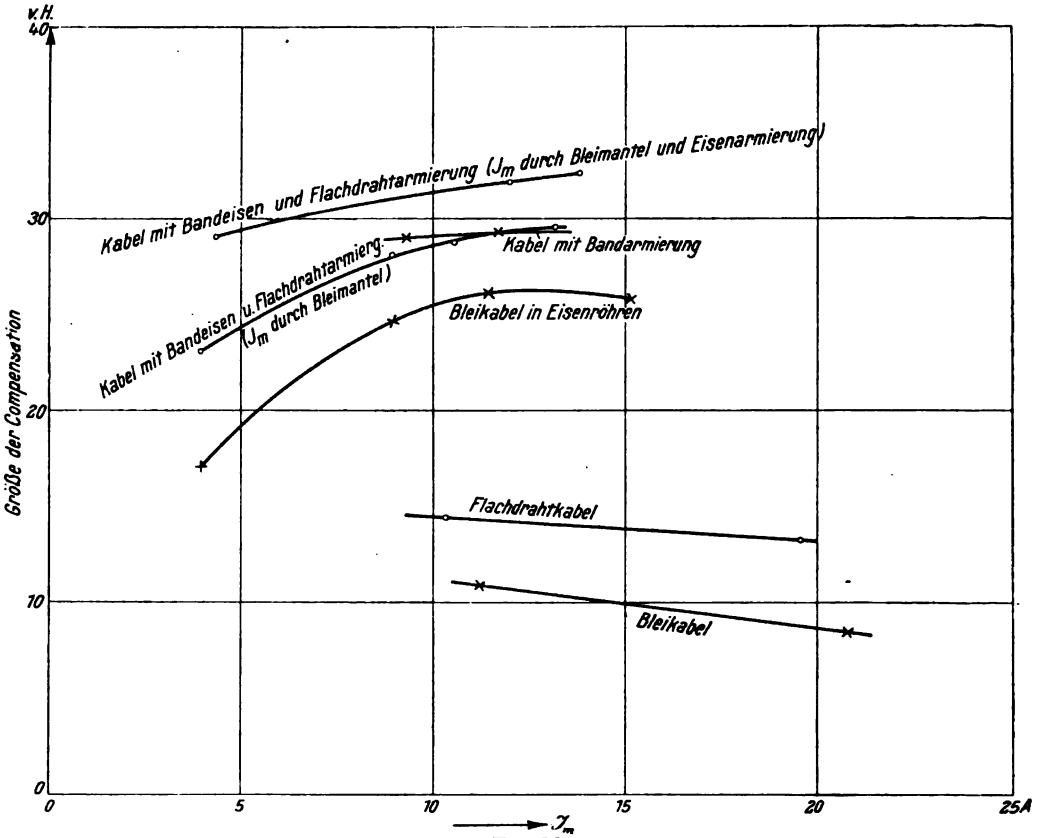


Fig. 12.

anlage, ist natürlich sehr erwünscht; da hierbei vor allem bei Kurzschlüssen die Spannung weiter heruntergesetzt wird. Merkwürdig ist, daß beim Flachdrahtkabel und noch mehr beim gewöhnlichen Bleikabel die Kompensation mit steigender Stromstärke abnimmt. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß bei diesen Kabeln die Verluste steigen, während die Selbstinduktivität nur sehr schwach ansteigt oder konstant bleibt.

Da die Größe der Kompensation von $\frac{L}{R}$ des Kabelmantels abhängt, sind die Schaulinien der Fig. 12 gleichzeitig ein Maß für $\frac{L}{R}$. Bei dem Bandeisen-Flachdrahtkabel und dem normalen bandarmierten Kabel ist der Quotient jedenfalls größer als beim flachdrahtarmierten Kabel. Aus der Phasendifferenz zwischen induziertem

Digitized by Google

Strom und induzierter Spannung im Kabelmantel bzw. aus der trigonometrischen Tangente dieses Winkels $\frac{L}{R}$ zu ermitteln, war leider nicht möglich, da der Phasenwinkel zwischen induzierendem Strom und Kabelmantelstrom sich nicht mit der notwendigen Genauigkeit feststellen ließ.

Es ist nun die Frage, was aus den vorliegenden Untersuchungen für die Betriebsverhältnisse geschlossen werden kann, d. h. für im Erdboden verlegte Kabel mit hoher stetiger Ableitung der Kabelmäntel, die parallel zu Starkstromanlagen, insbesondere zu Einphasenbahnanlagen, führen. Es ist zu erwarten, daß die ermittelten relativen Unterschiede der Gegeninduktivitäten bei der Versuchsanordnung in gleichem Maße bei Betriebsverhältnissen vorhanden sein werden, während die absoluten Werte, für die Einheitslänge gerechnet, nicht übereinzustimmen brauchen. Letztere deswegen nicht, weil die Versuchsanordnung nicht genau dem Betriebsverhältnissen angepaßt werden konnte. Infolge der in der theoretischen Abhandlung gezeigten Gleichheit zwischen Selbstinduktivität des Mantels und Gegeninduktivität Mantel-Ader werden sich bei Betriebsverhältnissen die ermittelten relativen Unterschiede auch für die Selbstinduktivität der Mäntel ergeben. Auch bezüglich der Kompensationswirkung werden sich bei Betriebsverhältnissen die gleichen relativen Unterschiede zeigen. Gegen diese Schlüsse scheint der bereits erwähnte Betriebsversuch zu sprechen, bei welchem durch gute Durchverbindung des flachdrahtarmierten Mantels eine Kompensationswirkung von 30 bis 40% erzielt wurde, während hier bei der Versuchsanordnung mit einem relativ besser geeigneten Mantel auch nur, absolut genommen, 30% Kompensationswirkung erreicht wurde. Das ist darauf zurückzuführen, daß bei den Versuchen an der kurzen Strecke der Kabelmantel nicht widerstandslos geschlossen werden konnte, oder wenigstens nicht über einen so geringen Widerstand, daß er gegenüber dem Mantelwiderstand der sehr kurzen Strecke zu vernachlässigen war. Das ist bei Betriebsverhältnissen der Fall, wo der Mantel stetige hohe Ableitung hat und infolgedessen der Erdübergangswiderstand des Mantels nur ein Bruchteil des gesamten Widerstandes des Mantels ist. Es ist ferner zu bedenken, daß bei einem im Erdboden verlegten Kabel die Gegeninduktivität Mantel-Ader dem Absolutbetrage nach größer sein wird als bei der Versuchsanordnung, da der Mantel über die Erde geschlossen ist (große Schleifenbreite). Außerdem werden hierbei die Gegeninduktivitäten mit der Länge zunehmen, und zwar steigt die Gegeninduktivität M_{ma} Mantel-Ader mit der Länge schneller als die Gegeninduktivität M_{0a} Flahdraht-Ader, so daß die Kompensation größer wird, je länger die Parallelführung wird.

Zusammenfassung.

Es wird durch theoretische Überlegungen und durch experimentelle Untersuchungen gezeigt, daß die durch Starkstromleitungen in Kabeladern induzierten Spannungen wesentlich durch den im Kabelmantel durch Induktion entstehenden Strom vermindert werden kann. Der Kabelmantel muß, um möglichst hohe Kompensation zu erzielen, möglichst kleinen Widerstand und hohe Induktivität haben. Ferner muß er in seiner ganzen Länge gut leitend durchverbunden und gut mit dem Erdreich verbunden sein. Von den gebräuchlichen Kabelmänteln ist eine Bewehrung aus Bandeisen am geeignetsten.

Digitized by Google

Wahrscheinlichkeitstheoretische Behandlung weit unterteilter Betriebssysteme zum Zwecke der Gewährleistung.

Von **Fritz Lubberger.**

Mit 4 Textfiguren.

Mitteilung aus der Vielfach-Selbstanschluß-Abteilung des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 26. V. 22.

Die technische Erfassung einer Massenerscheinung geht zwei Wege. Entweder studiert man das Einzelereignis und setzt viele derselben zusammen. Die Massenerscheinung wird anders aussehen als die Einzelerscheinung, weil ihr Charakter hauptsächlich durch die gemeinschaftlichen Eigentümlichkeiten der Einzelereignisse bestimmt wird. Ein Beispiel ist die Bildung einer Resultante aus einer Reihe von Vektoren. Der andere Weg geht von der Massenerscheinung aus, deren allgemeine Durchschnittswerte bekannt sind, und führt zur Feststellung der abweichenden Erscheinungen bei den Einzelereignissen. Diesen letzteren Weg muß man gehen, wenn über die Einzelereignisse nur angegeben werden kann, daß sie im Rahmen der Massenerscheinung verlaufen sollen. Solche Erscheinungen sind z. B. die Verteilung von Massengütern, wie z. B. in Wasserleitungen. Man kann nicht sagen, daß eine bestimmte Zapfstelle zu einer bestimmten Zeit eine bestimmte Dauer geöffnet sein wird. Es ist nur bekannt, daß für alle Zapfstellen einer Stadt so und soviel Sekundenliter notwendig sind. Im Fernsprechverkehr weiß man, daß die Teilnehmer einer Stadt im Tag durchschnittlich so oft und so lange sprechen, damit ist aber der Verkehr einer kleinen Gruppe, welche von einer Beamtin bedient wird, noch nicht gegeben. Vom Gasgemisch eines Verbrennungsmotors weiß man nur, daß der Luft soviel Prozent Leuchtgas beigemischt sind, die Mischung in jedem einzelnen Kubikzentimeter ist nicht bekannt. In technischen Anlagen soll man nun eine vorgeschriebene Betriebsgüte gewährleisten. Das Wasser soll in der Hauptverkehrsstunde in den oberen Stockwerken nicht ausbleiben, in Fernsprechanlagen soll die Zahl der Verbindungswege zwischen den einzelnen Gruppen der Anlage „ausreichen".

Die Abweichungen vom Mittelwert der Massenerscheinung in den kleinen Gruppen sind selbstverständlich viel größer als in einer großen Gruppe. Es ist sehr wohl möglich, daß in einem kleinen Hause sämtliche Hähne gleichzeitig geöffnet sind, während es sehr unwahrscheinlich ist, daß sämtliche Hähne in einer Stadt gleichzeitig laufen. Nun soll man aber gerade gegen das Versagen der Betriebsmittel in den kleinen Gruppen Gewähr leisten. Man muß daher die Spitzen in den kleinen Gruppen irgendwie ermitteln.

Jahrelange Erfahrung im Bau von Wasserleitungen hat die Querschnitte festgelegt, die für soundso viele Zapfstellen gewählt werden müssen, und im Fernsprech-

Digitized by Google

wesen mit Handbetrieb hat ebenfalls lange Erfahrung die nötigen Unterlagen geliefert. Schwieriger liegen die Verhältnisse, wenn man nicht in der Lage ist, genügend viele Beobachtungen zu sammeln. Solche Fälle treten ein, wenn technische Neuerungen den mit älteren Lösungen langsam entwickelten Zustand in kurzer Zeit ersetzen sollen. Das trifft bei den Fernsprechanlagen mit Wählerbetrieb zu, welche gerade in unserer Zeit der großen Teuerung (Beamtinnengehälter) so große wirtschaftliche Vorteile dem Handbetrieb gegenüber aufweisen, daß sie baldigst für die größten Fernsprechnetze eingeführt werden sollen. Selbstverständlich liegen auch für solche Systeme viele Messungen vor. Es ist aber geglückt, die Messungen durch theoretische Überlegungen zu ergänzen. Auf Grund der Erscheinungen des Fernsprechverkehrs sind eine Reihe von Gleichungen aufgestellt worden, welche die Spitzen in den kleinen Gruppen zu berechnen gestatten. Die Gleichungen gelten aber nicht nur für den Fernsprechverkehr, sondern können auch auf andere Gebiete übertragen werden. Zunächst diene der Fernsprechverkehr als anschauliche Unterlage zur Entwicklung der Gleichungen.

Um den Fernsprechverkehr selbst kennenzulernen, wollen wir aus einem Luftschiff auf eine große Stadt herabblicken und nehmen an, wir könnten an den abgehängten Hörern und an den vielen Lämpchen in den Fernsprechämtern das Benehmen des Fernsprechverkehrs erkennen. Zu gewissen Tageszeiten werden viele Lämpchen glühen, nachts sind es nur wenige. Viele Beobachtungen haben nun gezeigt, daß die Schwankungen nicht sehr plötzlich sind, sondern daß das Auf- und Abwogen erfaßt wird, wenn man die Verbindungszahlen stundenweise zusammenstellt. Da gerade in der Stunde des stärksten Verkehrs die Anforderungen am schärfsten sind, bezieht man die Ausrüstung auf diese „Hauptverkehrsstunde" (H.V.St.). Die Erfahrung hat für das Maß der „Konzentration", d. h. den Prozentsatz des Verkehrs in der H.V.St. die Werte zu 10% bei kleiner, und bis zu 20% bei starker Zusammendrängung ergeben. Verlangt wird nun, daß in der Hauptverkehrsstunde (meist zwischen 10 und 11 Uhr vormittags, oder 3 bis 4 Uhr nachmittags) die Zahl der nicht durchkommenden Verbindungen eine gegebene Grenze nicht überschreitet. Sieht man noch etwas genauer zu, so findet man, daß um so mehr Verbindungswege belegt sind, je öfter die Teilnehmer anrufen und je länger sie sprechen. Die Belegungszeit (t) und die Belegungszahl (c) gehören also jedenfalls zu den maßgebenden Grundgrößen. Aber auch die Teilnehmerzahl (s) spielt für das Schwanken des Verkehrs eine Rolle. Von 50 Börsenanschlüssen können in einer Stunde bis zu 1500 Verbindungen verlangt werden, aber es können nie mehr als 50 Leitungen belegt sein. und es reiht sich auf jeder Leitung ein Gespräch an das andere. Der Verkehr ist also sehr gleichmäßig. Betrachten wir aber andererseits ein Amt, an welches etwa 2000 Wohnungen angeschlossen sind, die ebenfalls 1500 Verbindungen in der Stunde verlangen, so ist es eine allgemeine Erfahrung, daß ungefähr 10% gleichzeitig sprechen, sie also 200 Verbindungswege belegen. Es kann somit der Verkehr der stark sprechenden Börsenanschlüsse über 50 Leitungen, der Verkehr der Wohnungsanschlüsse, welcher an sich gleich groß ist, nur über 200 Anschlüsse abfließen. Die 3 Größen s, c, t sind die drei bestimmenden Grundgrößen des Fernsprechverkehrs.

Das gesamte Bild der glühenden Lämpchen schwankt aber nicht nur in der Zahl der Lämpchen, sondern auch in der Verteilung. Einzelne Stellen des Stadtbildes werden manchmal heller, manchmal dunkler erscheinen, obgleich die Gesamtzahl aller glühenden Lämpchen ungefähr gleich bleibt. Gerade die Stellen (Ämter)

Digitized by Google

mit besonders starkem Verkehr dürfen nicht versagen, auch wenn sie an anderen Tagen zur gleichen Tageszeit zufälligerweise viel weniger Verkehr aufweisen sollten. Man kann nun für eine große Stadt nur einen Mittelwert für den Verkehr angeben, und es bleibt der Rechnung überlassen, Zuschläge zu diesem Mittelwert festzulegen, um die ungleichmäßige Verkehrsdichte zu erfassen.

Aus diesen Beobachtungen schälen sich 2 Grundaufgaben heraus:

1. Verteilung der Dichte. Gegeben ist Gesamtzahl aller Anschlüsse S, deren Belegungszahl C in der Hauptverkehrsstunde und die mittlere Belegungsdauer t. Zunächst wird die ganze Anlage in kleine Gruppen von je s Anschlüssen eingeteilt. Eine solche kleine Gruppe kann starke Spitzen aufweisen und die Frage lautet: Wenn auf s Teilnehmer durchschnittlich c Verbindungen in der Stunde entfallen, wie oft wird diese Gruppe diesen Durchschnitt überschreiten und wie weit?

2. Gleichzeitigkeitsverkehr. Wenn eine Gruppe von s Anschlüssen in einer Stunde c Belegungen mit einer Dauer von je t Stunden erzeugt, wieviel Verkehrswege muß man vorsehen, wenn die Verluste V (z. B. 1 Verbindung von 1000 Verbindungen) eine gegebene Zahl nicht überschreiten sollen?

Die Aufgaben können mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung gelöst werden. Es müßte aber zuerst gezeigt werden, daß die Ereignisse (Eintreffen eines Anrufes) dem reinen Zufall unterworfen sind; denn die Wahrscheinlichkeitsrechnung bezieht sich nur auf Massenerscheinungen, deren einzelne Ereignisse dem Zufall unterworfen sind. Für den Fernsprechverkehr kann man das, streng genommen, nicht behaupten; denn das Abheben der Hörer an den einzelnen Sprechstellen kann nicht als allein dem Zufall unterworfen angesehen werden. Trotzdem diese Bedingung nicht streng erfüllt ist, hat man doch die Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Hilfe genommen. Es zeigt sich nämlich, daß die Ergebnisse der Rechnung mit den Messungen für einigermaßen größere Gruppen so überraschend übereinstimmen, daß die Zuverlässigkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung für den Fernsprechverkehr als erwiesen anzusehen ist.

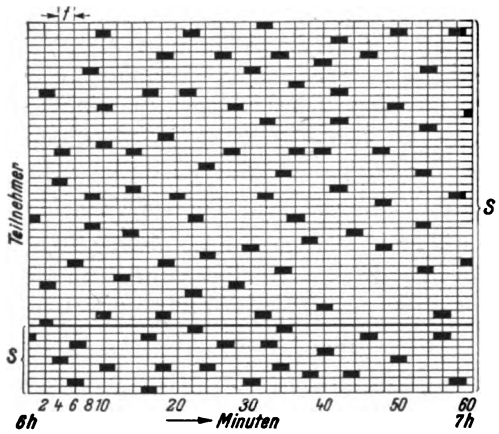


Fig. 1. Verteilung der Dichte.

Verteilung der Dichte. Wenn auf S Anschlüsse C Verbindungen in der Stunde von je t Stunden Dauer entfallen, wie schwankt der Verkehr in einer kleinen Gruppe von s Anschlüssen? In der Fig. 1 bedeutet S die Gesamtheit aller Anschlüsse, für welche bekannt sei, daß sie in 1 Stunde C Belegungen erzeugen. Die mittlere Dauer $t = {}^1/_{30}$ Stunde. Jeder Anschluß kann also 30 Verbindungen herstellen. Die Fig. 1 zeigt daher $S \cdot 30 = S/t$ Sprechmöglichkeiten. Jede Sprechmöglichkeit ist als ein Rechteck dargestellt. Von den S/t Rechtecken werden aber nur C (ausgefüllte Rechtecke) benützt, die ganz nach Belieben über die S/t Rechtecke verteilt sind. Die „Dichte" ist gleich der Anzahl von Belegungen für jede Sprechmöglichkeit also $z = \frac{C}{S/t} = \frac{Ct}{S}$. Wir spalten eine kleine Gruppe von s Anschlüssen ab mit s/t Sprechmöglichkeiten und schreiben für sie die gleiche mittlere Dichte z vor. Die Frage

Digitized by Google

lautet: Mit welcher Wahrscheinlichkeit entfallen x Belegungen auf s/t Sprechmöglichkeiten, wenn C Belegungen auf S/t Sprechmöglichkeiten kommen[1]). Die x Belegungen können sich in ganz beliebiger Weise über die s/t Rechtecke verteilen, das ist bekanntlich auf $\binom{s/t}{x}$ Arten möglich. Es bleiben noch $S/t - s/t$ Rechtecke übrig, auf welche sich die restlichen $C - x$ Belegungen verteilen müssen. Das kann auf $\binom{S/t - s/t}{C - x}$ Arten geschehen. Nun kann zu jeder Verteilung der x Belegungen auf die s/t Rechtecke jede beliebige Art der Verteilung der restlichen Belegungen über die restlichen Sprechmöglichkeiten treten. Der gesuchte Zähler ist daher das Produkt der beiden Verteilungsmöglichkeiten. Der Nenner umfaßt alle Möglichkeiten, nach welchen sich die C Belegungen über die S/t Rechtecke verteilen können. Der Nenner lautet also $\binom{S/t}{C}$, und die gesuchte Wahrscheinlichkeit lautet:

Gleichung 1:
$$w_x = \frac{\binom{s/t}{x}\binom{S/t - s/t}{C - x}}{\binom{S/t}{C}}.$$

Beispiel: $S = 10\,000$ Anschlüsse; $C = 15\,000$ Belegungen in der Hauptverkehrsstunde; $t = \frac{1}{46}$ Stunde; $s = 100$; x die Zahl der Belegungen in der untersuchten 100er Gruppe:

$$w_x = \frac{\binom{4600}{x}\binom{455\,400}{15\,000 - x}}{\binom{460\,000}{15\,000}}.$$

Man erhält folgende Zahlenreihe 1:

$W_{100} = 0{,}000\,003$	$W_{160} = 0{,}022\,750$
$W_{110} = 0{,}000\,106$	$W_{170} = 0{,}008\,522$
$W_{120} = 0{,}001\,450$	$W_{180} = 0{,}001\,775$
$W_{130} = 0{,}008\,650$	$W_{190} = 0{,}000\,212$
$W_{140} = 0{,}023\,960$	$W_{200} = 0{,}000\,015$
$W_{150} = 0{,}037\,550$	

Diese Zahlen bedeuten folgendes: Wir beobachten die 100er Gruppe während 1 000 000 Hauptverkehrsstunden und finden, daß in drei Stunden gerade 100 Verbindungen, in 37 550 Stunden gerade 150 Verbindungen hergestellt werden usw. Mit Hilfe der Gleichung 1 kann man also ausrechnen, wie oft und wie weit der Mittelwert (150 Verbindungen für 100 Anschlüsse) überschritten wird.

Die Gleichung 1 ist aber zur Rechnung viel zu unbequem. Zum Beispiel ist der log 460 000! = 2 405 000, . . .

Es kommen also Zahlen mit über 2 405 000 Stellen vor. Es gelingt aber durch Grenzübergänge, große Vereinfachungen einzuführen. Wir lassen zunächst die Werte S und C unendlich werden. Die Dichte $z = \frac{Ct}{S}$ bleibt aber konstant. Wir bedenken ferner, daß

$$\left[\frac{a!}{(a-b)!}\right]_{\lim a = \infty} = a^b$$

[1]) Die Wahrscheinlichkeit ist bekanntlich ein echter Bruch, dessen Zähler die Zahl der für das Eintreten des Ereignisses günstigen Fälle (daß nämlich x Belegungen auf die s/t Sprechmöglichkeiten fallen) angibt, dessen Nenner die Zahl der überhaupt möglichen Ereignisse angibt (daß nämlich C Belegungen auf S/t Sprechmöglichkeiten fallen).

Digitized by Google

ist. Wir lösen Gleichung 1 in Fakultäten auf:

$$w_x = \binom{s/t}{x} \frac{(S/t)-s/t)!}{(S/t)!} \frac{C!}{(C-x)!} \frac{(S/t-C)!}{[S/t-C-(s/t-x)]!}_{\lim s=\infty;\ c=\infty}$$

$$= \binom{s/t}{x} \frac{C^x (St-C)^{s/t-x}}{(S/t)^{s/t}} = \binom{s/t}{x} \left(\frac{S/t-c}{S/t}\right)^{s/t} \left(\frac{C}{S/t-c}\right)^x.$$

Gleichung 2: $w_x = \binom{s/t}{x} z^x (1-z)^{s/t-x}$.

Die Gleichung 2 hat die Form des Bernoullischen Problems der Wahrscheinlichkeitstheorie. In Worten ausgedrückt lautet sie: Die Verbindungszahl einer Gruppe von s Anschlüssen schwankt bei einer Belegungsdauer von t Sekunden und einer mittleren Sprechdichte von z Belegungsstunden je Anschluß um den Mittelwert nach der Gleichung 2. Für $s = 100$, $t = 1/46$, $z = 0{,}0325$ wird

$$w x = \binom{4600}{x} 0{,}0325^x\, 0{,}9675^{4600-x}.$$

Man beachtet, daß die Gleichung 2 die 3 Grundgrößen s, c, t enthält, also das Studium des Einflusses jeder einzelnen Grundgröße ermöglicht. Aber auch diese Gleichung 2 ist noch unbequem, weil immer noch große Fakultäten vorkommen (log 4600! = 14853, 16 847), für welche keine Tafeln allgemein zugänglich sind.

Zur weiteren Vereinfachung der Gleichung lassen wir s unendlich werden, halten aber z konstant $= \frac{c}{s/t}$.

$$w_x = \frac{(s/t)!}{x!\,(s/t-x)!} \cdot \left(\frac{c}{s/t}\right)^x \left(1-\frac{ct}{s}\right)^{s/t-x}_{\lim s=\infty}$$

$$= \frac{1}{x!}(s/t)^x \left(\frac{c}{s/t}\right)^x \left(1-\frac{ct}{s}\right)^{s/t-x}_{\lim s=\infty} \quad \text{Nun ist } \left(1-\frac{ct}{s}\right)^{s/t-x}_{\lim s=\infty} = 2{,}71828^{-c}.$$

Gleichung 3: $$w_x = \varepsilon^{-c} \frac{c^x}{x!}.$$

Die Gleichung 3 enthält die Größe c allein. Das ist die mittlere Belegungszahl der untersuchten Gruppe. Sie enthält also keine Dichte mehr. Die beiden anderen Grundgrößen (s und t) sind herausgefallen. Die Frage ist nun, welchen Einfluß das Verschwinden von 2 Grundgrößen auf die Genauigkeit und die Zuverlässigkeit des Ergebnisses ausübt. Wir machen uns das am besten an einem Beispiel klar: $S = 500$ Anschlüsse erzeugen $C = 750$ Belegungen in der Stunde von je $t = 1/12$ Stunde. Wie oft wird eine 100er Gruppe $x = 190$ Belegungen erzeugen? $z = \frac{Ct}{S} = 0{,}125$, Nach Gleichung 1 wird:

$$w_{190} = \frac{\binom{1200}{190}\binom{4800}{560}}{\binom{6000}{750}} = 0{,}000\,026.$$

Nach Gleichung 2 wird:

$$w_{190} = \binom{1200}{190} 0{,}125^{190}\, 0{,}875^{1010} = 0{,}000\,107.$$

Nach Gleichung 3 wird:

$$w_{190} = \varepsilon^{-150} \frac{150^{190}}{190!} = 0{,}000\,212.$$

Digitized by Google

Die 100er Gruppe wird also gerade 190 Belegungen erzeugen in 100 000 Beobachtungsstunden:

nach Gleichung 1: In 2,6 Stunden.
„ „ 2: „ 10,7 „
„ „ 3: „ 21 „

Der Unterschied zwischen den Ergebnissen ist folgender:

Nach Gleichung 1 2 3
wie 1 : 4 : 8

Das Ergebnis der Vergleiches überrascht zunächst. Aber auch eine rein logische Überlegung führt zum gleichen Ergebnis. Es ist leicht zu verstehen, daß 100 Teilnehmer viel eher 190 Verbindungen erzeugen, wenn $S = 10\,000$ Anschlüsse, $C = 15\,000$ Verbindungen erzeugen, als wenn $S = 500$ Anschlüsse 750 Verbindungen erzeugen, denn die Spitze in der 100er Gruppe beeinflußt den Rest der Verbindungen (C — 190 = 14 810) für die 9900 anderen Anschlüsse wesentlich weniger, als wenn man vorschreibt, daß 500 — 100 = 400 Anschlüsse nur 750 — 190 = 560 Verbindungen herstellen sollen. Auch der Sprung von der Gleichung 2 nach der Gleichung 3 führt leicht durch allgemeine Überlegung zum oben gefundenen Schluß. Wenn man die Anschlußzahl s sehr groß werden läßt, aber die Belegungszahl $c = 150$ konstant hält, so können von den außerordentlich vielen Anschlüssen leichter gelegentlich einmal 190 Verbindungen hergestellt werden, weil der einzelne Teilnehmer sich weniger anstrengen muß, als wenn man vorschreibt, daß jeder von den 100 Teilnehmern sich anstrengt, damit die vorgeschriebenen 190 Verbindungen herauskommen. Die allgemeine Überlegung führt also zum gleichen Ziel, nur gibt sie das Zahlenverhältnis nicht an.

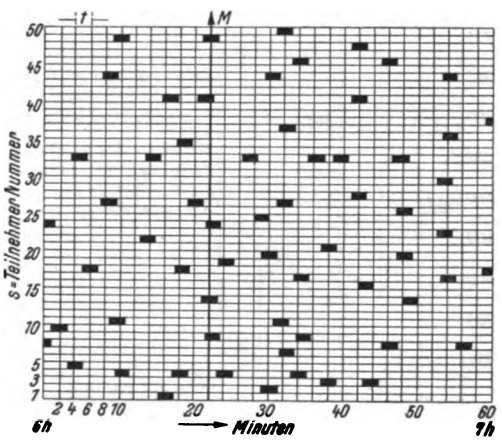


Fig. 2. Gleichzeitigkeitsverkehr.

Diese Überlegungen lehren, daß man bei der Auswahl der zu benützenden Gleichung sehr vorsichtig sein muß. Man muß überhaupt bei Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung sehr vorsichtig sein, weil so ungeheuer große Potenzen vorkommen und eine kleine Abänderung der Annahme das Ergebnis ganz außerordentlich verändert.

Gleichzeitigkeitsverkehr. Die Aufgabe lautet: Wenn s Teilnehmer in einer Stunde c Belegungen von je t Stunden erzeugen, wieviele Belegungen bestehen gleichzeitig? In der Fig. 2 bedeutet s die Anzahl der Anschlüsse in der untersuchten Gruppe, t ist die Belegungsdauer in Stunden. Die Rechtecke, deren Zahl $= s/t$ ist, bedeuten die Sprechmöglichkeiten. Die schwarz ausgefüllten Rechtecke sind die c Belegungen. Angenommen sei die Stunde 6 bis 7 Uhr. Ein Strich M am Ende der Minute 6^{22} Uhr bedeutet den Augenblick der Beobachtung, in welchem zufälligerweise gerade 5 Verbindungen vorliegen. Die Frage lautet: Wenn man den Strich M ganz beliebig über die Stunde hin- und herschiebt, wie oft wird er gerade wieder 5 Verbindungen schneiden? Der Strich M durchschneidet im ganzen s Sprechmöglichkeiten, von welchen $x = 5$ durch Belegungen wirklich ausgenützt sind. Es ist gleichgültig, welche von den s Sprechmöglichkeiten benützt werden. Es sind

Digitized by Google

also $\binom{s}{x}$ günstige „Ereignisse". Die übrigbleibenden $c - x$ Belegungen können sich ganz beliebig auf die übrigen $s/t - s$ Sprechmöglichkeiten verteilen. Das kann auf $\binom{s/t - s}{c - x}$ Arten geschehen. Der Zähler der Wahrscheinlichkeit ist das Produkt der beiden Ausdrücke. Der Nenner umfaßt alle überhaupt möglichen Verteilungen von c Belegungen über die s/t Sprechmöglichkeiten, der Nenner lautet daher: $\binom{s/t}{c}$ und es wird

Gleichung 4:
$$w_x = \frac{\binom{s}{x}\binom{s/t - s}{c - x}}{\binom{s/t}{c}}.$$

Diese Gleichung kann in der gleichen Weise vereinfacht werden, wie vorher gezeigt. Man betrachte nicht 1 Stunde, sondern lasse die Zeit unendlich groß werden, dann wird die Belegungszahl c auch unendlich und t (das Verhältnis der Einzelbelegung zur Beobachtungszeit) nähert sich der Null. Aber das Verhältnis $z = \frac{ct}{s}$ bleibt konstant. Man erhält wie früher die

Gleichung 5:
$$w_x = \binom{s}{x} z^x (1 - z)^{s-x}.$$

Nun läßt man noch die Teilnehmerzahl s unendlich werden, hält aber die Leistung der ganzen Gruppe ct konstant und erhält die

Gleichung 6:
$$w_x = \varepsilon^{-ct} \frac{(ct)^x}{x!} = \varepsilon^{-y} \frac{y^x}{x!},$$

ct ist die Zahl der Belegungsstunden der betrachteten Gruppe, die man allgemein in der Fernsprechtechnik mit y bezeichnet.

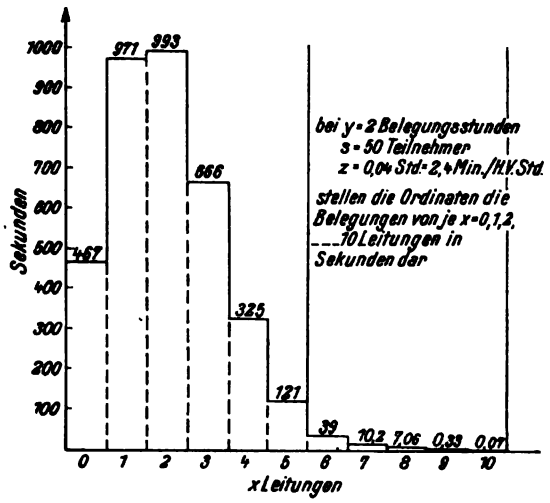


Fig. 3.

Die Fig. 2 enthält die Angaben $s = 50$, $c = 60$, $t = 1/30$. Also $z = \frac{ct}{s} = 0{,}04$ Belegungsstunden je Anschluß und $y = ct = 2$ Belegungsstunden in der Gruppe.

Mit der Gleichung (5) berechnet erhält man Zahlenreihe 2:

W_0	$= 0{,}1300 = 467$	Sek.
W_1	$= 0{,}2700 = 971$	„
W_2	$= 0{,}2750 = 993$	„
W_3	$= 0{,}1850 = 666$	„
W_4	$= 0{,}0902 = 325$	„
W_5	$= 0{,}0336 = 121$	„
W_6	$= 0{,}0108 = 39$	„
W_7	$= 0{,}0028 = 10{,}2$	„
W_8	$= 0{,}0019 = 7{,}06$	„
W_9	$= 0{,}0009 = 0{,}33$	„
W_{10}	$= 0{,}0002 = 0{,}07$	„
	Sa.: 3599,66 Sek. statt 3600.	

Beim Verkehr, wie ihn die Fig. 2, angibt, liegen 5 Verbindungen gerade 121 Sekunden in 1 Stunde vor. Die Fig. 3 zeigt die zeitliche Schwankung des Gleichzeitigkeitsverkehrs.

Digitized by Google

Für die Gleichungen (4), (5) und (6) gelten selbstverständlich die gleichen Überlegungen, wie sie für die Gleichungen (1), (2), (3) angestellt waren.

Verlustrechnung: Aus der Zahlenreihe 2 erkennt man, daß die kleine Gruppe von 50 Anschlüssen mindestens 10 Ausgänge besitzen müßte, wenn keinerlei Verluste eintreten sollen. Eine so reichliche Ausrüstung aber würde viel zu teuer werden, da ja jeder Ausgang von einer Gruppe eine Verbindungsleitung und einen Eingang in der nachfolgenden Wählergruppe bedeutet, also viel Geld kostet. Man betritt hiermit das Gebiet der wirtschaftlichen Rechnung. Die Grundaufgabe für die wirtschaftliche Betrachtung lautet: 1. Welche Verluste treten ein, wenn man die Zahl der Ausgänge einer Gruppe unter die Zahl vermindert, welche für einen verlustlosen Abfluß des Verkehrs nötig ist? 2. Welche Verluste sind zulässig?

Eine Verlustrechnung kann zunächst folgendermaßen aufgebaut werden: Angenommen, die Gruppe von $s = 50$ Anschlüssen besitze nur 6 Ausgänge: Dann geht dem verlustlosen Verkehr gegenüber alles verloren, was auf dem 7., 8. usw. Ausgang sich abspielen sollte. Das heißt, man schneidet die nach rechts verlaufende Spitze in der Fig. 3 am Ende des sechsten Ausganges ab. Der siebente Ausgang sollte 10,2 Sekunden lang belegt sein. Es sind aber nur 6 Leitungen vorhanden, daher gehen auf der 7. Leitung 10,2 Belegungssekunden verloren. Der 8. Ausgang sollte 7,06 Sekunden lang belegt sein, da aber nur 6 Ausgänge vorhanden sind, gehen die Belegungsteile der 7. und 8. Leitung verloren, d. h. $2 \cdot 7{,}06$ Belegungssekunden. Verloren gehen also:

Auf dem 7. Ausgang	$1 \cdot 10{,}2$	$= 10{,}2$
„ „ 7. und 8. Ausgang	$2 \cdot 7{,}06$	$= 14{,}12$
„ „ 7., 8. und 9. Ausgang	$3 \cdot 0{,}33$	$= 0{,}99$
„ „ 7., 8., 9. und 10. Ausgang	$4 \cdot 0{,}07$	$= 0{,}28$
„ noch weit. Ausgängen geschätzt		$0{,}1$
	zus.:	$25{,}69$

Die Gruppe leistet im ganzen 2 Belegungsstunden = 7200 Sekunden. Die Verlustziffer ist daher $= V = \frac{25{,}69}{7200} = 0{,}0035$.

Man sagt: Die Gruppe $s = 50$ Anschlüsse bei einer Verbindungszahl $c = 60$ von je $t = {}^1/_{30}$ Stunden Dauer weist bei 6 Ausgängen einen Verlust von $3{,}5{}^0/_{00}$ auf. Vergleicht man aber diese Zahl mit einer Messung, so findet man, daß die errechneten Verluste wesentlich zu klein sind.

Dr. R. Holm (Archiv für Elektrotechnik, Bd. VIII, 1920, Heft 12) hat die Gleichung (6) richtig ausgelegt. Die Gleichung (6) sagt nur, daß gerade sieben Leitungen 10,2 Sekunden lang belegt sind. Sagt aber nicht, daß die 7. Leitung selbst nur solange belegt sei, denn es kann (bei dem unbeschränkten Verkehr) die 7. Leitung sehr wohl belegt sein, während z. B. die 2., 4. und 5. Leitung frei ist, also nicht 7 Verbindungen, sondern nur 4 Verbindungen vorliegen. Wenn also alles verloren geht, was sich bei unbeschränktem Verkehr auf der 7. Leitung usw. abspielen sollte, so wird der Verlust zu klein sein, wenn man nur die Zeit rechnet, während welcher gerade 7 oder 8 Leitungen belegt sind. Holm berücksichtigt diese Erscheinung durch einen Zuschlag zur Verkehrsstärke. Die Einzelheiten dieser Korrektur interessieren aber nur den engeren Kreis der Fernsprechtechniker.

Ein zweiter Grund für den zu kleinen Verlust liegt darin, daß eine Gruppe von s Anschlüssen niemals dauernd gerade 60 Verbindungen in der Stunde herstellen wird. Die Gleichungen (1), (2), (3) zeigen ja das starke Schwanken der Belegungszahl um

Digitized by Google

einen Mittelwert im Verlauf einer längeren Zeit. Wenn man nun einer Gruppe die Ausgänge nur mit Rücksicht auf ihren mittleren Verkehr (im Beispiel $c = 60$ und $t = 1/30$) zuteilt, so werden die Verluste in den Zeiten, in welchen der Verkehr den Mittelwert überschreitet, wesentlich größer sein, als an Verlusten in den Zeiten, in welchen der Verkehr den Mittelwert unterschreitet, eingespart wird. Diese Erscheinung kann rechnerisch erfaßt werden.

Zahlentafel 3.

c	y	η	h	V/Stunde	V gespannt
30	1	1,5	0,5	0,0011	0,00 ...
40	1,33	1,83	513	0,0036	1,85
50	1,66	2,16	6850	0,0092	63
60	2	2,5	4160	0,02	83,2
70	2,33	2,83	2130	0,039	83
80	2,66	3,16	195	0,065	12,7
90	3	3,5	4,8	0,106	0,5

Mit der Gleichung (2) oder (3) rechnet man zunächst die Häufigkeit h (Reihe 4 in Zahlentafel 3), d. h. die Anzahl von Stunden in 100 000 Beobachtungsstunden wie oft gerade $c = 30$, 40, 50 usw. Belegungen erzeugt werden. $c = 30$ und $t = 1/30$ ergibt einen Verkehrswert $y = 1$ Belegungsstunde (Reihe 2). Der Holmsche Zuschlag beträgt für den vorliegenden Verkehr 0,5 Belegungsstunden. Man muß rechnen $\eta = y + 0{,}5$ Belegungsstunden (siehe Reihe 3). Alsdann berechnet man mit Gleichung (5) oder (6) für jedes η die Verluste V (Reihe 5) in einer der Belegungsstunden. Das Produkt der Verluste je Belegungsstunde (Reihe 5) mal der Häufigkeit h (Reihe 4) ergibt den Verlust in Belegungsstunden, welcher in allen den Stunden innerhalb der 100 000 Beobachtungsstunden entsteht bei $c = 30$, 40, 50 usw. Belegungen. Nun wird eine Kurve gezeichnet, um auch die Verlustwerte für die Zeiten mit 31, 32 ... 88, 89 Belegungen zu ermitteln. Man integriert den Inhalt der Kurve (graphisch), sie ergibt für das vorliegende Beispiel 2365 Belegungsstunden. Geleistet werden von der Gruppe in den 100 000 Beobachtungsstunden zusammen 200 000 Belegungsstunden. Die Verlustziffer wird daher $V = \frac{2365}{200\,000} = 0{,}0118$. Der Verlust beträgt also $11{,}8‰$, an Stelle der bei unvorsichtiger Rechnung gefunden $3{,}5‰$.

Zulässige Verluste: Wenn man nicht von Verlusten, sondern vom Wirkungsgrad sprechen würde, so würden die 6 Ausgänge für den angegebenen Verkehr ($c = 60$, $t = 1/30$) einen Wirkungsgrad $= 98{,}82‰$ ergeben, also einen scheinbar sehr hohen Wirkungsgrad. Für Fernsprechzwecke ist dieser Wirkungsgrad aber zu klein. Das entscheidende Urteil über die zulässige Verlustgröße kann nicht durch eine physikalische Erscheinung, wie Erwärmung oder Bruch, festgelegt werden, sondern hauptsächlich durch den Eindruck, den die Teilnehmer von der Betriebsgüte erhalten, Allerdings, wenn die Verluste zu groß werden, d. h. wenn die Anlage außerordentlich überlastet ist, können Fälle vorkommen, daß Hauptsicherungen schmelzen, aber die Verkehrsstärke für solche Fälle muß so ungeheuer sein, daß man mit einem Durchgehen von Sicherungen als Urteilsgrund für die Bemessung der Verluste nicht rechnen darf. Wenn es zu oft vorkommt, daß eine Verbindung wegen Mangel an Verbindungswegen nicht durchkommt, so beginnen die Teilnehmer sich über schlechten Dienst zu beklagen. Nun bedenke man ferner, daß in den Wählerämtern stets mehrere Wählerstufen, bei großen Systemen bis zu 7 Stufen, hintereinandergeschaltet sind. Würde man in jeder Stufe 1% Verlust zulassen, so wäre der Eindruck des Dienstes schlecht. Es ist üblich geworden, für große Anlagen in jeder einzelnen Stufe 1 vom 1000 Verlust zuzulassen, so daß in ganz großen Systemen ein Gesamtverlust von rund 1 vom 100 durch die ganze Anlage hindurch als zulässig

Digitized by Google

angesehen wird, ohne daß der Eindruck beim Teilnehmer ungünstig wird. Die Zahl 1 von 1000 weist sich, wie später gezeigt wird, auch b i anderen Massenerscheinungen als die erfahrungsgemäß bestgewählte Verlustgrenze aus.

Vergleich mit der Erfahrung: In der Fig. 4 stellen die ausgezogenen Linien gemessene Werte dar (siehe Max Langer, Zeitschrift für Fernmeldetechnik, Werk und Gerätebau 1921, Heft 3 und 4). Die obere Linie bedeutet folgendes: Wenn 50 Leitungen so geschaltet sind, daß jede Verbindung jede dieser Leitungen erreichen kann, d. h., wenn sie ein Bündel bilden, so kann jede Leitung mit 39 Minuten in der Stunde belastet werden, wenn ein Verlust von 1 von 1000 der Verbindungen zugelassen sein soll. Die untere Linie bedeutet folgendes: Wenn 50 Leitungen in 5 Bündel von je 10 Leitungen so eingeteilt sind, daß eine Verbindung nur die Auswahl unter 10 Leitungen hat, so kann jede Leitung nur mit 17 Minuten in der Stunde belastet werden für $V = 1^0/_{00}$. Die gestrichelten Linien bedeuten das Ergebnis der Rechnung mit den vorstehenden Gleichungen. Die Übereinstimmung reicht vollständig aus.

In der Fernsprechtechnik treten noch weitere Fragen auf, welche auch mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung behandelt werden können. Auch diese Fragen dürften nur den engeren Kreis der Fernsprechtechniker interessieren.

Gewähr: Die Gleichungen reichen aus, ein irgendwie gestaltetes Fernsprechsystem auf seine Verluste durchzurechnen und sind so zuverlässig, daß man für festgelegte Verkehrswerte die Unterschreitung festgelegter Verluste gewähren kann. Die Gewährleistung für Fernsprechanlagen in dieser Form ist erst in den letzten Jahren notwendig geworden. Denn abgesehen von den Unterschieden gegenüber dem Handbetrieb sind auch mehrere Wählersysteme gleichzeitig auf dem Markte erschienen, die eine Reihe von grundsätzlichen Unterschieden aufweisen. Bei der Entscheidung über die Wahl des Systems muß selbstverständlich ein Vergleich auf gleiche Leistung bezogen werden, sonst könnte das eine System wesentlich billiger angeboten werden als das andere, im Betriebe aber zu großen Schwierigkeiten mit dem Teilnehmer führen.

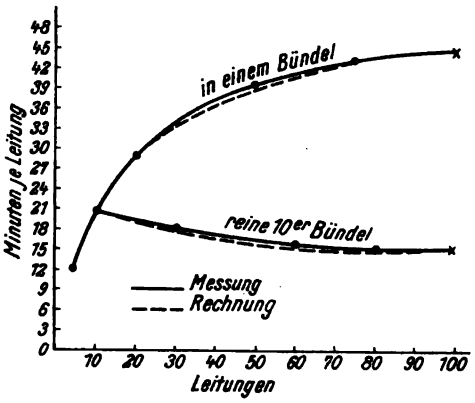


Fig. 4.

Ausdehnung des Anwendungsgebietes der Wahrscheinlichkeitsrechnung: Wasserleitung. Im Kalender für das Gas- und Wasserfach (Schaar-Anklam 1918, S. 251) findet man folgende Angabe: Die Durchmesser der Zuleitungen (unter 30 m lang) zu 8 bis 13 mm Zapfhähnen sollen sein:

Für	1	bis	5	Zapfstellen	20	mm	Durchmesser
„	5	„	20	„	25	„	„
„	20	„	40	„	30	„	„
„	40	„	60	„	40	„	„
„	60	und	mehr	„	50	„	„

Das Verhältnis der Wassermengen für 5 Zapfstellen bis zu 80 Zapfstellen ist 1: 16, das Verhältnis der Querschnitte ist aber nur $\left(\frac{20}{50}\right)^2 = 1:6$, d. h., die Verkehrsspitzen bei 80 Zapfstellen sind wesentlich kleiner als bei 5 Zapfstellen. Die Massenerscheinung der Wasserentnahme ist gekennzeichnet durch die Zahl der Zapfstellen s,

Digitized by Google

die Häufigkeit der Wasserentnahme c und die Dauer der Wasserentnahme t. Unter der Annahme, daß die Ereignisse (Wasserentnahme) dem Zufall unterworfen seien, kann man die obigen Gleichungen verwenden. Man rechnet auf einen Kopf 30 l im Tag. Nehmen wir 5 Kopf je Zapfstelle an, also 150 l im Tag, $^1/_6$ Konzentration, so ist die Dichte = 0,007 l/sec je Zapfstelle. Gegeben sei der Durchmesser von 50 mm für 80 Zapfstellen. Wie groß müssen die Durchmesser für 5, 20, 40, 60 Zapfstellen sein, wenn in der Zuleitung die gleiche Wassergeschwindigkeit (28 cm/sec) herrschen soll? Man erhält folgende Zahlentafel:

Zapfstellen	Mittlere Menge in cm³/sec	Spitze bei 1‰ in cm³/sec	Zuschlag zu Mittelwert %	Durchmesser gerechnet mm	Durchmesser nach Kalender mm
5	35	52	50	16	20
20	140	176	26	28	25
40	280	312	12	37	30
60	420	450	7	45	40
80	560	590	5	52	50

Die Rechnung kommt also den Erfahrungswerten sehr nahe, wenn man die Verlustgrenze = $1^0/_{00}$ setzt. Selbstverständlich soll damit nicht etwa gesagt sein, daß man Wasserleitungen mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung berechnen soll. Die Rechnung ist nur durchgeführt worden, um zu zeigen, daß die Ergebnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung auch auf diesem Gebiete bestätigt werden und daß die Zahl $1^0/_{00}$ auch für die Wasserleitungen gilt. Ein anderes Beispiel aus dem Gebiete der Kabelnetze für Fernsprechanlagen: Die Fernsprechkabel werden vom Amte aus zu Kabelverteilerpunkten geführt und dort aufgeteilt. Es ist selbstverständlich, daß die Gesamtzahl der Netzpaare größer sein muß als die Zahl der vom Amte zu den Verteilerpunkten führenden Kabelpaare. A. Schüler schreibt in „Telegraphen- und Fernsprechtechnik März 1922": In der Regel kann man für die endgültige Belegung der Kabelverteiler ein Verhältnis der Amts- zu den Netzkabeladern von etwa 2:3 als zweckmäßig ansehen. Das ist ein Zuschlag von 50% zu den Amtsadern. Nehmen wir ein Amtskabel von 150 Paaren an und teilen es in 6 Strahlen ein, dann ist der Mittelwert der Paarzahl in einem Strahl $c = 25$. Will man auch die Fälle umfassen, welche einmal unter 1000 Fällen vorkommen, so muß man, mit Gleichung (2) berechnet, 36 Paare je Strahl rechnen, statt der 25, also zu den durchschnittlichen 25 Paaren einen Zuschlag von 45% machen. Also auch auf diesem Gebiete stimmt die Theorie mit der Erfahrung unter Voraussetzung einer Verlustziffer von $1^0/_{00}$.

Erweiterungen der Grundannahmen: Die Gleichungen (1) bis (6) sind auf das Problem der „Kugeln in der Urne" zurückgeführt. Wenn s Kugeln in einer Urne liegen, so kann man auf $\binom{s}{x}$ Arten je x Kugeln herausgreifen. Man kann aber auch von ganz anderen Grundlagen ausgehen. Man hat für das Schwanken der Verbindungszahlen um den Mittelwert c herum schon folgenden Gedankengang vorgeschlagen: Wenn $S = 10\,000$ Anschlüsse $C = 15\,000$ Verbindungen herstellen, wie schwankt die Verbindungszahl für $s = 100$ Anschlüsse? Die x Verbindungen in der kleinen Gruppe können dadurch entstehen, daß 10 Teilnehmer je 3 Verbindungen, 20 Teilnehmer je 2 Verbindungen, 60 Teilnehmer je 1 Verbindung usw. herstellen. Jedenfalls muß die Zahl x stets aus einer Summe zusammengesetzt werden, deren einzelner Summand die Verbindungszahl je Anschluß bedeutet. Dieser Summand kann 0, 1, 2, 3 usw. sein. Die Aufgabe lautet: Die Zahl x soll in s Summanden zer-

Digitized by Google

legt werden, deren jeder = 0, 1, 2, 3 usw., also eine positive ganze Zahl gleich oder größer als Null sein soll. Die Kombinatorik gibt diese Zahl an. Nämlich: $\binom{s+x-1}{s-1}$. Nun müssen die 15 000 — x restlichen Verbindungen von den 10 000 — s restlichen Teilnehmern hergestellt werden. Dabei muß diese Verbindungszahl auch als Summe von 9900 Summanden dargestellt werden: $= \binom{S-s+C-x-1}{S-s-1}$. Das Produkt dieser beiden Ausdrücke ist die Zahl der Fälle, in welchen s Anschlüsse x Verbindungen herstellen, während $S - s$ Teilnehmer zur selben Zeit $C - x$ Verbindungen herstellen. Der Nenner der Wahrscheinlichkeit ist die Anzahl, wie oft S Teilnehmer C Verbindungen herstellen können. Das ist $\binom{S+C-1}{S-1}$. Die Wahrscheinlichkeit wird also:

Gleichung (7): $$w_x = \frac{\binom{s+x-1}{s-1}\binom{S-s+C-x-1}{S-s-1}}{\binom{S+C-1}{S-1}}.$$

Das ist also eine Konkurrenzgleichung für die Gleichungen (1), (2) und (3). Sie kann selbstverständlich auch vereinfacht werden. Vergleichen wir die Ergebnisse der Gleichung (7) mit den Ergebnissen der Gleichung (2), so erhalten wir die Zahlenreihe: Für $S = 10000$ $C = 15000$ $t = 1/46$ $s = 100$, x die Zahl der auf 100 Anschlüsse entfallenden Verbindung.

x	w_x nach Gleichung (2)	w_x nach Gleichung (7)
100	0,000 00	0,00 047
110	0,000 10	0,00 216
120	0,001 45	0,00 641
130	0,008 65	0,01 299
140	0,023 96	0,01 895
150	0,037 55	0,02 060
160	0,022 75	0,01 719
170	0,008 52	0,01 131
180	0,001 77	0,00 599
190	0,000 21	0,00 296
200	0,000 01	0,00 095

Dieser Vergleich lehrt: Die mittleren Verbindungszahlen (c = 140, 150, 160) kommen wesentlich öfter vor, wenn man sie nach Gleichung (2) statt nach Gleichung (7) berechnet. Die Außenwerte aber verhalten sich umgekehrt; denn z. B. kommen 200 Verbindungen nach Gleichung (2) in 100 000 Stunden nur einmal vor, während sie, nach Gleichung (7) sogar 95 mal vorkommen. Der Grund liegt darin, daß die Gleichung (7) eine für Fernsprechzwecke unmögliche Voraussetzung macht. Die Wahrscheinlichkeit umfaßt nämlich auch die Fälle, daß ein Anschluß alle 15 000 Verbindungen herstelle in einer Stunde, während die 9999 anderen Anschlüsse keine Verbindungen herstellen. Die Wirkung dieser Voraussetzung ist selbstverständlich, daß die Zahl der häufigen Rufzahlen größer sein muß, als wenn man die Sprechmöglichkeit der einzelnen Teilnehmer durch die Belegungsdauer beschränkt, wie es in Gleichung (2) geschehen ist. Das Beispiel wird durchgeführt, um wieder darauf aufmerksam zu machen, wie vorsichtig die Grundlagen der Rechnung gewählt werden müssen. Die Gleichung (7) enthält die Zeit nicht, kann also für Massenerscheinungen gebraucht werden, welche die Zeit nicht enthalten, z. B. auf $s = 10\,000$ Einwohner entfallen $c = 15000$ Glühlampen. Wie viele Glühlampen muß man für $s = 100$ Einwohner rechnen? In diesem Falle ist es sehr wohl möglich, daß ein Einwohner die durchschnittlich 150 Glühlampen einer 100er Gruppe allein besitzt, während die 99 anderen Einwohner keine Glühlampen haben.

Die Aufstellung der Gleichung (7) lehrt ferner, daß die Ausgangspunkte für die Aufstellung der Wahrscheinlichkeit an keine bestimmte Rechenoperation gebunden sind. Es kommt nur darauf an, ein Gesetz zu finden, nach welchem man die Zahl

Digitized by Google

der für das Eintreten der Ereignisse günstigen und möglichen Fälle berechnen kann. Wie diese Zahl entsteht, ist gleichgültig. Greifen wir auf die früheren Beispiele zurück, so kennt man für Gasgemische die Dichte für das gesamte Gemisch, aber nicht die Verteilung über jeden Kubikzentimeter, und rechnen kann man vorläufig noch nicht, weil man ein Gesetz, nach welchem sich Luft und Leuchtgas mischen, noch nicht angeben kann. Meteorologische Erscheinungen, wie die Bildung von Hoch- und Tiefdruckgebieten, sind wohl auch Spitzenerscheinungen in einzelnen Stellen der Atmosphäre, welche sich als Zufallserscheinungen im Rahmen der Sonnenbestrahlung, Erd- und Mondstellung und anderer Ursachen auswirken müssen. Für das Zusammenwirken dieser Erscheinungen fehlt aber ebenfalls vorläufig jedes Gesetz, so daß der Barometerstand noch nicht berechnet werden kann.

Die wahrscheinlichkeitstheoretische Behandlung von Unterteilungen der Massenerscheinung ist bisher wohl nur in der Literatur der Fernsprechtechniker bekannt geworden. Sie ist dort schon öfters zu finden. (Eine Übersicht bis 1921 siehe Lubberger-Müller in Zeitschrift für Fernmeldetechnik 1921, Heft 2, 4 und 5.) Alle bisherigen Arbeiten befassen sich stets nur mit dem Studium von 2 der 3 Grundgrößen s, c, t (entweder c und t, oder s und c), so daß der Geltungsbereich der entwickelten Formeln an bestimmte Voraussetzungen geknüpft ist. Die Einführung aller drei maßgebenden Grundgrößen in den Gleichungen beruht auf einem Vorschlag von Dr. Spiecker, die Sprechmöglichkeiten (s/t) einzuführen. Die vorliegende Arbeit führt diesen Gedanken für beide Grundaufgaben der Fernsprechtechnik durch.

Zusammenfassung.

Massenerscheinungen, wie Verkehrsgebilde, Verteilung von Massengütern können nur bewältigt werden, wenn sie in kleinere Gruppen unterteilt werden. Für viele Massenerscheinungen sind nur die allgemeinen Mittelwerte bekannt. Dann treten in den kleinen Gruppen scharfe Spitzen auf, d. h. scharfe Abweichungen von dem Mittelwert. In technischen Anlagen soll man nun gerade gegen das Versagen der Anlage in den kleinen Gruppen Gewähr leisten. Für die Höhe der Spitzen hat die ältere Technik Erfahrungswerte geschaffen. Technische Neuerungen aber, die schnell eingeführt werden sollen, ermangeln zum Teil derartiger Erfahrungen. Für solche Fälle kann man mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung Gleichungen aufstellen, welche die Berechnung der Spitzen in den kleinen Gruppen ermöglichen. Es werden auf Grund der Erscheinungen des Fernsprechverkehrs eine Reihe von Gleichungen aufgestellt, deren Ergebnisse mit der Erfahrung verglichen werden. Es wird angedeutet, daß die Methode der Wahrscheinlichkeitsrechnung auch für andere Gebiete als die Fernsprechtechnik Geltung besitzt.

Digitized by Google

Über Raffination von Rohkupfer aus kupferchlorürhaltigen Elektrolyten.

Von **Victor Engelhardt** und **Martin Hosenfeld.**

Mitteilung aus der Abteilung für Elektrochemie des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 24. Mai 1922.

Die elektrolytische Raffination des Rohkupfers ist dadurch zu hoher Bedeutung gelangt, daß sie einmal ein sehr reines, zumal für die Elektrotechnik besonders geeignetes Material liefert, dann dadurch, daß die geringen Mengen Edelmetall, die bei hüttenmännischen Arbeitsweisen verlorengehen, sich im Anodenschlamm anreichern und so gewonnen werden können. Als Elektrolyten verwendet man eine Kupfersulfatlösung mit freier Schwefelsäure. Da das Kupfer hier in seiner höchsten Wertigkeitsstufe — als $Cu^{\cdot\cdot}$-Ion — vorliegt, schlägt eine A^h 1,186 g Kupfer nieder. Käme dagegen ein Elektrolyt zur Anwendung, der das Kupfer als einwertiges $Cu^{\cdot}$-Ion enthält, würde in derselben Zeit die doppelte Menge — 2,372 g — gewonnen werden. Eine solche Arbeitsweise bedeutete eine Verringerung der Anlagekosten sowie Ersparung an Arbeitslöhnen, Betriebskosten und Zinsen für den nur halb so großen Kupferstock der Anlage, da die Anoden doppelt so schnell aufgearbeitet würden, hätte also einen bedeutenden volkswirtschaftlichen Wert.

Durch eine ganze Reihe von Arbeiten[1]), die jedoch rein wissenschaftliche Ziele verfolgten, war dargetan, daß das Kuprochlorid mit demselben Strom die doppelte Menge Kupfer liefert, als das Kuprichlorid. Zum erstenmal nutzte Höpfner diesen Vorteil für die Technik aus[2]). Kupfererze wurden mit einer $CuCl_2$-haltigen NaCl-Lösung ausgelaugt gemäß der Gleichung:

$$2\,CuCl_2 + Cu_2S = 4\,CuCl + S.$$

Das gebildete CuCl geht mit NaCl eine lösliche Komplexverbindung ein, die als Elektrolyt in Bäder geführt wird. Diese sind durch Diaphragmen in Anoden- und Kathodenräume getrennt. Als Kathoden werden Cu-Bleche, als Anoden Graphit verwandt. Der Elektrolyt durchströmt zunächst sämtliche Kathodenräume und gibt einen Teil seines Cu-Gehaltes, und zwar, da das Kupfer in einwertiger Form vorliegt, in doppelt so großer Menge als aus Sulfatlösung ab. Das restliche CuCl wird in den Anodenräumen in $CuCl_2$ zurückverwandelt, das zur weiteren Laugung der Erze verwendbar wird. Dieses Verfahren ist jedoch hauptsächlich durch Schwierigkeiten in der Laugerei und wegen der geringen Haltbarkeit der Diaphragmen nicht

[1]) Matteucci, Bibl. Univ. Ser. Nouv. **21**, 1839. — Bequerel, Ann. de Chim. & de phys. Ser. III, T. XI. — Pogg, Anal. **65**, 1845. — Buff, Lieb. Ann. 110, 1859. — Quinke, Wied. Ann. 36, 1889. Renault, Ann. de Chim. & de phys. II, 137.

[2]) D. R. P. 53782.

Digitized by Google

lebensfähig geworden. Coehn und Lenz[1]) haben eine Apparatur herausgebildet, die einen der Hauptmängel des Höpfnerprozesses, das Diaphragma, vermied. Doch hat sich auch diese Arbeitsweise nicht eingeführt.

Ein anderes Verfahren, speziell zur Trennung von Kupfer und Nickel, das einen CuCl-haltigen in NaCl gelösten Elektrolyten anwendet, ist bei der Canadian Copper Co. durch D. H. Browne[2]) ausgearbeitet und in einer größeren Versuchsanlage längere Zeit in Betrieb gehalten worden. Kupfernickelerze werden im Konverter verblasen. Es entsteht dabei ein Stein, der etwa 54% Cu, 43% Ni, 1% Fe, Rest S enthält. Diese Kupfernickellegierung wird zum Teil zu Anoden gegossen, zum Teil zu Schrot verarbeitet. Der Schrot wird in einen Turm gebracht, in welchem von oben konzentrierte NaCl-Lösung herabfließt, von unten her Cl und HCl eingeleitet wird. Cu und Ni wandeln sich in ihre Chlorüre um, die durch die NaCl-Lösung als Komplexsalze in Lösung gehalten werden. Diese Lösung dient als Elektrolyt. Unter der Einwirkung des Stromes scheidet sich das Kupfer mit doppeltem Nutzeffekt gegenüber Sulfatlösung ab, während das Nickel in einem zweiten Elektrolyseur mit unlöslichen Anoden kathodisch abgeschieden wird. Über Cu-, NaCl- und HCl-Konzentration, ferner über Stromdichte ist nichts Genaueres bekannt geworden.

Eine Übertragung dieses Verfahrens auf die Raffination von Rohkupfer lag nun wegen des schon erwähnten hohen volkswirtschaftlichen Nutzens nahe. Dabei waren folgende Übelstände zu beseitigen:

1. Das Kupfer schlägt sich aus CuCl-Lösung grobkristallinisch, stark verästelt nieder. Die Kristallnadeln haften sehr lose auf der Kathode und neigen zum Abfallen. Durch Hinüberwachsen der Knospen zur Anode werden außerdem leicht Kurzschlüsse im Bade verursacht.

2. Die Lösung von CuCl oxydiert sich durch den Luftsauerstoff sehr stark zu zunächst basischen Chloriden, dann zu $CuCl_2$; ein Gehalt des Elektrolyten an $CuCl_2$ vermindert aber die Stromausbeute ganz beträchtlich[3]). Außerdem löst Chlorid das abgeschiedene Cu wieder auf[4]).

3. Das Silber geht, da AgCl in NaCl-Lösung beträchtlich löslich ist, in den Kathodenniederschlag[5]).

4. Der Einfluß der das Rohkupfer verunreinigenden anderen Metalle war festzustellen.

Bei den folgenden Versuchen diente als Elektrolyt eine 30proz. NaCl-Lösung, die im Liter 20 g Cu als CuCl gelöst enthielt. Da CuCl in kalter NaCl-Lösung nur sehr wenig löslich ist, wurde die Temperatur auf etwa 50° gehalten, außerdem eine geringe Menge freie HCl (etwa 1%) zugesetzt. Die Stromdichte war 1 Amp./dm² auf der Kathode. Die Versuche wurden zuerst mit Elektrolytkupferanoden durchgeführt.

Zu 1. Durch lebhafte Laugenbewegung, entweder durch Zirkulation oder mechanische Rührung und Zusatz von Gelatine oder anderen zur Kathode wandernden Kolloiden, wird der Kathodenniederschlag vollkommen glatt und festhaltend. Erst wenn er eine gewisse Dicke erreicht hat, bilden sich größere Knospen, ohne jedoch zur Anode hinüberzuwachsen. Für 1 kg niedergeschlagenes Cu werden etwa 1,5 g Gelatine verbraucht.

---

[1]) Z. Elektrochem. 2, 25, 1895. [2]) Z. Elektrochem. 9, 1903, S. 392 ff.
[3]) Z. f. Elektr. 1903, S. 395. [4]) Z. f. Elektr. 2, 1895, S. 27. [5]) Z. f. Elektr. 1903, S. 396.

Digitized by Google

Zu 2. Folgende Versuchsreihe zeigt das schnelle Sinken der Stromausbeute, die nach je 19,2 A^h bestimmt wurde, wenn der Luftsauerstoff mit dem Elektrolyten in Berührung kommt:

Die Versuchsanordnung wurde bei den folgenden Stromausbeutebestimmungen nun so gewählt, daß in abgedeckten Gefäßen mit mechanischer Rührung gearbeitet wurde. Es sollte so durch die über dem Elektrolyten lagernde Dampfschicht der Luftsauerstoff ferngehalten werden. War die Stromausbeute merklich gesunken, wurde der Elektrolyt einige Zeit — meist genügte $^1/_2$ Stunde — in einem mit Kupferstreifen angefüllten Gefäße stehengelassen, um das gebildete $CuCl_2$ in CuCl zurück zuverwandeln. (In dieser Weise ist auch das beim Bereiten der Lauge entstandene $CuCl_2$ reduziert worden.) Die Stromausbeuten wurden nach je genau 22 A^h bestimmt.

Std.	Amp.	Volt	Temp. ° C
0	2,4	0,19	48
1	2,4	0,18	51
2	2,4	0,17	51
3	2,4	0,17	50
4	2,4	0,18	49
5	2,4	0,18	49
6	2,4	0,19	48
7	2,4	0,18	49
8	2,4	0,18	50

19,2 A^h ergaben 44,7 g Cu, entsprechend einer Stromausbeute von 98,2% bezogen auf Cu', 196,4% bezogen auf Cu''.

Std.	Amp.	Volt	Temp.° C
0	2,4	0,2	48
1	2,4	0,21	47
2	2,4	0,2	48
3	2,4	0,2	49
4	2,4	0,19	50
5	2,4	0,19	51
6	2,4	0,19	51
7	2,4	0,2	50
8	2,4	0,19	50

In wiederum 19,2 A^h schieden sich 40 g Cu ab. Die Stromausbeute war auf Cu' bezogen 87,6, auf Cu'' 175,6%.

Std.	Amp.	Volt	Temp.° C
0	2,4	0,21	47
1	2,4	0,2	48
2	2,4	0,2	48
3	2,4	0,21	47
4	2,4	0,22	47
5	2,4	0,21	48
6	2,4	0,21	49
7	2,4	0,21	49
8	2,4	0,21	50

Nach 19,2 A^h hatten sich 31 g Cu niedergeschlagen. Die Stromausbeute war somit innerhalb 24 Betriebsstunden auf 68,1% auf Cu', auf 136,2% auf Cu'' bezogen, gesunken. Etwa 40% des Kupfers im Elektrolyten waren als $CuCl_2$ vorhanden.

Diese Versuchsreihe liefert den Beweis, daß durch Abschluß des Elektrolyten vom Luftsauerstoff durch Wasserdampf die Oxydation des CuCl so hintangehalten wird, daß ein Dauerbetrieb mit guter Stromausbeute aufrecht erhalten bleibt. Das Fernhalten der Luft kann auch durch eine andere indifferente Gasschicht, ebenso wie durch ein spezifisch leichtes Öl erfolgen.

Zu 3. Die enorme Schwerlöslichkeit des AgJ im Vergleich zu AgCl ließ vermuten, daß das gebildete und in der warmen NaCl-Lösung gelöste AgCl durch Zusatz von Jodsalzen ausfällbar sein und somit als AgJ in den Anodenschlamm übergehen würde. Um die Reaktion möglichst genau unter den bei der Elektrolyse herrschenden Bedingungen verfolgen zu können, wurde folgender Weg eingeschlagen:

In 500 ccm einer gesättigten Kochsalzlösung mit 1% freier HCl wurden 0,1 g $AgNO_3$ = 0,0635 g Ag eingetragen und das ausgefällte AgCl durch Erwärmen gelöst. Nach dem Abkühlen auf 50° wurde eine ebenfalls 50° warme CuJ-Lösung (hergestellt aus KJ durch Eintragen in eine kleine Menge des benutzten Elektrolyten; das ausfallende CuJ löst sich nach kurzem Er-

Digitized by Google

Std.	Amp.	Volt	Temp. °C	Stromausbeute
0	2,75	0,23	38	
1	2,75	0,19	46	
2	2,75	0,16	50	
3	2,75	0,15	52	Abgeschieden: 51,8 g Cu.
4	2,75	0,16	51	Stromausbeute: $Cu^{\cdot}$ 99,3 %, $Cu^{\cdot\cdot}$ 198,6 %.
5	2,75	0,16	51	
6	2,75	0,15	51	
7	2,75	0,15	52	
8	2,75	0,16	51	
9	2,75	0,19	43	
10	2,75	0,16	46	
11	2,75	0,15	50	
12	2,75	0,14	53	Abgeschieden: 51,7 g Cu.
13	2,75	0,15	52	Stromausbeute: $Cu^{\cdot}$ 99 %, $Cu^{\cdot\cdot}$ 198 %.
14	2,75	0,15	51	
15	2,75	0,16	50	
16	2,75	0,16	50	
17	2,75	0,23	31	
18	2,75	0,16	44	
19	2,75	0,15	49	
20	2,75	0,15	49	Abgeschieden: 51,2 g Cu.
21	2,75	0,15	49	Stromausbeute: $Cu^{\cdot}$ 98,1 %, $Cu^{\cdot\cdot}$ 196,2 %.
22	2,75	0,15	49	
23	2,75	0,15	49	
24	2,75	0,16	47	
25	2,75	0,14	50	
26	2,75	0,14	50	
27	2,75	0,15	49	
28	2,75	0,14	50	Abgeschieden: 50,9 g Cu.
29	2,75	0,15	49	Stromausbeute: $Cu^{\cdot}$ 97,6 %, $Cu^{\cdot\cdot}$ 195,2 %.
30	2,75	0,15	49	
31	2,75	0,15	49	
32	2,75	0,16	48	
33	2,75	0,16	47	
34	2,75	0,16	48	
35	2,75	0,15	50	
36	2,75	0,15	49	Abgeschieden: 50,1 g Cu.
37	2,75	0,16	48	Stromausbeute: $Cu^{\cdot}$ 96 %, $Cu^{\cdot\cdot}$ 192 %.
38	2,75	0,15	49	
39	2,75	0,15	50	
40	2,75	0,16	48	
Der $CuCl_2$-Gehalt der Lauge wurde nun durch Stehenlassen mit Kupferstreifen reduziert.				
41	2,75	0,16	48	
42	2,75	0,16	49	
43	2,75	0,15	50	
44	2,75	0,14	52	Abgeschieden: 51,9 g Cu.
45	2,75	0,15	50	Stromausbeute: $Cu^{\cdot}$ 99,5 %, $Cu^{\cdot\cdot}$ 199 %.
46	2,75	0,15	49	
47	2,75	0,15	50	
48	2,75	0,14	51	
49	2,75	0,17	45	
50	2,75	0,16	48	
51	2,75	0,15	50	
52	2,75	0,15	50	Abgeschieden: 51,8 g Cu.
53	2,75	0,15	51	Stromausbeute: $Cu^{\cdot}$ 99,3 %, $Cu^{\cdot\cdot}$ 198,6 %.
54	2,75	0,15	50	
55	2,75	0,16	49	
56	2,75	0,15	49	

Digitized by Google

Std.	Amp.	Volt	Temp. °C	Stromausbeute
57	2,75	0,18	40	
58	2,75	0,17	47	
59	2,75	0,15	50	
60	2,75	0,15	50	Abgeschieden: 51,5 g Cu.
61	2,75	0,14	52	Stromausbeute: Cu· 98,7 %, Cu·· 197,4 %.
62	2,75	0,15	50	
63	2,75	0,15	50	
64	2,75	0,14	51	
65	2,75	0,17	42	
66	2,75	0,17	44	
67	2,75	0,16	48	
68	2,75	0,16	49	Abgeschieden: 51,0 g Cu.
69	2,25	0,15	50	Stromausbeute: Cu· 97,7 %, Cu·· 195,4 %.
70	2,75	0,15	50	
71	2,75	0,15	51	
72	2,75	0,14	52	
73	2,75	0,16	43	
74	2,75	0,15	48	
75	2,75	0,17	42	
76	2,75	0,15	48	Abgeschieden: 50 g Cu.
77	2,75	0,15	49	Stromausbeute: Cu· 95,8 %, Cu·· 191,6 %.
78	2,75	0,15	50	
79	2,75	0,14	51	
80	2,75	0,14	51	
	Das in der Lauge gebildete $CuCl_2$ wurde durch Cu-Späne reduziert.			
81	2,75	0,16	44	
82	2,75	0,16	45	
83	2,75	0,15	48	
84	2,75	0,14	50	Abgeschieden: 51,8 g Cu.
85	2,75	0,13	52	Stromausbeute: Cu· 99,3 %, Cu·· 198,6 %.
86	2,75	0,14	51	
87	2,75	0,14	50	
88	2,75	0,15	49	

wärmen) zugesetzt. Während der entstandene hellgelbe Niederschlag filtriert wurde, blieb die Temperatur dauernd 50°, um ein etwaiges Ausfallen von gebildetem AgJ durch Abkühlung zu vermeiden.

0,1 g $AgNO_3$ ergaben

0,1386 g AgJ, berechnet 0,1382 g AgJ.

Durch Zusatz eines Jodsalzes gelingt also eine restlose Gewinnung des Silbers aus den Anoden in Form von Jodsilber, das in den Schlamm geht.

Die Aufarbeitung des AgJ auf Ag- und J-Salz, das wieder in den Betrieb zurückkehren kann, bietet keine Schwierigkeiten.

Zu 4. Im Anodenkupfer kommen außer Platin, Gold und Silber als Verunreinigungen in Frage: Kupferoxydul, Kupfersulfür, Selen, Tellur, Wismut, Antimon, Arsen, Blei, Nickel, Kobalt, Eisen und Zink.

Platin verbleibt im Schlamm.

Gold: Nach dem für die elektrolytische Raffination des Goldes aus salzsaurer Lösung gebräuchlichen Verfahren, wobei ein Teil der Salzsäure durch Chloride, die

Digitized by Google

mit Gold Komplexsalze bilden, ersetzt sein kann[1]), ist anzunehmen, daß Gold zunächst anodisch in Lösung geht. Die stark reduzierenden Eigenschaften des CuCl jedoch bilden sofort metallisches Gold zurück. Eine Bildung von löslichen Komplexsalzen mit J, wie z. B. AuJ_4Na, ist wegen der geringen Beständigkeit der Goldsalze unwahrscheinlich.

Silber geht durch Zusatz von Jodsalzen als AgJ in den Anodenschlamm.

Kuprooxyd verhält sich wohl ebenso wie in schwefelsaurem Elektrolyten, indem es zum Teil gelöst wird, zum Teil in den Anodenschlamm geht.

Kupfersulfür wird durch gebildetes $CuCl_2$ zum Teil gelöst werden (wie beim Höpfnerprozeß während der Laugung), der Rest im Schlamm verbleiben.

Selen und Tellur verbleiben an der Anode ungelöst.

Nickel, Kobalt, Eisen und Zink, die gegenüber Cu ein bedeutend negativeres Potential haben (in $^1/_1$ norm. H_2SO_4 um 0,75 Volt) gehen in den Elektrolyten über, und können sich beträchtlich anreichern, ehe sie den Kathodenniederschlag verunreinigen.

Wie sich Arsen, Antimon, Zinn, Blei und Wismut verhalten, darüber sind die Versuche noch nicht vollständig abgeschlossen. Wegen ihres gegenüber Cu nur wenig unedleren Abscheidungspotentials gehen sie wahrscheinlich ebenso wie bei der Raffination aus sulfathaltigem Elektrolyten, falls sie sich anreichern, zur Kathode. Es ist durch weitere Versuche noch festzustellen, welches die Höchstgrenze für diese Verunreinigungen ist, ehe sie den Kathodenniederschlag beeinträchtigen.

Lediglich zwei Extremfälle für einen Arsengehalt des Elektrolyten wurden durchgeführt. Einmal sollte festgestellt werden, wie As aus Anoden, die Spuren von Arsen enthalten und an den Elektrolyten abgeben, den Kathodenniederschlag beeinflußt. Deshalb wurde eine Spur Arsen in Form von As_2O_3 im Elektrolyten gelöst. Dadurch konnte kein Einfluß des As auf das Aussehen des Kathodenkupfers festgestellt werden. Auch ließ sich As in demselben nicht nachweisen.

Bei einem zweiten Versuch war die Annahme zugrunde gelegt, daß eine so stark mit As verunreinigte Anode zur Verwendung käme, daß As_2O_3 ausfiel. Es wurde daher dem Elektrolyten 0,1% As als As_2O_3 zugesetzt. Ein Teil des As_2O_3 bleibt ungelöst. Bei diesem Versuch war das abgeschiedene Cu von lehmbrauner Farbe und haftete sehr locker auf der Kathode.

Raffinationsversuche mit Rohkupferanoden sind unter möglichstem Luftabschluß, Gelatine- und J-Salzzusatz angestellt worden und ergaben in bezug auf die Reinheit und Festigkeit des Kathodenkupfers sowie die Stromausbeuten durchaus befriedigende Ergebnisse. Die Badspannung liegt meist unterhalb 0,2 Volt. Die Anoden gehen ohne Schwierigkeiten gleichmäßig in Lösung.

Der Gehalt des Elektrolyten an Cu steigt infolge chemischer Lösung dauernd etwas an, während die freie Säure abnimmt.

Wie der infolge allzu großer Verunreinigungen unbrauchbar gewordene Elektrolyt aufzuarbeiten ist, darüber liegen noch keine abschließende Ergebnisse vor.

Als Elektrolyt ist auch eine Lösung von CuCl in den Chloriden des NH_4, K, Ca, Mg, Al verwendbar, soweit nicht, wie z. B. bei platinhaltigen Anoden, NH_4Cl und KCl wegen der Bildung leicht löslicher Doppelsalze unzweckmäßig sind. Auch in dieser Richtung sind weitere Versuche geplant.

[1]) D. R. P. 90276 u. Zusatz-Pat. 90511.

Digitized by Google

Zusammenfassung.

Es wurden Versuche durchgeführt, das Kupfer als einwertiges $Cu^{\cdot}$-Ion elektrolytisch niederzuschlagen bzw. zu raffinieren. Dieses gelingt bei Anwendung eines Elektrolyten mit einem Gehalt an CuCl, das als Komplexsalz mit KCl, NaCl, NH_4Cl, $CaCl_2$, $MgCl_2$, $AlCl_3$ unter Zusatz freier HCl bei etwa 50° in Lösung gehalten wird. Durch lebhafte Laugenbewegung und Kolloidzusatz wird der Kathodenniederschlag kompakt. Die Oxydation des CuCl läßt sich durch Luftabschluß zurückhalten und so die Stromausbeute der theoretischen nähern. Silber wird durch Zusatz eines Jodsalzes als Jodsilber ausgefällt und im Schlamm gewonnen. Der Einfluß der Verunreinigungen ist noch festzustellen.

Digitized by Google

Beiträge zur Kenntnis der Vorgänge in Entladungsröhren nach Art der Siemensschen Ozonröhren.

Von **Hans Becker** und **Erich Rossenbeck.**

Mit 19 Textfiguren.

Mitteilung aus der Abteilung für Elektrochemie des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G.

Eingegangen am 2. Juni 1922.

I. Veranlassung und Aufgabe der Arbeit. Ältere Versuche.

Gg. Erlwein und H. Becker haben in dieser Zeitschrift[1]) eine Methode beschrieben, die stille Entladung zu gasanalytischen Zwecken zu verwenden. Die Fortsetzung dieser Versuche, insbesondere die Ausführung von Dauerversuchen mit Luft und Wasserstoff, ergab jedoch so merkwürdige Resultate, daß eine gründliche Klärung der Vorgänge bei Stromdurchgang durch Entladungsröhren von der Art der Siemensschen Ozonröhren wünschenswert erschien. Hatte sich z. B. in der eben erwähnten Arbeit ergeben, daß bei Zusatz von Wasserstoff zu Luft die Stromstärke in der Entladungsröhre zunahm, so zeigten die Dauerversuche[2]), bei welchen tagelang Luft durch die Entladungsröhre unter Stromdurchgang geleitet wurde, daß bei Wasserstoffzusatz die anfänglich beobachtete Zunahme der Stromstärke kleiner wurde und schließlich in eine Stromabnahme überging. Weitere Versuche[2]) hatten gezeigt, daß die Stromstärke in einer dauernd im Betrieb befindlichen Ozonröhre allmählich abnimmt, daß sie aber nach längerem Ausschalten der Entladung bei neuem Einschalten wieder mit hohen Werten einsetzt. Ebenso hatte sich ergeben, daß bei der Ozonisierung eines abgeschlossenen Sauerstoffvolumens die Stromstärke ständig abnahm. Es wurde in Anlehnung an die von Erlwein und Becker in ihrer Arbeit aufgestellte Hypothese, daß Änderungen in der Stromstärke durch chemische Reaktionen im Entladungsraum hervorgerufen werden, damals angenommen, daß das Abklingen der Stromstärke in einem abgeschlossenen Sauerstoffvolumen mit dem Aufhören der Ozonbildung in Verbindung zu bringen sei.

Da wir beim Durchgang stiller Entladungen durch ein abgeschlossenes Gasvolumen die Vorgänge während des Stromdurchganges gleichzeitig durch Messungen von Druckänderungen in der Röhre kontrollieren zu können hofften, so schien uns die Untersuchung der Vorgänge in einem abgeschlossenen Volumen als der zweckmäßigste und einfachste Weg zur Lösung der uns interessierenden Fragen.

---

[1]) Gg. Erlwein und H. Becker, Über die Verwendung der stillen Entladung zum Nachweis schlagender Wetter und zur Gasanalyse. Wissenschaftl. Veröffentl. aus dem Siemens-Konzern, 1. Bd., Heft 1, S. 71 (1920).

[2]) Bisher nicht veröffentlicht.

Digitized by Google

Druckmessungen in einem angeschlossenen Gasvolumen beim Durchgang stiller Entladungen sind wiederholt gemacht worden. Wir erwähnen hier außer den umfangreichen Arbeiten von Warburg[1]) insbesondere eine Arbeit von Spiel[2]), die sich mit dem Verhalten eines abgeschlossenen Luftvolumens beim Durchgang stiller Entladungen befaßt. Daß dabei ganz eigenartige Verhältnisse auftreten können, ist uns aus lange zurückliegenden, nicht veröffentlichten Versuchen des Siemensschen Laboratoriums bekannt[3]). Durch die erwähnte Arbeit von Spiel wurden diese Versuche bestätigt und erklärt. Bei diesen Versuchen wurde ein abgeschlossenes Luftvolumen in einem Ozonrohr der stillen elektrischen Entladung ausgesetzt und dabei unter Konstanthaltung des Volumens die Druckänderungen in der Röhre messend verfolgt. Es zeigte sich dabei, daß der Druck mit fortschreitender Zeit zuerst schnell, dann langsamer abnimmt, plötzlich nach im allgemeinen reproduzierbarer Zeit sehr schnell ansteigt und sich auf einen den Anfangswert nahezu erreichenden Endzustand einstellt.

Fig. 1, die der Spielschen Arbeit entnommen ist, gibt die geschilderten Verhältnisse wieder. Die Form der Kurve, insbesondere die Lage des Umkehrpunktes, sowie die Höhe des Enddruckes und des Minimums am Umkehrpunkt ist von den für den Anfangsdruck und die Belastung der Röhre gewählten Bedingungen abhängig. Der Kurvenverlauf ändert sich ebenfalls, wenn statt Luft andere Stickstoff-Sauerstoff-Gemische angewandt werden. Neben der Druckmessung verfolgt Spiel auch gleichzeitig die chemische Zusammensetzung des Gasgemisches in bezug auf den Gehalt an Stickoxyden. Seine Untersuchungen ergeben, daß der Gehalt des Reaktionsgases an Stickoxyden beim Druckminimum am größten ist. Er findet am Umkehrpunkt der wiedergegebenen Kurve 4,4 Vol.-% Stickoxyde, und zwar sollen diese in Form von höheren Oxyden, über deren Zusammensetzung er nichts Näheres angibt, vorhanden sein. Das plötzliche Ansteigen des Druckes vom Minimum ab wird durch eine Reaktion zwischen Stickoxyden und dem in der Röhre gleichfalls gebildeten Ozon erklärt. Hierbei findet ein Zerfall der Hauptmenge der gebildeten Stickoxyde statt, so daß bei Erreichung des Endzustandes nur noch 0,7 Vol.-% gefunden werden.

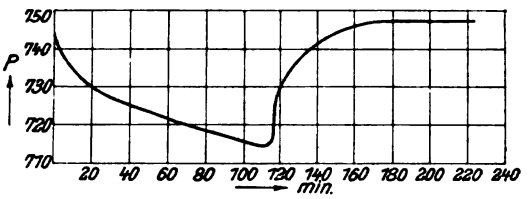


Fig. 1.

Messungen der Stromstärke, die bei Entladungen in der Siemensröhre auftritt, sind ebenfalls verschiedentlich Gegenstand der Untersuchung gewesen. Bezüglich der Literatur verweisen wir auf die Fußnote (1), und erwähnen hier besonders Arbeiten von Sachs[4]) und von Pirani[5]), weil sie eng mit dem Gegenstand unserer Versuche zusammenhängen.

---

[1]) E. Warburg, Über chemische Reaktionen, welche durch die stille Entladung in gasförmigen Körpern herbeigeführt werden. Jahrb. der Radioaktivität und Elektronik, Bd. VI, Heft 2, S. 181. Hier ist auch die ältere Literatur angegeben. Weitere Literatur siehe bei E. Fonrobert, Das Ozon, Stuttgart 1916 und Max Moeller, Das Ozon, Braunschweig 1921.

[2]) Dr. H. Spiel, Über die Bildung von Stickoxyden bei der stillen elektrischen Entladung im Siemens-Rohr. Wien und Leipzig 1911.

[3]) Privatmitteilung von Herrn Dr. Gg. Erlwein.

[4]) St. Sachs, Über die stille Entladung in Gasen bei Atmosphärendruck. Ann. d. Phys. (4) 47, 886 (1915).

[5]) M. Pirani, Beobachtungen über die Spitzenentladung im Stickstoff. Diese Zeitschrift, 1. Bd., Heft 1, S. 167 (1920).

Digitized by Google

Sachs, der nicht direkt die Stromstärken, sondern mittels einer Brückenschaltung die scheinbare Kapazität einer Siemensröhre bei verschiedener Gasfüllung mißt, kommt zu dem Ergebnis, daß das Eintreten chemischer Umsetzungen im Reaktionsgase dessen Leitfähigkeit erhöht, daß jedoch die entstehenden Produkte hemmend auf die Leitfähigkeit wirken. Er hat seine Versuche noch nicht zu einer quantitativen Meßmethode ausgearbeitet.

Pirani arbeitet mit einem abgeschlossenen Gasvolumen, das der Einwirkung der stillen Entladung zwischen einer Spitze und einer Platte unterworfen wird. Er mißt bei seinen Versuchen die Stromstärke in Abhängigkeit von der Zeit und schließt aus den verschiedenen Formen der so gewonnenen Strom-Zeit-Kurven auf mehr oder weniger verunreinigte Gase. Es handelt sich bei seinen Versuchen wesentlich um Stickstoff und Verunreinigungen dieses Gases durch Sauerstoff, Wasserstoff, Kohlensäure oder Edelgase. Er erzielt bei seinen Versuchen unter Einhaltung gewisser Bedingungen vergleichbare Resultate. Wieweit diese Methode in der Praxis anwendbar ist, entzieht sich zur Zeit der Beurteilung, da weitere Veröffentlichungen noch nicht erfolgt sind.

Erlwein und Becker[1]) führten ihre Versuche mit strömenden Gasen aus und zeigten, daß die Entladungsstromstärke in Luft beim Zusatz fremder Gase oder Dämpfe eine Änderung erfährt. Diese Änderung kommt jedoch teils in einer Zunahme der Entladungsstromstärke, teils in deren Abnahme zum Ausdruck, ohne daß der ursächliche Zusammenhang in bezug auf die verschiedenartige Wirkung bei diesen Vorgängen eine Deutung findet.

Auf Grund ihrer Versuchsergebnisse kommen die Verfasser zu dem Schluß, daß Änderungen in der Stromstärke immer nur dann eintreten, wenn durch das zugesetzte fremde Gas in der Entladungsröhre eine chemische Reaktion bewirkt werden kann. Für einzelne Fälle haben sich Kurven ergeben, die die Abhängigkeit der Stromstärke von der Gaszusammensetzung zeigen.

Während alle anderen Autoren zur Messung der Stromstärke teils Galvanometer — bei Spitzenentladung —, teils dynamometrische Instrumente oder indirekte Methoden — bei Wechselstrom — benutzten, verwandten Erlwein und Becker bei ihren Versuchen ein Thermokreuz in Verbindung mit einem Galvanometer. Diese Feststellung ist aus folgendem Grunde wichtig. Nach Warburg und Leithäuser[2]) ist eine Ozonröhre als ein System von drei hintereinander geschalteten Kondensatoren anzusehen. Die Stromstärke nimmt in diesem System den kleinstmöglichen oder größtmöglichen Wert an, je nachdem der Zwischenraum zwischen den Glaswänden mit einem vollkommenen Isolator oder mit einem vollkommenen Leiter ausgefüllt ist. Ist der Zwischenraum mit einem Gase gefüllt, so stellt sich beim Durchgang stiller Entladungen eine mittlere zwischen den eben genannten Grenzwerten liegende Stromstärke ein.

Im Gegensatz hierzu beobachtete H. Becker[3]), daß die Stromstärke in der Entladungsröhre, gemessen mit einem Thermokreuz, bei Quecksilberfüllung im Entladungsraum kleiner ist als bei Luftfüllung, während man doch auf Grund der Theorie von Warburg und Leithäuser das Umgekehrte erwarten sollte. Diese Beobachtung

[1]) l. c.

[2]) E. Warburg und G. Leithäuser, Leistungsmessungen an Ozonröhren. Ann. d. Phys. (4) **28**, 2 (1909).

[3]) Siehe M. Moeller, l. c. S. 98.

Digitized by Google

wurde von H. Riegger[1]) durch elektrische Schwingungen erklärt. Wir haben im Laufe der Arbeit versucht, festzustellen, ob die Frequenz dieser Schwingungen von den Vorgängen im Entladungsraum abhängig ist. Diese Versuche, die gemeinsam mit Herrn J. Fuhrmann ausgeführt wurden, ergaben jedoch noch kein sicheres Resultat, weshalb wir sie an dieser Stelle nur kurz streifen[2]).

II. Versuchs-Anordnung und -Ausführung.

a) Die verwendeten Gase und die Druckmessung.

Für die Versuche wurden Luft, Sauerstoff, Stickstoff und Stickstoff-Argon-Gemische verwendet. Vor dem Eintritt in das Entladungsrohr wurden die Gase über Phosphorpentoxyd getrocknet und durch ein Glaswollefilter von etwa mitgerissenem P_2O_5 befreit. Die Strömungsgeschwindigkeit beim Einleiten betrug 200 bis 1000 cm^3/st; sie war so bemessen, daß die Gase in den verschiedenen Reinigungs- und Trockenapparaten 10 bis 25 Minuten der Einwirkung der betreffenden Reagenzien ausgesetzt waren. Im einzelnen wurden die Gase folgendermaßen behandelt, bevor sie in das mit P_2O_5 gefüllte Trocknungsrohr eintraten:

Die Luft wurde dem Laboratoriumsraum entnommen und durch Vorbeileiten an feuchtem Ätzkali von Kohlensäure befreit. Die Versuche fanden in einem Raume statt, in dem mit Chemikalien, die Dämpfe irgendwelcher Art entwickelten, nicht gearbeitet und der vor und während der Entnahme von Luft zu Versuchszwecken gut ventiliert wurde.

Der Sauerstoff wurde elektrolytisch aus Kalilauge an Platinelektroden entwickelt. Zur Entfernung der in der Lauge enthaltenen Luft wurde der Elektrolyt mehrere Tage mit dem entwickelten Sauerstoff durchperlt. Etwa mitgerissener Elektrolyt wurde in einem kleinen, in die Gasleitung eingeschalteten Kondensgefäß aufgefangen; danach wurde der Sauerstoff über glühendes Kupfer geleitet, um geringe Wasserstoffspuren, die im elektrolytischen Sauerstoff fast immer vorhanden sind, zu beseitigen. Hierbei wurden gleichzeitig die kleinen Ozonmengen, die in elektrolytisch an Platinelektroden entwickeltem Sauerstoff stets enthalten sind, zerstört.

Der Stickstoff wurde aus einer wässerigen Lösung von Natriumnitrit und Ammoniumsulfat entwickelt[3]). Er durchperlte alsdann eine Lösung von Chromsäure in Schwefelsäure, um etwa mitgerissene Stickoxyde zu Salpetersäure zu oxydieren.

Das Stickstoff-Argon-Gemisch wurde von der Glühlampenfabrik *S* der Osram-Gesellschaft in Stahlflaschen bezogen und zwar in zwei Konzentrationen mit 5% und 21% Stickstoff. Um etwa vorhandene Sauerstoff- oder Wasserstoffspuren zu beseitigen, wurde das Gas über glühendes Kupfer bzw. Kupferoxyd geleitet.

Die in der beschriebenen Weise gereinigten und getrockneten Gase gelangten durch den Hahn *H 1* (s. Fig. 2) in das Entladungsrohr *E*. Aus dem Entladungsrohr wurden die Gase durch ein mit P_2O_5 gefülltes Rohr, das die Luftfeuchtigkeit abhalten

[1]) Ibid. S. 98 und 99.

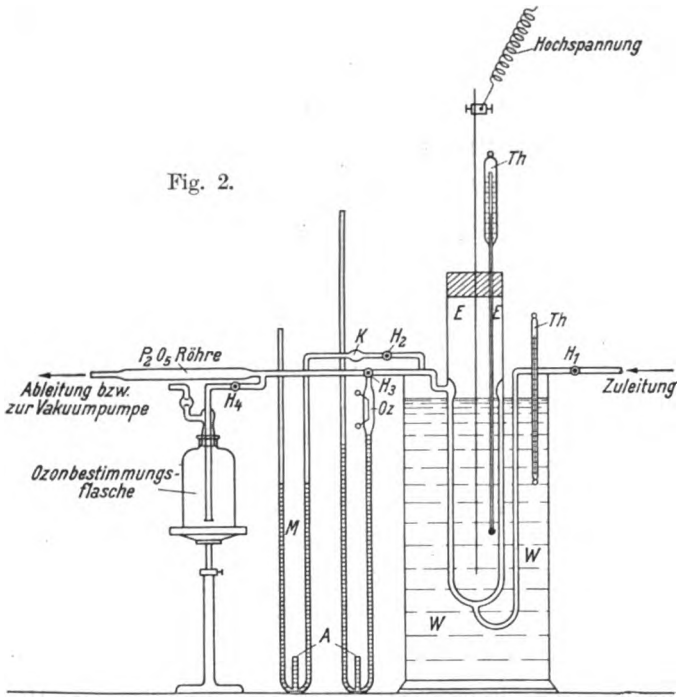
[2]) Die Versuche wurden mit einem Wellenmesser, wie er in der drahtlosen Telegraphie gebräuchlich ist, ausgeführt. Der Nachweis von Änderungen der Schwingungszahl gelang jedoch hiermit nicht. Damit sind jedoch Änderungen noch nicht ausgeschlossen, weil sie entweder innerhalb der Fehlergrenzen des verwendeten Wellenmessers liegen können, oder weil sie in einem Wellengebiet stattfinden, auf das der Wellenmesser nicht mehr anspricht. Es wurde in einzelnen Fällen eine Wellenlänge von hundert Metern gemessen.

[3]) K. A. Hofmann, Lehrbuch der anorg. Experimentalchemie (1918) S. 80.

Digitized by Google

sollte, ins Freie geführt. Zwischen dem Phosphorpentoxydrohr und dem Entladungsraum befanden sich mehrere durch die Hähne *H 2*, *H 4* und den Dreiweghahn *H 3* absperrbare Abzweigungen. Durch den Hahn *H 4* konnte das Gas in eine Waschflasche geleitet werden, in der die Ozonkonzentration (bei Luft und Sauerstoff) in der üblichen Weise mittels Jodkalium und nachfolgender Titration mit $Na_2S_2O_3$ bestimmt wurde. Durch den Hahn *H 2* wurde der Reaktionsraum mit einem Quecksilbermanometer *M* verbunden. Da das Quecksilber des Manometers bei länger dauernden Versuchen durch Ozon und Stickoxyd so stark angegriffen wurde, daß Ablesungen unmöglich wurden, wurde zwischen der Quecksilberoberfläche und dem Hahn *H 2* eine kleine mit Natronkalk gefüllte Kugel *K* eingesetzt. Natronkalk zerstört, wie Jahn[1]) gezeigt hat, Ozon, ebenso werden Stickoxyde von Natronkalk absorbiert.

Fig. 2.



Der Dreiweghahn *H 3* endlich diente dazu, den Reaktionsraum abzuschließen oder die Gase aus dem Reaktionsraum in das Ozonometer *Oz* zu führen.

Die zuerst von Jahn[2]) benutzte Ozonometeranordnung ist dabei insofern etwas modifiziert worden, als bei unseren Versuchen das Ozongemisch nicht durch das Ozonometer durchgeleitet werden konnte, sondern aus dem Entladungsrohr in das Ozonometer hineingesaugt werden mußte. Es befand sich deshalb so nahe wie möglich am Entladungsrohr, um beim Hinübersaugen des Ozongemisches den freiwilligen Ozonzerfall möglichst zu verhüten. Da nur geringe Gasmengen zur Verfügung standen, mußte das Ozonometergefäß sehr klein gewählt werden. Die Messungsergebnisse sind deshalb mit einem verhältnismäßig großen Fehler behaftet, sie stimmen aber mit den auf chemischem Wege gefundenen Zahlen für unsere Zwecke ausreichend überein[3]). Das mit Wasser gefüllte Manometer des Ozonometers war ebenso wie das Quecksilbermanometer *M* bei *A* mit einem beweglichen Niveaugefäß verbunden, so daß durch Einstellung des Manometers auf eine Marke das Volumen des Reaktionsraumes und entsprechend das des Ozonometers auf konstanten Wert eingestellt werden konnte.

---

[1]) Vgl. M. Moeller, Das Ozon, S. 33.

[2]) St. Jahn, Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft **43**, 2319 (1910).

[3]) Die Ozonbestimmungen sowohl mit Jodkalium als mit dem Ozonometer dienten nur zu gelegentlichen Kontrollversuchen zur Bestimmung der Größenordnung der im Apparat vorhandenen Ozonkonzentrationen. Sie können auf Exaktheit keinen Anspruch machen. Genaue Messungen waren bei der gewählten Versuchsanordnung ohne sehr komplizierte Umänderungen nicht möglich.

Digitized by Google

Das Entladungsrohr E war ein Siemensozonrohr von den üblichen Ausmessungen[1]), bei welchem die äußere und innere Belegung durch Wasser gebildet wurde. Es stand in dem mit Wasser gefüllten Thermostaten W. Anfangs befand sich auch das Manometer M in demselben Thermostaten. Bei den endgültigen Versuchen wurde das Manometer jedoch herausgenommen, um den Aufbau etwas einfacher zu gestalten. Dies konnte um so eher geschehen, als die Temperatur in dem zur Verfügung stehenden Laboratoriumsraum genügend konstant gehalten werden konnte. Temperaturschwankungen, die im Thermostaten dadurch auftreten, daß die Innenkühlung[2]) des Ozonrohres nicht immer wunschgemäß reguliert werden konnte, oder andere unvermeidliche Temperaturschwankungen sowie die damit verbundenen Druckänderungen wurden nach der Kurve Fig. 3 korrigiert.

Die Kurve Fig. 3 und die Daten der Tabelle 1 sind empirisch gewonnen, indem, ohne Entladungen durch die Reaktionsröhre zu schicken, die Temperatur des Kühlwassers geändert wurde. Auf der Abszissenachse sind die Temperaturen im Reaktionsraum als Mittelwerte zwischen der Temperatur des äußeren und des inneren Kühlwassers aufgetragen. Als Ordinaten sind die zugehörigen Drucke Δp in Millimetern Hg bei konstant gehaltenem Gesamtvolumen aufgezeichnet, wobei der Atmosphärendruck gleich Null gesetzt wurde. Die Kurve Fig. 3 gilt natürlich nur für eine einmal zusammengebaute Apparatur. Bei jeder Umänderung der Apparatur, bei welcher sich das Volumen änderte, wurde eine neue Temperatur-Druck-Kurve aufgenommen.

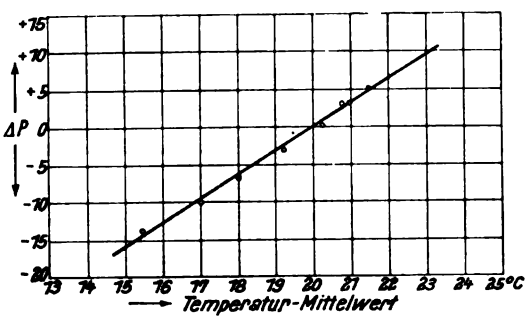


Fig. 3.

Tabelle 1.

Temperatur Grad Cels.	Δp	Temperatur Grad Cels.	Δp
20,3	0	21.0	+ 3,0
19,2	− 3,0	18,0	− 6,5
20,8	+ 3,0	17,0	− 10,0
21,5	+ 5,0	15,5	− 14,0

Während eines Versuches wurde die Druckablesung auf die bei Beginn des Versuches herrschende Anfangstemperatur korrigiert, indem aus der Kurve der Fig. 3 die der jeweiligen Temperatur entsprechende Druckänderung entnommen und dem abgelesenen Druck zugefügt bzw. von ihm abgezogen wurde. Die Kurven der Fig. 4, auf deren Abszissenachse die Entladungszeit und auf deren Ordinatenachse die Druckabnahme Δp in Millimetern Hg aufgetragen ist, veranschaulichen die Korrektur: die Kurve I gibt die unkorrigierten, am Manometer abgelesenen Druckwerte wieder, die Kurve II die mit Hilfe der Temperaturkurve der Fig. 3 korrigierten Werte. Die Kurve ist mit einer Stickstoffüllung aufgenommen worden. Ein Vergleich mit dem Verlauf der Kurve der Fig. 16, bei der dasselbe Gas unter guter Konstanthaltung der Temperatur zur Verwendung kam, zeigt, daß der Verlauf der Kurve II von Fig. 4 der richtige ist. Die Temperatur ist bei dem Fig. 4 zugrunde liegenden Versuch absichtlich starken Schwankungen unterworfen worden, um die Brauchbarkeit der Methode zu prüfen.

Die Füllung des Entladungsrohres mit Gas geschah in der Weise, daß der Reaktionsraum mehrere Stunden, unter Umständen auch tagelang, mit dem zu unter-

[1]) Siehe z. B. diese Zeitschrift, Bd. 1, Heft 1, S. 102. [2]) In Fig. 2 nicht gezeichnet.

Digitized by Google

suchenden Gas, zum Teil unter Einschaltung der Hochspannungsentladung, ausgespült wurde. Nach genügend langer Ausspülung wurde zuerst der Hahn *H 1* und, nachdem mit Hilfe der Niveaukugel des Manometers *M* das Quecksilber auf die Marke bei Atmosphärendruck eingestellt worden war, auch der Hahn *H 3* geschlossen. Alsdann wurde die Entladung eingeschaltet und die Druckänderung am Manometer bei konstant gehaltenem Reaktionsvolumen notiert. Während der Versuchsdauer wurde der Barometerstand dauernd kontrolliert, und seine Schwankungen bei der Aufstellung der Druckkurven berücksichtigt.

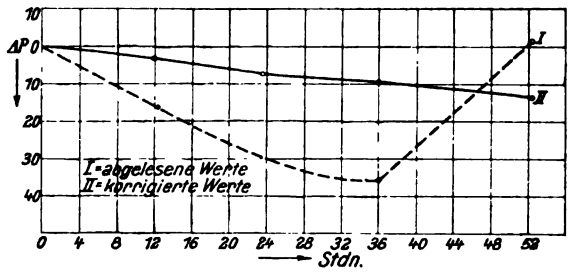


Fig. 4.

Im Verlauf der Versuche wurde es notwendig, das Entladungsrohr vor der Füllung mit dem zu untersuchenden Gas zu evakuieren. Dies geschah durch eine Siemenssche Quecksilberpumpe[1]) mit vorgeschalteter Ölpumpe, die hinter dem P_2O_5 - Rohr (s. Fig. 2) angesetzt wurde. In der Leitung zur Quecksilberpumpe war ein mit flüssiger Luft gekühltes Geäß angeordnet, um Öl- und Quecksilberdämpfe vom Reaktionsraum fernzuhalten. Zum Evakuieren wurde, nachdem die Apparatur mit dem zu untersuchenden Gas ausgespült worden war, das Kühlgefäß *W*, sowie das die innere Belegung des Entladungsrohres bildende Wasser entfernt, und das Entladungsrohr mit einem Heizmantel umgeben, der eine Erwärmung auf 250 bis 300° gestattete. Vor jeder Füllung wurde das Rohr soweit evakuiert, bis in einer an die Pumpenleitung angeschlossenen Entladungsröhre mit Aluminiumelektroden keine Röntgenstrahlen mehr auftraten. Die Versuche zeigten, daß einmaliges Evakuieren genügte, um die Glaswände von fremden Gasen zu befreien.

b) Elektrische Schaltung und Messung der Stromstärke.

Die für den Betrieb des Entladungsrohres nötige Hochspannung lieferte ein Siemensscher Spannungswandler der Type MTR 222I mit dem Übersetzungsverhältnis 210/8000, der an eine Phase des Drehstromnetzes angeschlossen wurde. Im Primärkreis des Transformators *Tr* (s. Fig. 5) lagen die Sicherungen *Si* und der Schalter *Sch*, sowie der Regulierwiderstand *RW*, zur Konstanthaltung der in das Entladungsrohr hineingegebenen Energie, ferner das Amperemeter *A* mit einem Meßbereich max. 1 A, das Voltmeter *V* mit dem Meßbereich max. 250 Volt (beides Weicheiseninstrumente) und das Siemenssche Präzisionswattmeter *W* mit max. Stromstärke 1 A und dem zugehörigen Vorschaltwiderstand *VW*.

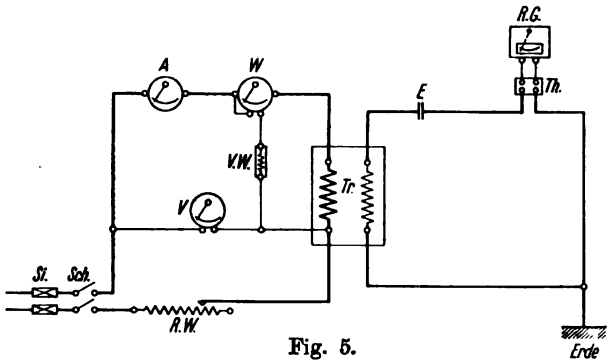


Fig. 5.

[1]) Siehe A. Gehrts, Quecksilberdampfstrahlpumpen. Die Naturwissensch. 7, 983 (1919); ferner: Hochvakuumpumpen, Zeitschr. f. techn. Phys. 1, 61—71 (1920).

Digitized by Google

In Anlehnung an frühere Beobachtungen[1]) wurde mit konstant gehaltener Energie gearbeitet. Diese wurde in der üblichen Weise bestimmt, indem bei einer gewissen Spannung der Wattmeterausschlag einmal bei geöffnetem und sodann bei geschlossenem Stromkreis auf der Hochspannungsseite des Transformators abgelesen wurde. Die Differenz der beiden Ablesungen ergibt die in das Rohr hineingegebene Energie. Die vom Entladungsrohr aufgenommene Energie betrug bei 50 periodigem Wechselstrom etwa 2 Watt[2]).

Auf der Hochspannungsseite des Transformators wurde der eine Pol zusammen mit dem Gehäuse geerdet. Der andere Pol wurde mit der einen Belegung des Entladungsrohres *E* verbunden. Von der anderen Belegung führte eine Leitung zum Hitzdraht eines Voegeschen Thermokreuzes *Th* und von da ebenfalls zur Erde. Die Galvanometerklemmen des Thermokreuzes, das eine Empfindlichkeit von max. 25 mA hatte, waren mit einem registrierenden Galvanometer *RG*, das in Abständen von $^1/_2$ Minute die Stromstärke aufzeichnete, verbunden.

Diese schon bei früheren Messungen[3]) an Entladungsröhren benutzte Schaltung hat den Nachteil, daß die EMK des Thermoelementes von der Außentemperatur abhängig ist, ein Nachteil, der sich besonders bei länger dauernden Versuchen bemerkbar macht. Nach einem Vorschlage von H. Becker wurde deshalb die Glaskugel des Thermokreuzes in ein doppelwandiges Gefäß aus Messing eingebaut. Durch den Zwischenraum zwischen den beiden Messingwänden strömte dauernd kaltes Wasser aus der Wasserleitung, das genügend konstante Temperatur hatte. Auf diese Weise wurde die Messung mit dem Thermokreuz von der jeweiligen Außentemperatur unabhängig und damit zeitlich weit auseinander liegende Beobachtungen direkt miteinander vergleichbar. Das mit dem Thermoelement zusammengeschaltete Galvanometer wurde mit Gleichstrom, der von Zeit zu Zeit kommutiert wurde, geeicht. Fig. 6 gibt eine solche Eichkurve wieder; die Stromstärken in Milliampere (*MA*) sind dabei als Ordinaten aufgetragen.

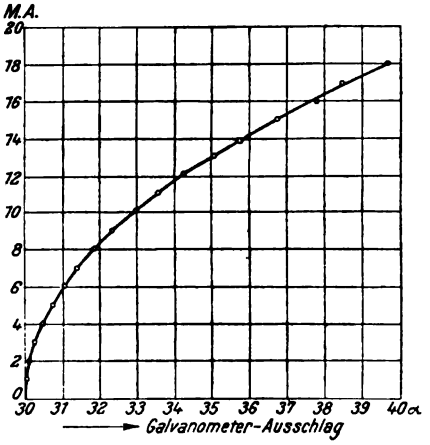


Fig. 6.

III. Druck- und Strommessungen in Luft.

Wird das Entladungsrohr in der auf S. 459 und 462 beschriebenen Weise mit Luft gefüllt, so ändert sich der Druck unter dem Einfluß der Entladung im abgeschlossenen Volumen in der aus der Kurve der Fig. 7 und der Tabelle 2 zu entnehmenden Weise. In dieser und den folgenden Tabellen bezeichnet Δp die am Manometer abgelesene Druckdifferenz in Millimetern Hg; t_m die nach Seite 461 berechnete mittlere Temperatur und $\Delta p_{red.}$ die auf die Anfangstemperatur nach der in Tabelle 1 und Fig. 3 erläuter-

[1]) H. Becker, Über die Extrapolation und Berechnung der Konzentration und Ausbeute von Ozonapparaten. Diese Zeitschrift, 1. Bd., Heft 1, S. 76 (1920).

[2]) Die dieser Messung besonders bei kleinen Energieaufnahmen anhaftenden Fehler sind in der in der vorstehenden Fußnote zitierten Arbeit diskutiert (S. 103). Im vorliegenden Falle, wo es sich nicht um die Messung des absoluten Wertes der aufgenommenen Energie handelte, sondern nur um Konstanthaltung eines einmal eingestellten Wertes, ist die Genauigkeit natürlich größer.

[3]) Gg. Erlwein und H. Becker, l. c.

Digitized by Google

ten Methode reduzierten Δp-Werte. In der Fig. 7, sowie in den später folgenden Druckkurven sind als Ordinaten die reduzierten Δp-Werte und als Abszissen die Reaktionszeiten aufgetragen. Der Verlauf der Kurve Fig. 7 ist identisch mit dem Verlauf der von Spiel (vgl. Fig. 1) bei Entladungen im abgeschlossenen Luftvolumen erhaltenen Kurven. Der Druck nimmt mit der Zeit erst schnell, dann langsamer ab, um bei einem gewissen Zeitpunkt plötzlich wieder anzusteigen und nahe auf den Anfangswert zurückzugehen. Diese Kurven, für die Spiel[1]) schon eine Erklärung gegeben hat, ließen sich gut reproduzieren.

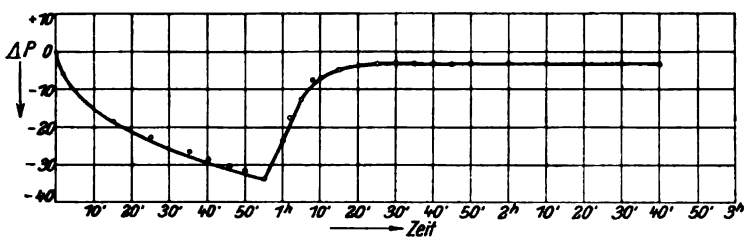


Fig. 7.

Tabelle 2 (zu Fig. 7).

Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m
—	0	0	16,6	1	1,5	—18,0	16,6
—	2	— 6,0	16,6	1	5	— 8,0	16,6
—	4	—10,0	16,6	1	9	— 7,0	16,6
—	5	—12,0	16,6	1	11	— 5,0	16,6
—	10	—16,0	16,6	1	15	— 3,5	16,6
—	15	—19,5	16,6	1	20	— 3,5	16,6
—	20	—21,5	16,6	1	25	— 3,5	16,6
—	25	—23,0	16,6	1	30	— 3,2	16,6
—	30	—26,0	16,6	1	35	— 3,2	16,6
—	35	—27,5	16,6	1	40	— 3,2	16,6
—	40	—29,5	16,6	1	50	— 3,2	16,6
—	45	—31,0	16,6	2	—	— 3,2	16,6
—	50	—32,5	16,6	2	20	— 3,2	16,6
—	55	—34,0	16,6				
1	—	—24,0	16,6				

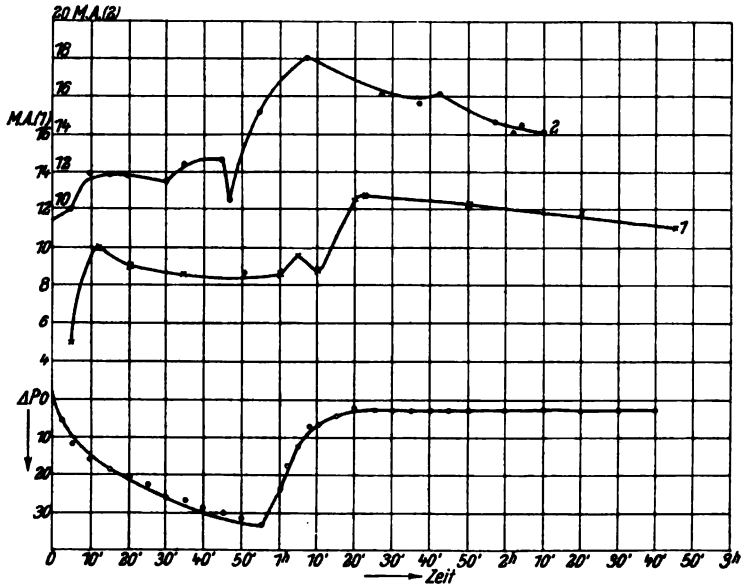


Fig. 8.

Ganz abweichend von den stets gleichmäßig verlaufenden Druckkurven verhielten sich dagegen die gleichzeitig mit ihnen aufgenommenen Stromkurven. Fig. 8 gibt zwei solche Stromkurven wieder[2]). Zum Vergleich ist die Druckkurve der Fig. 7

[1]) l. c.

[2]) In Fig. 8 sind für die Stromkurven als Ordinaten Milliampere aufgetragen. Bei den späteren Stromkurven sind nur die beobachteten Galvanometerausschläge aufgezeichnet. Die gewählte Darstellungsart ist jeweils am Rande vermerkt.

Digitized by Google

im unteren Teil der Fig. 8 noch einmal dargestellt. Da sich in die zahlreich aufgenommenen Stromkurven keine Übereinstimmung und kein System bringen ließ, und da ihr ganz unregelmäßiger Verlauf auch weiter keine Deutung zuließ als die, daß die von Spiel angenommenen komplizierten chemischen Vorgänge in der Entladungsröhre irgendwie in der Stromstärke zum Ausdruck kamen, so wurden die Versuche mit Luft abgebrochen. An Stelle von Luft wurde Sauerstoff für die Fortsetzung der Versuche gewählt, in der begründeten Annahme, daß bei Sauerstoff die Verhältnisse wesentlich einfacher seien, da hierbei im Gegensatz zu Stickstoff-Sauerstoff-Gemischen nur eine einzige chemische Reaktion, nämlich die Ozonbildung in Frage kommt.

IV. Druckmessungen in Sauerstoff.

a) Die Druck-Zeit-Kurven.

Für den ersten Versuch mit Sauerstoff[1]) wurde der Apparat ca. 20 Stunden mit einem Sauerstoffstrom von 300 ccm/st ausgespült. Da sich bei früheren nicht veröffentlichten Versuchen gezeigt hatte, daß nach dem Einschalten der Entladung aus der Glaswand noch Gasreste freiwerden, die durch Ausspülen allein nicht entfernt werden können, so wurde während des Sauerstoffdurchleitens zwei Stunden lang die Hochspannung eingeschaltet in der Annahme, daß dadurch alle fremden Gasreste aus dem Reaktionsraum entfernt wurden.

Die erste auf diese Weise erhaltene Kurve zeigt Fig. 9. Die zugehörigen Zahlenwerte gibt Tabelle 3

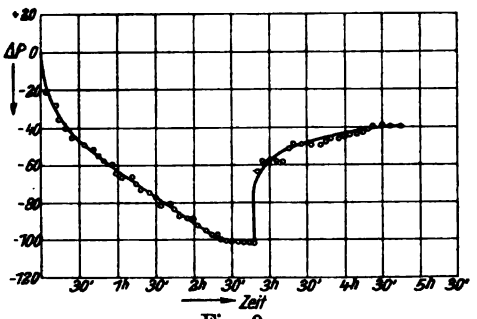


Fig. 9.

Tabelle 3 (zu Fig. 9).

Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m
—	0	0	18,0	2	10	— 95,0	18,0
—	5	—21,0	18,0	2	20	— 97,0	18,0
—	10	—28,0	18,0	2	30	—100,0	18,0
—	15	—35,5	18,0	2	40	—100,5	18,0
—	20	—40,5	18,0	2	50	—100,8	18,0
—	25	—44,0	18,0	2	55	— 63,2	18,0
—	35	—49,0	18,0	3	—	— 58,0	18,0
—	40	—51,5	18,0	3	10	— 57,8	18,0
—	45	—55,0	18,0	3	20	— 57,8	18,0
—	50	—57,5	18,0	3	30	— 51,0	18,0
—	55	—59,5	18,0	3	35	— 49,5	18,0
1	—	—63,0	18,0	3	45	— 49,0	18,0
1	5	—65,0	18,0	3	50	— 49,0	18,0
1	10	—67,0	18,0	4	—	— 49,0	18,0
1	15	—70,0	18,0	4	5	— 46,0	18,0
1	20	—73,0	18,0	4	10	— 45,0	18,0
1	25	—75,0	18,0	4	15	— 45,0	18,0
1	30	—77,0	18,0	4	25	— 44,0	18,0
1	35	—81,0	18,0	4	30	— 43,0	18,0
1	40	—81,3	18,0	4	35	— 43,0	18,0
1	45	—83,0	18,0	4	40	— 42,0	18,0
1	50	—86,0	18,0	4	45	— 41,0	18,0
1	55	—88,5	18,0	4	50	— 39,0	18,0
2	—	—88,5	18,0	5	—	— 39,0	18,0
				5	20	— 39.0	18,0

[1]) Über die Herstellung und Reinigung des Sauerstoffes s. S. 459.

Digitized by Google

wieder. Die Kurve, die bei konstanter Temperatur (18°) und konstantem Barometerstand, aufgenommen wurde, zeigt den typischen Verlauf, wie wir ihn bei der Entladung in einem abgeschlossenen Luftvolumen gefunden haben, mit dem Unterschied, daß die beobachteten Δp-Werte erheblich größer sind als bei Luft. Aus dem Verlauf der Kurve mußte geschlossen werden, daß aus der Glaswand im Verlauf des Versuches noch beträchtliche Stickstoffmengen frei geworden waren. Um die letzten Stickstoffreste von der Glaswand zu entfernen, wurde der Entladungsraum wieder mit Sauerstoff gefüllt und bei einem durch Senken der Niveaukugel des Quecksilbermanometers erzeugten Unterdruck von ca. 100 mm Hg der Entladung ausgesetzt. Das erhaltene Resultat geben Fig. 10 und Tabelle 4 wieder, in der t_i die Temperatur des inneren, t_a die des äußeren Kühlwassers der Entladungsröhre bedeutet. Der Druck, der zu Anfang des Versuches infolge der Ozonbildung etwas abnimmt, steigt in etwa 3 Stunden

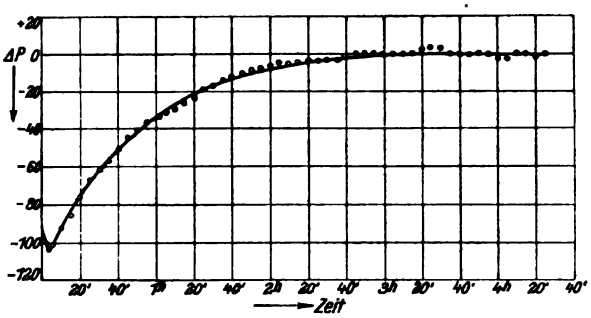


Fig. 10.

Tabelle 4 (zu Fig. 10).

Zeit Std.	Zeit Min.	Δp[1])	t_i	t_a	Zeit Std.	Zeit Min.	Δp[1])	t_i	t_a
—	0	— 94,0	16,0	15,5	2	10	—5,0	17,0	16,4
—	3	—104,0	16,0	14,8	2	15	—4,0	17,0	16,4
—	5	—102,0	16,0	14,5	2	20	—3,5	17,0	16,4
—	10	— 92,0	15,8	14,5	2	25	—3,5	17,1	16,4
—	15	— 86,0	15,5	14,7	2	30	—3,0	17,5	16,8
—	20	— 76,0	15,5	14,7	2	35	—3,0	17,9	17,0
—	25	— 67,0	15,5	14,7	2	40	—1,5	17,9	17,0
—	30	— 61,5	15,5	14,7	2	45	0	18,0	17,1
—	35	— 57,0	15,5	14,7	2	50	0	18,0	16,9
—	40	— 50,5	15,8	14,7	2	55	0	18,0	16,9
—	45	— 45,0	15,9	14,7	3	—	0	18,0	16,9
—	50	— 41,0	15,9	14,7	3	5	0	18,0	16,9
—	55	— 36,0	15,9	14,9	3	10	0	18,0	17,0
1	—	— 34,0	15,5	14,9	3	15	0	18,0	17,1
1	5	— 31,0	15,2	14,8	3	20	+1,0	18,6	17,5
1	10	— 30,0	15,0	14,9	3	25	+1,5	18,8	17,7
1	15	— 26,0	15,0	14,9	3	30	+1,5	18,4	17,7
1	20	— 24,0	15,1	14,5	3	35	0	18,1	17,7
1	25	— 19,0	15,9	14,9	3	40	0	18,1	17,7
1	30	— 17,0	16,0	15,0	3	45	0	18,1	17,9
1	35	— 14,0	16,4	15,5	3	50	0	18,1	17,9
1	40	— 12,0	16,7	15,7	3	55	0	18,3	18,0
1	45	— 10,0	17,0	16,0	4	—	—1,0	18,5	18,0
1	50	— 9,0	17,0	16,1	4	5	0	18,5	18,0
1	55	— 8,0	17,0	16,1	4	10	0	18,3	17,9
2	—	— 6,5	17,5	16,5	4	15	0	18,2	17,8
2	5	— 5,0	17,5	16,5	4	20	0	18,2	17,8

[1]) Δp ist in dieser Tabelle nicht auf die Anfangstemperatur reduziert.

Digitized by Google

um mehr als 100 mm, ein Beweis[1]), daß aus der Glaswand beträchtliche Gasmengen[2]) freigeworden sind.

Nach dem Ausschalten der Hochspannung wurde das Entladungsrohr mehrere Stunden mit Sauerstoff ausgespült, dann wurden die Hähne *H 1* und *H 3* geschlossen und das abgeschlossene Volumen wiederum der Entladung ausgesetzt. Es ergab sich die Kurve Fig. 11, deren zugehörige Zahlenwerte in der Tabelle 5 wiedergegeben sind. Diese Kurve wurde nun endlich als diejenige angesehen, die die Druckänderung in reinem Sauerstoff unter dem Einfluß der stillen Entladung wiedergibt.

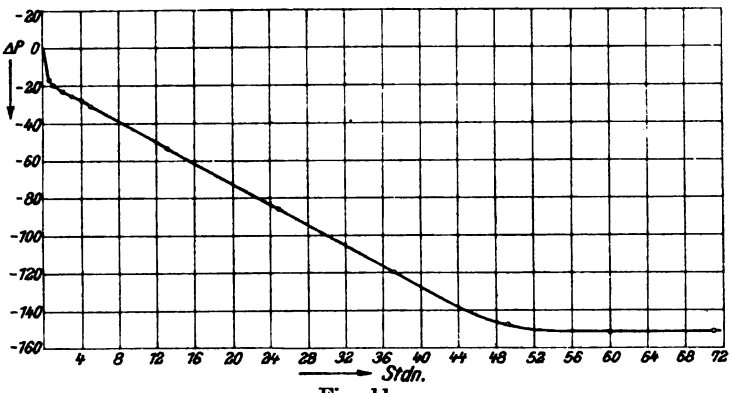


Fig. 11.

Tabelle 5 (zu Fig. 11).

Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$	Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$
—	0	— 1,0	19,5	— 1,0	2	—	— 30,0	17,1	— 23,5
—	1	—11,5	19,7	—10,5	3	—	— 33,0	16,6	— 25,5
—	2	—16,5	19,5	—16,5	4	—	— 36,0	16,7	— 28,2
—	5	—18,0	18,5	—16,0	24	30	— 97,0	15,2	— 87,0
—	10	—18,0	18,4	—15,8	49	30	—163,0	14,1	—150,6*)
—	15	—18,2	18,4	—16,0	69	40	—148,5	19,8	—147,6
—	20	—18,5	18,3	—15,5	69	50	—152,0	20,2	—150,0
—	25	—18,5	18,5	—16,5	70	—	—154,0	19,0	—152,5
—	30	—20,0	18,4	—17,0	70	30	—152,0	19,4	—152,3
—	45	—21,5	18,3	—18,0	71	—	—149,0	19,0	—150,5
—	50	—22,0	18,5	—19,5	71	30	—148,0	19,0	—149,5
1	—	—22,5	18,6	—20,2	72	—	—147,5	18,8	—149,5
1	10	—22,5	18,5	—20,2	72	30	—148,0	18,0	—152,5

*) Die Tabelle ist an den durch Striche unterbrochenen Stellen teils gekürzt wiedergegeben, teils wurden während der Zwischenzeit (Nacht) keine Ablesungen gemacht. In diesen Fällen tritt durch die unterbliebene Regulierung eine Volumenänderung ein, die am nächsten Morgen durch Einstellen des Quecksilbermeniskus auf die Marke mit Hilfe des Niveaugefäßes ausgeglichen wurde.

[1]) Undichtigkeiten in den Hähnen und den Rohrleitungen sind selbstverständlich ausgeschlossen. Es sind in späteren Versuchen (Fig. 12 bis 15) durch Ablösung von Gasschichten von der Glaswand in dem Entladungsrohr Drucke erzeugt worden, die erheblich höher waren als Atmosphärendruck, wobei Undichtigkeiten natürlich nicht in Frage kommen.

[2]) Ist p der Anfangsdruck, p_1 der Enddruck, so ist bei konstantem Volumen die Molekülzunahme in Prozenten $\frac{p_1 - p}{p} \cdot 100$. Der Barometerstand während des Versuches war 764 mm. Als Anfangsdruck ist das nach Beendigung der Ozonbildung erreichte Druckminimum von 104 mm anzusetzen, da spätere Versuche (s. S. 474) wahrscheinlich gemacht haben, daß die Ozonkonzentration während der ganzen Versuchsdauer konstant bleibt. Es ist also $p = 764 - 104$, $p_1 = 764$. Die Molekülzunahme beträgt demnach $\frac{764 - 660}{660} \cdot 100 = 15{,}7\%$. Dabei ist noch nicht berücksichtigt, daß sich die Reaktion nur in einem Teile des Gesamtvolumens abspielt. Zieht man für die Berechnung nur den eigentlichen Reaktionsraum in Betracht, so ist die oben angegebene Zahl noch mit dem Verhältnis des Gesamtvolumens der Apparatur zum Volumen des Reaktionsraumes zu multiplizieren. Es ergibt sich dann, da das Volumen des Reaktionsraumes 15,7 ccm und das Gesamtvolumen 34,7 ccm beträgt, eine Zunahme der Molekülzahl im Entladungsraum von 34,7%.

Digitized by Google

Die Kurve fällt anfangs sehr schnell um etwa 17 mm[1]) und verläuft dann sehr viel flacher, um innerhalb 50 Stunden zu einem Endzustand zu kommen, der bei einer Druckabnahme von 152 mm Quecksilber liegt.

Um diese Kurve, über deren Deutung im folgenden Abschnitt gesprochen wird, zu reproduzieren, wurde in der Weise verfahren, daß zwischen je zwei hintereinanderfolgenden Versuchen das Entladungsrohr eine Stunde lang mit reinem Sauerstoff von einer Strömungsgeschwindigkeit von 300 ccm/st ausgespült wurde, ohne daß beim Durchleiten die Entladung eingeschaltet wurde. Das Resultat dieser Versuche, die alle mit demselben Entladungsrohr und derselben Apparatur wie der Versuch zu Fig. 11 angestellt wurden, ist in den Kurvenbildern Fig. 12 bis 14 und den Tabellen 6 bis 12 wiedergegeben.

Die Kurven der Figuren 12 bis 14 sind in der Reihenfolge, wie sie zeitlich aufeinander folgen, fortlaufend numeriert, so daß also Kurven mit gleichen Nummern identisch sind. Dabei entspricht die Kurve 1 Fig. 12 der Kurve Fig. 11. Die Figuren

Tabelle 6 (zu Fig. 12, Kurve 2).

Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$	Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$
—	0	— 1,0	16,7	— 1,0	19	10	—45,8	19,1	—52,3
—	1	—13,0	16,6	—12,8	23	20	—60,0	16,6	—59,8
—	5	—16,0	16,5	—15,5	23	35	—60,0	16,7	—60,0
—	10	—16,5	16,5	—16,0	23	50	—60,0	16,7	—60,0
—	15	—17,0	16,5	—16,5	41	35	—45,0	27,8	—76,5
—	20	—17,5	16,5	—17,0	42	5	—67,0	22,1	—82,5
—	30	—18,5	16,6	—18,3	42	15	—70,0	18,8	—76,0
—	45	—20,0	16,2	—18,5	42	25	—73,0	18,5	—78,0
1	—	—20,8	16,0	—18,8	42	30	—76,2	18,0	—79,7
1	20	—21,0	15,8	—18,5	42	40	—77,5	17,7	—80,5
1	50	—21,2	16,0	—19,2 *)	42	50	—80,5	17,0	—81,5
18	—	—29,0	23,3	—47,5	42	55	—81,5	16,9	—82,0
18	10	—36,0	21,1	—48,2	44	45	—90,0	16,2	—88,5
18	20	—38,0	20,5	—48,2	49	—	—91,0	16,5	—90,3 *)
18	50	—46,5	18,7	—52,0	69	—	—121,0	17,3	—122,5

*) Vgl. hierzu ebenso wie bei den folgenden Tabellen die Fußnote zu Tabelle 5.

Tabelle 7 (zu Fig. 14, Kurve 3).

Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$
—	0	— 1,0	16,5	— 1,0
—	5	—16,0	16,3	—15,5
—	10	—16,5	16,5	—16,5
—	15	—16,0	16,6	—16,0
—	20	—16,0	16,8	—17,0
—	25	—15,0	16,8	—16,0
1	10	—11,5	16,4	—11,5
1	40	—12,5	16,4	—12,5
2	35	—15,0	16,0	—14,3
2	50	—16,5	15,5	—14,2

Die Tabelle 7 enthält nur die Anfangswerte der Kurve, die im ganzen etwa 48 Stunden durchgeführt ist.

[1]) Die Kurve bleibt bei diesem Wert zunächst einige Minuten konstant, was aus der Figur des gewählten Zeitmaßstabes wegen nicht zu ersehen ist. Aus den Zahlen der Tabelle 5 ist diese kurze Zeit dauernde Konstanz jedoch deutlich festzustellen.

Digitized by Google

Tabelle 8 (zu Fig. 12 u. 14, Kurve 4)

Zeit Std.	Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$	Zeit Std.	Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$
—	0	— 2,5	16,4	— 1,0	1	0	+ 5,0	17,4	+4,7
—	2	—14,0	16,5	—12,5	1	5	+ 6,0	17,5	+4,5
—	5	—14,5	16,8	—14,0	1	8	+ 7,5	17,5	+6,0
—	12	—14,8	17,1	—15,0	1	10	+ 7,5	17,5	+6,0
—	15	—15,0	17,1	—15,7	1	12	+ 6,5	17,5	+5,0
—	25	—12,5	16,9	—12,3	1	15	+ 5,5	17,2	+4,5
—	30	— 9,5	17,4	—11,0	1	20	+ 4,5	17,2	+4,8
—	35	— 8,0	17,4	— 9,5	1	30	+ 4,0	17,3	+4,1
—	37	— 6,5	17,5	— 8,0	1	40	+ 2,2	17,2	+1,5
—	40	— 4,5	17,6	— 6,5	1	45	+ 1,5	17,1	+1,2
—	45	— 2,0	17,6	— 4,0	1	55	— 0,5	17,0	—0,7
—	47	0	17,6	— 2,0	2	5	— 1,5	16,8	—1,5
—	50	+ 1,0	17,7	— 0,7	2	15	— 3,0	16,8	—3,0
—	55	+ 2,0	17,4	+ 1,7	3	30	—10,5	15,7	—7,2
—	56	+ 3,2	17,4	+ 2,9					

Auch hier gibt die Tabelle nur die Zahlen für den Anfang der Kurve.

Tabelle 9 (zu Fig. 12, Kurve 5).

Zeit Std.	Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$	Zeit Std.	Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$
—	0	— 2,5	17,6	— 1,0	2	—	+19,0	17,1	+21,9
—	2	—14,5	17,6	—13,0	2	5	+19,8	16,9	+23,0
—	5	—17,5	17,6	—16,0	2	10	+21,0	16,7	+24,7
—	10	—19,5	17,5	—17,5	2	12	+20,0	16,7	+23,9
—	15	—20,0	17,4	—17,7	2	15	+19,0	16,7	+22,9
—	20	—19,0	17,4	—16,7	2	20	+17,0	16,8	+19,7
—	25	—17,2	17,6	—15,9	2	25	+16,0	16,9	+19,0
—	30	—16,0	17,4	—13,7	2	30	+15,0	16,9	+18,0
—	35	—14,5	17,4	—12,2	2	35	+14,0	16,8	+14,5
—	38	—11,5	17,5	— 9,7	2	40	+11,0	16,7	+14,6
—	40	—11,0	17,4	— 8,7	2	50	+ 8,0	16,5	+12,5
—	45	— 9,5	17,2	— 7,0	3	—	+ 7,0	16,5	+11,5
—	50	— 7,0	17,2	— 4,5	3	20	+ 4,5	16,1	+ 9,7
—	55	— 5,0	17,2	— 2,5	3	30	+ 3,5	16,2	+ 9,0
1	—	— 2,0	17,5	— 0,5	3	35	+ 3,5	16,2	+ 9,0
1	2	0	17,6	+ 1,5	3	55	+ 2,0	16,1	+ 7,5
1	5	+ 1,8	17,5	+ 3,3	4	—	+ 1,9	16,1	+ 7,3
1	10	+ 3,0	17,4	+ 5,0	23	—	— 5,0	17,8	— 4,5
1	15	+ 5,5	17,4	+ 7,5	23	45	— 7,0	17,4	— 5,0
1	20	+ 7,0	17,4	+ 9,0	24	—	— 9,5	16,7	— 6,0
1	25	+ 8,8	17,5	+10,5	25	15	—11,0	16,8	— 8,0
1	30	+10,5	17,5	+12,3	30	—	—18,0	16,0	—12,3
1	35	+12,0	17,5	+13,7	47	30	—23,5	17,8	—22,5
1	40	+13,5	17,3	+17,0	54	—	—37,5	15,2	—29,5
1	45	+15,5	17,2	+18,2	71	10	—35,2	17,5	—33,2
1	50	+16,0	17,1	+18,9					
1	55	+18,0	17,1	+20,9					

geben der Übersichtlichkeit wegen nur einen Teil der durchgeführten Kurven wieder. So ist z. B. in Fig. 14, die den Anfangsteil der Kurven 1 bis 4 noch einmal in etwas größerem Zeitmaß gezeigt, auch die Kurve 3 wiedergegeben, die in Wirklichkeit ebenso lange durchgeführt ist wie die Kurve 4, und die der Kurve 4 parallel verläuft.

Digitized by Google

Tabelle 10 (zu Fig. 13, Kurve 6).

Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$	Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$
—	0	0	17,0	0	2	45	—20,0	15,7	—16,3
—	2	—14,2	17,1	—14,6	2	50	—19,0	15,8	—15,5
—	5	—16,0	17,2	—16,5	2	55	—19,0	15,8	—15,5
—	10	—17,0	17,1	—17,4	3	—	—19,0	15,8	—15,5
—	15	—17,5	17,1	—17,9	3	10	—18,0	15,9	—14,8
—	20	—17,5	16,9	—17,3	3	20	—18,0	15,7	—14,3
—	25	—20,0	16,6	—19,0	3	30	—17,5	15,7	—13,8
—	30	—21,0	16,5	—19,5	3	40	—17,5	15,6	—13,6
—	40	—22,0	16,6	—20,8	3	50	—17,0	15,6	—13,1
—	45	—22,0	16,7	—21,2	4	—	—17,0	15,6	—13,1
—	50	—22,0	16,4	—20,2	4	10	—16,5	15,5	—12,2
—	55	—22,5	16,2	—20,4	4	20	—16,2	15,5	—12,0
1	—	—24,0	16,1	—21,4	4	30	—16,1	15,5	—11,8
1	5	—24,0	16,1	—21,4	4	40	—15,5	15,6	—11,6
1	10	—23,5	16,1	—20,9	4	50	—15,5	15,4	—10,8
1	20	—24,0	15,8	—20,5	5	10	—15,5	15,5	—11,0
1	25	—23,0	16,3	—21,0	5	20	—15,0	15,4	— 9,5
1	30	—22,8	16,5	—21,2	5	30	—15,0	15,4	— 9,5
1	35	—22,5	16,2	—20,5	5	40	—14,0	15,6	— 9,5
1	40	—23,2	15,5	—19,0	5	50	—12,5	15,9	— 9,5
1	45	—23,2	15,7	—19,5	6	—	—12,0	16,0	— 9,1
1	50	—22,5	16,3	—20,5	6	10	—11,0	16,2	— 8,5
1	55	—22,0	16,0	—19,1	6	20	—11,0	16,2	— 8,5
2	—	—22,0	15,8	—18,5	6	30	—11,0	16,2	— 8,5
2	5	—21,9	15,9	—18,7	6	40	—11,2	16,1	— 8,5
2	10	—21,5	15,9	—18,3	6	50	— 9,6	16,6	— 8,5
2	15	—21,5	15,7	—17,8	7	—	— 7,0	17,4	— 8,3
2	20	—21,0	15,8	—17,5	25	—	—27,0	17,1	—27,7
2	25	—20,5	15,9	—17,3	27	—	—33,0	16,0	—30,1
2	30	—19,5	16,1	—16,8	29	—	—33,0	16,2	—30,5
2	40	—20,5	15,5	—16,1	45	30	—40,5	17,2	—41,0
					46	30	—40,5	17,2	—41,0

Tabelle 11 (zu Fig. 13, Kurve 7).

Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$	Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$
—	0	0	16,6	0	46	40	+34,5	14,9	+39,2
—	1	— 9,0	16,6	— 9,0	46	50	+35,0	14,8	+40,0
—	2	—15,5	16,7	—16,0	47	10	+39,0	15,1	+43,3
—	5	—18,8	16,5	—18,5	47	20	+40,5	15,7	+43,0
—	10	—20,0	16,6	—20,0	47	30	+42,0	15,7	+44,5
—	15	—20,0	16,8	—20,5	47	40	+42,0	15,7	+44,5
—	20	—20,5	16,4	—20,0	47	50	+42,0	16,0	+43,7
—	25	—20,0	16,4	—19,5	47	53	+40,0	16,0	+41,7
—	30	—19,5	16,4	—19,0	47	55	+39,0	15,8	+41,3
—	40	—18,0	16,2	—17,0	48	5	+38,0	16,0	+39,7
—	45	—16,8	16,5	—16,3	48	10	+37,5	16,1	+39,0
—	55	—15,2	16,5	—14,9	48	20	+29,8	16,4	+30,3
1	—	—14,2	16,6	—14,2	48	30	+32,5	16,2	+33,8
1	5	—13,5	16,7	—13,8	48	40	+30,5	16,7	+30,3
1	15	—12,5	16,7	—12,8	48	50	+26,5	16,4	+27,0
1	20	—11,5	16,9	—12,7	49	—	+24,5	15,9	+25,7
1	25	—11,5	16,9	—12,7	49	10	+28,2	16,4	+28,7
1	30	—12,0	16,7	—12,3	49	20	+27,2	16,4	+28,4
1	35	—12,0	16,7	—12,3	49	30	+30,9	16,3	+31,7
1	40	—10,0	16,9	—11,7	50	10	+30,5	16,3	+31,3

Digitized by Google

Zeit Std.	Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$	Zeit Std.	Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$
1	45	— 9,5	17,0	—11,5	50	20	+29,5	16,2	+30,3
1	50	— 8,5	16,9	—10,2	50	30	+29,6	15,7	+32,0
2	15	—10,0	16,3	— 9,3	51	—	+30,5	15,7	+33,0
2	25	— 8,0	17,0	— 9,5	51	50	+31,0	16,0	+31,7
2	30	— 6,9	17,0	— 8,4	52	—	+30,5	15,5	+33,5
2	35	— 6,9	16,6	— 6,9	52	10	+30,5	15,6	+33,8
2	40	— 7,2	16,3	— 6,2	52	20	+31,5	15,6	+34,2
2	45	— 9,2	16,2	— 8,0	52	30	+31,8	15,6	+34,5
2	50	—10,2	16,1	— 8,7	52	40	+31,8	15,6	+34,5
2	55	—10,5	16,1	— 9,0	52	50	+31,8	15,5	+34,8
3	—	—10,1	16,1	— 8,6	53	—	+31,8	15,5	+34,8
3	5	—10,0	16,1	— 8,5	53	10	+31,5	15,3	+35,0
3	10	— 9,5	16,1	— 8,0	53	20	+31,5	15,3	+35,0
3	15	— 9,0	16,6	— 9,0	53	30	+31,5	15,3	+35,0
3	20	— 8,8	16,3	— 7,8	53	40	+37,5	15,8	+36,5
3	25	— 9,0	16,1	— 7,5	54	30	+35,4	15,9	+37,4
3	35	—10,0	15,9	— 8,0	71	35	+ 6,8	19,8	— 1,9
3	40	—10,0	15,9	— 8,0	72	—	0	17,8	— 3,4
3	50	— 8,0	16,4	— 7,5	72	30	— 1,9	17,7	— 5,1
4	—	— 7,5	16,6	— 7,5	73	—	— 1,3	17,6	— 4,2
46	30	+35,5	14,8	+40,0					

Tabelle 12 (zu Fig. 12 u. 13, Kurve 8).

Zeit Std.	Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$	Zeit Std.	Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$
—	0	0	17,5	0	2	—	+22,5	17,3	+23,0
—	2	—14,1	17,2	—14,9	2	30	+26,0	17,5	+26,0
—	5	—15,1	17,2	—15,8	3	—	+33,0	17,4	+33,2
—	10	—15,0	17,4	—15,2	3	10	+35,0	17,5	+35,0
—	15	—15,3	17,3	—15,5	3	40	+33,0	16,7	+35,0
—	20	—14,8	17,4	—15,0	3	50	+35,0	16,4	+38,1
—	25	—14,3	17,4	—14,5	4	—	+39,0	16,6	+41,5
—	30	—13,8	17,4	—14,0	4	10	+40,8	16,8	+42,8
—	40	—12,8	17,0	—14,0	4	20	+33,0	16,5	+35,9
—	45	—11,0	16,9	—12,8	4	50	+26,0	16,6	+28,4
—	50	— 8,0	16,9	— 9,8	5	—	+25,0	16,5	+27,9
—	55	— 4,0	16,9	— 5,8	6	—	+20,4	16,4	+23,4
1	—	— 0,5	16,9	— 1,3	7	—	+21,2	17,7	+20,5
1	5	+ 3,0	17,0	+ 1,6	8	—	+20,2	18,7	+17,0
1	10	+ 6,6	17,1	+ 5,6	9	—	+16,5	18,7	+13,8
1	15	+ 9,0	17,2	+ 8,2	10	—	+13,5	18,5	+10,8
1	20	+12,0	17,2	+11,2	12	—	+ 7,0	16,9	+ 8,8
1	25	+14,5	17,3	+15,0	14	—	+ 1,9	16,1	+ 5,9
1	30	+16,9	17,3	+16,5	16	—	— 1,3	16,0	+ 2,9
1	40	+18,0	17,0	+19,4	20	—	0	18,4	+ 2,5
1	50	+20,0	17,0	+21,4					

In den Kurvenbildern lassen sich, von der Kurve 1 und 2 abgesehen, zwei typische Formen unterscheiden, eine mit einem sehr steilen Maximum, das spätestens innerhalb der ersten 4 Stunden erreicht ist (Kurve 3, 4, 5 und 8), und eine zweite Type mit einem flachen Maximum (Kurve 6 und 7), das erst nach Verlauf von ein bis zwei Tagen erreicht wird. Die Kurve 3 der Fig. 14 besitzt zwar ein verhältnismäßig flaches Maximum, sie gehört aber, da das Maximum schon nach $1^1/_4$ Stunden erreicht ist, aus später zu erörternden Gründen zur ersten, in Fig. 12 dargestellten Type.

Digitized by Google

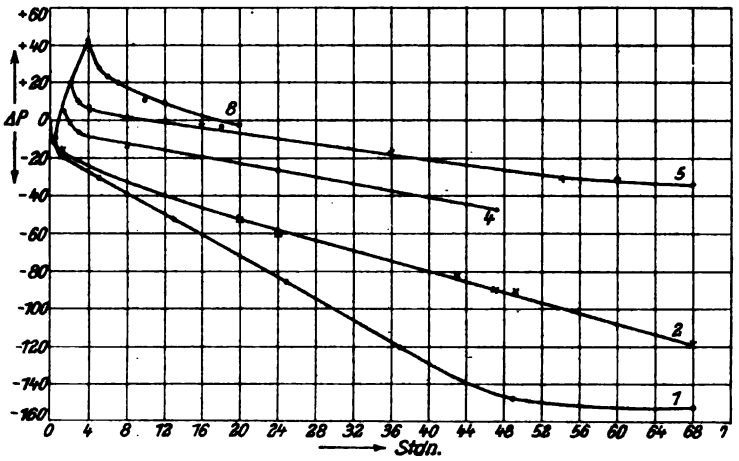


Fig. 12.

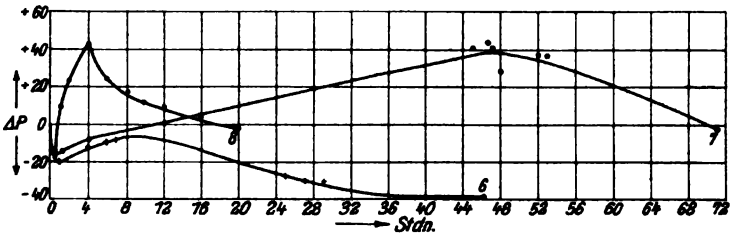


Fig. 13.

Ehe wir die Deutung der Kurven erläutern, teilen wir die Ergebnisse einiger Versuche mit, bei welchen vor Beginn des Versuches stets derselbe Anfangszustand in der Röhre hergestellt wurde. Zu diesem Zweck wurde der Reaktionsraum vor jedesmaligem Füllen bei einer Temperatur von etwa 300° evakuiert[1]). Das Evakuieren wurde anfangs mehrere Male wiederholt, bevor die endgültige Füllung mit Sauerstoff vorgenommen wurde. Es zeigte sich jedoch, daß einmaliges Evakuieren genügte. Das Erhitzen der Röhre dauerte dabei etwa eine Stunde. Von

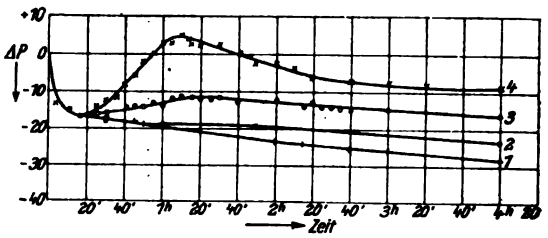


Fig. 14.

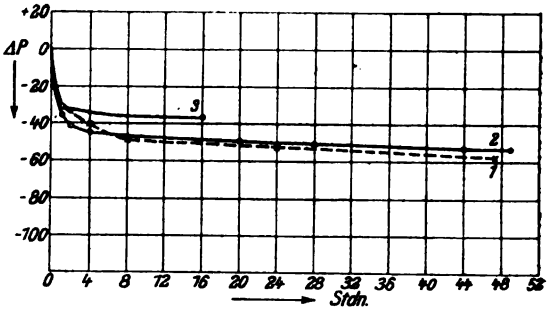


Fig. 15.

Tabelle 13 (zu Fig. 15).

Zeit Std.	Zeit Min.	$\Delta p_{red.}$ Kurve 1	$\Delta p_{red.}$ Kurve 2	$\Delta p_{red.}$ Kurve 3	Zeit Std.	Zeit Min.	$\Delta p_{red.}$ Kurve 1	$\Delta p_{red.}$ Kurve 2	$\Delta p_{red.}$ Kurve 3
—	0	0	0	0	2	—	—37,0	—40,9	—
—	1	—12,1	—11,7	—15,0	3	—	—	—41,7	—
—	2	—13,8	—13,7	—16,0	8	—	—48,2	—	—
—	3	—16,0	—15,8	—18,0	16	—	—	—	35,9
—	4	—17,0	—16,7	—18,1	20	—	—	—50,8	—
—	5	—18,8	—18,2	—18,9	24	—	—	—52,1	—
—	10	—21,5	—20,8	—21,5	25	—	—53,0	—	—
—	15	—22,9	—	—23,2	32	30	—55,4	—	—
—	20	—24,6	—27,1	—23,7	44	—	—	—54,2	—
—	30	—27,2	—30,3	—26,2	46	—	—59,0	—	—
1	—	—32,2	—35,4	—29,4	49	—	—	—54,4	—

[1]) Siehe Versuchsanordnung S. 462.

Digitized by Google

den zahlreichen Kurven, die auf diese Weise aufgenommen wurden und die alle gut übereinstimmten, sind zwei in Tabelle 13 und Fig. 15 (Kurve 1 und 2) wiedergegeben. Durch Evakuieren und gleichzeitiges Erhitzen läßt sich also stets derselbe Anfangszustand in der Röhre wieder herstellen, wodurch man übereinstimmende und reproduzierbare Kurven erhält. Erhitzen auf 300°, ohne zu evakuieren, genügt nicht, wie die erheblich höher verlaufende Kurve 3 der Fig. 15 zeigt. Außerdem zeigt auch der Anfang der Kurve 3 Abweichungen, die ebenfalls darauf deuten, daß der Anfangszustand in der Röhre noch nicht wieder hergestellt ist.

b) Deutung und Diskussion der Druck-Zeit-Kurven in Sauerstoff.

Berechnet man aus der Druckabnahme in der Entladungsröhre die Ozonkonzentration in Volumenprozent, so ergibt sich:

$$c = \frac{2\,\Delta p \cdot 100}{p_t} \cdot \frac{v}{v_e}.$$

Hierin bedeutet c die Ozonkonzentration in Volumenprozent, Δp die Druckabnahme in mm Hg, p_t den Druck im Apparat zur Zeit t, ebenfalls in mm Hg; v das Gesamtvolumen des Apparates und v_e das Volumen des Entladungsraumes[1]). Für die Kurve 1 (Fig. 12) ist am Ende des Versuches $\Delta p = 152{,}5$, $p_t = 760 - 152{,}5 = 607{,}5$. Da während dieses und der folgenden Versuche $v = 36{,}06$ und $v_e = 22{,}43$ war, so ergibt sich $c = 80{,}8\%$. Die Ozonkonzentration beträgt hiernach also 80,8 Volumenprozent oder auf die in der Technik übliche Konzentrationsbezeichnung umgerechnet etwa 1720 g Ozon im cbm Sauerstoff, ein Wert, der nicht nur allem, was bisher über die Maximalkonzentration in Ozonröhren bekannt ist, sondern auch den analytischen Befunden dieser Arbeit widerspricht.

Die Grenzkonzentration in der benutzten Ozonröhre wurde bei der Bestimmung mit Jodkalium und Thiosulfat zu etwa 160 g Ozon pro cbm, entsprechend 7,5 Vol.-%, gefunden. Dieser Wert wurde durch Vergleichsmessungen mit dem Ozonometer bestätigt.

Man kann umgekehrt aus der analytisch gefundenen Grenzkonzentration den entsprechenden Δp-Wert berechnen. Für die Konzentration galt ja die Gleichung $c = \frac{2\,\Delta p \cdot 100}{p_t} \cdot \frac{v}{v_e}$. Ist p der beim Einschalten der Entladung vorhandene Anfangsdruck, so ist $p_t = p - \Delta p$, wo p_t den der Grenzkonzentration entsprechenden Druck bezeichnet. Es ist dann:

$$c = \frac{2\,\Delta p \cdot 100}{p - \Delta p} \cdot \frac{v}{v_e}, \qquad \text{woraus} \qquad \Delta p = \frac{c \cdot v_e \cdot p}{200 \cdot v + c \cdot v_e} \qquad \text{folgt.}$$

Setzt man die entsprechenden Werte $v_e = 22{,}43$, $v = 36{,}06$, $p = 760$ und $c = 7{,}5$ ein, so ergibt sich für Δp der Wert 17 mm Hg.

Dieser Wert entspricht aber ziemlich genau demjenigen, bei welchem die Kurve 1 (Fig. 12; vgl. Tabelle 5) eine Zeitlang konstant bleibt, und bei welchem in den folgenden Kurven die Druckzunahme beginnt. Wir schließen daraus, daß bei diesem Δp-Wert die Ozonbildung zu Ende ist und daß von da an andere Vorgänge in der Röhre eintreten bzw. allein für die weitere Druckänderung

[1]) Da der zu beobachtende Vorgang sich nur in dem Entladungsraum abspielt, für die Druckabnahme aber das im Verhältnis zwischen Entladungsraum und Gesamtvolumen v maßgebend ist, so ist der Ausdruck $\frac{2\,\Delta p}{p_t} \cdot 100$ noch mit $\frac{v}{v_e}$ zu multiplizieren. (Vgl. Fußnote 2, Seite 467.)

Digitized by Google

maßgebend sind. Die Ozonometerbestimmungen, die zum Teil nach mehrtägiger Versuchsdauer ausgeführt wurden, ergaben stets die gleiche Konzentration, die wir vorhin als Grenzkonzentration gefunden hatten. Aus experimentellen Gründen mußten diese Bestimmungen allerdings an solchen Punkten ausgeführt werden, wo die Kurve in der Nähe der Nullage verlief. Unsere Apparatur war, wie bereits angedeutet, in bezug auf den analytischen Teil zur Lösung der hierbei auftauchenden Probleme nicht gerade ideal, so daß sich in dieser Beziehung aus unseren Versuchen noch kein ganz klares Bild ergibt. Aus der Annahme, daß die Ozonkonzentration von dem Moment an, in welchem die Grenzkonzentration erreicht ist, während der ganzen Versuchsdauer konstant bleibt, folgt, daß die in der Entladungsröhre vorhandene absolute Ozonmenge sich während des Versuches dauernd ändert. Sie muß, während die Druckkurve ansteigt, zunehmen und bei fallender Druckkurve abnehmen. Nimmt man dagegen an, daß die absolute Menge konstant bleibt, so folgt daraus, daß die Konzentration sich dem Verlauf der Druckkurve entsprechend dauernd ändert und daß sie tatsächlich enorm hohe Werte erreichen kann. Auf Grund des Bildes, das sich aus unseren Versuchen ergeben hat, neigen wir zu der ersten Annahme. Wir sind uns aber darüber klar, daß unsere bisherigen Versuche, die zu ganz anderen Zwecken angestellt wurden, diese Annahme noch nicht einwandfrei erhärten können. Wir sind uns auch weiter darüber im Klaren, daß es eine Reihe von bisher ungeklärten Beobachtungen in der Ozontechnik gibt, die sich durch die zweite Annahme sehr einfach erklären lassen[1]). Zur Lösung des hier angeschnittenen Problems sind weitere Versuche in Arbeit.

Die Grenzkonzentration, die sowohl auf jodometrischem Wege als auch mit dem Ozonometer übereinstimmend zu 7,5 Vol.-% gefunden wurde, ist auf das Molekül O_3 berechnet. Nun wäre es denkbar, die beobachtete Druckabnahme durch Moleküle von größerer Atomzahl, etwa O_4, wie sie von Ladenburg und Lehmann[2]) einerseits und von C. Harries[3]) andererseits aus ganz verschiedenen Gründen vermutet wurden, zu erklären. Dem widerspricht aber die den Verhältnissen nach recht gute Übereinstimmung zwischen den jodometrischen und ozonometrischen Bestimmungen sowie eine neuere Arbeit von Riesenfeld und Schwab[4]). Die Druckabnahme der Kurve 1 (Fig. 12) ist also durch die Ozonbildung allein nicht zu erklären. Dasselbe gilt für die ähnlich verlaufenden Kurven 1 und 2 der Fig. 15. Wenn Δp hier nicht die hohen Werte wie in Fig. 11 erreicht, so liegt das daran, daß durch Abänderungen an der Apparatur das Verhältnis $\frac{v}{v_e}$ ein anderes geworden war als beim Versuch der Fig. 11[5]). Immerhin verlaufen auch diese Kurven sehr viel tiefer, als daß man die Druckabnahme durch Ozonbildung allein erklären könnte.

---

[1]) So treten z. B. bei fortlaufend ausgeführten Ozonbestimmungen zeitweise Konzentrationswerte auf, die vollständig aus dem Rahmen der übrigen herausfallen, ohne daß sich dafür eine recht befriedigende Erklärung geben läßt. (Vgl. hierzu auch H. Becker, Über die Extrapolation und Berechnung der Konzentration und Ausbeute von Ozonapparaten. Diese Zeitschrift, Bd. 1, Heft 1, S. 104.)

[2]) E. Ladenburg und E. Lehmann, Ann. d. Phys. (4), **21**, 305 (1906). Verh. d. deutsch. phys. Gesellsch. **8**, 125 (1906).

[3]) C. Harries, Zeitschr. f. Elektrochemie **17**, 629 (1911). Ferner Berichte der deutsch. chem. Ges. **45**, 936 (1912), und F. Evers, Dissertation, Kiel 1912.

[4]) E. H. Riesenfeld und G. M. Schwab: Über Ozon. Ber. deutsch. chem. Ges. **55**, 2088 (1922).

[5]) Bei Änderungen am Apparat wurde v stets größer, was zur Folge hat, daß Δp kleiner werden muß.

Digitized by Google

Hatten frühere Versuche und insbesondere die in Fig. 10 wiedergegebene Kurve gezeigt, daß unter dem Einfluß der stillen Entladung recht beträchtliche Gasmengen aus der Glaswand des Entladungsrohres freigemacht werden können, so muß aus den Kurven in Fig. 11 und 15 geschlossen werden, daß andererseits unter dem Einfluß der stillen Entladung Gase von der Glaswand der Entladungsröhre adsorbiert werden.

Daß bei Stromdurchgang durch evakuierte Entladungsröhren eine weitere Zunahme des Vakuums dadurch eintritt, daß ein Teil der noch vorhandenen Gasreste unter dem Einfluß des Stromes in die Glaswände der Röhre bzw. in die Elektroden hineingetrieben wird, ist von den Röntgenröhren her bekannt. Ebenso sind Verschlechterungen des Vakuums (Druckzunahmen) bei Röntgenröhren unter dem Einfluß von Wechselstrom bekannt[1]). Willows[2]) hat außerdem auch bei Gleichstrom Druckzunahmen in hochevakuierten Entladungsröhren mit Metallelektroden beobachtet und hat weiter gezeigt, daß auch in elektrodenlosen Röhren Druckabnahmen unter dem Einfluß der Entladung stattfinden. Er hat damit gezeigt, daß wenigstens ein Teil der in Entladungsröhren stattfindenden Adsorptionsvorgänge an der Glaswand vor sich geht.

Die bisher bekannten Beobachtungen dieser Art sind alle an hochevakuierten Röhren gemacht. Demgegenüber zeigen unsere Versuche, daß auch bei Atmosphärendruck beim Durchgang stiller (Wechselstrom-) Entladungen Adsorptionsschichten an der Glaswand der Entladungsröhre teils gebildet, teils zerstört werden können. Aus den Druckwerten der Kurve Fig. 11 läßt sich die adsorbierte Gasmenge berechnen, da für diesen Fall das Gesamtvolumen der Apparatur bekannt ist. Die adsorbierte Gasmenge in ccm ist $x = \frac{v \cdot \Delta p \cdot 273}{T \cdot 760}$.

Für Δp ist hier die Differenz zwischen dem Druck beim Aufhören der Ozonbildung und dem Enddruck anzusetzen. Es ist also $\Delta p = 152{,}5 - 17 = 135{,}5$; v betrug 36,06 und T nach Tabelle (5) $273 + 18 = 291°$; folglich $x = \frac{36{,}06 \cdot 135{,}5 \cdot 273}{291 \cdot 760}$. Daraus ergibt sich eine adsorbierte Gasmenge von 6,0 ccm. Die Summe der beiden Entladungsflächen der benutzten Ozonröhre betrug etwa 229 qcm. Mithin wird von einem qcm Glaswand 0,026 ccm adsorbiert.

Unter Zugrundelegung der Annahme, daß beim Durchgang stiller Entladungen durch ein in einem Siemensschen Ozonrohr abgeschlossenen Sauerstoffvolumen Adsorptionsschichten sowohl sich bilden als auch zerfallen können, ergibt sich für die Kurven der Fig. 11 bis 15 folgende Deutung: Während des ersten steilen Abfalles der Kurven findet die Ozonbildung statt, die mehr oder weniger von der gleichzeitig auftretenden Adsorption überlagert ist. Wenn die Ozonbildung aufhört, flacht sich die Kurve 1 stark ab. Es treten dann nur noch Adsorptionsvorgänge auf, die schließlich nach ca. 50 Stunden, sobald die Kurve beginnt horizontal zu verlaufen, ihr Ende finden. Diese zunächst recht einfache Deutung der Kurve 1 wird durch die scheinbar unübersichtlichen Kurven der Fig. 12 bis 14 etwas komplizierter.

Nachdem bei Kurve 1 der Endzustand erreicht war, wurde ja die Entladung ausgeschaltet, der Reaktionsraum eine Stunde lang mit reinem Sauerstoff ausgespült

---

[1]) Für diesen Hinweis, sowie für die Mitteilung der in der nächsten Fußnote angegebenen Literaturstelle, sind wir Herrn Professor F. Krüger, Greifswald, zu Dank verpflichtet.

[2]) Willows, On the absorption of gas in a Crookes Tube, Phil. Mag. (1901) Bd. 1, S. 503.

Digitized by Google

und dann die Entladung wieder eingeschaltet. Ebenso wurde nach Beendigung der Kurve 2 und jeder folgenden verfahren. Durch das Durchleiten von Sauerstoff wird einmal sämtliches Ozon aus dem Entladungsraum und gleichzeitig ein Teil des an der Glaswand adsorbierten Gases entfernt. Die Kurve 2 ist also so zu deuten, daß zunächst die Ozonbildung bis zu derselben Grenzkonzentration wie bei Kurve 1 stattfindet. Der Verlauf der Druckkurve ist bis zu diesem Zeitpunkte bei beiden Kurven wie auch bei allen übrigen ungefähr der gleiche. Wenn die Grenzkonzentration erreicht ist, bleibt auch bei Kurve 2 der Druck zunächst einige Zeit konstant, sodann fällt die Kurve 2 weiter, bleibt aber in ihrem ganzen Verlauf erheblich über dem der Kurve 1. Es ist dies ein Zeichen, daß die Oberfläche der Glaswandung im Entladungsraum nicht mehr so aufnahmefähig für das zu adsorbierende Gas ist, wie im Falle der Kurve 1.

Die Kurve 2 wurde abgebrochen, ehe der Endzustand, d. h. der horizontale Verlauf, erreicht war. Aus der Annahme, daß durch das Durchleiten von Sauerstoff bei ausgeschalteter Entladung nur ein Teil der im vorigen Versuch (Kurve 1) entstandenen Adsorptionsschicht entfernt ist, folgt jedoch, daß auch der Endzustand der Kurve 2 bei kleineren Δp-Werten liegen muß, als der Endzustand in Kurve 1. Bestätigt wird diese Folgerung durch den Verlauf der später aufgenommenen Kurven, die alle kleinere Δp-Werte aufweisen, insbesondere durch die bis zum Endzustand durchgeführten Kurven 5 und 6.

Nach der nicht zu Ende geführten Kurve 2 sind in gleicher Weise die Kurven 3, 4, 5 aufgenommen, von denen 3 und 4 ebenfalls nicht zu Ende geführt sind. Diese drei Kurven zeigen ein ganz charakteristisches Bild. Es findet, nachdem die Ozonbildung aufgehört hat, ein relativ schnelles Ansteigen des Druckes bis zu einem Maximalwert statt. Das Maximum liegt zum Teil ganz erheblich über dem Anfangswert. Ist das Maximum erreicht, so nimmt der Druck wieder ab, erst schnell, dann langsamer, um schließlich einem Endzustand zuzustreben, der z. B. für Kurve 5 erreicht ist. Das Ansteigen des Druckes führen wir auf einen Zerfall der nach dem Ausspülen mit Sauerstoff noch an bzw. in der Glaswand vorhandenen Reste der adsorbierten Schicht zurück, ohne daß wir zunächst eine Erklärung für die Ursachen dieses Zerfalles geben können. Ein etwa plötzlich eintretender Ozonzerfall kann nicht die Ursache oder wenigstens nicht die alleinige Ursache des Ansteigens der Druckkurve sein, da ein durch Ozonzerfall bedingtes Ansteigen des Druckes ja nur bis zum Anfangsdruck führen könnte. Außerdem würde auch durch die Annahme eines plötzlich einsetzenden Ozonzerfalles nichts erklärt werden, da nicht einzusehen ist, wodurch dieser Ozonzerfall herbeigeführt wird, und warum beim späteren Sinken des Druckes wieder neues Ozon entsteht. Durch die Bestimmungen mit dem Ozonometer hatte sich ja außerdem ergeben, daß auch nach mehrtägiger Dauer der Versuche stets eine Ozonmenge in der Röhre gefunden wird, die der Grenzkonzentration entspricht. Ist der Zerfall der Adsorptionsschicht beendet, so sinkt die Druckkurve wieder; es bildet sich eine neue Adsorptionsschicht aus. Da aber die vom vorangehenden Versuch vorhandene Adsorptionsschicht nicht vollständig zerfallen war, so verläuft jede folgende Kurve etwas höher als die vorangehende.

Die nächste Kurve 6 (Fig. 13) zeigt ein gänzlich verändertes Aussehen. Nachdem die Grenzkonzentration erreicht ist, steigt die Kurve sehr langsam an bis zu einem Maximum, das nach 8 Stunden erreicht wird und bei einem Δp-Wert von etwa -10 mm liegt. Das Maximum liegt sehr viel tiefer als dasjenige der vorangehenden Kurve 5, das 20 mm über dem Anfangsdruck liegt. Hinter dem Maximum fällt die

Digitized by Google

Kurve ab und nähert sich dem Endzustand, der bei $\Delta p = -40$ mm erreicht wird. Der Endzustand liegt etwas tiefer als bei Kurve 5. Die Kurve 7 verläuft ähnlich wie Kurve 6. Nach dem Abfall bis zur Grenzkonzentration steigt sie sehr langsam zu einem Maximum an, das jetzt erst nach 44 Stunden erreicht wird, und bei einem Δp-Wert erreicht wird, der 40 mm über dem Anfangsdruck liegt. Danach fällt die Kurve wieder ab; sie ist nicht bis zum Endzustand durchgeführt. Die nächste Kurve zeigt nun wieder die charakteristischen Merkmale der Kurven in Fig. 12. Zur Demonstration des Unterschiedes ist die Kurve 8, die nach ihrem Typus durchaus zu Fig. 12 gehört, auch in Fig. 13 eingezeichnet.

Hiernach läßt sich für die beiden Kurventypen sagen, daß Kurven mit dem in Fig. 12 dargestellten Maximum dann erhalten werden, wenn die vorangehende Kurve nicht bis zum Endzustand durchgeführt ist, daß dagegen die Kurven mit flachem Maximum (6 und 7 in Fig. 13) sich dann ergeben, wenn die vorangehende Kurve bis zum horizontalen Verlauf durchgeführt ist. Das Maximum, das bei jeder folgenden Kurve höher liegt als bei der vorangehenden, liegt mit einem Male wieder tiefer (Kurve 6), wenn die Stetigkeit der Versuchsausführung dadurch unterbrochen wird, daß z. B. nach einer Reihe von nicht zu Ende geführten Kurven (2 bis 4) plötzlich eine Kurve bis zum Endzustand durchgeführt wird.

Es ist durch die vorliegenden Versuche noch nicht geklärt, was während des sog. Adsorptionsvorganges vor sich geht. Ob es sich um die Adsorption von Ozon oder Sauerstoff-Molekülen bzw. -Atomen handelt, läßt sich nicht entscheiden. Gegen die Adsorption von Ozonmolekülen spricht folgender Versuch: Nach Beendigung eines mehrtägigen Versuches wurde ein Rohr zertrümmert und in angesäuerte Jodkaliumlösung geworfen. Es ließ sich jedoch hierbei in der Jodkaliumlösung keine Jodabscheidung nachweisen. Beachtenswert ist, daß bei sämtlichen Kurven die Druckzunahme erst dann beginnt, wenn die Ozonbildung beendet ist. Man kann daraus schließen, daß der bei der Erreichung der Grenzkonzentration im Gase vorhandene Zustand eine Reaktion mit der adsorbierten Schicht auslöst, die dann unter Druckzunahme vor sich geht. Zwingend ist dieser Schluß jedoch nicht, weil allem Anschein nach die Ozonbildung sehr viel schneller verläuft als die Adsorptionsvorgänge. Wenn der Unterschied in der Geschwindigkeit beider Vorgänge sehr groß ist — und das ist nach unseren Erfahrungen anzunehmen —, werden alle durch Adsorptionsvorgänge[1]) verursachten, sehr langsam verlaufenden Druckänderungen erst bemerkbar, wenn die Ozonbildung beendet ist. Wir hatten im vorhergehenden die Tatsache, daß in Fig. 12 und 13 jede Kurve höher, also mit kleineren Δp-Werten, verläuft als die vorangehende, so gedeutet, daß durch das Durchleiten von Sauerstoff nach Ausschalten der Entladung nur ein Teil der adsorbierten Schicht beseitigt wird. Diese Erklärung ist für den Endteil der Kurve ohne weiteres überzeugend, sie macht jedoch Schwierigkeiten für das bei jeder folgenden Kurve höherliegende Maximum.

Berücksichtigt man, daß in einer Röhre, deren Wandungen durch Evakuieren und gleichzeitiges Erhitzen vollkommen gasfrei gemacht sind, die Druckkurve ganz stetig sinkt, und berücksichtigt man weiter, daß nach Beendigung jeder Kurve Sauerstoff durch das Entladungsrohr geleitet wurde, so führt das ständig ansteigende Maximum zur Annahme einer Reaktion zwischen adsorbierter Schicht und Sauerstoff in dem Sinne, daß während des Durchleitens von Sauerstoff dieser angelagert wird.

[1]) Unter Adsorptionsvorgängen sind hier alle an der Glaswand sich abspielenden Vorgänge verstanden, also auch der Zerfall bereits vorhandener Adsorptionsschichten.

Digitized by Google

Diese Annahme erklärt sowohl das ständige Steigen des Maximums als auch den bei jeder folgenden Kurve höherliegenden Endverlauf. Sie erklärt jedoch ebensowenig wie die erste Annahme die beiden verschiedenen Typen der Druckkurven. In bezug darauf läßt sich nur ganz allgemein sagen, daß auf dem zwischen Grenzkonzentration und Endzustand liegenden Teil der Druckkurve an der Grenzschicht zwischen Glas und Glaswand ein sehr labiler oder im Sinne der zweiten Annahme sehr reaktionsfähiger Zustand sich einstellt, der nach dem Durchleiten von Sauerstoff und neuem Einschalten der Entladung das schnelle Ansteigen der Druckkurve bewirkt. Wir haben hier beide Annahmen wiedergegeben, da unsere recht umfangreichen Versuche noch nicht soweit abgeschlossen sind, daß eine sichere Entscheidung getroffen werden kann.

Abschließend läßt sich sagen, daß beim Durchgang stiller Entladungen durch ein abgeschlossenes Sauerstoffvolumen eine stetig verlaufende Druckkurve nur dann zu erhalten ist, wenn die Glaswände der Röhre durch Evakuieren und Erhitzen vollständig gasfrei gemacht worden sind. Anderenfalls bekommt man Kurven mit mehr oder weniger steilem Maximum, deren Verlauf von der Vorgeschichte der Röhre abhängig ist. Aus dem Verlauf der Kurven kann man umgekehrt gewisse Schlüsse auf die Vorgeschichte der Röhre ziehen.

In diesem Zusammenhang ist nachzutragen, daß die Kurve 11 bzw. die Kurve 1 in Fig. 12, die wir als Typus der Druckkurve in reinem Sauerstoff angesehen haben, tatsächlich noch nicht der Idealkurve (Fig. 15, Kurve 1 und 2) entspricht, wenn sie ihr auch sehr nahe kommt. Wir hatten bereits gesehen, daß, wie die Tabelle 5 lehrt, im Anfang der Kurve der Druck nach Erreichung der Grenzkonzentration einige Minuten konstant bleibt. Es ist dies ein charakteristisches Zeichen, daß noch kleine Gasreste an der Glaswand vorhanden waren. Bei wirklich gasfreien Wänden verläuft die Druckkurve ganz stetig (vgl. Tabelle 13, Kurve 1 und 2).

Wenn die im vorstehenden und auch im folgenden bei Stickstoff beschriebenen Vorgänge als Adsorptionsvorgänge bezeichnet werden, so ist dieser Ausdruck nur der Einfachheit halber gewählt, weil ein passender, kurzer Ausdruck für diese Vorgänge nicht vorhanden ist. Es können hier natürlich auch ganz andere Vorgänge in Frage kommen als bei den eigentlichen Adsorptionserscheinungen, etwa in dem Sinne, daß die Gasteilchen[1]) unter dem Einfluß der Entladung in die Glaswand, d. h. in die Zwischenräume zwischen den Glasmolekülen, hineingetrieben werden. Wirkliche Adsorptionsvorgänge kämen in Frage, wenn man der auf S. 477 gemachten Annahme folgt, nach der eine Reaktion zwischen durchgeleitetem Sauerstoff und „adsorbierter" Schicht stattfindet. Diese Sauerstoffanlagerung könnte als wirklicher Adsorptionsvorgang angesehen werden.

Durch die von uns beobachteten und als „Adsorptionsvorgänge" bezeichneten Erscheinungen können einige Beobachtungen von Warburg, für die bisher keine rechte Erklärung vorhanden war, zwanglos erklärt werden.

Warburg[2]) fand bei seinen Untersuchungen über die Ozonbildung durch Spitzenentladung, daß nach der ersten Ozonisierung im Differenzialozonometer[3]) eine kleine

[1]) Die Gasteilchen können Moleküle (Ozon- bzw. Sauerstoff-), Atome oder Ionen sein.

[2]) E. Warburg, Über die Bildung des Ozons bei der Spitzenentladung in Sauerstoff. Berl. akad. Ber. 1900, S. 712; Ann. d. Phys. (4), 9, 781 (1902).

[3]) Das Prinzip des Warburgschen Differentialozonometers kann als bekannt vorausgesetzt werden. Eine Beschreibung befindet sich in der zusammenfassenden Arbeit von Warburg im Jahrbuch d. Radioaktivität und Elektronik VI, Heft 2, S. 194.

Digitized by Google

Volumenverminderung zurückblieb, wenn er das gebildete Ozon durch Erhitzen des Ozonometers auf 200° zerstört hatte. Zur Erklärung dieser Volumenverminderung nimmt Warburg an, daß im Reaktionsraum bei Versuchsbeginn noch geringe Mengen oxydabler Substanz vorhanden waren. Da die Verschiebung des Schwefelsäurefadens, durch welche die zurückbleibende Volumenverminderung festgestellt wurde, einen nicht unbeträchtlichen Bruchteil (etwa 10%) der überhaupt beobachteten Verschiebung ausmacht, so müßte die von Warburg angenommene oxydable Substanz in relativ großer Menge vorhanden gewesen sein, was bei der sehr exakten Ausführung der Warburgschen Versuche unwahrscheinlich ist.

In einer zweiten[1]) Arbeit, in der in einem Ozonrohr nach Art des Siemensrohres die spontane Desozonisierung ebenfalls in der Ozonometeranordnung untersucht wurde, fand Warburg nach dreistündigem Erhitzen des Apparates auf 100° noch 1,54 Vol.-% Ozon in seinem Apparat. Diese Ozonkonzentration, die aus der Verschiebung des Schwefelsäurefadens im Ozonometer berechnet wurde, entspricht in der technischen Bezeichnungsweise einer Konzentration von etwa 32 g Ozon im cbm Sauerstoff. Auf Grund unserer Versuche erklären wir diese im Ozonometer nach dem Erhitzen zurückbleibenden Volumenverkleinerungen durch die Bildung von Adsorptionsschichten. Insbesondere trifft dies für die Vorgänge bei der Entladung im Glasapparat zu. Unsere Versuche haben gezeigt, daß die adsorbierte Schicht durch Erhitzen nicht vollständig zerstört wird (S. 473). Um sicher zu sein, haben wir folgenden Kontrollversuch ausgeführt:

Es wurde durch ein gut gereinigtes Ozonrohr von ca. 40 ccm Inhalt, 40 Stunden lang über Phosphorpentoxyd getrockneter, elektrolytisch entwickelter Sauerstoff mit einer Geschwindigkeit von 70 ccm/st geleitet. Das Zu- und Ableitungsrohr wurde alsdann zugeschmolzen und der Inhalt des Entladungsraumes 20 Minuten lang ozonisiert. Man kann annehmen, daß die Grenzkonzentration in dieser Zeit erreicht wurde. Nachdem das Reaktionsgemisch drei Stunden im siedenden Wasserbade auf 100° erhitzt worden war, wurde es durch eine Jodkaliumlösung gedrückt, die beim Ansäuern und unter Zugabe von Stärkelösung keine Blaufärbung zeigte. Der Versuch zeigt, daß sämtliches Ozon bei 100° in drei Stunden vollständig zerstört wurde. Hiernach ist die von Warburg nach dem Erhitzen noch beobachtete Volumenverminderung nicht auf einen Ozongehalt, sondern auf die noch an der Glaswand haftende Adsorptionsschicht zurückzuführen.

An anderer Stelle beobachteten Warburg und Leithäuser[2]), daß die experimentell in ruhendem Sauerstoff festgestellte Grenzkonzentration höher ist als die bei Versuchen mit strömenden Gasen errechnete. Es ist aus der fraglichen Arbeit leider nicht zu entnehmen, auf welche Weise die Grenzkonzentration bestimmt worden war, wenn die Abweichung konstatiert wurde. Die Bestimmung der Grenzkonzentration durch die Volumenverminderung im Differentialozonimeter muß nach unseren Versuchen infolge der stets auftretenden Adsorption einen zu hohen Wert ergeben. Ist die beobachtete Abweichung stets nur dann gefunden, wenn die Grenzkonzentration mit dem Ozonometer bestimmt war, so läßt sich die Abweichung ohne weiteres aus der Adsorption erklären.

---

[1]) Warburg, Über spontane Desozonisierung, Ann. d. Phys. (4), 9, 1268 (1902).

[2]) E. Warburg und G. Leithäuser, Über die Darstellung des Ozons aus Sauerstoff und atmosphärischer Luft durch Ozonröhren. Ann. d. Phys. (4), 28, 17 (1909).

Digitized by Google

V. Druckmessungen an Stickstoff und Stickstoff-Argon-Gemischen.

Zum Vergleich wurden eine Reihe von Versuchen mit Stickstoff und Stickstoff-Argon-Gemischen[1]) angestellt. Da diese Versuche, die sämtlich mit einer vor der Füllung evakuierten und erhitzten Röhre ausgeführt wurden, nichts wesentlich Neues ergaben, genügt es, eine der stets gleichverlaufenden Druckkurven wiederzugeben (Tabelle 14 und Fig. 16). Der Druck im Entladungsrohr nimmt in den ersten Stunden sehr langsam, dann etwas schneller ab. Bei diesen Versuchen wurden für Stickstoff sowie für Stickstoff-Argon-Gemische mit 21% und 5% Stickstoff vollständig gleich verlaufende Kurven erhalten. Bei der Deutung der Kurve Fig. 16 kann man beim Stickstoff an die Bildung eines mehratomigen Moleküls, beispielsweise N_3, denken; jedoch macht das langsame Einstellen des Endzustandes diese Annahme unwahrscheinlich. Außerdem ist zu beachten, daß der einmal erreichte Zustand der Druckkurve nach dem Ausschalten der Entladung mehrere Stunden ohne nachweisbare Änderungen bestehen bleibt. Nach den Erfahrungen aber, die über nicht normale Stickstoffmoleküle bekannt sind, ist der anormale Zustand des Stickstoffmoleküls sehr unbeständig. Es ist deshalb auch bei Stickstoff und Stickstoff-Argon-Gemischen die Bildung einer Adsorptionsschicht anzunehmen. Die Menge des adsorbierten Gases, die offenbar kleiner ist, als bei Sauerstoff, konnte nicht berechnet werden, da die Apparatur zwischen den Sauerstoff- und Stickstoffversuchen geändert war, ohne daß eine neue Bestimmung des Gesamtvolumens der Apparatur und des Reaktionsvolumens erfolgte.

Tabelle 14 (zu Fig. 16).

Zeit Std.	Zeit Min.	Δp	t_m	$\Delta p_{red.}$
—	0	0	18,8	0
—	35	+5,0	21,0	— 0,3
1	0	+7,0	22,0	— 0,3
1	30	+9,0	23,0	— 0,5
17	30	+4,8	25,5	—10,3
19	30	+3,0	25,2	—11,4
24	—	+2,0	25,2	—12,1
26	—	+2,0	25,5	—13,0
43	—	+2,5	24,8	—14,0
48	—	—2,0	24,9	—13,8
50	30	—2,0	24,9	—13,8
66	—	—3,0	24,4	—13,8

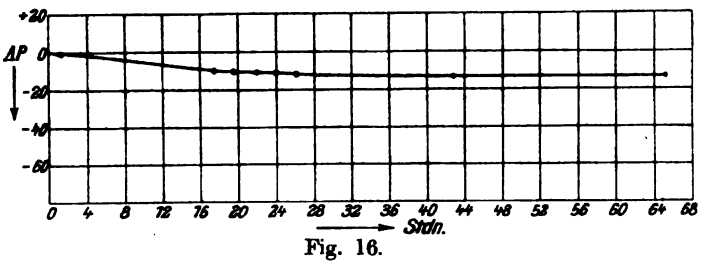


Fig. 16.

VI. Strommessungen an Sauerstoff in nicht evakuierten Röhren.

Während der Aufnahme der Druck-Zeit-Kurven wurde gleichzeitig die durch das Entladungsrohr hindurchgehende Stromstärke, in der bei der Beschreibung der Versuchsanordnung geschilderten Weise von einem Registriergalvanometer aufgezeichnet. Es ist hierbei unter Stromstärke, wie wir bereits ausgeführt haben, stets die durch ein Thermokreuz in Verbindung mit einem Galvanometer gemessene Stromstärke verstanden. Bei der Besprechung der Stromkurven auf Grund unserer Versuchsergebnisse weichen wir von unserem bisherigen Einteilungsprinzip ab und teilen die Kurven danach ein, ob sie in evakuierten oder nicht evakuierten Röhren erhalten wurden. In nicht evakuierten Röhren wurden Stromkurven nur in Luft

[1]) Vgl. S. 459.

Digitized by Google

und Sauerstoff aufgenommen. Da sich die Versuche im Verlauf der Arbeit immer mehr um die Verhältnisse im Sauerstoff konzentriert haben, so besprechen wir hier nur die Stromkurven im Sauerstoff und ziehen die Stromkurven in Luft, die bereits bei den Druckmessungen in Luft beschrieben sind, nur soweit heran, als es zur Beurteilung der Vorgänge bei Sauerstoff erforderlich ist.

Im oberen Teil der Fig. 17 sind die mit 1, 3, 5 und 10, bezeichneten, unregelmäßig verlaufenden Kurven Stromkurven, die in einem nicht evakuierten Rohr mit Sauerstoffüllung aufgenommen worden sind. Als Ordinate ist bei diesen Kurven der Galvanometerausschlag aufgetragen. Die Kurven entsprechen den Druckkurven der Fig. 12 und 14 mit entsprechender Nummer, wobei zu beachten ist, daß für die Stromkurve 10 die entsprechende Druckkurve in Fig. 12 der Übersichtlichkeit wegen nicht gezeichnet worden ist. Die Kurven erreichen nach einem schnellen Anstieg ein Maximum, um danach mit Ausnahme der mit 1, bezeichneten Kurve sehr unregelmäßig abzufallen. Die Stromkurve 1 verläuft nach Erreichung des Maximums entsprechend der Druckkurve 1, Fig. 12 sehr gleichmäßig. Allen diesen Stromkurven gemeinsam ist die fallende Tendenz nach Erreichung des Maximums. Soweit sich aus dem unregelmäßigen Verlauf des Abstieges ersehen läßt, scheinen die Kurven nach einen gemeinsamen Endwert zu konvergieren. Der Abstieg der Kurven verläuft ähnlich unregelmäßig wie die Stromkurven in Luft, nur ließ sich in die Stromkurven in Luft, die während des ganzen Verlaufes sehr unregelmäßig bleiben, kein gemeinsamer Gesichtspunkt hineinbringen, während bei den zur Besprechung stehenden Stromkurven in Sauerstoff doch ein gewisses System vorhanden ist. Die Unregelmäßigkeiten in den Sauerstoffstromkurven beginnen erst, wenn die Ozonbildung längst vorüber ist. Man muß daraus schließen, daß dieses Auf- und Abpendeln der Stromkurven während des Abstieges durch die bei den Druckkurven bei Sauerstoff besprochenen Adsorptionsvorgänge hervorgerufen wird.

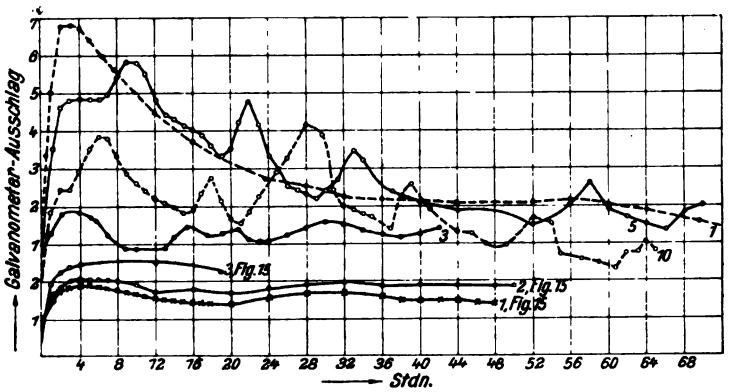


Fig. 17.

VII. Stromkurven in evakuierten Röhren.

Ein ganz anderes Verhalten zeigen die Stromkurven, wenn man die Entladungsröhre vor der Füllung mit dem zu untersuchenden Gas unter Erhitzen evakuiert. Fig. 17 gibt diese Stromkurven für Sauerstoff wieder; sie sind mit 1, 2, 3, Fig. 15 bezeichnet und entsprechen den Druckkurven der Fig. 15. Zum Vergleich ist in Fig. 18 eine Stromkurve (die obere) und eine Druckkurve (die untere) zusammengestellt. Die Stromkurven in Sauerstoff erreichen nach einem verhältnismäßig schnellen Anstieg, der in 4 Stunden beendet ist, einen Maximalwert, um danach annähernd horizontal zu verlaufen. Die dargestellten Kurven zeigen nach Erreichung des Maxi-

Digitized by Google

malwertes noch gewisse, sehr langsam verlaufende Schwankungen, die aber ihre Ursache auch in Versuchsfehlern (Schwankungen des Barometerstandes oder geringe Schwankungen der Temperatur des Kühlwassers für das Thermokreuz) ihre Ursache haben können. Aus dem Vergleich der beiden Kurven in Fig. 18 ergibt sich, daß die Stromkurve annähernd zur selben Zeit horizontal zu verlaufen beginnt, wenn die Druckkurve sich ebenfalls dem horizontalen Verlauf nähert. Dabei ist von dem ganz flachen Maximum, das die Stromkurven vielleicht haben, abgesehen. Zu erwähnen ist in diesem Zusammenhang noch, daß die der Druckkurve 3, Fig. 15 entsprechende Stromkurve in Fig. 17 mit einem Entladungsrohr aufgenommen wurde, das vor der Füllung nur erhitzt worden war ohne gleichzeitige Evakuierung. Wir können daher von einer Diskussion dieser Kurve absehen.

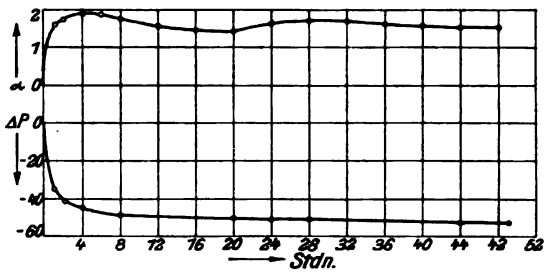


Fig. 18.

Entsprechend dem gänzlich anderen Verlauf der Druckkurve in Stickstoff zeigt auch die Stromkurve in Stickstoff ein gänzlich verändertes Aussehen. Eine solche Stromkurve ist in Fig. 19 dargestellt. Alle in Stickstoff und Stickstoff-Argon-Gemischen ausgeführten Stromkurven nehmen ebenso wie die Druckkurven den gleichen Verlauf und kommen auch zu denselben zahlenmäßigen Werten. Von einigen Unregelmäßigkeiten am Anfang abgesehen, steigt die Stromkurve in Stickstoff ganz langsam an und verläuft nach etwa 28 Stunden horizontal, wobei wir von den danach auftretenden flachen Schwankungen absehen. Auch bei Stickstoff wird der Verlauf der Druckkurve (Fig. 16) annähernd zur gleichen Zeit wie der der Stromkurve horizontal. Ebenso entspricht dem langsamen Sinken der Druckkurve in Stickstoff das langsame Steigen der Stromkurve. Der charakteristische Unterschied zwischen den Druckkurven beider Gase findet sich auch bei den Stromkurven wieder. Wenn auch durch die angeführten Versuchsergebnisse über die Stromkurven noch kein einheitliches Bild über die Vorgänge im Entladungsrohr erhalten werden kann, so ergibt sich über die bisher bekannten Tatsachen hinaus immerhin das Resultat, daß einfach verlaufende und reproduzierbare Stromkurven genau so wie Druckkurven stets nur dann erhalten werden, wenn die Glaswände des Entladungsrohres vor der Füllung mit dem Reaktionsgase vollständig gasfrei gemacht sind.

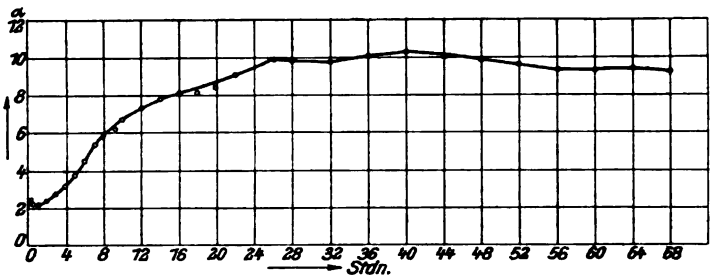


Fig. 19.

Es ergibt sich weiter, daß bei Sauerstoff und Stickstoff die Stromkurven, die in evakuierten Röhren erhalten werden, analog den Druckkurven in den entsprechenden Gasen verlaufen und dieselben charakteristischen Unterschiede zeigen wie die Druckkurven in den beiden Gasen. Schließlich ergibt sich aus dem Vergleich der Stromkurven bei Sauerstoff bei evakuierten und nicht evakuierten Röhren, daß

Digitized by Google

das Verhalten der Stromstärke in der Hauptsache abhängig ist von Vorgängen, die sich zwischen der Glaswand und der Gasfüllung abspielen in Verbindung mit der Vorgeschichte der Röhre.

VIII. Zusammenfassung der Ergebnisse.

1. Beim Durchgang stiller Entladungen durch ein abgeschlossenes Volumen Sauerstoff oder Stickstoff findet neben der chemischen Reaktion bei Sauerstoff bei beiden Gasen unter dem Einfluß der Entladung eine „Adsorption" des Gases an der Glaswandung der Entladungsröhre statt.

2. Die Adsorptionsschicht kann unter gewissen Bedingungen durch die Entladung zerstört werden, wobei Drucke im Entladungsraum entstehen, die den Anfangsdruck (Atmosphärendruck) wesentlich übersteigen.

3. Der zeitliche Verlauf der Druckänderung in der Entladungsröhre ist von der Vorgeschichte der Röhre abhängig. Einfache, reproduzierbare Kurven werden nur erhalten, wenn die Röhre vor dem Füllen mit dem Reaktionsgas unter Erhitzen evakuiert wurde.

4. Die Änderungen der Stromstärke während der Dauer der Entladung sind ebenfalls von der Vorgeschichte der Röhre abhängig und im wesentlichen durch Vorgänge an der Glaswand der Röhre bedingt.

5. In Röhren, die vor dem Füllen erhitzt und evakuiert waren, lassen sich einfach verlaufende, reproduzierbare Stromkurven aufstellen, die den Druckkurven analog verlaufen.

Digitized by Google

Über die Darstellung von reinem Zirkonoxyd.

Von **Hermann von Siemens** und **Herbert Zander.**

Mitteilung aus dem chemischen Laboratorium der Firma Gebr. Siemens & Co., Lichtenberg bei Berlin.

Eingegangen am 1. März 1922.

Das Zirkonium kommt in der Natur fast nur als Silikat vor, meist verbunden mit anderen Silikaten und anderen Metalloxyden. Es ist über einen großen Teil der Erdoberfläche verbreitet, in größeren abbauwürdigen Lagern ist es aber nur in Brasilien, im Staate Sao Paulo zu finden. Der Gehalt der dort gefundenen Erde an Zirkonoxyd ist schwankend, der weitaus größte Teil enthält etwa 65 bis 75% Zirkondioxyd, neben 10 bis 20% Kieselsäure und 7 bis 10% Eisenoxyd und Titandioxyd. Außerdem zeigen sich oft noch geringe Mengen von Aluminiumoxyd, Kalziumoxyd oder Magnesiumoxyd. Einige Stellen der dortigen Lager weisen allerdings Erze mit einem Gehalt von 90 bis 98% Zirkonoxyd auf. Eine Ausnutzung dieser Vorkommen in größerem Maßstabe ist aber leider nicht möglich, da derartige Stücke kaum in größeren Mengen zusammenhängend angetroffen werden.

Es hat nicht an Versuchen gefehlt, aus dem natürlich vorkommenden Mineral das reine Zirkonoxyd herzustellen, welches wegen seines hohen Schmelzpunktes und seines geringen Ausdehnungskoeffizienten ein besonderes Interesse beansprucht. So sind Aufschlüsse mit Soda, mit Kaliumbisulfat und mit Fluoriden bekannt. Verhältnismäßig wenig Beachtung hat der schon von Wöhler[1]) empfohlene Aufschluß mit Chlor unter Zusatz von Kohlenstoff gefunden. Nähere Angaben fehlen jedoch, ebenso wie bei den späteren Veröffentlichungen von anderer Seite.

Des weiteren zeigen sich bei der Reinigung der Aufschlußprodukte, die im wesentlichen aus den Chloriden des Zirkons, des Eisens und des Titans bestehen, die gleichen Trennungsschwierigkeiten wie bei den anderen Aufschlußmethoden.

Unsere Bemühungen waren nun darauf gerichtet, ein möglichst reines Zirkonoxyd zu gewinnen, und zwar unter Anwendung des Chlors als Aufschlußmittel.

Die rohe Zirkonerde wurde mit etwa 25% fein gemahlenem Kohlenstoff gemischt und in ein horizontal liegendes Alitrohr eingeführt, welches an dem einen Ende durch eine Chamottekammer abgeschlossen war, während von der anderen Seite das Chlorgas zugeführt wurde. Gewöhnlich wurden 100 g der rohen Zirkonerde für den Aufschluß verwendet. Das Alitrohr hatte eine Länge von etwa 60 cm und 2,5 cm Durchmesser; die Chamottekammer, gleichfalls in zylindrischer Form, hatte eine Länge von 15 cm und einen Durchmesser von 12 cm. Als Heizquelle diente ein Verbrennungsofen oder ein über das Alitrohr geschobenes, elektrisch heizbares Silitwiderstandsrohr, mit denen bequem Temperaturen von 1000° und darüber erreicht

[1]) Pogg, Ann. d. Physik, Bd. 48, S. 94 (Jahrgang 1839).

Digitized by Google

werden konnten. Eine Kühlung der Chamottekammer, die an der freien Luft lag, stellte sich als nicht notwendig heraus. In der Abschlußwand befand sich eine Durchbohrung von etwa 2,5 cm Durchmesser, damit die nicht kondensierten Gase, hauptsächlich Kohlendioxyd resp. Kohlenoxyd und Siliziumtetrachlorid, sowie überschüssiges Chlor ungehindert entweichen konnten. Der auf diese Art entstehende Verlust an Zirkonchlorid ist nur gering und kann durch eine zweite Kammer fast vollständig vermieden werden. Einige Versuche, die Chloride durch fraktionierte Fällung zu trennen, schlugen fehl, da weitere Reinigungsmethoden sich in der gleichen Weise notwendig erwiesen, wie bei dem Auffangen sämtlicher Chloride in einer Kammer.

Verwendet wurde bei unseren Versuchen ein Material von folgender Zusammensetzung:

67,8% ZrO_2,
22,2% SiO_2,
8,7% Fe_2O_3, TiO_2,
Rest Glühverlust.

Zunächst wurde der Aufschluß bei einer möglichst niedrigen Temperatur untersucht, und zwar bei schwacher Rotglut. Nach dreistündiger Chlorierungsdauer waren 30 g Chloride in der Chamottekammer aufgefangen, im Rohr befanden sich noch 70% der ursprünglich verwandten Menge an Zirkonerde, der Kohlenstoffgehalt war von 25% auf 22% gesunken.

Der Rückstand wurde dann unter den gleichen Bedingungen weitere vier Stunden chloriert. Überraschenderweise stellte es sich heraus, daß die Chlorierung nicht weiterging, flüchtige Chloride konnten nicht gewonnen werden. Die Aufschlußtemperatur wurde dann auf etwa 900° gesteigert und nochmals drei Stunden lang Chlorgas über die Zirkonerde geleitet. Auch diesmal war der Erfolg nicht befriedigend, es konnten nur 3 g Chloride gewonnen werden. Die Untersuchung des Rückstandes ergab einen Gehalt von

65,4% ZrO_2,
30,0% SiO_2,
2,4% Fe_2O_3.

Rest Glühverlust, wohl fast nur Kohlenstoff. Bemerkenswert war, daß erstens kein Titan im Rückstande mehr vorhanden war und daß zweitens der Kohlenstoffgehalt auf ein Minimum gesunken war.

Bei einer zweiten Versuchsreihe wurde die Aufschlußtemperatur von Anfang an höher gewählt. Es wurde bei etwa 900 bis 1000° chloriert. Nach dem ersten, drei Stunden währenden Aufschluß zeigte sich aber kein bedeutender Unterschied gegen die erste Versuchsreihe. Die Ausbeute an Chloriden betrug 33 g. Da der Kohlenstoffgehalt des Rückstandes gesunken war, wurden dem Rückstand noch weitere 4 g Kohlenstoff zugesetzt, um auf den ursprünglichen Prozentsatz an Kohlenstoff zu gelangen. Es wurde nochmals drei Stunden chloriert, wobei noch weitere 11 g Chloride gewonnen werden konnten. Das Gewicht des Rückstandes betrug 57 g, er enthielt 8,5 g = 15% Kohlenstoff. Es waren also 51,5% des Erzes aufgeschlossen worden.

Eine weitere Chlorierung bei diesen hohen Temperaturen schien demnach einigermaßen aussichtsreich zu sein. Es wurde deshalb ein Versuch in größerem Maßstabe durchgeführt.

Digitized by Google

2000 g feingemahlener und ausgeglühter Zirkonerde wurden mit 500 g feingemahlenem aschefreien Koks (Petrolkoks) versetzt und die Chlorierung auf 38 Stunden ausgedehnt. So lange war es gelungen, in der Kammer flüchtige Chloride niederzuschlagen. Die Temperatur betrug während der ganzen Zeit etwa 1000° oder etwas darüber. Insgesamt konnten 1700 g Chloride gewonnen werden mit 47,61% = rund 800 g Zirkonoxyd. Da in den ursprünglich vorhandenen 2000 g Zirkonerde ca. 1350 g Zirkonoxyd enthalten waren, so sind etwa 60% an ZrO_2 aufgeschlossen worden.

Durch weitere Steigerung der Temperatur gelang es schließlich, die Ausbeuten noch weiter zu steigern.

80 g Erz mit 20 g Kohlenstoff gemischt, wurden so lange mit Chlorgas behandelt, bis keine Chlorierungsprodukte mehr entstanden. Die Aufschlußtemperatur war die übliche von etwa 1000°. Der jetzt vorhandene Rohrrückstand wog 34 g und und enthielt 9% C, d. h., es waren ca. 60% aufgeschlossen worden. Es wurden noch 6 g Kohlenstoff zugemischt und dann die Aufschlußtemperatur auf 1200° und darüber gesteigert. Es zeigte sich sofort die Entwicklung flüchtiger Chloride, die nach einer Stunde aufhörte. Der Chlorstrom wurde unterbrochen und der Rohrrückstand untersucht. Sein Gewicht betrug 20 g mit 29,3% = 5,9 g Kohlenstoff. An unaufgeschlossenem Zirkonerz ist also noch 14,1 g vorhanden gewesen. Eine Analyse dieses restlichen Zirkonerzes ergab einen Gehalt von 48,7% ZrO_2, das würde 6,8 g ZrO_2 entsprechen. Da in den ursprünglichen 80 g Zirkonerz sich bei 67,8% ZrO_2 ca. 54,2 g ZrO_2 befunden hatten, so ist es hier gelungen, die Ausbeute an aufgeschlossenem ZrO_2 auf 88% zu steigern.

Es entstand nun die Frage, weshalb die vollständige Chlorierung der Zirkonerde mit solchen Schwierigkeiten verknüpft war.

Da die Analysen oft das Fehlen von Eisen und Titan ergaben, so konnte der Grund für das Versagen der Chlorierung darin gesucht werden, daß dem Eisenoxyd oder Titanoxyd katalytische Wirkungen zukommen.

Einer der oben erwähnten Rückstände, der sich bei 800 bis 900° nicht mehr chlorieren ließ, wurde einmal mit Eisenoxyd, dann mit Titanoxyd gemischt. Ein Einfluß war aber nicht festzustellen, ebensowenig bei einem Zusatz von 2% frischer Zirkonerde.

Des ferneren wurde ein Versuch gemacht, vollkommen reines Zirkonoxyd zu chlorieren. Bei der gleichen Chlorierungsdauer konnte aus dem durch Glühen von Zirkonoxychlorid hergestellten Zirkonoxyd ca. 90% in kurzer Zeit aufgeschlossen werden. Damit war der endgültige Beweis dafür erbracht, daß die Chlorierung glatt ohne katalytische Wirkungen verläuft. Hierbei wurde bemerkenswerterweise die Bildung geringer Mengen einer wahrscheinlich Sauerstoff enthaltenden flüchtigen Chlor-Zirkonverbindung beobachtet, die sich beim Lösen in Wasser zum größten Teil hydrolysierte und nur in konzentrierter Schwefelsäure löslich war. Die Entstehung dieser Verbindung kann natürlich auch erst nach der Chlorierung erfolgt sein.

Katalytische Wirkungen kommen also nicht in Betracht, um die Schwierigkeiten des Chloraufschlusses zu erklären. Einen Hinweis mag aber vielleicht folgende Beobachtung geben:

Das Zirkonoxyd, das sich so glatt chlorieren ließ, war aus kristallisiertem Zirkonoxychlorid durch Glühen bei etwa 800° hergestellt worden. Ein anderes Zirkonoxyd, das durch Mahlen von Tiegelscherben u. dgl. gewonnen war, ließ sich absolut nicht

Digitized by Google

chlorieren. Das kann die Vermutung erwecken, daß das Sintern resp. die Vorbehandlung, die Oberflächenbeschaffenheit, eine wichtige Rolle spielt.

Außerdem liegt aber auch die Möglichkeit vor, daß das Zirkon, soweit es als Silikat gebunden ist, von Chlor weitaus schwerer angreifbar ist, als das reine Oxyd. Dadurch wäre es erklärlich, daß die Chlorierung bei 1200° noch so bedeutende Mehrerfolge hat gegenüber den Aufschlüssen bei niedrigen Temperaturen, die nie über eine bestimmte Ausbeute hinausgingen.

Ferner erstreckten sich unsere Untersuchungen auf die weitere Verarbeitung der Chloride. Das gegebene Mittel, das Zirkon von den übrigen Verbindungen zu trennen, war die bereits seit langem bekannte Abscheidung als Zirkonoxychlorid aus stark salzsaurer Lösung.

Das Gemisch der Chloride wurde in Wasser gelöst, wobei sich die Lösung unter Abspaltung von Salzsäure stark erwärmte. Infolge der leichten Hydrolisierbarkeit des Titans wurde bereits an dieser Stelle ein großer Teil des sublimierten Titanchlorids als unlösliche Titansäure ausgeschieden, ebenso wie etwaige in der Kammer verbliebene geringe Mengen von Siliziumtetrachlorid zu Kieselsäure hydrolisiert wurden. Auch Zirkonoxyd wurde in geringen Mengen abgespalten. Das Filtrat wurde bis zur beginnenden Kristallisation eingedampft und erstarrte beim Abkühlen zu einem Brei von Zirkonoxychloridkristallen. Die Kristalle wurden abgesaugt mit möglichst konzentrierter und kalter Salzsäure ausgewaschen, bis das Filtrat farblos ablief. Aus dem so hergestellten Zirkonoxychlorid konnte dann jede Zirkonverbindung in reinem Zustande dargestellt werden.

Der Durchführung dieses Verfahrens setzten sich jedoch folgende Schwierigkeiten entgegen:

1. Die Kristallisation ist nicht gleich vollständig, sondern erfolgt langsam, so daß man lange Zeit in der Kälte stehen lassen muß.

2. Auch dann enthält die Mutterlauge noch nennenswerte Mengen Zirkonoxychlorid, wenn man nicht durch Eiskühlung und Einleitung gasförmiger Salzsäure die Löslichkeit heruntersetzt. Dasselbe gilt natürlich auch für die Waschflüssigkeit.

3. Man erhält leicht ein schmieriges, schlecht filtrierendes Produkt, wenn man zu weit eingedampft hat, namentlich dann, wenn sich die Verunreinigungen angehäuft haben. Dieser Zustand verschlimmert sich noch beim Auswaschen mit konzentrierter Salzsäure.

4. Das Auswaschen mit konzentrierter Salzsäure ist besonders bei schlecht filtrierbaren Niederschlägen eine große Belästigung.

Man ist also gezwungen, das Eindampfen frühzeitig zu unterbrechen und die Mutterlauge zu wiederholten Malen einzudampfen und zur Kristallisation zu bringen. Auch die Waschflüssigkeit muß aufgearbeitet werden, wenn man auf eine quantitative Gewinnung des Zirkons Wert legt.

Die Lösung dieser Schwierigkeiten gelang nun durch die Beobachtung, daß eine Mischung von konzentrierter Salzsäure und einem Alkohol, z. B. Äthylalkohol, zu ungefähr gleichen Raumteilen die verunreinigenden Chloride auch bei Zimmertemperatur sehr leicht löst, während das Zirkonoxychlorid darin völlig unlöslich ist. In der Wärme dagegen wird auch dieses gelöst und fällt beim Abkühlen sofort vollständig als schön kristallisierter Niederschlag aus. Diese Mischung, die erheblich weniger riecht als konzentrierte Salzsäure und sich zwecks Wiedergewinnung ohne Abgang gasförmiger Salzsäure und fast ohne Esterbildung destillieren läßt,

Digitized by Google

eignet sich also vorzüglich zum Auswaschen und Umkristallisieren des Zirkonoxychlorids.

Die Anwendung des Säure-Alkoholgemisches geschieht nun folgendermaßen: Entweder man erzeugt den kristallisierten Niederschlag in der beschriebenen Weise aus salzsaurer Lösung und wäscht ihn auf der Nutsche mit dem Gemisch aus, wobei man Verluste durch Wiederauflösung und nachträgliche Verschmierung vermeidet, oder man löscht das aus dem Ofen kommende Chloridgemisch mit Wasser bis zur beendeten Salzsäureabgabe und Hydratisierung ab und löst in heißem Säure-Alkoholgemisch. Die Lösung wird dann heiß filtriert und der Abkühlung auf Zimmertemperatur überlassen. Die Kristalle werden darauf sofort auf der Nutsche abgesaugt und wie oben gewaschen.

Eine Untersuchung des so hergestellten Zirkonoxychlorids ergab, daß neben 0,3% Kieselsäure nur 0,02% Eisenoxyd, bezogen auf Zirkonoxyd, vorhanden waren. Titan fehlte vollständig. Durch nochmaliges Umkristallisieren aus Säure-Alkoholmischung wurde ein völlig reines Produkt erhalten.

Nach diesen Methoden (gegebenenfalls unter Aufarbeitung der Mutterlaugen) konnten bis zu 99% des in Lösung gegangenen Zirkons in reinem Zustande gewonnen werden. Durch Glühen an der Luft wurde dann das reine Zirkonoxyd erhalten.

Zusammenfassung.

1. Es werden Versuche über den Aufschluß der natürlichen Zirkonerde mit Chlor und Kohle beschrieben. Es können auf diese Weise unter günstigen Bedingungen über 80% des vorhandenen Zirkoniums gewonnen werden, der Aufschluß bleibt aber immer unvollständig. Die Ursache ist nicht darin zu suchen, daß die Reaktion durch die Oxyde des Eisens und Titans, die zuerst wegchloriert werden, katalysiert wird; dagegen scheint hierbei der physikalische Zustand der Erde eine Rolle zu spielen, da schwachgeglühtes Zirkonoxydpulver sich leicht aufschließen läßt, während Pulver aus gesinterten Scherben nicht angegriffen wird.

2. Es wird eine Mischung aus Alkohol und konzentrierter Salzsäure angegeben, mit deren Hilfe ein mit anderen Chloriden verunreinigtes Zirkonoxychlorid leicht und in vollständiger Ausbeute gereinigt werden kann.

Digitized by Google

Über eine Lichtquelle von sehr hoher Flächenhelligkeit.

Von **Hans Gerdien** und **Albert Lotz.**

Mit 13 Textfiguren.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium Siemensstadt.

Eingegangen am 1. Juni 1922.

Lichtquellen von sehr hoher Flächenhelligkeit haben nicht nur ein physikalisches, sondern auch ein erhebliches technisches Interesse. Es hat daher nicht an Versuchen gefehlt, die bekannten Lichtquellen in ihrer Flächenhelligkeit zu steigern. Die meiste Aussicht von allen bietet der elektrische Lichtbogen. Bei dem Lichtbogen haben sich die Anstrengungen auf Steigerung der Flächenhelligkeit zunächst auf die Anode gerichtet. Bei dem Reinkohlenbogen führt der Versuch, durch Steigerung der Stromstärke bei gegebenem Anodendurchmesser die Flächenhelligkeit zu steigern, nicht zum Ziel, weil die anodische Basis des Bogens sich bei Steigerung der Stromstärke mit angenähert konstanter Stromdichte von der Stirnfläche der Elektrode auf die Mantelfläche hin ausbreitet. Dabei ist die nahezu konstante Stromdichte eine Funktion des Gasdruckes, und zwar steigt sie mit wachsendem Druck. Es gelang daher O. Lummer[1]), die Flächenhelligkeit an der Anode bei erhöhtem Druck sehr wesentlich über die bisher bekannte für den Druck einer Atmosphäre geltende Flächenhelligkeit hinaus zu steigern. Zu allgemeiner Verwendung dieser Lichtquelle ist es aber bisher nach unserer Kenntnis nicht gekommen, was mit der Schwierigkeit zusammenhängen dürfte, den eingeschlossenen, unter Druck brennenden Lichtbogen stabil zu erhalten und die von der Anode ausgesandte Lichtintensität ökonomisch nutzbar zu machen[2]). Von anderer Seite[3]) sind dann Versuche gemacht worden, die Flächenhelligkeit bei atmosphärischem Druck dadurch zu steigern, daß die Ausbreitung der anodischen Basis auf die Mantelfläche der Elektrode durch besondere Maßnahmen verhindert wird. Der Lichtbogen wird also gezwungen, auf einer begrenzten Elektrodenfläche zu brennen; dabei wächst der Anodenfall und damit die zur Erhitzung des Kraters verfügbare Energie. Durch die schnelle Verdampfung des Elektrodenmaterials wird dem Vorgehen nach dieser Richtung hin bald eine Grenze gezogen. In der Steigerung der Flächenhelligkeit kommt man nur weiter, wenn man den Sitz der Lichtemission von der festen Elektrode in den Gasraum hinein verlegt. Bei der bekannten Becklampe[4]) sowohl in der ursprünglichen Ausführungsform, die ihr von ihrem Erfinder gegeben wurde, als auch in der von G. Gehlhoff[5]) beschriebenen

[1]) O. Lummer, Verflüssigung der Kohle und Herstellung der Sonnentemperatur, Sammlung Vieweg 1914, S. 131.

[2]) W. Mathiessen, Untersuchungen über den elektrischen Lichtbogen, Leipzig 1921.

[3]) E. Podszus, Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 284. 1919.

[4]) Beck, D.R.P. 262 913, 1910.

[5]) Gehlhoff, Zeitschr. f. techn. Phys. **1**, 7—16, 37—47. 1920.

Digitized by Google

Form, handelt es sich um Effektkohlen; hier befindet sich in dem unmittelbar vor der Anodenstirnfläche ruhenden Dampfwölkchen der Sitz der Lichtemission. Ähnliche Wirkungen sind von E. Podszus[1]) erzielt worden. Die Ausbreitung der anodischen Basis auf den Mantel der Elektrode wurde durch verschiedene Mittel verhindert: teils wurde Kühlung durch einen Kohlenwasserstoff enthaltenden Gasstrom benutzt, teils wurde die Elektrode innerhalb eines isolierenden, feuerfesten Rohres vorgeschoben, teils die Anode mit einem isolierenden Überzug versehen, teils wurde durch Abschirmen des elektrischen Feldes von der Mantelfläche die Ausbreitung der Basis auf diese verhindert.

Im Anschluß an die Versuche von Podszus[2]) bewegten sich unsere eigenen Bemühungen auf Steigerung der Flächenhelligkeit zunächst auch in der bisherigen Richtung. Auch wir bemühten uns durch Umschließen des Brennendes der Anode oder Kathode mittels eines kühlenden und elektrisch abschirmenden gegen die Elektroden isolierten Ringes die Flächenhelligkeit an der Elektrode zu steigern. Da jedoch der von Podszus verwendete wasserdurchströmte Metallring nur eine begrenzte Belastung der Anode zuläßt, verfielen wir auf den Gedanken, eine wesentlich leistungsfähigere Kühlung des Schutzringes dadurch zu erzielen, daß wir das Kühlwasser zwangen, über die der Strahlung des Brennendes ausgesetzte Oberfläche des Ringes zu fließen. Ein derartiger Schutzring ist in Fig. 1 abgebildet. Er besteht aus einem hohlen Kupferring, der über das Brennende geschoben werden kann. Der Mantel der zentralen Öffnung des Ringes, welcher das Brennende umschließt, ist an mehreren Stellen von feinen Bohrungen durchsetzt, welche den Hohlraum des Schutzringes tangential zur zentralen Bohrung verlassen. Führt man dem Hohlraum des Ringes Druckwasser zu, so treten mehrere tangential gerichtete Wasserstrahlen in den Zwischenraum zwischen Schutzring und Elektrode ein. Das Wasser rotiert mit großer Geschwindigkeit um die Achse der Elektrode und wird dabei durch die Zentrifugalkraft fest gegen die Wand des Schutzringes angepreßt. Gibt man dem Schutzring von dem Querschnitt des Wassereintrittes nach dem offenen Ende zu eine kleine Erweiterung, so schleudert das Wasser mit etwas abnehmender Bahnkrümmung nach dieser Seite des Schutzringes hin und breitet sich hier noch immer rotierend über die Endfläche aus. Am äußeren Rande des Schutzringes spritzt es ab oder kann durch eine geeignete Fangvorrichtung aufgefangen und abgeleitet werden. Außer metallenen Schutzringen haben wir vorübergehend auch einen Schutzring benutzt, der nach der Seite des Brennendes hin aus Quarzglas bestand. Derartige oberflächengekühlte Gegenstände sind für den Lichtbogen nahezu unangreifbar: einmal ist die Kühlung der Oberfläche eine überaus wirksame auch bei sehr geringer Wasserzufuhr, da nicht nur die Verdampfungswärme, sondern auch die Dissoziationswärme als Energie aufnehmender Speicher wirkt. Aber nicht nur als gewöhnlicher gekühlter Schutzring befindet sich die beschriebene Anordnung vor dem Angriff des Lichtbogens in Sicherheit: ein Ansetzen des Lichtbogens an Metallteilen, die mit einer solchen Wasserhaut überspült werden, wenigstens soweit

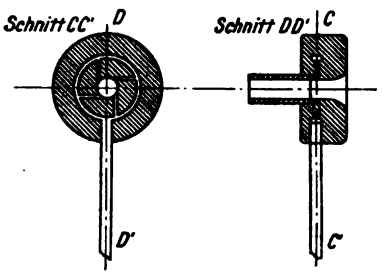


Fig. 1.

[1]) und [2]) Podszus, Patentanmeldung S. 487, 13, VIII, 21f., 2. Juli 1918.

Digitized by Google

sie dadurch zur Kathode werden würden, ist auch deswegen unmöglich, weil, wie Stark und Cassuto[1]) gezeigt haben, die kathodische Basis sich niemals an der Oberfläche einer elektrolytisch leitenden Flüssigkeit ausbilden kann. In der Tat gelang es bei unseren Versuchen, die Kathode eines Lichtbogens stets in vollkommener Sicherheit durch einen oberflächengekühlten Schutzring zu umschließen, während bei dem Versuch, das gleiche mit der Anode auszuführen, nicht selten ein Ansetzen des Lichtbogens auf dem Schutzring zu beobachten war, sobald dieser z. B. durch ein von der Anode abspringendes Kohleteilchen in leitende Verbindung mit der Anode geriet. Immerhin gelang es, eine Elektrode von 5 mm Durchmesser mit Stromstärken bis zu 100 A zu belasten. Dabei konnte beobachtet werden, daß die innerhalb des Schutzringes brennende Elektrode sich vermutlich infolge einer Reaktion zwischen dem Wasserdampf und der Kohle vom Rande her verflüchtigte und zuspitzte. Der weiteren Steigerung der Flächenhelligkeit bei hoher Stromdichte stellt sich bald die Erhitzung der vom Strom durchflossenen Elektrode in den Weg. Obgleich wir stark verkupferte Elektroden verwendeten und die Stromzuführung durch Schleifbürsten unmittelbar hinter dem Schutzring vornahmen, wurde das Ende der Elektrode doch schon innerhalb des Schutzringes durch die schnell eintretende Erhitzung zerstört, so daß ein sicheres Brennen des Bogens unmöglich gemacht wurde.

Wir schlugen daher einen anderen Weg ein, die Flächenhelligkeit zu steigern, indem wir uns nicht mehr um die Beeinflussung der Vorgänge nahe dem Elektrodenende bemühten, sondern die Stelle der stärksten Einschnürung des Lichtbogens an eine beliebige Stelle seiner positiven Säule hin verlegten. Es wurde ein beiderseits symmetrisch gestaltetes Kupferdiagramm benutzt, an dessen engstem freiem Querschnitt die Wasserzuführung wie bisher in tangentialen Bohrungen vorgenommen wurde. Das Wasser breitet sich nun auf diesem Diaphragma nach beiden Seiten gleichmäßig aus und überspült beide Stirnflächen des Ringes bis zum Rande (vgl. die Fig. 2).

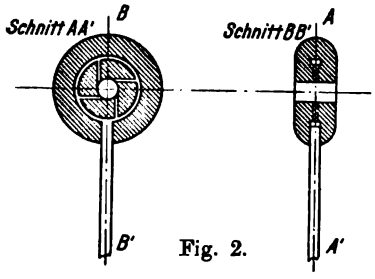


Fig. 2.

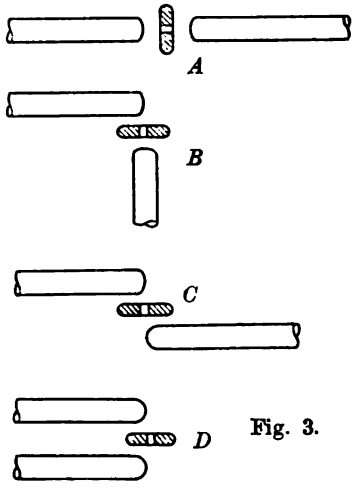


Fig. 3.

Jetzt konnten wir für das Studium der Lichtemission bei hoher Stromdichte Elektroden von beliebiger Beschaffenheit, insbesondere von beliebigem Querschnitt verwenden. Es bewährte sich als Kathode eine stark verkupferte *K*-Kohle[2]), als Anode eine ebenfalls stark verkupferte We-De-„Weiß"-Kohle[2]). Bei dieser waren die in ihr enthaltenen Zusätze von seltenen Erden nicht wegen der Beeinflussung des Gasentladungsvorganges durch diese Zusätze gewählt, sondern wegen des besseren mechanisch-thermischen Verhaltens dieser Kohlen, welche weniger als Reinkohlen oder Dochtkohlen bei plötzlichen Abkühlungen und Erhitzungen zum Springen neigen. Die Stellung der Elektroden und des Diaphragmas zueinander wurde verschieden gewählt. Wir benutzten nacheinander die in Fig. 3 *A* bis *D* angedeuteten Stellungen. Die in *D* dargestellte bewährte sich am besten, sowohl was die

[1]) J. Stark und L. Cassuto: Physikal. Zeitschr. **5**, 264. 1903. [2]) Von Gebr. Siemens & Co.

Digitized by Google

freie Ausstrahlung des aus dem Diaphragma kommenden Lichtstromes, als auch, was die Stabilität des Bogens anlangt. Bei der letzten Anordnung nämlich treibt das von der Stromschleife herrührende Magnetfeld den im Gase liegenden beweglichen Teil des Stromes im Sinne einer Vergrößerung der Stromschleife fort, zwingt also den Lichtbogen, auf den Enden der Elektroden anzusetzen. Innerhalb des Diaphragmas bedarf es keiner besonderen Maßnahmen, um den Bogen zu stabilisieren. Der stromtragende, intensiv leuchtende Teil der positiven Säule befindet sich hier denkbar gut zentriert und feststehend in der Figurenachse des Diaphragmas (Fig. 4). Jeder Versuch der Annäherung des Bogens an das Diaphragma wird durch sofortige intensive Verdampfung des Kühlwassers vereitelt[1]). Der Entladungsvorgang ist relativ unempfindlich gegen Störungen. Besonders wirken Luftströmungen weit weniger auf ihn ein, als auf gewöhnliche freibrennende Lichtbögen von hoher Stromstärke. Auf der der Anode zugekehrten Seite des Diaphragmas bis zur engsten Stelle hin setzen sich mit der Zeit Rückstände von verdampftem und an dem Diaphragma kondensiertem Anodenmaterial ab, die aber zu keiner nennenswerten Störung führen. Der Überzug, hauptsächlich aus Oxyden der seltenen Erden bestehend, gibt eine glatt anliegende Schicht, welche die Wasserzirkulation nicht hindert und den Querschnitt der freien Öffnung des Diaphragmas nicht unter einen bestimmten Wert herabsetzt; dieser stellt sich im Gleichgewicht zwischen Verdampfung durch den Entladungsvorgang und Kondensation selbsttätig ein. So wird z.B. ein Diaphragma von 5 mm Bohrung mit der Zeit auf etwa 4 mm verringert. Wir haben Diaphragmen von 5 mm Durchmesser mit Stromstärken bis zu 800 A, Diaphragmen von 3 mm Durchmesser mit Stromstärken bis zu 500 A lange Zeit störungsfrei betrieben. Der Durchmesser des Leuchtphänomens war dabei in dem weiteren Diaphragma auf etwa 3 mm und dem engeren auf etwa 2 mm zu schätzen, so daß wir Stromdichten von über 100 A/mm² innerhalb des Diaphragmas verwirklichen konnten.

Fig. 4.

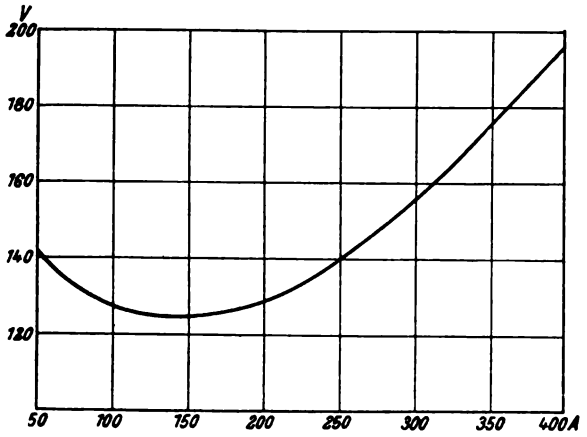


Fig. 5.

Der Bogen innerhalb des Diaphragmas zeigt nach vorläufigen Messungen „steigende" Charakteristik, wie aus dem Diagramm (Fig. 5) zu ersehen ist.

Die Fig. 4, 6 und 7 zeigen den äußeren Aufbau in zwei verschiedenen Anordnungen und die Gestalt des Leuchtphänomens. Innerhalb des Diaphragmas sitzt ein

[1]) Die notwendige Wassermenge beträgt je nach der angewendeten Stromstärke 3 bis 10 ccm/sec.

Digitized by Google

überaus hell leuchtender Stiel, der zu beiden Seiten des Diaphragmas sich zunächst nur wenig verbreitert. Weiterhin schießt nach jeder Seite eine wesentlich weniger leuchtende Fackel aus dem Diaphragma heraus. Die Lage von Anode und Kathode ist im großen und ganzen gleichgültig; solange die Elektrodenspannung hinreicht, bedarf der Lichtbogen nur einer sehr rohen Regulierung des Elektrodennachschubes. Die Zündung des Bogens haben wir bei unseren Untersuchungen im Laboratorium gewöhnlich mittels eines Zündstiftes bewirkt, der in einer Bohrung der Elektrode eingesetzt, durch das Diaphragma zentrisch hindurchgeführt und mit der anderen Elektrode zur Berührung gebracht wird (Fig. 8). Der Zündstift verdampft in wenigen Bruchteilen einer Sekunde

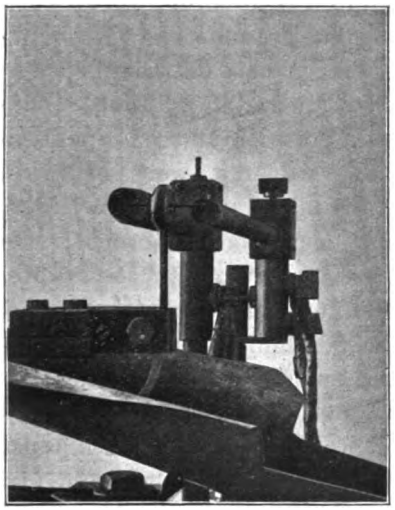


Fig. 6.

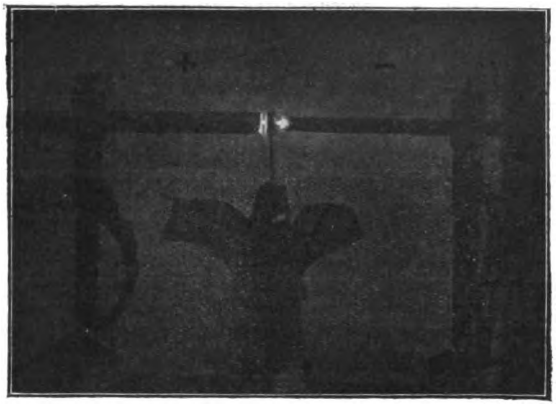


Fig. 7.

beim Anlegen der Elektrodenspannung und zieht hinter sich den Lichtbogen von einer Elektrode durch das Diaphragma zur anderen Elektrode. Als Zündstifte benutzen wir Kohlestifte von 2 mm oder 1 mm Dicke, die mit Vorteil an der Oberfläche verkupfert, oder noch besser verzinkt wurden. Der Metallbelag bildet dabei einen Schutz gegen die Wasseraufnahme des Zündstiftes, der in feuchtem Zustande bei Belastung durch den Strom explosionsartig zerstäubt, ohne zu zünden. Der Zündstift muß sorgfältig vor Berührung mit dem Diaphragma gehütet werden, da der Lichtbogen sonst, falls das Diaphragma auch nur für kurze Zeit zur Anode wird, mit zerstörenden Wirkungen auf dem Diaphragma ansetzt. Um derartige Berührungen auszuschließen, haben wir mit Vorteil den Zündstift innerhalb eines kurzen Röhrchens aus Marquardtmasse verwendet. Das Röhrchen wirkt als isolierende Hülle und verdampft, sobald der Lichtbogen kurze Zeit in seinem Inneren gebrannt hat. Statt des Zündstiftes aus Kohle können mit gleichem Erfolge dünne Messingdrähte in einer Hülle von Marquardtmasse oder Zinkdrähte benutzt werden, welche

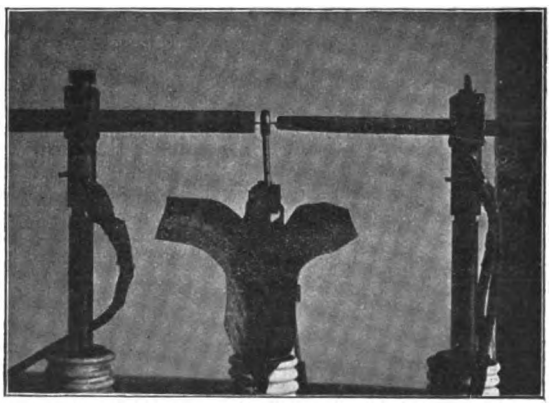


Fig. 8.

Digitized by Google

durch das Diaphragma geschoben und beiderseits mit den Elektroden in Berührung gebracht werden.

Das Spektrum des aus dem Diaphragma herausstrahlenden Lichtes zeigt vor allem mit einer bei irdischen Lichtquellen bisher noch nicht beobachteten Helligkeit die Serienlinien des Wasserstoffes und zwar alle stark verbreitert. Die Verbreiterung beträgt bei H_α und H_β 20 bis 80 Angströmeinheiten, bei H_γ 50 bis 100 Å.-E. Parallel zur Figurenachse des Diaphragmas beobachtet zeigen: $H_\alpha H_\beta$ und H_γ deutlich Selbstumkehrung, und zwar H_α schmal und scharf begrenzt, H_β breit und verwaschen [vgl. die Spektrogramme Fig. 9[1])]. Senkrecht zur Figurenachse des Diaphragmas beobachtet zeigt nur H_β deutlich Selbstumkehrung. Von den anderen Spektrallinien finden sich mit weit geringerer Intensität die Linien der seltenen Erden, welche aus der Anode stammen; von dem Vielliniensspektrum des Wasserstoffes haben wir auf den Spektrogrammen, welche die Serienlinien stark ausexponiert zeigen, nichts nachweisen können. Im sichtbaren wie im ultravioletten Gebiet auch jenseits der Seriengrenze des Wasserstoffspektrums findet sich eine merkliche kontinuierliche Emission, und weiter nach dem Ultraviolett zu noch einzelne helle Linien und Absorptionslinien (vgl. Spektrogramme Fig. 10). Alle Linien, mit Ausnahme der Wasserstofflinien sind relativ zu diesen schwach. Das Wasserstoffspektrum innerhalb des Diaphragmas wird offenbar emittiert von Trägern, welche dem dissozierten Dampf des Kühlwassers entstammen. So ist auch das Nichterscheinen des Vielinienspektrums verständlich, da dieses dem Wasserstoffmolekül angehört.

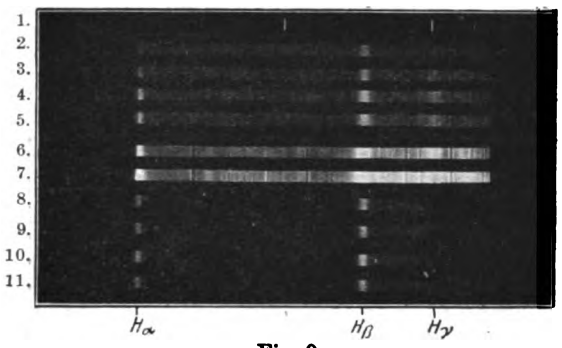


Fig. 9.

1. *Hg*-Vergleichspektrum.
2.—11. Spektren des Lichtbogens mit verschiedenen Belichtungszeiten aufgenommen, um die einzelnen Spektralbezirke hervortreten zu lassen.

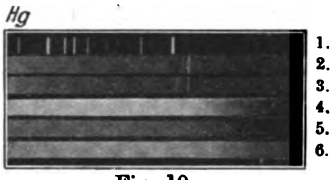


Fig. 10.

1. *Hg*-Vergleichsspektrum.
2.-6. Spektren des Lichtbogens mit verschiedenen Belichtungszeiten.

Wir haben auch Versuche gemacht, andere Elemente als Wasserstoff in dem Bereich höchster Stromdichte zur Lichtemission zu bringen. Das gelingt nicht durch Tränken der Elektroden oder Einführen von Substanz zum Zwecke der Verdampfung von außen her in das Diaphragma. Der Grund für dieses Mißlingen ist der starke Wasserdampf- und Wasserstoffstrahl, der nach beiden Seiten hin von dem Wassereintrittsquerschnitt des Diaphragmas herausschießt und alle etwa von außen eingeführten Substanzen wegspült. Das Färben des Bereiches hoher Stromdichte gelingt nur dann, wenn man die zu verdampfende Substanz radial in der Symmetrieebene des Diaphragmas zuführt. Wir benutzen zu diesem Zweck ein Kupferdiaphragma mit einer radialen Bohrung (vgl. Fig. 11) durch welche wir Drähte oder aus Pulvern gepreßte Stäbchen der zu ver-

Fig. 11.

[1]) Den zu einem Teil der Aufnahmen verwendeten „Steinheil"-Gitterspektrographen verdanken wir der Liebenswürdigkeit des Herrn Prof. Dr. A. Coehn, Göttingen.

Digitized by Google

dampfenden Substanz einführten. Es konnten so z. B. Linien von Zn, Pb, Cd, Cu, Na, K und C erhalten werden (vgl. auch Spektrogramm Fig. 12). Die Bogenlinien der Metalle zeigten sämtlich weit höhere Flächenhelligkeit als die Wasserstofflinien (tritt wegen der kürzeren Belichtungszeit auf den Spektrogrammen nicht hervor!).

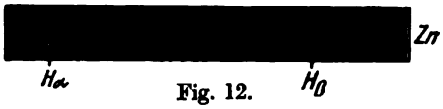


Fig. 12.

Die Messung der Flächenhelligkeit in spektraler Zerlegung wurde mittels eines König-Martensschen Spektralphotometers ausgeführt. Vor dem Photometer saß eine kleine rechteckig begrenzte Blende, die durch eine Mattglasscheibe sehr feiner Körnung verschlossen war. Auf dieser wurde der zu photometrierende Teil des Leuchtphänomens mittels einer Linse scharf abgebildet. Zum Vergleich wurde die Anode eines Reinkohlenbogens, deren Bild unter den gleichen Bedingungen auf der Blende entworfen wurde, photometriert.

Zur meßbaren Schwächung diente, besonders bei der Messung der sehr großen Intensitäten der Wasserstoffserienlinien, ein rotierender Sektor. Die Feineinstellung auf Gleichheit der Helligkeit wurde durch Drehen des Polarisators am König-Martensschen Photometer bewirkt. Die Resultate der Spektralphotometrierung sind in dem typischen Diagramm (Fig. 13) wiedergegeben. Das Diagramm zeigt als Abszissen Skalenteile des Photometers (Wellenlängen), als Ordinaten die Flächenhelligkeit für die betreffende Wellenlänge, als Vielfaches der Flächenhelligkeit des anodischen Kraters des Reinkohlenbogens. Man sieht, daß die Flächenhelligkeit in den verbreiterten Wasserstoffserienlinien das 20 bis 50fache, in dem kontinuierlichen Grunde etwa das 3 bis 5fache der Flächenhelligkeit des Reinkohlenkraters beträgt[1]).

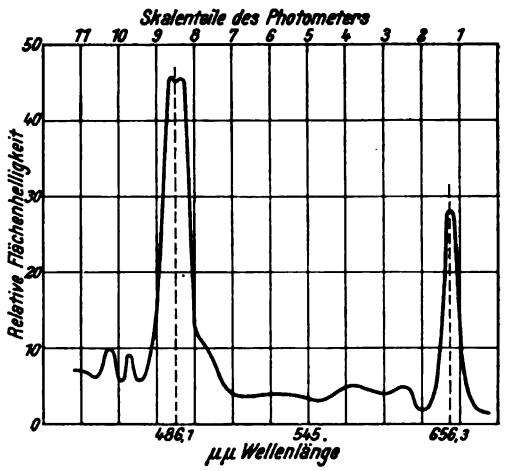


Fig. 13.

Die beschriebene Form der Gasentladung bringt es mit sich, daß sehr deutliche elektrochemische Wirkungen auftreten. In dem Bereich der eingeschnürten positiven Säule grenzen Gebiete sehr hoher Temperatur an solche relativ niedriger Temperatur; es ist hier wohl der größte, bisher in einem Gase verwirklichte Temperaturgradient vorhanden. Die Folge davon ist das Auftreten intensiver Heiß-Kalt-Reaktionen, z. B. intensiver Oxydation des Stickstoffes der Luft.

Wir verzichten mangels genauer Messungen vorerst darauf, nähere Angaben über die im Inneren des Diaphragmas herrschende Temperatur zu machen. Nach vorläufigen Sondenmessungen ist der Spannungsabfall im Diaphragma etwa 40 Volt/cm. Bei einer Stromstärke von etwa 600 A würde der Energieaufwand pro Zentimeter Länge der eingeschnürten positiven Säule rund 24 kW betragen. Die Leistung wird in einem Raum von etwa 0,12 ccm in Strahlung umgesetzt, von der allerdings der für Verdampfung und Dissoziation des Kühlwassers aufzuwendende Anteil in Abrechnung gebracht werden muß. Aus der Größe der Energiedichte kann man schließen, daß hier Temperaturen

[1]) Die Kontrollmessungen wurden von Herrn Friedrich Güldenpfennig ausgeführt.

Digitized by Google

vorliegen, wie sie bisher in einer kontinuierlichen Gasentladung noch nicht verwirklicht wurden.

Wir behalten uns vor, auf weitere Einzelheiten in einer späteren Mitteilung zurückzukommen.

Zusammenfassung.

Es wird die positive Säule eines Lichtbogens durch ein an der Oberfläche von Wasser überströmtes Metalldiaphragma eingeschnürt und die eingeschnürte Stelle mit Stromdichten von über 100 A/mm² belastet. Das emittierte Licht zeigt die Serienlinien des Wasserstoffs zum Teil in Selbstumkehrung mit Flächenhelligkeiten, welche diejenige des positiven Kraters der Reinkohlenbogenlampe um das 20 bis 50 fache übertreffen, daneben kontinuierliche Emission, welche die Flächenhelligkeit der positiven Kohle um das 2 bis 5 fache übertrifft. Es gelang auch, einige Metalllinien in dem Gebiet hoher Stromdichten zum Leuchten zu bringen; die Flächenhelligkeit übertrifft hier zum Teil noch diejenige der Wasserstofflinien.

Digitized by Google

Änderung des Gesamtvolumens eines Körpers durch innere Spannungen.

Von **Georg Masing.**

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium Siemensstadt.

Eingegangen am 31. Mai 1922.

Die Frage der Änderung des Gesamtvolumens eines Körpers durch innere Spannungen hat sowohl eine praktische wie auch eine theoretische Bedeutung. Die Berechnung, Beurteilung und auch experimentelle Bestimmung einer Reihe von Spannungszuständen, in erster Linie im Glase und in Metallen, hängt davon ab. Obschon es nun für einige geometrisch einfache Fälle der Körpergestalt und Spannungsverteilung bewiesen ist, daß das Gesamtvolumen eines Körpers durch innere Spannungen nicht geändert wird, so steht dieser Beweis für den allgemeinen Fall noch aus, und damit fehlt der Behandlung einer Reihe von damit verbundenen Fragen die völlig gesicherte theoretische Grundlage.

Die Entscheidung dieser Frage in geometrisch einfachen Fällen ist durch direkte Berechnung der durch die Spannungen hervorgerufenen Volumenänderungen herbeigeführt worden. Diese Berechnung beruht auf der Möglichkeit, für den gesamten Körper ein einfaches Koordinatensystem aufzustellen, dessen Elementarvolumenelemente dx_1, dx_2, dx_3 die Eigenschaft haben, daß ihre Seitenflächen zu den Hauptspannungsrichtungen senkrecht stehen. Die Schubspannungen fallen auf diese Weise aus der Rechnung heraus, und eine Integration über das Gesamtvolumen ergibt unmittelbar die gesuchte Volumenänderung.

Wenn die Aufstellung eines derartigen Koordinatensystems im allgemeinen Falle auch möglich sein mag, so wird dieses eine ganz unübersichtliche und noch erst zu bestimmende krummlinige Gestalt haben und für die Rechnung unbrauchbar sein. Bei Anwendung eines geometrisch einfachen aber willkürlichen Koordinatensystems treten an den Grenzflächen der Elementargebiete des Volumens Schubspannungen auf, die die Rechnung erschweren. Unabhängig davon erscheint es natürlich unmöglich, die Rechnung für den allgemeinen Fall geschlossen durchzuführen. Nur in den allereinfachsten Fällen werden z. B. die Integrationen durchführbar sein, während die Durchrechnung des allgemeinen Falles auf unüberwindliche Schwierigkeiten stößt.

In diesem Falle führt nun, wie oft, die energetische Betrachtung zum Ziele. Bei dieser Betrachtung braucht man die Spannungsverteilung nicht explizite zu berechnen. Nehmen wir an, daß in einem Körper eine beliebige Spannungsverteilung herrscht. Die Spannungsverteilung muß natürlich den Gesetzen der Mechanik und Elastizitätslehre genügen, sie interessiert uns jedoch im Augenblick gar nicht weiter. Diesen natürlichen Zustand des Körpers können wir nun in der Weise variieren, daß

Digitized by Google

wir dem vorhandenen Spannungszustand homogene Kontraktionen oder Dilatationen überlagern. In der Reihe dieser variierten Zustände wird derjenige der energetisch beständige sein, dem das Minimum der potentiellen Energie des Körpers entspricht. Wir brauchen also nur den Ausdruck für die potentielle Energie des Körpers unter den angegebenen Bedingungen zu variieren, die Variation gleich Null zu setzen und zu untersuchen, ob sich daraus eine Aussage über das Volumen des Körpers ableiten läßt. Es ist das die modifizierte Anwendung des allgemeinen Grundsatzes, den man zur Beurteilung der Gestalt des mit Spannungen behafteten Körpers vorgeschlagen hat[1]).

Der allgemeine Ausdruck für die potentielle elastische Energie der Volumeneinheit eines Körpers in Abhängigkeit von den Verschiebungen ist:

$$\frac{dJ}{dV} = G\left[\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + \frac{\varepsilon_v^2}{\mu - 2} + \frac{1}{2}(X_x^2 + X_y^2 + X_z^2)\right] = V^{2}). \tag{1}$$

Hierbei ist zu berücksichtigen, daß derjenige Teil des Körpers betrachtet wird, der in spannungsfreiem Zustande die Einheit des Volumens einnahm. Im Spannungszustande kann dahingegen das Volumen des betrachteten Elementes sehr wohl von der Einheit verschieden sein. Deshalb können wir statt des Volumenelementes dv auch schreiben:

$$dV = \frac{dm}{\varrho},$$

wo dm die Masse des Volumenelementes und ϱ die Dichte des Körpers im spannungsfreien Zustand bedeuten. Somit erhalten wir aus (1) für die elastische Energie des ganzen Körpers:

$$J = \frac{G}{\varrho}\int_0^m \left[\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + \frac{\varepsilon_v^2}{\mu - 2} + \frac{1}{2}(X_x^2 + X_y^2 + X_z^2)\right] dm\,. \tag{1a}$$

In den Lehrbüchern findet man statt dessen oft den offenbar unkorrekten Ausdruck

$$J = G\int_0^V \left[\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + \frac{\varepsilon_v^2}{\mu - 2} + \frac{1}{2}(X_x^2 + X_y^2 + X_z^2)\right] dV\,,$$

wobei über das Volumen integriert wird. Da das Volumen der einzelnen Elemente des Körpers durch die inneren Spannungen verändert werden kann und die Verschiebungsgrößen sich auf die Einheit des Volumens im spannungsfreien Zustand beziehen, ist statt des Volumens die Masse als Variable zu wählen.

In den Formeln ist J die potentielle Energie, ε_x, ε_y, ε_z sind die Dehnungskomponenten in den willkürlichen orthogonalen Koordinatenrichtungen, ε_v die entsprechende Dilatation und X_x, X_y, X_z die Scherungskomponenten in den entsprechenden Richtungen. G ist der Scherungsmodul und μ der Querkontraktionsfaktor. Das Integral ist über die ganze Masse m des Körpers zu erstrecken.

Bei der Variation müssen wir berücksichtigen, daß die Verschiebung des Zustandes in einer reinen Volumenänderung besteht:

---

[1]) Siehe z. B. A. Föppl und L. Föppl, Drang und Zwang, Berlin 1920, II. Seite 269 und 270.

[2]) Lorenz, Lehrbuch der technischen Mechanik 1913, S. 395, Gleichung 13c; A. Föppl und L. Föppl, a. a. O.

Digitized by Google

Also ist:

$$\delta\varepsilon_x = \delta\varepsilon_y = \delta\varepsilon_z = \delta\varepsilon\,. \tag{2}$$

Ferner ist:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\,. \tag{3}$$

Die Scherungskomponenten erleiden bei einer reinen Dilatation keine Änderung, brauchen also nicht variiert zu werden. Wir erhalten somit:

$$\delta J = \frac{G}{\varrho}\int_0^m \frac{\mu+2}{\mu-2}(\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z)\,\delta\varepsilon\, dm\,. \tag{4}$$

Die Masse wird naturgemäß nicht variiert, und damit fällt auch die Variation an den Grenzen fort. Wenn wir uns innerhalb der Proportionalitätsgrenzen bewegen, ist $\delta\varepsilon$ für alle Elemente des Körpers konstant, und wir können es vor das Integralzeichen setzen. Wir erhalten dann:

$$SJ = \frac{\mu+2}{\mu-2}\frac{G}{\varrho}\,\delta\varepsilon\int_0^m (\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z)\,dV = \frac{\mu+2}{\mu-2}\frac{G}{\varrho}\,\delta\varepsilon\int_0^m \varepsilon_v\, dm\,. \tag{5}$$

Also:

$$\int_0^m \varepsilon_v\, dm = 0\,, \tag{6}$$

d. h., die gesamte Volumenänderung dem spannungslosen Zustande gegenüber ist gleich Null.

Das gilt nur für homogene und isotrope (oder wenigstens quasitotrope) Körper. Sobald sich im Körper Volumenelemente mit verschiedenen elastischen Eigenschaften befinden, können durch innere Spannungen Volumenänderungen hervorgerufen werden.

Die elastische Dehnung eines Körpers ist bekanntlich mit einer Wärmetönung, (Wärmeaufnahme) verbunden, und es ist deshalb zu prüfen, ob unser energetischer Ansatz vom thermodynamischen Standpunkt aus korrekt ist. Die potentielle oder in der thermodynamischen Sprachweise die freie Energie ist bekanntlich bei einem im Gleichgewicht befindlichen System ein Minimum unter der Bedingung, daß die Variation des Zustandes ohne Arbeitsleistung (bei konstantem Volumen) und bei konstanter Temperatur durchgeführt wird. Wir können nun tatsächlich die betrachtete Variation unter diesen Bedingungen durchführen. Dazu brauchen wir uns das System nur in einem evakuierten Gefäß von konstantem Volumen und mit gutem Wärmeleitvermögen befindlich denken. Dann vollziehen sich die Variationen des Körpervolumens, wenn sie genügend langsam erfolgen, isotherm und ohne äußere Arbeitsleistung (bei konstantem Volumen des gesamten Systems). Die thermodynamische Voraussetzung für unseren Ansatz kann also als erfüllt gelten. Die isotherme Ausführung der Variation ist aber bei unserer Rechnung auch stillschweigend vorausgesetzt worden, denn nur unter dieser Bedingung besteht der einfache Zusammenhang zwischen den Variationen der potentiellen Energie und der Dehnungen, während im allgemeinen Falle die Energie außer nach E auch nach der Temperatur zu variieren wäre.

Eine beobachtete Dichteänderung eines isotropen homogenen Körpers dem normalen Zustande gegenüber kann also niemals durch innere Spannungen hervorgerufen sein und ist ein sicherer Beweis für tiefer liegende Änderungen. Ein schönes

Digitized by Google

Beispiel hierfür bieten die Gläser, bei denen die Dichte sich je nach den Abkühlungsbedingungen ändert. Das ist die entscheidende Bestätigung der aus anderen Beobachtungen gezogenen Schlüsse, daß sich im Glase bei hohen Temperaturen komplizierte intermolekulare Umlagerungen vollziehen[1]), die nur langsam und bei schnellerer Abkühlung unvollständig verlaufen. Deshalb besteht auch zwischen den Spannungen und optischen Eigenschaften des Glases nicht jene eindeutige und einfache Beziehung, die oft angenommen wird, und die durch Erhitzung im Glase hervorgerufenen Änderungen sind in erster Linie Konstitutionsänderungen und bestehen erst in zweiter Linie in einem mechanischen Spannungsausgleich.

Zusammenfassung.

Es wird allgemein bewiesen, daß das Gesamtvolumen eines Körpers durch innere Spannungen nicht verändert wird.

[1]) Lebedew, Verhandlungen des Optischen Instituts in Petrograd 1919/1921.

Digitized by Google

Namenverzeichnis.

Abegg, Rich. 204.
Agnew 393.
André, G., 32, 36, 49, 52ff., 56.
Argand 3.
Arnold, C. 145, 158.
—, E. 221.
Arous, L. 221.
Ayrton 390.

Bacon 5.
Barkhausen 328.
Bauch, R. 313, 323.
Bauer, B. 245.
Beck, C. 489.
Becker 23 61.
—, H. 456ff., 463, 474.
Becquerel, A. 449.
Berg, O. 331ff., 363ff.
Biarowsky, 299.
Biermanns, J. 247.
Binder, L. 158ff.
Birkenland, K. 111.
Bismarck 56 61.
Bitzer 20 33 35.
Bloch, O. 385.
Blondel, A. 391, 393.
Boedeker, K. 399.
Böhmert 37.
Boucherot 391.
Boufflers 7.
Breisig, F. 395, 404, 406, 427.
Brentano 3.
Broglie, de 332.
Browne, Dh. 450.
Büchmann 58.
Bücker 61.

Cady 399.
Campbell, A. 390, 393.
Carbenay 391.
Cassuto, L. 491.
Clausing, A. 190.
Clugny 6.
Coehn, A. 450, 494.
—, E. 121.
Comte 203.
Coubin 8.
Cour, la 145.
Costaz 3.
Czepek 158.

Damme 5.
Darmstädter, L. 13.
Delbrück 60.
Diesselhorst, H. 393.
Domcke 203.
Dorn, E. 393.
Dreyfuß 145, 374, 376.
Dobouchage 8.
Duddell 393.
Dupin 8.
Dushmann 205.
Dyhr 166.

Edgcumbe 390.
Eichberg 75 128.
Einsporn, E. 265, 268ff.
Ellinger, Ph. 331ff.
Emde, Fr. 104ff., 202, 320.
Engelhardt, V. 449ff.
Erlwein, Gg. 456ff. 463.
Eras 23, 39.
Estorff, W. 142.
Eude 8.
Evers, Fr. 474.

Faucher 21f., 30, 33f., 37, 57.
Feldmann, C. 408.
Fischer, Ludwig 1ff.
Fleischmann 127.
Fonrobert, E. 457.
Föppel, A. 498.
— L. 498.
Forsyth, Ar. 382.
Frahm 390.
Franck, J. 267ff.
Frantz 203.
Frey 203.
Friedrichs, W. 208ff.
Fuhrmann, J. 459.

Gans, O. 331.
Gärtner 36, 46.
Gehlhoff, G. 489.
Gehrts, A. 462.
Gensel 31.
Gerdien, H. 489ff.
Gibbs, J. 385.
Girault, P. 221.
Gordon, Fr. 210.
Görges, H. 70ff. 147 168f.
Graetz, L. 169.

Gregor 51.
Grossmann, L. 363.
Grothe 37, 46 60.
Grotrian, W. 269.
Güldenpfennig, F. 495.

Hagenbach, A. 263.
Hahn, O. 333.
Hardenberg 9.
Harries, C. 474.
Hartmann-Kempf 390.
Hausser, K. W. 325ff.
Häusser 6.
Hayrashi 158.
Heaviside, O. 190, 194, 196.
Heiles 148.
Heinke, C. 169.
Herrmann, F. 169.
Hertz, G. 261.
— L. 159.
Herzog 408.
Hilpert 373, 376.
Hirth 35.
Hofmann, K. A. 459.
Holm, R. 443.
Hopf, L. 118.
Höpfner, K. 413, 449.
Höpp, W. 238.
Hosenfeld, M. 449ff.
Hunter 379, 385f., 390.

Jacobi, K. 65f.
Jaeger, R. 325ff.
—, W. 379, 381, 395.
Jahn, St. 460.
Jahnke, E. 202, 320.
Jakobsthal 382.
Janet-Süchting 169.
Jobard 9, 29.

Kafka, H. 365ff.
Karmarsch 50.
Kayser, H. 28.
Keinath, G. 365ff.
Kelen, J. 311.
Kenelly 374, 376, 379, 385f., 390.
Kloss, M. 145, 166ff.
Klostermann 18, 26, 49. 64.
Kohler, K. M. 307ff.
Kohlrausch, F. 398.
König, W. 203.

Digitized by Google

Krause, G. 190, 422ff.
Krieger 14.
Krüger, F. 475.
Kuntze, F. 423.
Küpfmüller, K. 401ff., 407f., 413.
Kurz, K. 328.

Ladenburg, E. 474.
Langen 48.
Langmuir, A. C. 205, 328.
Laub, J. 333, 336.
Lax, Ellen 203ff.
Lebedew, P. 500.
Lehmann, E. 474.
Leithäuser, G. 458, 479.
Lenard, Ph. 327, 332f.
Lenz, W. 450.
Lotz, A. 489ff.
Lubberger, F. 436ff.
Lüders 65.
Lummer, O. 489.
Lüschen, F. 401ff.

Mader, O. 391.
Marguerre, F. 247.
Marx, E. 267.
Masing, Gg. 497ff.
Mathies 272.
Mathiessen, W. 489.
Matteucci 449.
Maxwell, J.-Weinstein 152.
Michalke, C. 293ff.
Mie, G. 221.
Moeller, M. 457f., 460.
Müller 1, 9, 11.

Natalis, Fr. 275ff., 303.
Noble, W. 420.
Noether, Fr. 198ff.

Orlich, E. 152.
Ossanna, G. 84ff.

Paschen, E. 142.
Philippi, E. 225.
Pieper, M. 46ff., 50f., 53.
Pierce 385f., 390.
Pilenko 8f.
Pirani, M. 203ff., 457f.
Pleijel 423.
Podszus, E. 489f.
Poincaré, H. 111.
Pomey, J. 395.
Price, Th. 5.
Prince-Smith 57.
Prior, G. 379, 385.

Quincke 449.

Ratkowsky 53.
Rebhan 141.
Renault 449.
Renouard 3, 6, 8.
Reuleaux, F. 58.
Richter, Rud. 145ff.
Riegger, H. 189, 399, 459.
Riesenfeld, E. H. 474.
Röhrich 33.
Rohrscheidt 3, 10.
Rosenthal, J. 28, 50, 53, 64.
Rossenbeck, E. 456ff.
Rüdenberg, R. 220ff.
Ruppert 68.

Sachs, St. 457f.
Schäfer, B. B. 252.
Schenkel, M. 169, 252ff.
Scherbius 75.
Schering, K. 393.
Schleicher, M. 373ff.
Schleiermacher, A. 141.
Schmidt 393.
Schmoller, G. 5.
Schottky, W. 252ff., 326.
Schrottke, F. 248.
Schultze 208.
Schumann, W. O. 142.
Schwab, G. M. 474.
Schwaiger, A. 140ff., 314, 323.
Sell, H. 342ff., 349ff., 353ff.
Siemens, Friedrich 53.
—, H. 484ff.
—, Karl 35, 58, 65f.
—, Werner 1ff.
—, Wilhelm 52, 66.
Skirl, W. 295f.
Simon 53, 163.
—, H. Th. 225.
Smith, Adam 4f.
Sommerfeld, A. 118.
Spiel, H. 457.
Sponer, H. 263.
Stahl, H. 3.
Stark, J. 203, 208ff., 272, 491.
Stein 9.
Steinmetz, Ch. P. 383.
Stephan 65.
Stern, G. 247.
Stieda 3.
Stockbauer 3.
Stöckhardt, E. 391.
Stolle 11, 18ff.
Stöpsel 4.
Strecker, K. 70, 169.
Strutt 203.

Thomälen, A. 169.
Tiede 203.
Tinsley 393.
Truxa 375ff.
Turgot 6.

Unger, F. 127ff.

Vahle, W. 325ff.
Varley 410.
Vidmar, M. 307ff., 323.
Vogelsang, M. 248.

Wagner, K. W. 107, 111, 189ff., 403, 418.
Warburg, E. 208, 210, 214, 457, 478f.
Watt, James 4f.
Wedding 19.
Weicker, W. 142, 309, 310, 317, 323.
Welester 53.
Wenner, Fr. 390f.
Weth, M. 208.
Widdington, R. 332.
Willows 475.
Wills, A. 267.
Wingärdh 340.
Winter 75.
Wintzer 36, 46.
Wöhler, F. 484.

Zander, H. 484ff.
Zastrow, A. 422ff.
Zickler 375f.
Zöllich, H. 378ff., 384f., 391.

Digitized by Google

Sachverzeichnis.

Abhebe-Lichtbogen und -Spannung an Schleifringen usw. 162.
Älteste der Kaufmannschaft von Berlin 21f., 30f.
Änderung des Gesamtvolumens eines Körpers durch innere Spannungen 497ff.
Äquivalentgesetz von Einstein 264.
Ankerwicklung, asymmetrische 87, 94ff.
— Gängigkeit 166.
Antipatentbewegung s. Gegner des Erfindungsschutzes.
Asymmetriegrad für Wechselspannungen 87.
Aufgebotsverfahren 29, 39, 42, 55, 62.
Ausmessung von Schallfeldern, Methoden 353ff.
Ausschalten von Gleichstrom und Wechselstrom bei induktiven Starkstromkreisen 220ff.

Begründung d. Erfindungsschutzes, volkswirtschaftliche 6, 8, 22ff., 38, 40, 43f., 47, 57, 58ff., 69.
Belohnungstheorie 10, 16, 27.
Eigentumstheorie 6, 9, 11, 22, 24, 26, 29, 36, 56f.
Menschenrechtstheorie („moralische Begründung") 7ff., 22ff., 26, 36, 44, 47, 56f.
Vertragstheorie 7.
Beiträge zur Kenntnis der Vorgänge in Entladungsröhren 456ff.
Belohnungstheorie s. „Begründung". „Billig und schlecht" 58.
Berechnung des Widerstandes zylindrischer Eisenleiter bei technischen Wechselzahlen 373ff.
Bestrahlung mit Röntgenstrahlen, Elektronenemission 331ff.
Betriebssysteme, weit unterteilte, wahrscheinlichkeitstheoretische Behandlung 436ff.
Bürsten, Feuern der 164.
— von Schleifringen und Stromwendern, Vorgänge beim Stromübergang 158.
Bundesrat 35f,, 43, 46, 52f., 55, 61ff., 69.
Bundestag 21, 32f.

Dampfmaschine 4f.
Darstellung von reinem Zirkonoxyd 484ff.
Dauer des Patentschutzes 5, 11, 13, 16ff., 28, 40f., 45, 47, 55, 62.
Denkschrift
v. W. Siemens (1863) 16f., 22f., 31, 34, 36, 38f., 41, 43, 62, 67.
v. W. Siemens (1876) 16, 18, 55ff., 62.
des Vereins Deutscher Ingenieure 34f.
des Vereins für Eisenhüttenwesen 31, 34.
des Patentschutzvereins (Werbeschreiben, Siemens) 16f., 49f.
Deutsches Museum 64.
Drehstromtransformator, Versuche 128, 134.
Durchschlagsspannungen bei Kugelpaaren (Tafel) 142f.
Durchschlagsfestigkeit der Luft 140.
Dynamomaschine, ihre Erfindung 12f., 15.

Eigentumstheorie s. Begründung.
Einschaltvorgänge bei Siebketten 189ff.
Einspruchsverfahren 29, 39.
Einsteinsches Äquivalentgesetz 264.
Eisenleiter, zylindrische, Widerstandsberechnung bei technischen Wechselzahlen 373ff.
Eisensättigung, Einfluß im Drehstransformator 134.
Elektrische Maschinen, Temperaturmessung, Wechselstrombrücke 365ff.
— Tonquelle 342ff.
Elektrolyte, kupferchlorürhaltige, Rohkupferraffination 449ff.
Elektromotorische Kräfte der Ruhe und der Bewegung in Kommutatormaschinen 70ff.
Elektronen-Emission bei Bestrahlung verschiedener Substanzen mit Röntgenstrahlen 331ff.
Elektrostatische Messung sehr kleiner Ströme und sehr großer Widerstände, Nullmethode 363.
Emission von Elektronen bei Bestrahlung verschiedener Substanzen mit Röntgenstrahlen 331ff.
England, Erfindungsschutz 4f., 15, 35, 41f., 52, 54, 68.
Enquete 1876 61ff.
— 1886 69.
Entladungsröhren nach Art der Siemensschen Ozonröhren 456ff.
Entladungsvorgänge in Großgleichrichtern, Beteiligung des metallenen Gehäuses 252ff.
Erfinder, Einfluß auf Volkswirtschaft 2, 4ff., 12f.
—, Werner Siemens als 12f.
—, Werner Siemens Auffassung 13f., 59.
Erfindungsschutz 1ff.

Feldverteilung am Ankerumfange, Berechnung 79.
Fernsprechtechnik, Leitungsnachbildungen 401ff.
Feuern der Bürsten an Schleifringen usw. 164.
Flächenhelligkeit, sehr hohe, Lichtquelle 489ff.
Frankreich, Erfindungsschutz 6ff., 29, 35, 68.
—, Einfluß auf die Entwicklung in Deutschland 9ff., 27.
Freihandelschule 19, 24, 30, 34f., 47, 52f., 55ff.
Frequenz in Kommutatormaschinen 72.
Funkenüberschlagserscheinung an Transformatoren mit reiner Luftisolation 307ff.

Gängigkeit der Ankerwicklung 166.
Galvanometer, Röhrengalvanometer 325ff.

Digitized by Google

Gegner des Erfindungsschutzes 19, 24, 30, 34f., 47, 52f., 55ff.
Geheimpatente 9ff., 16f., 33.
Geistiges Eigentum 6ff., 9, 11, 24, 26f., 29, 36, 56f.
Gesetzentwurf
der Polytechn. Gesellschaft 20.
des Bundestages 1863 33.
des Vereins Deutscher Ingenieure 36, 39, 40ff.
des Patentschutzvereins 51f., 54f.
der Regierung 55, 63, 69.
Gewerbefreiheit 2ff., 9ff., 33, 56.
Gleichrichter, Einschaltvorgänge 252ff.
Gleichstrom, Ausschalten bei induktiven Starkstromkreisen 220ff.
Großgleichrichter, Einschaltvorgänge 252ff.
Großindustrie und Patentwesen 50f., 66.
Gutachten (s. auch Denkschrift) 63.

Handelskammer, Berliner 19, 30, 38.
Hellschaltung für Schaltmotoren 299.

Induktionsbeeinflussungen, Schutzwirkung des Kabelmantels 422ff.
Induktionsfluß bei Wechselstrommaschinen 70.
Induktivität, innere 121.
Innere Spannungen, Änderung des Gesamtvolumens eines Körpers 497ff.
Internationale Patentgesetzgebung 29, 49, 67f.
Internationaler Kongreß s. Kongreß.
Internationales Komitee 47f.

Jahresgebühren 20, 29, 40, 45, 47, 55, 69.

Kabelerscheinungen (Tafel) 107.
Kabelmantel, Schutzwirkung des — bei Induktionsbeeinflussungen 422ff.
Kapazitätsberechnung 198ff.
Klarheit des Rechtsverhältnisses 16ff., 68f.
Klemmen-Gleichung 171.
Kommutatormaschinen, die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung 70ff.
Kompensation der EMK der Ruhe 76.
Kongreß
Dresdener 33f.
Wiener 16, 26, 46f., 49, 51. 55, 67.
Pariser 67.
Internationale Kongresse 47f., 67f.
(S. auch Wiener K., Pariser K.)
Konsultative Prüfung 29, 40, 42, 45, 64.
Kopplungsverhältnis bei Siebketten 194.
Kräfte, elektromotorische der Ruhe und der Bewegung in Kommutatormaschinen 70ff.
Kreisdiagramme des einphasigen Drehtransformators 132.
Krise der deutschen Industrie 58f.
Kugelfunkenstrecke 140.
Kupferchlorürhaltige Elektrolyte, Rohkupferraffination 449ff.
Kupfer-Raffination 449ff.
Kulturgeschichtliche Zusammenhänge 1ff.

Leitgedanke des Erfindungsschutzes (Siemens) 22ff., 40, 43f., 47.
Leitung, verzerrungsfreie 121.
Leitungsnachbildungen in der Fernsprech- und Telegraphentechnik 401ff.
Lichtbogenschalter 225.
Lichtemission im Spitzenstrom 218.
Lichtquelle von sehr hoher Flächenhelligkeit 489ff.
Lizenzzwang 47, 52ff., 62f.
Luftisolation, Transformatoren mit reiner — 307ff.
Luftschalter 238.

Magnetsystem, asymmetrisches 100.
Maschinen, elektrische, Temperaturmessung, Wechselstrombrücke 365ff.
Mechanische Resonanzschwingungen in der Meßtechnik 378ff.
Mehrphasen-Induktionsmotor, Phasenverhältnisse 74.
Membrane, Resonanzkurve 349ff.
Menschenrechtstheorie s. Begründung.
Methoden zur Ausmessung von Schallfeldern 353ff.
Mitglied des Patentamtes
Werner Siemens als — 65ff.
— als Patent-Anmelder 46, 63, 65f.

Nachleuchten von aktiviertem Stickstoff 203ff.
Niederlande, Beseitigung des Patentschutzes 35.
Nullmethode zur elektrostatischen Messung sehr kleiner Ströme und sehr großer Widerstände 363.

Ölschalter 247.

Patentansprüche als Grundlage des Rechts 68.
Patentgerichtshof 41, 45, 55, 62.
Patentreform, 1886/87 65, 68f.
Patentschutzverein 16f., 46, 48ff., 53f., 60f., 63, 65.
Patentwesen 1ff.
Perioden- und Phasenvergleicher, Theorie 293ff.
Petition (Siemens und Verein deutscher Ingenieure) 16f., 42ff.
— des Patentschutzvereins 53.
Phasengeschwindigkeit von Wechselströmen 104.
Phasen- und Periodenvergleicher, Theorie 293ff.
Phasenverschiebung 110.
Poldiagramm, asymmetrisches für elektrische Maschinen 85, 95ff.
—, symmetrisches für elektrische Maschinen 85, 94.
Polschuhbogen, Verhältnis zur Polteilung 82.
Polytechnische Gesellschaft 19f.
Positive Vorschläge s. Denkschrift (Siemens 1863).
Preußen
Übergang zum Erfindungsschutz 9.
zur Gewerbefreiheit 9.
Mißstände des preußischen Patentwesens 10f., 14ff., 49.
Siemens' Erfahrungen im preußischen Patentwesen 14ff.
Prioritätsrecht 67f.
Privileg und Patent 4f., 10, 18f., 30, 37, 43, 56.

Quellen zur Geschichte des deutschen Erfindungsschutzes 12.

Raffination von Rohkupfer 449ff.
Raumladungskompensierte Ströme 265.

Digitized by Google

Reaktanz-Spannung 184.
Rechtsanspruch auf Erfindungsschutz 7, 10, 20, 47, 55, 63.
Rede Werner Siemens 1869 37ff.
Regierungsbeamter, Siemens als 65f.
Reichstag 43, 46, 50, 63.
Resonanzkurven von Membranen 349ff.
Resonanzschwingungen, mechanische in der Meßtechnik 378.
Richtlinien
des Vereins deutscher Ingenieure 1862 32.
des Vereins deutscher Ingenieure 1863 33f., 35f.
des Wiener Kongresses 47.
(S. auch Denkschrift, Siemens 1863.)
Richtungsregeln für Wechselstrom-Vektordiagramme 166ff.
Ringwicklung und asymmetrisches Poldiagramm 97.
Rohkupfer-Raffination 449ff.
Röhrengalvanometer 325ff.
Röntgenbestrahlung verschiedener Substanzen, Elektronen-Emission 331ff.
Rotations-EMK 178.

Schallfelder-Ausmessung, Methoden 353ff.
Schaltmotoren, Hellschaltung 299.
Schleifringe, Vorgänge an Bürsten von 165.
Schutzwirkung des Kabelmantels bei Induktionsbeeinflussungen von Schwachstromkabeladern durch Starkstromleitungen 422ff.
Selbstreinigung zwischen zwei Elektroden in Luft 315.
Sendschreiben an Bismarck 55, 60.
Siebketten, Einschaltvorgänge 189ff.
Siemens-Firmen, Anteil am Erfindungsschutz 66.
Spannung, asymmetrische 87.
Spannungen in geschlossenen Vektorpolygonen 167.
Spannungen, innere, Änderung des Gesamtvolumens eines Körpers 497ff.
Spannungskurven, Konstruktion 101.
Spitzenstrom-Untersuchungen 208ff.
Starkstromkreise induktive, Ausschalten von Gleich- und Wechselstrom 220ff.
Statistik der Patentanmeldungen 11, 66.
Stickstoff, Nachleuchten von aktiviertem 203ff.
Stirnfeld elektrischer Maschinen 145.
Stirnfluß und Streufluß elektrischer Maschinen 148.
Streuinduktivität der Wicklungsköpfe elektrischer Maschinen 145.
Ströme, raumladungskompensierte 265.
—, sehr kleine, elektrostatische Messung, Nullmethode 363.
Stromveränderung (Hautwirkung) 110.
Stromwender, Vorgänge an Bürsten von 165.

Telegraphentechnik, Leitungsnachbildungen 401ff.
Telephonerfindung 65f.
Temperaturmessung an elektrischen Maschinen, Wechselstrombrücke 365ff.
Theorie des Phasen- und Periodenvergleichers 293ff.
Tonquelle, elektrische 342ff.
Transformator EMK 177.
Transformatoren mit reiner Luftisolation, Funkenüberschlagserscheinung 307ff.
Transformator-Spannungen 183.
Trommelanker-Wicklung mit Kommutator 175.

Überschlagsgebiet zwischen zwei Elektroden in der Luft 313ff.
Umformer-Gleichung 171.
Umfragen der preußischen Regierung (1853 und 1863) 21.
Umlaufsinn des Drehfeldes 182.
Union, internationale 67f.
Urheberrecht und Erfindungsschutz 27, 56, 57.

Vektorpolygone, Spannungen in 167.
Vektorverhältnisse und Vektorprodukte 275ff.
Verein deutscher Ingenieure 26, 28, 32ff., 46ff., 51, 61, 63, 68.
Verein zur Beförderung des Gewerbfleißes 60, 64f.
Veröffentlichung der Erfindungen, ihre Bedeutung 25, 36, 38f., 40, 44, 47, 55, 60, 68.
Vertragstheorie s. Begründung.
Volkswirtschaftliche Begründung des Erfindungsschutzes s. Begründung.
Volkswirtschaftliche Gesellschaft 33, 37.
Volumenänderung eines Körpers durch innere Spannungen 497ff.
Vorgänge in Entladungsröhren 456ff.
Vorveröffentlichung von Erfindungen 62.
Vorzeichen- und Richtungsregeln für Wechselstrom-Vektordiagramme 166ff.

Wahrscheinlichkeitstheoretische Behandlung weit unterteilter Betriebssysteme 436ff.
Wechselspannung, asymmetrische in elektrischen Maschinen 84.
Wechselspannungen in elektrischen Maschinen 90.
Wechselstrom, Ausschalten bei induktiven Starkstromkreisen 237ff.
Wechselstrombrücke für Temperaturmessungen an elektrischen Maschinen 365ff.
Wechselstrom-Kommutatormotor, Phasenverhältnisse 76.
Wechselstrom-Vektordiagramme, Vorzeichen- und Richtungsregeln 166ff.
Weltausstellungen 46.
Wendespannung 185.
Wicklungsköpfe, gegenseitige Beeinflussung 152.
Wicklungsstrang, Blindwiderstand 155.
Wicklungsstränge, gegenseitige Beeinflussung 153.
Widerstände, sehr große, elektrostatische Messung, Nullmethode 363.
Widerstandsschalter 221.
Widerstand zylindrischer Eisenleiter bei technischen Wechselzahlen 373ff.

Zirkonoxyd, Darstellung 484ff.
Zunftwesen 2ff., 11, 33, 56.

Digitized by Google

Richtigstellung.

Bei der in Heft 3, I. Band, der Wissenschaftlichen Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern erschienenen Arbeit „Beiträge zur Kenntnis des Schleichens der Drehstrom-Asynchronmotoren" von Erich Wandeberg ist im Titel angegeben „Mitteilung aus dem Charlottenburger Werk der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. zu Charlottenburg". Es wird hierdurch ausdrücklich erklärt, daß diese Angabe nicht bedeutet, daß die Arbeit in dem genannten Werk ausgeführt wurde; vielmehr ist die Arbeit auf Anregung des Herrn Professor Dr.-Ing. M. Kloss im Elektrotechnischen Versuchsfeld der Technischen Hochschule Berlin entstanden und durchgeführt worden.

Druck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig.

Digitized by Google

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern. Unter Mitwirkung von bewährten Fachleuten herausgegeben von Professor Dr. **Carl Dietrich Harries**, Geheimer Regierungsrat.

Erster Band: Erstes Heft (abgeschlossen am 1. März 1920). Mit 115 Textfiguren und 2 Bildnistafeln. 1920. Vergriffen

Erster Band: Zweites Heft (abgeschlossen am 1. März 1921.) Mit 86 Textfiguren, 1 Bildnis und 1 Tafel. 1921. Preis $1^1/_2$ Dollar

Erster Band: Drittes Heft (abgeschlossen am 1. November 1921). Mit 90 Textfiguren, 3 Kurvenblättern und 3 Tafeln. 1922. Preis 3 Dollar

---

Wissenschaftliche und technische Arbeiten. Von **Werner von Siemens.**

Erster Band: **Wissenschaftliche Abhandlungen und Vorträge.** Mit in den Text gedruckten Abbildungen und dem Bildnis des Verfassers. Zweite Auflage. 1889. Preis M. 5.—

Zweiter Band: **Technische Arbeiten.** Mit 204 in den Text gedruckten Abbildungen. Zweite Auflage. 1891. Preis M. 7.—

Werner Siemens. Ein kurzgefaßtes Lebensbild. Aus Anlaß der 100. Wiederkehr seines Geburtstages herausgegeben von **Conrad Matschoß.** Mit 1 Bildnis Siemens'. 1920. Gebunden Preis M. 8.—

(Sonderabdruck aus dem zweibändigen Werke: **Werner Siemens.** Ein kurzgefaßtes Lebensbild nebst einer Auswahl seiner Briefe. Herausgegeben von **Conrad Matschoß.**)

Lebenserinnerungen. Von **Werner von Siemens.** Mit dem Bildnis des Verfassers. Zwölfte Auflage. (Wohlfeile Volksausgabe.) In Vorbereitung

---

Wilhelm von Siemens, Dr.-Ing. e. h. (Technische Hochschule Dresden, 1905), Dr. phil. h. c. (Universität Berlin, 1915), Geheimer Regierungsrat, geb. 30. Juli 1855, gest. 14. Oktober 1919. Von Professor Dr. **Carl Dietrich Harries,** Geheimer Regierungsrat. Mit 2 Bildnistafeln. 1920. Preis M. 3.—

(Sonderabdruck aus Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern, I. Bd., 1. Heft.)

Georg von Siemens. Ein Lebensbild aus Deutschlands großer Zeit. Von Dr. **Karl Helfferich.**

Erster Band: Mit 2 Tafeln. 1921. Preis M. 42.—; gebunden M. 52.—

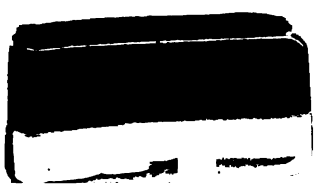
Hierzu Teuerungszuschläge

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 06819 9176



Digitized by Google